πολυπλασιάζομεν πάλιν τὰ 6 μὲ τὰ 7 καὶ λέγομεν 6 οἱ 7 γίνονται 42 ἕως τὰ 48 θέλομεν 6 καὶ αὐτὰ λογίζονται ἕξι δεκάδες, ἤγουν 60 καὶ 5 τὸ παρέμπροσ ψηφὶν γίνονται 65 ἔπειτα λέγομεν πάλιν, τὸ ἕβδομον τῶν 65 εἶναι πάλιν 9 καὶ τὰ γράφομεν καὶ αὐτὰ ὑποκάτω τῆς γραμμῆς, ἔμπροσ εἰς τὰ 6 ἔπειτα πολυπλασιάζομεν καὶ λέγομεν 7 οἱ 9 γίνονται 63 ἕως τὰ 65. μένουν 2 καὶ κάμνομεν ὑποκάτω τῆς γραμμῆς μίαν μακρὰν καὶ τὰ γράφομεν ἔμπροσ, διατὶ δὲν ἔχομεν ἄλλον ψηφὶν παρέμπροσ ὡσὰν βλέπεις εἰς τὰ ψηφία. καὶ τόσα ἔμειναν. ἤγει ἄσπρα 6785 νὰ μοιράσουν 7 ἄνθρωποι ἐπῆρεν ὁ κάθε ἄνθρωπος 969 καὶ ἔμειναν καὶ 2.

7
|
6785
———
969

ὁ μεριστής. 7
|
6785
———
τὰ μεριζόμενα. 669 —— 2 τὰ ἔμειναν.

Ἕτερος μερισμὸς μὲ δέκα, καὶ μὲ 100 καὶ 1000 καὶ ὅσα εἶναι μὲ νοῦλες. Κεφάλ. κ΄.

ΠΆλιν λέγομεν ὅταν θέλῃς νὰ μερίσῃς μὲ 10 κόπτε ἕνα ψηφὶν, ἐκ τὴν ὁμάδαν, καὶ ἔμεινεν μερισμένον, εἰδὲ πάλιν θέλῃς νὰ μερίσῃς μὲ 100 κόπτε δύο ψηφία ἐκ τὴν ὁμάδα καὶ ἔμεινεν μερισμένον. ὁμοίως πάλιν ἂν θέλῃς, νὰ μερίσῃς μὲ 1000 κόπτε ἐκ τὴν ὁμάδαν τρία ψηφία καὶ ἔμεινεν μερισμένον. ὁμοίως καὶ μὲ δέκα χιλιάδες. καὶ μὲ ἕνα μιλλιούνιον. καὶ μὲ δέκα μιλλιούνια, καὶ τ' ἄλλα ὅλα ἤγουν ὅσαις νοῦλες ἔχει ὁ μεριστὴς ἔμπροσ. κόπτε τόσα ψηφία ἐκ τὴν ὁμάδαν καὶ ἔμεινε μερισμένον, καὶ ὅτι εἶναι ἔξω εἰς κόψιμον, αὐτὰ ἔμειναν. πλὴν τοῦτο γίνεται ὅταν εἶναι ὁ μεριστὴς ἕνα καὶ δὲν ἔχει ἄλλον ψηφὶν ἔμπροστου, μόνον ἔχει νοῦλες, εἰδὲ ὅταν εἶναι 2 ὁ μεριστὴς, ἢ τρία, ἕως τὰ 9 κόπτε τόσα ψηφία ἐκ τὴν ὁμάδαν ὅσαις νοῦλαις ἔχει ὁ μεριστὴς ἔπειτα ἀπὸ ἐκεῖνα ποῦ μένουν εἰς τὸ ζερβὶ χέριν ἔπαρνε τὰ μισὰ ἂν εἶναι 2 εἰδὲ καὶ εἶναι 3 τὸ τρίτον ἂν εἶναι 4 τὸ τέταρτον, ἂν εἶναι 5 τὸ πέμπτον. εἰδὲ εἶναι 6 ἔπαρνε τὸ ἕκτον, καὶ εἰς τὰ 7 τὸ ἕβδομον εἰς τὰ 8 τὸ ὄγδοον. εἰς τὰ 9 τὸ ἔνατον ὡσὰν ἐγράψαμεν εἰς τὸ ἄνωθεν κεφάλαιον, καὶ ὅσα μένουν ἀπάνω εἰς τὸ ψηφὶν πρόσθες ἔμπροσ καὶ τὰ ἄλλα ψηφία ποῦ ἔκοψες καὶ τόσα ἔμειναν.

Σημείωσαι

Παράδειγμα, β΄.

00
3̸1̸5 | 31—5

Παράδειγμα, γ΄.

1ØØ
X

Θετέον ἔχομεν νὰ μερίσωμεν 315 μὲ 10 σβώνομεν τὰ ψηφία ἔπειτα κόπτομεν ἕνα ψηφὶν, καὶ ἐμοιράσθην, ἀπῆκεν 31 καὶ ἔμειναν καὶ 5 ὡσὰν βλέπεις. 31 | 5 καὶ πάλιν θέλομεν νὰ μερίσωμεν 3567

μὲ

μὲ 100 κόπτομεν δύο ψηφία καὶ ἔμεινεν μοιρασμένον. ἤγουν εὑρῆκεν 35 καὶ ἔμειναν καὶ 67 ὡσὰν βλέπης 35 | 67 πάλιν θέλομεν νὰ μερίσωμεν 59684 μὲ 1000 κόπτομεν τρία ψηφία, καὶ ἐμοιράσθην. εὑρῆκε 59 καὶ ἔμειναν καὶ 684 ὡσὰν βλέπης 59 | 684 καὶ πάλιν θέλομεν νὰ μερίσωμεν 678544 μὲ 10000 κόπτομεν τέσσαρα ψηφία, καὶ ἐμοιράσθην. εὑρῆκε 67 καὶ ἔμειναν καὶ 8544 ὡσὰν βλέπης 67 | 8544 ὁμοίως κάμε καὶ εἰς τὰ ἄλλα μέτρα νὰ κόπτης τόσα ψηφία, ὅσες ῥίζες ἔχει ὁ μεριστὴς ἔμπροσθεν καὶ μένει μερισμένο. πλὴν τοῦτο ἤξευρε ἀκόμη ὅτι τὰ ψηφία ὁποῦ ἔμειναν εἰς τὸ ζερβὶ χέρι, εἶναι τὸ μερτικόν, καὶ τὰ δεξιοῦ χερίου εἶναι ἐκεῖνα ὁποῦ ἔμειναν, ὡσὰν ἴδες ἐπάνω.

Παράδειγμα, δʹ.

00
3567 | 35

00
59684 | 59

Παράδειγμα, εʹ.

00
678544 | 67

Παράδειγμα, ϛʹ.

ὁμοίως λέγομεν ὅτι θέλομεν νὰ μερίσωμεν ἄσπρα 2358 μὲ 60 ἤγουν νὰ τὰ κάμωμεν φλουρία. κόπτομεν ὡσὰν εἴπαμεν τὸ ἕνα ψηφίον, ἤγουν τὰ 8 ἔπειτα παίρνομεν τὸ ἕκτον διατὶ θέλομεν νὰ μερίσωμεν μὲ 60 καὶ λέγωμεν. τὸ ἕκτον τῶν 23 εἶναι 3 καὶ τὰ γράφομεν ὑποκάτω τῆς γραμμῆς. ἔπειτα πολυπλασιάζομεν καὶ λέγομεν 3 οἱ 6 γίνονται 18 ἕως τὰ 23 θέλομεν 5 καὶ αὐτὰ εἶναι 5 δεκάδες ἤγουν πενῆντα, καὶ πενῆντα τὸ παρέμπροσθεν ψηφίον γίνονται 55 ἔπειτα λέγομεν πάλιν. τὸ ἕκτο τῶν 55 εἶναι 9 καὶ τὰ γράφομεν καὶ αὐτὰ ἔμπροσθεν εἰς τὸ ἄλλον ψηφίον ὑποκάτω τῆς γραμμῆς. ἔπειτα πολυπλασιάζομεν καὶ λέγομεν 6 οἱ 9 γίνονται 54 ἕως τὰ 55 θέλομεν ἕνα, καὶ κάμνομεν ὑποκάτω τῆς γραμμῆς μίαν μακράν, καὶ τὸ βάζομεν ἔμπροσθεν ἤγουν τὸ 1 ἔμπροσθεν εἰς αὐτὸ βάζομεν καὶ τὸ ψηφίον ποῦ ἐκόψαμεν ἤγουν τὰ 8 καὶ αὐτὰ εἶναι ἐκεῖνα ὁποῦ ἔμειναν ἀπὸ τὸν μερισμόν. ἤγουν ταῖς 2358 τὰ ἄσπρα τὰ ἐμερίσαμεν μὲ 60 καὶ ἔγιναν 39 φλουρία ἔμειναν καὶ ἄσπρα 18 ὡσὰν βλέπεις.

235 | 8
39

Μεριστὴς 60 ἄσπρα 235 | 8
τὰ μεριζόμενα 39—18 τὰ ἔμειναν.

Ὁμοίως καὶ εἰς τὰς ἑκατοντάδες. ἤγουν ἔχομεν νὰ μερίσωμεν 23578 μὲ 300 κόπτομεν πάλιν ἀπὸ τὰ δύο ψηφία, καὶ μένουσιν 235 ἔπειτα παίρνομεν τὸ τρίτον, καὶ λέγομεν, τὸ τρίτον τῶν 23 εἶναι 7 καὶ τὰ γράφομεν ὑποκάτω τῆς γραμμῆς. ἔπειτα πολυπλασιάζομεν καὶ λέγομεν 3 οἱ 7 γίνον-

Παράδειγμα, ζʹ.

γίνονται 21 ἕως τὰ 23 μένουν δύο, καὶ αὐτὰ λέγομεν 20 καὶ 5 τὸ παρεμπρὸς ψηφίον γίνονται 25 ἔπειτα λέγομεν πάλιν, τὸ τρίτον τῶν 25 εἶναι 8 καὶ τὰ γράφομεν καὶ αὐτὰ ὑποκάτω εἰς τὴν γραμμήν, ἐμπρὸς εἰς τὰ 7 ἔπειτα πάλιν πολυπλασιάζομεν καὶ λέγομεν 3 οἱ 8 γίνονται, 24 ἕως τὰ 25 θέλομεν ἕνα καὶ τὸ γράφομεν ὑποκάτω εἰς τὴν γραμμὴν ἐμπρὸς εἰς τὴν μακράν. καὶ ἐμπρὸς εἰς αὐτὸ τὸ ψηφίον ἤγουν τὸ 1 γράφομεν καὶ τὰ δύο ψηφία ποὺ ἐκόψαμεν, ἤγουν τὰ 78 καὶ αὐτὰ ἔμειναν. ἤγουν 23578 νὰ τὰ μερίσουν, 300 πέρνει ὁ καθεὶς 78 καὶ ἔμειναν καὶ 178 ὡσὰν βλέπεις καὶ εἰς τὰ ψηφία.

Ὁ μεριστὴς 300 235 | 78

τὰ μεριζόμενα 78 178 τὰ ἔμειναν.

Παράδειγμα, η'. Ὁμοίως καὶ εἰς ταῖς χιλιάδες. ἤγουν ἔχομεν, νὰ μερίσωμεν 367585 μὲ 8000 κόπτομεν πάλιν καὶ αὐτοῦ τὰ τρία ψηφία ἐκ τὴν ὁμάδα, καὶ μένουσιν 367 ἔπειτα πέρνωμεν τὸ ὄγδοον ἐσόντας καὶ εἶναι 8000. ἤγουν λέγομεν τὸ ὄγδοον τῶν 36 εἶναι 4 καὶ τὰ γράφομεν ὑποκάτω τῆς γραμμῆς. ἔπειτα πολυπλασιάζομεν τὰ δύο ψηφία καὶ λέγομεν 4 οἱ 8 γίνονται 32 ἕως τὰ 36 θέλομεν 4 καὶ αὐτὰ λέγονται 4 δεκάδες. ἤγουν εἶναι 40 καὶ 7 τὸ παρεμπρὸς ψηφίον γίνονται 47 ἔπειτα λέγομεν πάλιν τὸ ὄγδοον τῶν 47 εἶναι 5 καὶ τὰ γράφομεν καὶ αὐτὰ ἐμπρὸς εἰς τὸ ἄλλον ψηφίον, ἤγουν εἰς τὰ 4 ἔπειτα πολυπλασιάζομεν πάλιν καὶ λέγομεν 5 οἱ 8 γίνονται 40 ἕως τὰ 47 θέλομεν 7 καὶ αὐτὰ τὰ γράφομεν ἔμπροσθεν τοῖς μακραῖς. καὶ ἔμπροσθεν αὐτουνοῦ τοῦ ψηφίου γράφομεν, τὰ τρία ψηφία ποὺ ἐκόψαμεν, καὶ αὐτὰ ἔμειναν. ἤγουν 367585 νὰ τὰ μερίσουν 8000 ἄνθρωποι, ἐπῆρεν ὁ καθεὶς 45 ἔμειναν καὶ 7585 ὡσὰν βλέπεις εἰς τὰ ψηφία.

367 | 585

45

8000 —— ὁ μεριστής. 367 | 585

τὰ μεριζόμενα 45 —— 7585 τὰ ἔμειναν.

Ὁμοίως κάμνε εἰς τὰ ἄλλα ψηφία. ἤγουν εἰς ταῖς δεκάδες τῶν χιλιάδων. καὶ εἰς ταῖς ἑκατοντάδες, καὶ εἰς τὰ μιλλιούνια καὶ εἰς ὅλα τὰ ἄλλα μέτρα ὁποῦ ἔχουν νούλαις ἐμπρός, καὶ γίνεται εὔκολα ὡσὰν βλέπης.

Τί ἐστι τζάκισμα καὶ πῶς γράφεται. Κεφ. κα'.

ΛΕ'γομεν ὅτι τὸ τζάκισμα εἶναι ἕνα μέρος, ἢ μέρη τοῦ ἀκεραίου. ἤγουν ἐὰν κόψης ἕνα ἀκέραιον εἰς μέρη, καὶ ἀπ' αὐτὰ τὰ μέρη νὰ πάρῃς τινά, αὐτὸ λέγεται τζάκισμα. ἤγουν μέρος. τὸ λοιπὸν ἐὰν μερίσωμεν τὸ ἀκέραιον, εἰς δύο μέρη, τὸ ἕνα μέρος λέγεται μισόν, καὶ γράφεται οὕτως $\frac{1}{2}$ ἤγουν ἕνα μέρος ἀπὸ τὰ δύο τοῦ ἀκεραίου. Πάλιν ἐὰν μερίσωμεν τὸ ἀκέραιον εἰς τρία μέρη, τὸ ἕνα μέρος λέγεται τρίτον, καὶ γράφεται οὕτως $\frac{1}{3}$ ἤγουν ἕνα μέρος ἀπὸ τὰ τρία τοῦ ἀκεραίου. Καὶ πάλιν ἐὰν μερίσωμεν τὸ ἀκέραιον, εἰς τέσσαρα μέρη, τὸ ἕνα μέρος λέγεται ἕνα τέταρτον, καὶ γράφεται οὕτως $\frac{1}{4}$ ἤγουν ἕνα μέρος ἀπὸ τὰ τέσσαρα τοῦ ἀκεραίου. καὶ ἐὰν πάλιν τὸ μερίσωμεν εἰς μέρη πέντε, τὸ ἕνα μέρος λέγεται ἕνα πέμπτον, καὶ γράφεται οὕτως $\frac{1}{5}$ ἤγουν ἕνα μέρος ἀπὸ τὰ πέντε τοῦ ἀκεραίου. Εἰδὲ πάλιν τὸ μερίσωμεν εἰς ἕξι τὸ ἕνα μέρος λέγεται ἕκτον. καὶ γράφεται οὕτως $\frac{1}{6}$ ἤγουν ἕνα μέρος ἀπὸ τὰ ἕξι τοῦ ἀκεραίου. Εἰδὲ καὶ τὸ μερίσωμεν εἰς ἑπτὰ καὶ ἀπ' αὐτὰ νὰ πάρωμεν τὰ δύο μέρη λέγονται ἕβδομα καὶ γράφεται οὕτως $\frac{2}{7}$ ἤγουν 2 μέρη ἀπὸ τὰ 7 τοῦ ἀκεραίου. Εἰδὲ καὶ τὸ μερίσωμεν εἰς 8 καὶ ἀπ' αὐτὰ νὰ πάρωμεν τὰ τρία μέρη. λέγονται τρία ὄγδοα. καὶ γράφεται οὕτως $\frac{3}{8}$ ἤγουν 3 μέρη ἀπὸ τὰ 8 τοῦ ἀκεραίου. Εἰδὲ καὶ τὸ μερίσωμεν εἰς 9 καὶ ἀπ' αὐτὰ νὰ πάρωμεν τὰ τέσσαρα μέρη, λέγονται τέσσαρα ἔνατα, καὶ γράφεται οὕτως $\frac{4}{9}$ ἤγουν 4 μέρη ἀπὸ τὰ 9 τοῦ ἀκεραίου. Ὁμοίως ἐὰν μερίσωμεν τὸ ἀκέραιον, ἢ εἰς 10 ἢ εἰς 11 ἢ εἰς 12 ἢ καὶ εἰς ὅσα μερτικὰ τὸ μερίσωμεν, τὴν αὐτὴν ὀνομασίαν ἔχουσι τὰ τζακίσματα. ἤγουν τὰ μὲν ἐπάνω ψηφία τῆς γραμμῆς, δείχνουσι πόσον τζάκισμα εἶναι. τὰ δὲ ὑποκάτω δείχνουσι τὴν φύσιν τοῦ τζακίσματος. ἤγουν πόσα μέρη ἀπὸ τὰ ἄνωθεν τῆς γραμμῆς εἶναι τὸ ἀκέραιον. Ἤγουν ἐὰν μερίσωμεν ἕνα ἀκέραιον εἰς 146 κομμάτια, καὶ θέλομεν νὰ πάρομεν τὰ 101 καὶ νὰ ἀφήσομεν καὶ τὰ ἄλλα, ἤγουν τὰ 45 (διατὶ 45 καὶ 101 γίνονται 146 καὶ αὐτὸ εἶναι τὸ ἀκέραιον ποῦ ἐμοιράσαμεν) λοιπὸν θέλομεν νὰ τὰ γράψωμεν, καὶ τὰ γράφομεν εἰς τοῦτον τὸν τρόπον ὁποῦ βλέπεις, $\frac{101}{145}$ καὶ αὐτὰ λογίζονται ἑκατὸν ἕνα, τῶν ἑκατὸν σαρανταπέντε. ὁμοίως γράφονται καὶ ὅλα τὰ ἄλλα τζακίσματα. Ἀκόμη ἤξευρε ὅτι τὸ καθὲν ἀκέραιον λογίζεται καὶ τζάκισμα, καὶ πάλιν τὸ καθ' ἓν τζάκισμα λογίζεται καὶ ἀκέραιον. ἤγουν πρὸς μὲν τὴν φύσιν ποῦ εἶναι ἐπάνωθεν λογίζεται τζάκισμα, εἰς δὲ τὴν ὑποκάτωθέν του λογίζεται ἀκέραιον. ὡς ἐν παραδείγματι λέγομεν, ὅτι τὸ ἕνα κκκὶν εἰς μὲν ταῖς ὑποκάτωθεν αὐτοῦ φόλες λογίζεται ἀκέραιον, εἰς δὲ τὸ ἀπάνωθεν τοῦ ἄσπρου λογίζεται τζάκισμα (διατὶ τὸ ἕνα κουκκὶ εἶναι 5 φόλες, καὶ ἡ μία φόλα εἰς τὸ κκκὶν λογίζεται ἕνα πέμπτον ἤγουν $\frac{1}{5}$ τὸ δὲ κουκκὶ εἰς τὸ ἄσπρον λογίζεται ἕνα ὄγδοον (ἤγουν $\frac{1}{8}$ (διατὶ ὀκτὼ κουκκία εἶναι ἕνα ἄσπρον) καὶ ἰδοὺ ποῦ λογίζεται τὸ κκκὶν εἰς μὲν ταῖς φόλες, ἀκέραιον, εἰς δὲ τὸ ἄσπρον τζάκισμα. ὁμοίως πάλιν τὸ ἄσπρον, εἰς μὲν τὰ ὑποκάτωθεν αὐτοῦ κουκκία λογίζεται ἀκέραιον, εἰς δὲ τὸ φλουρίν, λογίζεται τζάκισμα. ἤγουν τὸ ἄσπρον εἰς τὸ φλου-

Σημείωσαι.

φλωρὶν ἕνα ἑξηκοστὰ κόμματον ἤγουν $\frac{1}{60}$ διατὶ 60 ἄσπρα εἶναι ἕνα φλωρίν. Ὁμοίως καὶ τὸ φλωρὶν εἰς ἕνα πράγμα ὁποῦ ἔχει κατάλογον φλουρία 15 ἰδοὺ καὶ αὐτὸ πάλιν λογίζεται τζάκισμα καὶ ἀκέραιον. ἤγουν πρὸς μὲν τὰ ἄσπρα λέγεται ἀκέραιον, εἰς δὲ τὸ ἀπαιτηθέντου ἤγουν ἐκείνου ποῦ ἔχει 15 φλωρία λογίζεται τζάκισμα ἤγουν $\frac{1}{15}$. Τὸ λοιπὸν ἰδοὺ τὸ καθ' ἕνα ἀκέραιον ποῦ λογίζεται ἀκέραιον καὶ τζάκισμα. Ὁμοίως καὶ κάθε ἀριθμὸς πρὸς μὲν τὸν μείζονα ἤγουν τὸν μεγαλύτερον ἀπ' αὐτὸν λογίζεται τζάκισμα. πρὸς δὲ τὸν ἐλάσσονα, ἤγουν ὅταν εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἄλλον λογίζεται ἀκέραιος.

Ἰδοὺ καὶ ἡ στρῶσις τῶν τζακισμάτων.

$\frac{1}{2}$ μισόν.
$\frac{1}{3}$ ἕνα τρίτον.
$\frac{2}{3}$ δύο τρίτα.

$\frac{1}{4}$ ἕνα τέταρτον.
$\frac{2}{4}$ δύο τέταρτα.
$\frac{3}{4}$ τρία τέταρτα.

$\frac{1}{5}$ ἕνα πέμπτον.
$\frac{2}{5}$ δύο πέμπτα.
$\frac{3}{5}$ τρία πέμπτα.
$\frac{4}{5}$ τέσσαρα πέμ.

$\frac{1}{6}$ ἕνα ἕκτον.
$\frac{2}{6}$ δύο ἕκτα.
$\frac{3}{6}$ τρία ἕκτα.
$\frac{4}{6}$ τέσσαρα ἕκτα.
$\frac{5}{6}$ πέντε ἕκτα.

$\frac{1}{7}$ ἕνα ἕβδομον.
$\frac{2}{7}$ δύο ἕβδομα.
$\frac{3}{7}$ τρία ἕβδομα.
$\frac{4}{7}$ τέσσαρα ἕβδο.
$\frac{5}{7}$ πέντε ἕβδομα.
$\frac{6}{7}$ ἕξι ἕβδομα.

$\frac{1}{8}$ ἕνα ὄγδοον.
$\frac{2}{8}$ δύο ὄγδοα.
$\frac{3}{8}$ τρία ὄγδοα.
$\frac{4}{8}$ τέσσαρα ὄγδοα.
$\frac{5}{8}$ πέντε ὄγδοα.
$\frac{6}{8}$ ἕξι ὄγδοα.
$\frac{7}{8}$ ἑπτὰ ὄγδοα.

$\frac{1}{9}$ ἕνα ἔνατον.
$\frac{2}{9}$ δύο ἔνατα.
$\frac{3}{9}$ τρία ἔνατα.
$\frac{4}{9}$ τέσσαρα ἔνατα.
$\frac{5}{9}$ πέντε ἔνατα.
$\frac{6}{9}$ ἕξι ἔνατα.
$\frac{7}{9}$ ἑπτὰ ἔνατα.
$\frac{8}{9}$ ὀκτὼ ἔνατα.

$\frac{1}{10}$ ἕνα δεκακόμματον.
$\frac{2}{10}$ δύο δεκακόμματα.
$\frac{3}{10}$ τρία δεκακόμματα.
$\frac{4}{10}$ τέσσαρα δεκακόμματα.
$\frac{5}{10}$ πέντε δεκακόμματα.
$\frac{6}{10}$ ἕξι δεκακόμματα.
$\frac{7}{10}$ ἑπτὰ δεκακόμματα.
$\frac{8}{10}$ ὀκτὼ δεκακόμματα.
$\frac{9}{10}$ ἐννέα δεκακόμματα.

$\frac{1}{2}$ μισόν.
$\frac{2}{4}$ καὶ αὐτὸ μισόν.
$\frac{3}{6}$ καὶ αὐτὸ μισόν.
$\frac{4}{8}$ καὶ αὐτὸ μισόν.
$\frac{5}{10}$ καὶ αὐτὸ μισόν.

$\frac{1}{3}$ ἕνα τρίτον.
$\frac{2}{6}$ καὶ αὐτὸ ἕνα τρίτον.
$\frac{3}{9}$ καὶ αὐτὸ ἕνα τρίτον.

$\frac{1}{4}$ ἕνα τέταρτον.
$\frac{2}{8}$ καὶ αὐτὸ ἕνα τέταρτον.

$\frac{3}{4}$ τρία τέταρτα.
$\frac{6}{8}$ καὶ αὐτὸ τρία τέταρτα.

$\frac{1}{5}$ ἕνα πέμπτον.
$\frac{2}{10}$ καὶ αὐτὰ ἕνα πέμπτον.

Σύναψις μὲ τὰ ἐλιμάτων. ἤγουν συμμερισμὸς μὲ τζακίσματα.

Κεφάλαιον. κβ΄.

Σύναψις τῶν ἐλημάτων εἶναι μία μέθοδος, τὴν ὁποίαν τὴν λέγουσιν οἱ ἰταλοὶ συμμὰ ῥιτὲ ῥότοι ἤγουν σμίξις τῶν τζακισμάτων· ἡ ὁποία μέθοδος συμμάρει ἤγουν ἀνταμόνει κάθε τζάκισμα τὸ λοιπὸν ἂν θέλῃς νὰ συμμάρῃς ἀκέραια καὶ τζακίσματα μὲ ἄλλα ἀκέραια καὶ τζακίσματα, ποίησον οὕτως.

οὕτως. Ἀνάλυσον τὰ πάντα καὶ κάμε τα μίας φύσιν, ἤγουν κάμε ὅλα τὰ ἀκέραια καὶ τὰ τζακίσματα, μίας φύσεως τζάκισμα καὶ ἂν θέλῃς νὰ τὰ κάμῃς μίας φύσεως, κάμε οὕτως· στρῶσε τὰ ψηφία εἰς τὴν τάξιν τους ὡσὰν εἶναι στρωμένα εἰς τὸ τέλος τῆς ἑρμηνείας. ἔπειτα ἄρχισε καὶ πολυπλασίασε τὰ ἀκέραια μὲ τὴν ῥίζαν τοῦ τζακίσματος, πρόσθες καὶ τὴν κορυφήν του. καὶ εἶτι εὕγουν τὰ γράψε ὑποκάτω εἰς τὴν γραμμήν. Πάλιν πολυπλασίασον καὶ τὸ ἄλλον μερτικόν. ἤγουν τὰ ἄλλα ἀκέραια μὲ τὴν ῥίζαν τοῦ τζακίσματος αὐτοῦ, πρόσθες καὶ τὴν κορυφήν του ἔπειτα ἔπαρε τὴν ῥίζαν τοῦ ἑνὸς μέρους. ἤγουν τοῦ πρώτου καὶ πολυπλασίασε ἐκεῖνα ποῦ εἶναι ὑποκάτω τῆς γραμμῆς τοῦ ἄλλου μερτικοῦ ἤγουν τοῦ δευτέρου. ὁμοίως πάλιν ἔπαρε τὴν ἄλλην ῥίζαν, ἤγουν τοῦ δευτέρου καὶ πολυπλασίασε ἐκεῖνα ποῦ εὐγῆκαν ὑποκάτω τῆς γραμμῆς καὶ πρώτου μέρους, καὶ οὕτως ἔγιναν μίας φύσεως. αὐτὰ γοῦν τὰ δύο μέρη [illegible] σύμμαζε καὶ εἶτι γένουν τὰ μέρισε, καὶ ὁ μεριστὴς εὑγαίνει πολυπλασιάζοντας ταῖς δύο ῥίζες καὶ εἶτι εὕγει εἰς τὸν μεριστὴν τόσον ἔγινε.

Τὸ λοιπὸν θέλομεν νὰ συμμάζωμεν $9\frac{1}{2}$ καὶ $7\frac{3}{4}$ καὶ τὰ ἐστρώσαμεν ὡς βλέπῃς εἰς τὸ τέλος τῆς ἑρμηνείας. ἔπειτα θέλομεν νὰ τὰ ἀναλύσωμεν ἤγουν νὰ τὰ κάμωμεν μίας φύσεως καὶ ἀρχίζομεν, καὶ πολυπλασιάζομεν τὸ ἀκέραιον μὲ τὴν ῥίζαν του τὰ 7 μὲ τὰ 4 καὶ λέγομεν 4 οἱ 7 γίνονται 28 καὶ ἡ κορυφὴ γίνονται 31 καὶ τὰ γράφομεν ὑποκάτω τῆς γραμμῆς, καὶ αὐτὰ λογίζονται τέταρτα. Ὁμοίως πάλιν πολυπλασιάζομεν καὶ τὸ ἄλλον μέρος. ἤγουν τὰ 9 μὲ τὰ 2 τὴν ῥίζαν του καὶ λέγομεν, 2 οἱ 9 γίνονται 18 καὶ εἶναι ἡ κορυφὴ γίνονται 19 καὶ τὰ γράφομεν ὑποκάτω τῆς γραμμῆς καὶ αὐτὰ εἶναι μισά. τώρα παίρνομεν τὴν ῥίζαν τοῦ πρώτου μέρους ἤγουν τὰ 2 καὶ πολυπλασιάζομεν τὸ δεύτερον μέρος, ἤγουν τὰ 31 καὶ γίνονται 62 καὶ πάλιν παίρνομεν τὴν ῥίζαν τοῦ δευτέρου μέρους ἤγουν τὰ 4 καὶ πολυπλασιάζομεν τὸ πρῶτον μέρος, ἤγουν τὰ 19 καὶ γίνονται 76 καὶ οὕτως ἔγιναν μιᾶς φύσεως ἤγουν 76 ὄγδοα, καὶ 62 ὄγδοα. τώρα συμμάζομεν τὰ δύο μέρη, ἤγουν τὰ 62 καὶ τὰ 76 καὶ γίνονται 138 πολυπλασιάζομεν γοῦν καὶ ταῖς δύο ῥίζες, ἤγουν τὰ 4 μὲ τὰ 2 καὶ γίνονται 8 καὶ αὐτὰ εἶναι ὁ μεριστής. τὸ λοιπὸν μερίζομεν τὰ 138 μὲ τὰ 8 καὶ εὑγαίνουν $17\frac{2}{8}$ τὰ ὁποῖα δύο ὄγδοα εἶναι $\frac{1}{4}$ ὡσὰν βλέπῃς. ἤγουν $9\frac{1}{2}$ καὶ $7\frac{1}{4}$ γίνονται $17\frac{2}{8}$ ἤγουν $\frac{1}{4}$.

Παράδειγμα, α.

3
7
4
31

1
9
2
19

$9\frac{1}{2}$ $7\frac{3}{4}$ ἡ κορυφή

$\frac{19}{2}$ $\frac{31}{4}$ ἡ ῥίζα.

66 62
62

ὁ μεριζόμενος 138 | 8 ὁ μεριστής.

0
0 ς 2
~~1~~ 3 8 | $17\frac{2}{8}$
88 | $\frac{1}{4}$

Ἐδῶ ἐμερίσαμεν καὶ ἐβγῆκαν 17. ἔμεινεν καὶ ἀπάνω 2. καὶ αὐτὰ λογίζονται δύο ὄγδοα. ἤγουν $\frac{2}{8}$ ἔσοντας καὶ εἶναι ὑποκάτω 8. ὁ μεριστής. ὡσαὶ κατὰ λόγον νὰ κόψωμεν ἕνα ἀκέραιον εἰς 8. μερτικά, καὶ νὰ ἀφήσωμεν τὰ 6. νὰ πάρωμεν τὰ 2. ἤγουν ἐκόψαμεν ἕνα ἄσπρον εἰς κικία, καὶ ἀφήσαμεν τὰ 6. καὶ ἐπήραμεν τὰ 2. Ἀκόμι ἤξευρε ὅτι ἡ δοκιμὴ τοῦ συμαρισμοῦ τῶν τζακισμάτων, εἶναι ὁ ὑφειλμὸς τῶν τζακισμάτων. ἤγουν ἔβγαλε ἀπὸ 17 $\frac{1}{4}$ τὰ 9 $\frac{1}{2}$ καὶ ἂν μείνουν 7 $\frac{1}{4}$ εἶναι σωστὴ εἰδ' ἔξα νὰ καμέτην.

Ὑφειλμὸς μὲ τζακίσματα. Κεφάλαιον. κγʹ.

Ὑφειλμὸς τῶν τζακισμάτων εἶναι μία μέθοδος, τὴν ὁποίαν λέγουσιν οἱ ἰταλοὶ σωτραεντέρουτοι. ἤγουν ξεχώρισις τῶν τζακισμάτων. ἡ ὁποία μέθοδος ξεχωρίζει κάθε τζάκισμα ἀπὸ ἄλλον. τὸ λοιπὸν ἂν θέλῃς νὰ ξεχωρίσῃς ἀκέραια καὶ τζακίσματα, ἀπὸ ἄλλα ἀκέραια καὶ τζακίσματα, ποίησον οὕτως. στρῶσε τὰ ψηφία ἤγουν τὰ περισσότερα εἰς τὸ ζερβὸ χέρι. τὰ δὲ ὀλιγότερα παρόμοιως εἰς τὸ δεξιὸν χέρι ὡσὰν βλέπῃς κάτωθεν εἰς τὸ τέλος τῆς ἑρμηνείας. ἔπειτα ἀνάλυσον καὶ τὰ δύο μερτικὰ καὶ κάμετα μίας φύσεως. ὡσὰν εἴπαμεν εἰς τὸν συμαρισμὸν ἄνωθεν. καὶ ὅταν ἀναλύσῃς αὐτὰ καὶ τὰ κάμῃς μίας φύσεως, ἔβγαλε τὰ ὀλιγότερα ἀπὸ τὰ περισσότερα. ἤγουν τοῦ δεξιοῦ χερίου ἀπὸ τοῦ ζερβοῦ. καὶ ὅτι μείνουν τὰ μέρισε καὶ ὅτι ἔβγῃ εἰς τὸν μερισμὸν αὐτὸ εἶναι. καὶ ὁ μεριστὴς ἐβγαίνει πο-
Παράδειγμα, αʹ. λυπλασιάζοντας ταῖς δύο ῥίζαις. τὸ λοιπὸν θέλομεν νὰ ξεχωρίσωμεν ἀπὸ τὰ 17 $\frac{1}{4}$ τὰ 9 $\frac{1}{2}$. δίχα νὰ κάμωμεν τὴν δοκιμὴν τοῦ ἄνωθεν σουμαρισμοῦ. καὶ ἐστρώσαμεν τὰ ψηφία εἰς τὴν τάξιν τους ὡσὰν τὰ βλέπῃς εἰς τὸ τέλος τῆς ἑρμηνείας. ἔπειτα θέλομεν νὰ τὰ κάμωμεν μίας φύσεως. καὶ τὰ κάμνωμεν, ὡσὰν καὶ εἰς τὸν σουμαρισμόν. ἤγουν πολυπλασιάζομεν τὰ 9. μὲ τὴν ῥίζαν τους, ἤγουν μὲ τὰ 2. καὶ γίνονται 18. καὶ εἶναι ἡ κορυφὴ γίνονται 19. καὶ τὰ γράφομεν ὑποκάτω τῆς γραμμῆς. ἔπειτα πολυπλασιάζομεν τὰ 17. μὲ τὴν ῥίζαν τους. ἤγουν σὲ τὰ 4. καὶ γίνονται 68. καὶ εἶναι ἡ κορυφὴ γίνονται 69. τώρα παίρνομεν τοῦ ἑνὸς μερτικοῦ τὴν ῥίζαν, ἤγουν τοῦ δεξιοῦ χερίου καὶ πολυπλασιάζομεν τὸ ἄλλον μερτικὸν ἤγουν παίρνομεν τὰ δύο καὶ πολυπλασιάζομεν, τὰ 69. καὶ γίνονται 138. ὁμοίως παίρνομεν τὴν ἄλλην ῥίζαν τοῦ ζερβοῦ χερίου, ἤγουν τὰ 4. καὶ πολυπλασιάζομεν τὸ ἄλλον μερτικόν. ἤγουν τὰ 19. καὶ γίνονται 76. καὶ αὐτὰ τὰ γράφομεν ὑποκάτω τῶν 138. τώρα ξεχωρίζομεν ἤγουν ἐβγάζομεν τὰ 76. ἀπὸ τὰ 138. καὶ μένουσιν 62. καὶ αὐτὰ τὰ μερίζομεν μὲ τὸν μεριστὴν καὶ ὁ μεριστὴς ἐβγαίνει πῶς πολυπλασιάζομεν ταῖς δύο ῥίζαις, καὶ λέγοντες 2. οἱ 4. γίνονται 8. τὸ λοιπὸν μερίζομεν τὰ 62. μὲ τὰ 8. καὶ ἐβγαίνουν 7 $\frac{6}{8}$ ἤγουν $\frac{3}{4}$ ὡσὰν βλέπῃς εἰς τὰ ψηφία.

17 $\frac{1}{4}$ 9 $\frac{1}{2}$ ο6

$\frac{69}{4}$ $\frac{19}{2}$ βζ 7 $\frac{6}{8}$ ἤγουν $\frac{3}{4}$

8

138 76 τὰ μισὰ τῶν $\frac{6}{8}$ εἶναι $\frac{3}{4}$

76 τὰ μισὰ τῶν 8 εἶναι 4

ὁ μεριζόμενος ο6α 8 ὁ μεριστής.

Γίνωσκε ὅτι ὁ ἄνωθεν ὀφειλμὸς εἶναι ἡ δοκιμὴ τοῦ συμμερισμοῦ καθὼς εἴπαμεν. εἶναι δὲ καὶ ὀφειλμός. ἤγουν ἐὰν τὶς ἄνθρωπος ἐχρεώσει ἄλλον ἀνθρώπῳ φλωρία 17 $\frac{1}{4}$ καὶ τοῦ ἔφερεν $\frac{1}{2}$ τί ἔμεινεν ἀκόμι νὰ τοῦ φέρῃ γίνεται δὲ ὁ λογαριασμὸς εἰς αὐτὸν τὸν τρόπον, ἤγουν ἔμεινεν νὰ τοῦ φέρῃ ἀκόμι, 16 $\frac{3}{4}$ ὡσὰν βλέπῃς.

Περὶ σχισμὸς καὶ πῶς σχίζονται τὰ τζακίσματα. Κεφ. κδ'.

Σχίσις τῶν τζακισμάτων, εἶναι μία μέθοδος, ἡ ὁποία φέρνει τὰ τζακίσματα ἀπὸ μεγάλην ὀνομασίαν εἰς μικρήν. καὶ αὐτὴ ἡ μέθοδος γίνεται εἰς τοῦτον τὸν τρόπον. ἤγουν ἐσυμμάραμεν ἄνωθεν εἰς τὸν συμμερισμὸν τῶν τζακισμάτων 9 $\frac{1}{2}$ καὶ 7 $\frac{1}{4}$ καὶ εὑγῆκαν εἰς τὸν μερισμὸν 17 $\frac{2}{8}$ τὸ λοιπὸν θέλομεν νὰ φέρομεν τὰ $\frac{2}{8}$ εἰς τὸ μικρότερον μέρος, ποῦ νὰ ἠμποροῦμεν, καὶ ἀρχίζομεν καὶ λέγομεν, τὰ μισὰ τῶν 2 εἶναι ἕνα ἤγουν 1 καὶ τὸ γράφομεν καὶ πάλιν λέγομεν τὰ μισὰ τῶν 8 εἶναι 4 καὶ τὰ γράφομεν καὶ αὐτὰ ὑποκάτω εἰς τὸ ἕνα ὡσὰν βλέπῃς $\frac{1}{4}$ καὶ αὐτὸ λέγεται ἕνα τέταρτον. Πάλιν κατὰ λόγον ἐμερίσαμεν μὲ 48 καὶ ἔμειναν ἐπάνω 32 γράφομεν καὶ αὐτὰ εἰς τοῦτον τὸν τρόπον $\frac{32}{48}$, καὶ αὐτὰ λογίζονται, τριάντα δύο τῶν σαράντα ὀκτὼ τὸ λοιπὸν θέλομεν νὰ τὰ σχίσωμεν εἰς τὸ μικρότερον μέρος ποῦ νὰ ἠμποροῦμεν, καὶ ἀρχίζομεν καὶ λέγομεν τὰ μισὰ τῶν 32 εἶναι 16 καὶ τὰ μισὰ τῶν 48 εἶναι 24 καὶ τὰ γράφομεν οὕτως $\frac{16}{24}$ καὶ αὐτὰ λογίζονται δεκαέξ τῶν εἰκοσιτεσσάρων. καὶ πάλιν λέγομεν. τὰ μισὰ τῶν 16 εἶναι 8 καὶ τὰ μισὰ τῶν 24 εἶναι 12 καὶ τὰ γράφομεν πάλιν οὕτως $\frac{8}{12}$ καὶ αὐτὰ λογίζονται ὀκτώ, τῶν δώδεκα. Πάλιν λέγομεν τὰ μισὰ τῶν 8 εἶναι 4 καὶ τὰ μισὰ τῶν 12 εἶναι 6 καὶ τὰ γράφομεν οὕτως $\frac{4}{6}$ καὶ αὐτὰ λογίζονται τέσσαρα ἕκτα. ἀκόμι λέγομεν τὰ μισὰ τῶν 4 εἶναι 2 καὶ τὰ μισὰ τῶν 6 εἶναι 3 καὶ τὰ γράφομεν οὕτως $\frac{2}{3}$. καὶ αὐτὰ λογίζονται δύο τρίτα, καὶ πλέον δὲν ἠμπορεῖ νὰ ἔλθῃ εἰς μικρότερον. διατὶ αὐτὰ εἴπαμεν τὰ μισὰ τῶν 2 εἶναι ἕνα. μὰ τὰ μισὰ τῶν τριῶν δὲν ἠμπορεῖ. καὶ ἔτσι ἀπὸ ἐτελείωσεν, καὶ ἔγινεν τὰ $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$. Ἀκόμι λέγομεν ὅτι τὸ ἄνωθεν σχίσιμον ἐμποροῦμεν, νὰ τὸ σχίσωμεν εἰς μίαν φοράν. ἤγουν ἠθέλαμεν εἰπεῖ, τὰ 16 τῶν 32

Παράδειγμα, α'.

$\frac{2}{8}$

$\frac{1}{4}$

Παράδειγμα, β'.

$\frac{32}{48}$ $\frac{16}{24}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{2}{3}$

$\frac{32}{48}\ \frac{2}{3}$ ἶναι 2 ἤγουν 2 φοραῖς 16 γίνονται 32 καὶ γράφομεν τὰ 2 καὶ πάλιν τὰ 16 τῶν 48 εἶναι 3 ἤγουν 3 φοραῖς 16 γίνονται 48 καὶ γράφομεν τὰ 3 ὑποκάτω τῶν 2 καὶ ἔγινεν $\frac{2}{3}$. Ἀκόμι ἔχομεν νὰ χίσομεν $\frac{9}{15}$ θέλομεν νὰ πάρομεν τὰ μισὰ καὶ δὲν ἠμποροῦμεν διατὶ λέγομεν τὰ μισὰ τῶν ἐννέα εἶναι $4\frac{1}{2}$ ἤγουν λέγομεν 2 οἱ 4 γίνονται 8 ἕως τὰ 9 θέλει ἕνα, καὶ διατοῦτο δὲν ἠμποροῦμεν. τὸ λοιπὸν πέρνομεν τὸ τρίτον, καὶ λέγομεν, τὸ τρίτον τῶν 9 εἶναι 3 καὶ τὸ τρίτο τῶν 15 εἶναι 5 καὶ ἔγινεν $\frac{3}{5}$ ἤγουν τρία πέμπτα. καὶ πάλιν ἔχομεν νὰ χίσομεν $\frac{25}{45}$ τὸ λοιπὸν θέλομεν νὰ πάρωμεν τὰ μισὰ καὶ δὲν ἠμποροῦμεν. διατὶ λέγομεν 2 οἱ 12 γίνονται 24 ἀπὸ τὰ 25 μένει ἕνα. πάλιν θέλομεν νὰ πάρωμεν τὸ τρίτον καὶ δὲν ἠμποροῦμεν διατὶ λέγομεν 3 οἱ 8 γίνονται 24 ἀπὸ τὰ 25 μένει ἕνα καὶ πάλιν θέλομεν νὰ πάρωμεν τὸ τέταρτον καὶ οὐδ᾽ αὐτὸ δὲν ἠμποροῦμεν, διατὶ λέγομεν 4 οἱ 6 γίνονται 24 ἀπὸ τὰ 25 μένει πάλιν ἕνα. τὸ λοιπὸν πέρνομεν τὸ πέμπτον καὶ εἶναι 5 διατὶ λέγομεν 5 οἱ 5 γίνονται 25 καὶ εἶναι σωστά, καὶ πάλιν τὸ πέμπτον τῶν 45 εἶναι 9 καὶ τὰ γράφομεν οὕτως $\frac{5}{9}$ καὶ αὐτὰ λογίζονται πέντε ἔννατα. ἤγουν τὰ $\frac{25}{45}$ εἶναι $\frac{5}{9}$ ὡς ἂν βλέπης. Ἀκόμι λέγομεν ὅτι ἔχομεν νὰ χίσωμεν $\frac{28}{49}$ διὰ αὐτὰ γοῦν πέρνομεν τὰ μισὰ τῶν 28 καὶ εἶναι 14 μὰ τὰ μισὰ τῶν 49 δὲν ἠμποροῦμεν. καὶ πάλιν πέρνομεν τὸ τέταρτον τῶν 28 καὶ εἶναι 7 μὰ τὸ τέταρτον τῶν 49 δὲν ἠμποροῦμεν. τὸ δὲ πέμπτον δὲν ἠμποροῦμεν, οὐδὲ τὸ ἕκτον τὸ λοιπὸν πέρνομεν τὸ ἕβδομον, καὶ λέγομεν. τὸ ἕβδομον τῶν 28 εἶναι 4 ἤγουν 4 οἱ 7 γίνονται 28 καὶ πάλιν τὸ ἕβδομον τῶν 49 εἶναι 7 ἤγουν 7 οἱ 7 γίνονται 49 καὶ σύγκαν σωστὰ ἐπάνω καὶ ὑποκάτω, καὶ τὰ γράφομεν οὕτως $\frac{4}{7}$ ὥστε τὰ $\frac{28}{49}$ ἔγιναν $\frac{4}{7}$ ὡς καθὼς βλέπεις. $\frac{28}{49}\ \frac{4}{7}$

Παράδειγμα, γ'. $\frac{9}{15}\ \frac{3}{5}$

Παράδειγμα, δ'. $\frac{25}{45}\ \frac{5}{9}$

Παράδειγμα, έ.

Ἑτέρα μέθοδος τοῦ χισμοῦ, καὶ πλέον βεβαιωτέρα. Κεφ. κέ.

Ἡ οὗτη ἄλλη μέθοδος τοῦ χισμοῦ εἶναι ὁ καθολικὸς τρόπος τῆς τέχνης, καὶ γίνεται εἰς τοῦτον τὸν τρόπον ἤγουν ἂν ἔχῃς τζάκισμα καὶ θέλεις νὰ τὸ φέρῃς εἰς τὸ μικρότερον ποῦ νὰ ἐμπορεῖς ποίησον οὕτως. μέρισε μὲ τὸ ἐπάνω μέρος τοῦ τζακισμάτου τὸ ὑποκάτω καὶ ὅτι μένει ἐπάνω μὲ αὐτὸ πάλιν ξαναμοίρασε τὸν μερισμὸν ποῦ ἐμοίρασες, καὶ πάλιν ἂν ἀπὸ μένει τίποτε ἐπάνω ξαναμοίρασε ἕως νὰ ἔλθῃ ἴσια, ἤγουν νὰ μὴ μένῃ τίποτε ἐπάνω, καὶ μετ᾽ ἐκεῖνον τὸν μερισμὸν ὅπου ἐμοίρασες καὶ σύγκεν ἴσια μοίρασε τὸ τζάκισμα, καὶ ὅτι συντόσον ἔγινεν. Θετέον θέλομεν νὰ χίσωμεν $\frac{60}{125}$ καὶ μερίζομεν τὰ ὑποκάτω μὲ τὰ ἐπάνω. ἤγουν τὰ 125 μὲ τὰ 60 καὶ ἔρχονται 2 καὶ μένουσιν καὶ 5 καὶ διὰ τὰ δύο δὲν μᾶς μέλει διατὶ δὲν μᾶς κάμνουν χρεία μόνον τὰ 5 ποῦ ἔμειναν, καὶ πάλιν μερίζ-

Παράδειγμα, ς'.

00 | 0 |
225 | 2 20 | 12
60 — 60
— 55

μερίζομεν τὸν μερισὴν, ἤγουν τὰ 60 μὲ τὰ 5 ποῦ ἔμειναι ἐπάνω, καὶ μένουν σωστὰ, ἤγουν δὲν μένει τίποτε ἀπάνω. τὸ λοιπὸν λέγομεν ὅτι ὁ καθολικὸς μεριστὴς εἶναι τὰ 5 μερίζομεν γοῦν τὸ τζάκισμα, μὲ τὰ 5 ἀπὸ μὲν τὰ 60 εὐγένουν 12 ἀπὸ δὲ τὰ 125 εὐγένουν 25 τὸ λοιπὸν τὰ $\frac{60}{125}$ ἔγιναν $\frac{12}{25}$. Ἀκόμι λέγομεν ὅτι ἔχομεν νὰ ξίσωμεν τὰ $\frac{945}{1260}$ μερίζομεν πάλιν τὰ 1260 μετὰ 945 καὶ εὐγαίνει εἰς τὸν μεριστὴν ἕνα, καὶ μένουσιν καὶ 315 καὶ μὲ αὐτὰ ποῦ ἔμειναι μερίζομεν πάλιν τὸν μεριστὴν. ἤγουν μὲ τὰ 315 τὰ 945 ποῦ ἐμερίσαμεν, καὶ εὐγῆκαι σωστά. ἤγουν δὲν ἔμεινεν τίποτε. τὸ λοιπὸν ὁ καθολικὸς ὁ μεριστὴς εἶναι τὰ 315 μερίζομεν γοῦν τὰ 945 μὲ τὰ 315 καὶ εὐγαίνει 3 καὶ αὐτὰ γράφομεν. καὶ πάλιν μερίζομεν καὶ τὰ 1260 μὲ τὰ 315 καὶ εὐγαίνουν 4 καὶ τὰ γράφομεν ὑποκάτω εἰς τὰ 3 ὡσὰν βλέπεις $\frac{3}{4}$ καὶ αὐτὰ λέγονται τρία τέταρτα. καὶ τόσον ἔγιναν τὰ $\frac{945}{1260}$. Ἀκόμι λέγομεν, ὅτι ἔχωμεν νὰ ξίσωμεν ἄλλον τζάκισμα $\frac{2873}{5304}$ πάλιν μερίζομεν μὲ τὰ ἀπάνω τὰ ὑποκάτω. ἤγουν τὰ 5304 μὲ ταῖς 2873 καὶ ἔμειναι 2431 καὶ πάλιν μερίζομεν τὸν μεριστὴν μὲ ἐκεῖνα ποῦ ἔμειναν ἤγουν τὰ 2873 μὲ τὰ 2431 καὶ μένουσιν 442 τὸ λοιπὸν πάλιν μοιράζομεν τὸν μεριστὴν τὰ 2431 μὲ τὰ 442 ἤγουν ἐκεῖνα ποῦ ἔμειναι, καὶ μένουσιν 221 καὶ πάλιν μερίζομεν τὸν μεριστὴν τὰ 442 μὲ τὰ 221 ἤγουν ἐκεῖνα ποῦ ἔμειναι καὶ εὐγῆκαι σωστά. ἤγουν δὲν ἔμεινεν τίποτε τὸ λοιπὸν ὁ καθολικὸς ὁ μεριστὴς εἶναι αὐτά, ἤγουν τὰ 221 μερίζομεν γοῦν ταῖς 2873 μὲ τὰ 221 εὐγένουν 13 καὶ τὰ γράφομεν. ἔπειτα μερίζομεν καὶ ταῖς 5304 μὲ τὰ 221 καὶ εὐγαίνουν 24 καὶ τὰ γράφομεν ὑποκάτω εἰς τὰ 13 ὡσὰν βλέπεις $\frac{13}{24}$ ὥστε τὸ τζάκισμα τῶν $\frac{2873}{5304}$ ἔγινεν $\frac{13}{24}$ καὶ οὕτως κάμνε πάντα καὶ ποτὲ νὰ μὴν σφάλῃς.

```
0
χ0    12    000
60    25    χχ8
88          88
```

Παράδειγμα, ζ.

$\frac{945}{1260}$ μερίζομεν πάλιν.

```
 1          0
0325  |     0χ0   |
χχ60  |  1  0χ8   |  3
0χχ         χχ8
```

```
0            0
0χ0     3    00χ0
0χ8     4    χχ00
χχ8          χχ8
```

Παράδειγμα, η.

```
24       |  0442  |
χχ31     |  χ87χ  |  1
χχ04     | 1 χχχχ |
χ87χ
```

```
022   |     000  |
24χ1  |  5  χχχ  |  2
χχχ         χχχ
```

Σημειῶσαι ὅτι εἶναι τινὲς ἀριθμοὶ οἱ ὁποῖοι μένουσιν ἄξιστοι, ὥσπερ ὁ τῶν 7 καὶ ὁ τῶν 13 καὶ πάντες οἱ ὅμοιοι αὐτῶν.

```
00           0
0000         080
χ87χ    13   χ00χ
χχχχ    24   χχ0χ
χχ           χχχχ
             χχ
```

Ἕτερος συμαρισμὸς μὲ τζακίσματα. Κεφ. κϛʹ.

Παράδειγμα, βʹ.

Ἀκόμι ἔχομεν νὰ σουμαρώμεν 25 $\frac{3}{5}$ ϗ 32 $\frac{5}{8}$ στρώνομεν τὰ ψηφία εἰς τὴν τάξιν τους, ἔπειτα θέλομεν νὰ τὰ κάμωμεν μίας φύσεως. ϗ πολυπλασιάζομεν τὸ κάθε μερτικὸν μὲ τὴν ῥίζαν του. ϗ προσθέτομεν ϗ τὴν κορυφὴν του ἤγουν πολυπλασιάζομεν τὰ 32 μὲ τὰ 8 καὶ γίνονται 256 καὶ πέντε ἡ κορυφὴ γίνονται 261 καὶ πάλιν πολυπλασιάζομεν καὶ τὰ 25 μὲ τὰ 5 ϗ γίνονται 125 ϗ τρία ἡ κορυφὴ γίνονται 128 ἔπειτα πέρνομεν τὴν ῥίζαν τοῦ ζερβοῦ χεριοῦ ἤγουν τὰ 5 ϗ πολυπλασιάζομεν τὰ ψηφία τοῦ δεξιοῦ χεριοῦ ἤγουν τὰ 261 ϗ γίνονται 1305 ὁμοίως πέρνομεν τὴν ῥίζαν τοῦ δεξιοῦ χεριοῦ, ἤγουν τὰ 8 καὶ πολυπλασιάζομεν τὰ 128 ἤγουν τὰ ψηφία τοῦ ζερβοῦ χεριοῦ ϗ γίνονται 1024 τώρα σμίγομεν τὰ δύο μέρη, ἤγουν σουμάρομεν τὰ 1305 καὶ τὰ 1024 καὶ γίνονται 2329 αὐτὰ γοῦν τὰ μερίζομεν μὲ τὸν μεριστὴν, ἤγουν μὲ τὰ 40 ποῦ εὐγῆκεν ἀπὸ ταῖς δύο ῥίζες, ϗ εὐγῆκαν 58 $\frac{9}{40}$ ϗ τόσα εἶναι τὰ 25 $\frac{3}{5}$ ϗ τὰ 32 $\frac{5}{8}$ ὡσὰν βλέπεις.

000		25 $\frac{3}{5}$	32 $\frac{5}{8}$
$\cancel{2}\cancel{3}\cancel{2}9$	58 $\frac{9}{40}$	128	261
$\cancel{4}\cancel{0}0$		5	8
$\cancel{4}$		1024	
		1305	1305
		ὁ μεριζόμενος — 2329	40 ὁ μεριστής.

Ἕτερος ὑφειλμὸς καὶ ἡ δοκιμὴ τοῦ ἄνωθεν σουμαρισμοῦ. Κεφάλ. κζʹ.

Θέτέον θέλεις νὰ ξεχωρίσῃς, ἀπὸ τὰ 58 $\frac{9}{40}$ τὰ 25 $\frac{3}{5}$ διὰ νὰ κάμῃς τὴν δοκιμὴν τοῦ ἄνωθεν συμαρισμοῦ, ποίησον οὕτως. ἀνάλυσε τὰ πάντα ϗ τὰ κάμε μίας φύσεως καθὼς ἐδιδάχθης. ἔπειτα εὔγαλε τὰ ὀλιγότερα ἀπὸ τὰ περισσότερα, ϗ ὅσα μείνουν τὰ μέρισε. ϗ ὁ μεριστὴς εὐγαίνει πολυπλασιάζοντας τὲς δύο ῥίζαις. ϗ ὅσα εὔγουν εἰς τὸν μεριστὴν αὐτὰ εἶναι. λοιπὸν τὰ ἀναλύσαμεν ϗ τὰ ἐκάμαμεν ὅλα μίας φύσεως ϗ τὰ μὲν, 58 $\frac{9}{40}$ ἤγουν τοῦ μεριζομένου πόσου ἔγιναν 11645 τὰ δὲ 25 $\frac{3}{5}$ τοῦ μεριστοῦ εἶναι 5120 τὸ λοιπὸν κάμνομεν ὑφειλμὸν ἤγουν εὐγάζομεν ταῖς 5120 ἀπὸ τὲς 11645 ϗ μένουν 6525 ϗ αὐτὰ τὰ μερίζομεν μὲ τὸν μεριστὴν, ἤγουν μὲ 200 διατὶ πολυπλασιάζοντας τὲς δύο ῥίζαις τόσον γίνεται, ἤγουν 5 φορὲς 40 γίνονται 200 λοιπὸν μερίζομεν ταῖς 6525 μὲ 200 καὶ εὐγαίνουν 32 ϗ $\frac{125}{200}$ ϗ

Παράδειγμα, γʹ.

$\frac{125}{200}$ καὶ αὐτὰ εἶναι $\frac{5}{8}$ διότι λέγομεν τὸ πέμπτον τῶν 125 εἶναι 25 τὸ πέμπτον τῶν 200 εἶναι 40 καὶ πάλιν τὸ πέμπτον τῶν 25 εἶναι 5 καὶ τὸ πέμπτον τῶν 40 εἶναι 8 τὸ λοιπὸν τὰ $\frac{125}{200}$ γίνονται $\frac{5}{8}$ ὡσὰν βλέπεις.

58 $\frac{9}{40}$ 25 $\frac{3}{5}$

2329 / 40   128 / 5

11645
5120   5120

06525   200

01
6825 | 32 $\frac{125}{200}$ τὸ πέμπτον $\frac{25}{40}$
2000 | τὸ πέμπτον $\frac{5}{8}$
20

Ἕτερος συμμαρισμὸς δύο τζακισμάτων.
Κεφάλ. κη΄.

Θέτοντας ἔχεις νὰ συμμάρῃς δύο τζακίσματα, ποίησον οὕτως, στῆσε τὰ τζακίσματα ὡσὰν βλέπεις εἰς τὸ τέλος τῆς ἑρμηνείας. ἔπειτα πολυπλασίασον τοῦ δεξιοῦ χειρὸς τοῦ τζακίσματος τὴν ῥίζαν, μὲ τοῦ ζερβοῦ χειρὸς τὴν κορυφήν. ὁμοίως πάλιν πολυπλασίασε τοῦ ζερβοῦ χειρὸς τὴν ῥίζαν, μὲ τοῦ δεξιοῦ χειρὸς τὴν κορυφήν, καὶ εἴτι εὕγει τὰ συμμάρισε. ἔπειτα μέρισε, καὶ ὁ μεριστὴς εὐγαίνει πολυπλασιάζοντας ταῖς δύο ῥίζαις. καὶ εἴτι εὕγει εἰς τὸν μερισμὸν τόσον ἔγινεν. εἰδὲ καὶ εὕγῃ ὁ μεριστὴς ὀλιγώτερα παρὰ τὸν μεριζόμενον, ἔμεινεν πάλιν τζάκισμα. Τὸ λοιπὸν θέλομεν νὰ συμμάρωμεν $\frac{3}{5}$ καὶ $\frac{4}{7}$ καὶ τὰ στρώνομεν ὡσὰν βλέπεις, κάμνωμεν δὲ ἕνα σταυρόν, ἔπειτα πολυπλασιάζομεν τὰ 7 ποῦ εἶναι ἡ ῥίζα τοῦ τζακίσματος, τοῦ δεξιοῦ χειρὸς μετὰ 3 ποῦ εἶναι ἡ κορυφὴ τοῦ ζερβοῦ χειρὸς καὶ γίνονται 21 καὶ πάλιν πολυπλασιάζομεν τὰ 5 τὴν ῥίζαν τοῦ τζακίσματος τοῦ ζερβοῦ χειρὸς μετὰ 4 ἤγουν τὴν κορυφὴν τοῦ δεξιοῦ χειρός, καὶ γίνονται 20 ἔπειτα συμμάρομεν τὰ δύο μέρη. ἤγουν τὰ 21 καὶ τὰ 20 καὶ γίνονται 41 τώρα πολυπλασιάζομεν καὶ ταῖς δύο ῥίζαις, καὶ λέγομεν 5 οἱ 7 γίνονται 35 καὶ αὐτὸς εἶναι ὁ μεριστής. μερίζομεν γοῦν τὰ 41 μὲ τὰ 35 καὶ εὐγαίνει 1 $\frac{6}{35}$ καὶ τόσον ἔγιναν. τὸ λοιπὸν ἂν θέλῃς νὰ κάμῃς τὴν δοκιμὴν ὕφειλε τὰ $\frac{3}{4}$ ἀπὸ τὰ 1 $\frac{6}{35}$ καὶ εἰ μὲν μένουσιν $\frac{4}{7}$ εἶναι σωστή εἰδὲ ξαρᾶ καμέτην.

Παράδειγμα,

$\frac{3}{4}$ $\frac{7}{5}$

$\frac{3}{5}$ $\frac{4}{7}$ 0
  16

21   411 $\frac{6}{35}$
20   35

41
35

Ἕτερος ὑφειλμὸς καὶ ἡ δοκιμὴ τοῦ ἄνωθεν συμαρισμοῦ.
Κεφάλ. κθ΄.

Παράδειγμα.

$\frac{6}{35}$

$\frac{41}{35} \times \frac{3}{5}$

205

105

100

175

$\frac{4}{7}$

Θέλομεν τὸ λοιπὸν νὰ ὑφείλομεν ἀπὸ τὸ 1 $\frac{6}{35}$ τὰ $\frac{3}{5}$ διὰ νὰ κάμωμεν τὴν δοκιμὴν τοῦ ἄνωθεν συμαρισμοῦ, καὶ στρώνομεν τὰ ψηφία εἰς τὴν τάξιν τους. ἔπειτα πολυπλασιάζωμεν τὸ ἀκέραιον μὲ τὴν ῥίζαν του, ἤγουν τὰ 35 καὶ λέγομεν μία φορὰ 35 γίνονται 35 καὶ ἔξι ἡ κορυφή, γίνονται 41 καὶ αὐτὰ λογίζονται 41 τῶν 35 καὶ τὰ γράφομεν οὕτως $\frac{41}{35}$ ἔπειτα παίρνομεν τὰ $\frac{3}{5}$ καὶ τὰ πολυπλασιάζομεν σταυροειδῶς, ταῖς ῥίζαις μὲ ταῖς κορυφαῖς, ἤγουν πολυπλασιάζομεν τὰ 5 τὴν ῥίζαν μὲ τὰ 41 τὴν κορυφὴν, καὶ γίνονται 205 καὶ πάλιν πολυπλασιάζομεν τὰ 3 τὴν κορυφὴν μὲ τὰ 35 τὴν ῥίζαν, καὶ γίνονται 105 ὑφείλομεν γοῦν τὰ 105 ἀπὸ τὰ 205 καὶ μένουσιν 100 καὶ αὐτὰ εἶναι τὸ ἐπάνω μέρος τοῦ τζακίσματος. ἔπειτα πολυπλασιάζομεν καὶ τὰς δύο ῥίζαις, ἤγουν τὰ 35 μετὰ 5 καὶ γίνονται 175 καὶ αὐτὰ εἶναι τὸ ὑποκάτω μέρος τοῦ τζακίσματος. τὸ λοιπὸν ἐβγάζομεν ἀπὸ τὸ 1 $\frac{6}{35}$ τὰ $\frac{3}{5}$ καὶ ἔμειναν $\frac{100}{175}$ καὶ αὐτὰ εἶναι $\frac{4}{7}$ διατὶ λέγομεν τὸ εἰκοσιπέντε κόματον τῶν ἑκατὸν εἶναι 4 καὶ πάλιν τὸ εἰκοσιπέντε κόματον τῶν ἑκατὸν ἑβδομήντα πέντε, εἶναι 7 καὶ ἰδοὺ ποῦ ἔγιναν $\frac{4}{7}$ ὡσὰν βλέπεις.

$1\frac{6}{35} \quad \frac{41}{35} \times \frac{3}{5} \quad \frac{100}{175}$ τὸ εἰκοσιπέντε κόματον εἶναι $\frac{4}{7}$

35   5

175 ὁ μεριστής.

41   205

35   105

τὸ μεριζό. 100

Ἕτερος συμαρισμὸς μὲ τρία τζακίσματα.
Κεφάλ. λ΄.

Θέλοντας ἔχεις νὰ συμάρης $\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{3}{5}$ ποίησον οὕτως, συμάρισε πρῶτον τὸ $\frac{1}{2}$ & τὰ $\frac{2}{3}$ ἤγουν πολυπλασίασε ταῖς ῥίζαις μὲ ταῖς κορυφαῖς καὶ λέγε 1 φορὰ 3 γίνονται 3 καὶ 2 οἱ 2 γίνονται 4 ἔπειτα τὰ συμάρισε τὰ 4 καὶ τὰ 3 γίνονται 7 ἔπειτα πολυπλασίασον ταῖς δύο ῥίζες, ἤγουν τὰ 2 μετὰ 3 καὶ λέγε 2 οἱ 3 γίνονται 6 καὶ τὰ 7 γράψε ἐπάνω καὶ τὰ 6 ὑποκάτω. καὶ αὐτὰ λογίζονται ἑπτὰ, ἕκτα, ἤγουν $\frac{7}{6}$ πάλιν ἔπαρε καὶ τὸ ἄλλον τζάκισμα, ἤγουν τὰ $\frac{3}{5}$ καὶ τὸ βάλε σιμὰ εἰς τὰ $\frac{7}{6}$ ἔπειτα ἄρχισε καὶ πολυπλασίασε καὶ αὐτὰ σταυροειδῶς. ἤγουν ταῖς ῥίζαις μὲ ταῖς κορυφαῖς καὶ λέγε 5 οἱ 7 γίνονται 35 καὶ 3 οἱ 6 γίνονται 18 αὐτὰ γοῦν τὰ 18 καὶ τὰ 35

τὰ

τὰ συμάρισε καὶ γίνονται 53 καὶ αὐτὰ τὰ μέρισε καὶ ὁ μεριστὴς ἐβγαίνει ἀπὸ ταῖς τρεῖς ρίζαις, διότι ἐπολυπλασίασες τὰ 2 μὲ τὰ 3 καὶ ἔγιναι 6 τώρα πάλιν πολυπλασίασον τὰ 6 μὲ τὰ 5 ἤγουν μὲ τὴν ἄλλην ρίζαν καὶ γίνονται 30 καὶ αὐτὸς εἶναι ὁ μεριστής. μερίζοντας δὲ τὰ 53 μὲ τὰ 30 ἐβγαίνει 1 $\frac{23}{30}$ καὶ τόσον ἔγινεν.

2
~~53~~
~~30~~

1 $\frac{23}{30}$

$\frac{1}{2}$ X $\frac{2}{3}$

3
4

$\frac{2}{3}$ X $\frac{3}{5}$

35
18
53
30

Ἔχει δὲ καὶ ἄλλην μέθοδον ὁ ἄνωθεν λογαριασμός. ἐὰν θέλῃς νὰ τὰ συμάρῃς τὰ ἄνωθεν τρία τζακίσματα, ἤγουν τὸ $\frac{1}{2}$ καὶ τὰ $\frac{2}{3}$ καὶ τὰ $\frac{3}{5}$ ποίησον οὕτως εὑρὲ ἕνα μέρος ὁποῦ νὰ ἐβγάλῃς τὰ μισά, καὶ τὸ τρίτον, καὶ τὸ πέμπτον. ἐὰν θέλῃς νὰ εὕρῃς αὐτὸ τὸ μέρος, πολυπλασίασε ταῖς τρεῖς ρίζας, καὶ ἔτι τύχῃ αὐτὸ ἶναι τὸ μέρος. ἀπ' αὐτὸ γοῦν τὸ μέρος ἔπαρε τὰ μισά, καὶ τὰ δύο τρίτα, καὶ τὰ τρία πέμπτα, καὶ τὰ συμάρισε, καὶ ἔτι τύχῃ τὸ μέρισε, καὶ ὁ μεριστὴς εἶναι ἐκεῖνος ποῦ ἐβγῆκεν ἀπὸ ταῖς τρεῖς ρίζας. τὸ λοιπὸν πολυπλασιάζομεν ταῖς τρεῖς ρίζας οὕτως καὶ λέγομεν 2 φορὲς 3 γίνονται 6 καὶ 5 οἱ 6 γίνονται 30 καὶ αὐτὰ εἶναι ὁμοιρασεὶς καὶ τὸ μέρος. τὸ λοιπὸν πέρνομεν διὰ τὸ $\frac{1}{2}$ τὰ 15 ἤγουν τὰ μισὰ τῶν 30 καὶ εἶναι 15 καὶ τὰ γράφομεν εἰς μίαν μερίαν. καὶ πάλιν λέγομεν τὰ δύο τρίτα τῶν τριάντα εἶναι 20 καὶ τὰ γράφομεν καὶ αὐτὰ ὑποκάτω τῶν 15 καὶ πάλιν πέρνομεν τὰ τρία πέμπτα διὰ τὰ $\frac{3}{5}$ καὶ αὐτὰ εἶναι 18 διὰ τί λέγομεν τὸ πέμπτον τῶν 30 εἶναι 6 λοιπὸν 3 οἱ 6 γίνονται 18 καὶ τὰ γράφομεν καὶ αὐτὰ ὑποκάτω τῶν 20 ἔπειτα συμάρομεν καὶ τὰ τρία μέρη. ἤγουν τὰ 15 τὰ 20 καὶ τὰ 18 καὶ γίνονται 53 καὶ αὐτὰ τὰ μερίζομεν μὲ τὰ 30 ἤγουν τὸν μεριστὴν καὶ ἐβγῆκεν 1 $\frac{23}{30}$ καὶ τόσον ἔγινεν.

Σημείωσαι τὴν αὐτὴν σύναψιν καὶ ἀλλιοτρόπως.

Παράδειγμα τῆς αὐτῆς.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$
6

30	τὰ μισὰ εἶναι	15	2	1 $\frac{23}{30}$
	τὰ δύο τρίτα	20	~~53~~	
	τὰ τρία πέμπτα	18	~~30~~	
		53		

30 — ὁ μεριστής, καὶ τὸ μέρος.

Ἕτερος συμαρισμὸς μὲ ἀκέραια καὶ μὲ τζακίσματα εἰς ἄλλον τρόπον. Κεφάλ. λά.

Θετίον ἔχεις νὰ σουμάρῃς 125 $\frac{1}{6}$ καὶ 235 $\frac{4}{7}$ δὲν κάμνει χρεία νὰ τὰ ἀναλύσῃς ὅλα τὰ ἀκέραια διατὶ εἶναι κόπος. μόνον ποίησον

τας

τας. συμμάζωσε τὰ $\frac{5}{6}$ καὶ τὰ $\frac{4}{7}$ ἔπειτα πάλιν συμμάζωσε τὰ ὅλα ἀντάμα καὶ ἔτι εὑγαίνει αὐτὸ εἶναι. τὸ λοιπὸν θέλομεν νὰ συμμάρομεν τὰ 125. $\frac{5}{6}$ καὶ τὰ 235 $\frac{4}{7}$ καὶ συμμάρομεν μόνον τὰ $\frac{5}{6}$ καὶ γίνονται 1 $\frac{17}{42}$ τώρα βάζομεν τὰ 125 καὶ τὰ 235 καὶ τὸ ἕνα, καὶ τὰ $\frac{17}{42}$ καὶ τὰ συμμάρομεν, καὶ γίνονται 361 $\frac{17}{42}$ ὥσαν βλέπεις καὶ εὑγῆκαν εἰς τὰ ψηφία.

125 $\frac{5}{6}$ 235 $\frac{4}{7}$ —— 5 4 / 6 7 17 / ~~88~~ ~~42~~ | 1 $\frac{17}{42}$

συμμάζωσε 125
235
1 $\frac{17}{42}$ ὁ μερι(ζ)όμενος
—————
361 $\frac{17}{42}$

35
24
——
59
42 ὁ μεριστής.

Ἐρώτησις.

ΚΑὶ ὀχ᾽ ἄτι ἔμπροσθεν ἐδιδάχθημεν ὅτι ὅλα νὰ τὰ ἀναλύομεν, ἔπειτα νὰ συμμάρωμεν. καὶ τώρα λέγεις ὅτι δὲν κάμνει χρεία νὰ ἀναλύωμεν οὐδένα ἀκέραιον μόνον νὰ συμμάρωμεν τὰ τζακίσματα. Ἤξευρε ὅτι ἐκεῖθεν τὸ εἴπαμεν διὰ νὰ καταλάβῃ ὁ κάθε εἷς τὴν φύσιν τῆς τέχνης καὶ

Ἀπόκρισις.

οὕτως διδάσκουσι καὶ οἱ διδάσκαλοι τοὺς μαθητὰς, διὰ νὰ λεπτύνεται ὁ νοῦς αὐτῶν μα εἰς εὐκολίαν εἶναι περισσότερον εὔκολος οὗτος. μὰ τόσον εἶναι ὁ εἷς ὥσαν καὶ τὸν ἄλλον.

Ἔπρος ὑφειλμὲς καὶ ἡ δοκιμὴ τοῦ ἄνωθεν συμμαρισμοῦ. Κεφ. λβ.

ΘΕπίον εἷς ἄνθρωπος ἐχρεώστει ἄσπρα 361 $\frac{17}{42}$ καὶ ἔδωσεν 125 $\frac{5}{6}$ τί χρεωστεῖ ἀκόμη. κάμε ὥσαν καὶ τὸν ἄνωθεν συμμαρισμόν. ἤγουν μηδὲν τὰ ἀναλύσῃς ὅλα διὰ τὸν κόπον, μόνον εὕγαλε τὰ $\frac{5}{6}$ ἀπὸ τὰ $\frac{17}{42}$ καὶ ἔσονται καὶ δὲν ἠμποροῦν τὰ $\frac{5}{6}$ νὰ εὐγοῦν ἀπὸ τὰ $\frac{17}{42}$ ἔπαρε καὶ ἕνα ἀκέραιον καὶ σμίξετα καὶ ἀπ᾽ αὐτὰ εὕγαλε τὰ $\frac{5}{6}$ εὐγάζοντας γοῦν τὰ $\frac{5}{6}$ ἀπὸ τὰ 1 $\frac{17}{42}$ μένουν $\frac{144}{252}$ καὶ αὐτὰ εἶναι $\frac{4}{7}$. καὶ πάλιν ὕφειλε τὰ 125 ἀπὸ τὰ 360 καὶ μένουν 235 καὶ ἰδοὺ καθὼς τὸν ἄνωθεν λογαριασμὸν εὐγάζοντας τὰ 125 $\frac{5}{6}$ ἀπὸ τὰ 361 $\frac{17}{42}$ ἔμειναν 235 $\frac{4}{7}$ ὥσαν βλέπεις καὶ εἰς τὰ ψηφία.

361 $\frac{17}{42}$ 125 $\frac{5}{6}$ πέρνομεν 1 $\frac{17}{42}$ $\frac{59}{42}$ 5 / 59 42 6

360 —— 1 $\frac{17}{42}$
125 —— $\frac{5}{6}$
——
235 $\frac{4}{7}$

354 τὸ τέταρτον.
210
——
144 τὸ ἔνατον.
——
252

144
252
——
$\frac{36}{63}$
$\frac{4}{7}$

Σημειῶσαι

Ἔχε πάντοτε εἰς τὸν νοῦν σου ὅταν θέλῃς νὰ ὑφείλῃς τζάκισμα καὶ ἀκέραια ἀπὸ ἄλλα ἀκέραια καὶ τζάκισμα. ὕφελε μόνον τὸ τζάκισμα ἀπὸ τὸ τζάκισμα ὥσαν εἴπαμεν ἄνωθεν θετέον πάλιν λέγομεν. εἷς ἄνθρωπος ἐχρεώστει

ἄσπρα

247 $\frac{1}{4}$ κὴ ἔφερεν 245 $\frac{1}{2}$ τὶ χρεωςεῖ ἀκόμι νὰ φέρη ἐβγάζομεν ἀπὸ τὰ $\frac{1}{4}$ τὰ $\frac{1}{2}$ κὴ μένουν $\frac{2}{20}$ κὴ πάλιν ἐβγάζομεν, ἤγουν ὑφείλομεν ἀπὸ τὰ 247 τὰ 245 καὶ μένουσιν 2 καὶ αὐτὰ χρεωςεῖ νὰ φέρη ἀκόμι. ἤγουν 2 $\frac{7}{20}$ εἰδὲ τύχη τὸ τζάκισμα μεγαλώτερον ἐκεῖνον ποῦ ἔφερεν δανείζει πάντα ἕνα κὴ ἀναλύεται διὰ νὰ πληρώσης ὡσὰν εἴπαμεν ἄνωθεν. Παράδειγμα.

τὰ ἔχρεωςεν 247 —— $\frac{3}{4}$ —— 3 ✕ 2 $\frac{7}{20}$

τὰ ἔφερεν 245 —— $\frac{2}{5}$ 4 ✕ 5

τὰ χρεωςεῖ 002 —— $\frac{7}{20}$

15

8

$\frac{7}{20}$

Πολυπλασιασμὸς μὲ τζακίσματα κὴ τί ἐςὶ πολυπλασιασμὸς τζακισμάτων. Κεφ. λγ'.

Πολυπλασιασμὸς τῶν τζακισμάτων εἶναι μία μέθοδος, ἡ ὁποία μέθοδος πολυπλασιάζει κάθε μέρος. ἤγουν ἀκέραια κὴ τζάκισμα, μὲ ἄλλα ἀκέραια κὴ τζάκισμα. ἢ ἀκέραια μόνον μὲ ἀκέραια κὴ τζάκισμα ἢ ἀκέραια μὲ τζάκισμα, μὲ ἄλλον τζάκισμα. τὴν ὁποίαν μέθοδον τὴν λέγουσιν οἱ ἰταλοὶ μολτιπλικὰρ ντερότι. ἤγουν πολυπλασιασμὸς τῶν τζακισμάτων. Λοιπὸν ἂν θέλης νὰ πολυπλασιάσης ἀκέραια κὴ τζάκισμα, μὲ ἄλλα ἀκέραια κὴ τζάκισμα ποίησον οὕτως γρῶσε τὰ ψηφία εἰς τὴν τάξιν τους ὡσὰν τὰ βλέπεις εἰς τὸ τέλος τῆς ἑρμηνείας. ἔπειτα πολυπλασίασε τὸ κάθε μερτικὸ τὰ ἀκέραια μὲ τὴν ρίζαν του. κὴ πρόσθες κὴ τὴν κορυφήν του. ἔπειτα τὰ πολυπλασίασε αὐτά μα, κὴ ὅσα γίνουν τὰ μέρισε, κὴ ὁ μεριςὴς ἐβγαίνει πολυπλασιάζοντας τὰς δύο ρίζες, καὶ ἐπιτυγχάνει εἰς τὸ μέρος τόσον ἔγινεν. Θετέον ἔχομεν νὰ πολυπλασιάσομεν 4 $\frac{1}{2}$ μὲ 5 $\frac{1}{2}$ ἀρχίζομεν καὶ πολυπλασιάζομεν τὴν ρίζαν τοῦ τζακίσματος μὲ τὰ ἀκέραια, καὶ λέγομεν οὕτως 2 οἱ 5 γίνονται 10 καὶ ἕνα ἡ κορυφὴ γίνονται 11 κὴ τὰ γράφομεν πάλιν πολυπλασιάζομεν καὶ τὸ ἄλλο μέρος καὶ λέγομεν 2 ἢ 4 γίνονται 8 κὴ ἕνα ἡ κορυφὴ γίνονται 9 τώρα πολυπλασιάζομεν τὰ δύο μέρη, ἤγουν τὰ 11 μετὰ 9 κὴ γίνονται 99 καὶ αὐτὰ εἶναι ὁ μεριζόμενος ποσός. ὁμοίως πολυπλασιάζομεν κὴ τὰς δύο ρίζας, κὴ λέγομεν 2 οἱ 2 γίνονται 4 καὶ αὐτὸς εἶναι ὁ μεριςής. μερίζομεν γοῦν τὰ 99 μὲ τὰ 4 κὴ ἐβγαίνουν 24 $\frac{3}{4}$ κὴ τόσον ἔγινεν. Παράδειγμα α'.

5 $\frac{1}{2}$ —— 4 $\frac{1}{2}$

11 —— 9

2 —— 2

ὁ μεριζόμενος. 99 4 ὁ μεριςής.

0

~~13~~

~~99~~ | 24 $\frac{3}{4}$

~~44~~

Ἡ ἐξάρα

Σημείω-σαι. Ηξεύρε ότι η δοκιμή του πολυπλασιασμού των τζακισμάτων είναι ο μερισμός των τζακισμάτων. Και αν θέλης να κάμης την δοκιμήν μέρισε, τα 24 $\frac{1}{4}$ με τα, 4 $\frac{1}{2}$ και αν εύγουν 5 $\frac{1}{2}$ είναι σωστή, ειδέ ξανακάμετην.

Μερισμός με τζακίσματα, και τί εστί μερισμός τζακισμάτων, και η δοκιμή του άνωθεν πολυπλασιασμού. Κεφάλ. λδ'.

Μερισμός των τζακισμάτων είναι μία μέθοδος η οποία μέθοδος μερίζει κάθε μέρος ήγουν ακέραια και τζάκισμα, με άλλα ακέραια και τζάκισμα ή ακέραια μόνον, με ακέραια και τζάκισμα ή ακέραια, με τζάκισμα μόνον, ή τζάκισμα με άλλον τζάκισμα. την οποίαν μέθοδον την λέγουσιν οι Ιταλοί παρτίρ ντιρότοι ήγουν μερισμός των τζακισμάτων. Το λοιπόν αν θέλης να μερίσης ακέραια και τζάκισμα, με άλλα ακέραια, και τζάκισμα, ποίησον ούτως. στώσε τα ψηφία εις την τάξιν της, ώσαν τα βλέπεις, εις το τέλος της ερμηνείας, ήγουν τον μεριζόμενον ποσόν ζερβά, τον δε μεριστήν δεξιά. έπειτα ανάλυσον αυτά και τα κάμε μίας φύσεως, ώσαν και εις τον συμαρισμόν ήγουν πολυπλασίασον τα ψηφία του μεριστού με την ρίζαν του και πρόσθες και την κορυφήν του, και ό,τι εύγη τα γράφε. έπειτα πάλιν πολυπλασίασον και τον μεριζόμενον ποσόν με την ρίζαν του, και πρόσθες και την κορυφήν του, και ό,τι εύγη τα γράφε, έπειτα έπαρε την ρίζαν του μεριστού και πολυπλασίασε, τον μεριζόμενον. και πάλιν έπαρε την ρίζαν του μεριζομένου και πολυπλασίασε, τον μεριστήν, και ούτως έγιναν μίας φύσεως. έπειτα μέρισε τον μεριζόμενον με τον μεριστήν, και ό,τι εύγη τόσον είναι.

Παράδειγμα, ά. Λοιπόν θέλομεν να μερίσωμεν τα 24 $\frac{3}{4}$ με τα 4 $\frac{1}{2}$ διά να κάμωμεν την δοκιμήν του άνωθεν συμαρισμού, και στώνομεν τα ψηφία εις την τάξιν της, ώσαν τα βλέπεις εις το τέλος της ερμηνείας. ήγουν τον μεριζόμενον ζερβά. τον δε μεριστήν δεξιά. έπειτα αρχίζομεν και πολυπλασιάζομεν τον μεριστήν με την ρίζαν του, ήγουν με τα 2 και λέγομεν 2 οι 4 γίνονται 8 και ένα η κορυφή γίνονται 9 και αυτά τα γράφομεν. πάλιν πολυπλασιάζομεν τον μεριζόμενον ποσόν με την ρίζαν του. ήγουν τα 24 με τα 4 και γίνονται 96 και τρία η κορυφή γίνονται 99 τώρα παίρνομεν την ρίζαν του μεριστού, και πολυπλασιάζομεν τον μεριζόμενον ήγουν παίρνομεν τα 2 και πολυπλασιάζομεν τα 99 και γίνονται 198 και τόσα έγινεν ο μεριζόμενος ποσός. πάλιν παίρνομεν την ρίζαν του μεριζομένου ποσού, ήγουν τα 4 και πολυπλασιάζομεν τον μεριστήν, ήγουν τα 9 και γίνονται 36 και τόσα έγινεν ο μεριστής. το λοιπόν μερίζομεν τα 198 με τα 36 και εύγαίνουν 5 $\frac{1}{2}$ ώσαν βλέπεις εις τα ψηφία, και είναι σωστός ο άνωθεν πολυπλασιασμός.

$24\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$	1	
$\frac{99}{4}$	$\frac{9}{2}$	0#	
		x98	$5\frac{18}{36}$

ὁ μοιραζόμενος. 198 ..... 36. ὁ μοιραστής. 36.

Ακόμι γίνωσκε ὅτι ἡ δοκιμὴ τοῦ μοιρασμοῦ πάλιν εἶναι ὁ πολυπλασιασμὸς, ὡσαύτως καὶ ὁ πολυπλασιασμὸς τοῦ μοιρασμοῦ. Σημείωσαι.

Ἕτερος πολυπλασιασμὸς μὲ τζακίσματα. Κεφ. λε.

Θέτοντας ἔχεις νὰ πολυπλασιάσῃς $26\frac{1}{4}$ πρὸς $17\frac{5}{6}$ κάμε καὶ αὐτοῦ ὁμοίως. ἤγουν πολυπλασίασον τὰ 17 μὲ τὴν ῥίζαν της. ἤγουν μὲ τὰ 6 καὶ γίνονται 102 καὶ 5 ἡ κορυφὴ γίνονται 107 πάλιν πολυπλασίασε καὶ τὰ 26 μὲ τὴν ῥίζαν της, ἤγουν μὲ τὰ 4 καὶ γίνονται 104 καὶ 3 ἡ κορυφή της, γίνονται καὶ αὐτὰ 107 καὶ πάλιν πολυπλασίασον αὐτὰ 107 μὲ τὰ ἄλλα 107 καὶ γίνονται 11449 καὶ αὐτὰ εἶναι ὁ μοιραζόμενος ποσός. ἔπειτα πολυπλασίασον τὰς δύο ῥίζας, ἤγουν τὰ 4 μὲ τὰ 6 καὶ γίνονται 24 καὶ αὐτὸς εἶναι ὁ μοιραστής. ἔπειτα μοίρασε τὴν ὁμάδα ἤγουν τὰ 11449 μὲ τὰ 24 καὶ γίνονται $477\frac{1}{24}$ ὡσαύτως βλέπεις εἰς τὰ ψηφία, καὶ τόσον ἔγινεν. ἤγουν πῆχες πανὶ $26\frac{1}{4}$ πρὸς ἄσπρα $17\frac{5}{6}$ τὴν κάθε πῆχυν ἔχουν ἄσπρα $477\frac{1}{24}$. Παράδειγμα, ζ'.

$26\frac{1}{4}$	$17\frac{5}{6}$	0x0	
107 —— 107		xxx	
4 —— 6		0x8x1	
749	24. ὁ μοιραστής	xxxxx	$477\frac{1}{24}$
1070		xxx	
ὁ μοιραζόμενος. 11449		xx	

Ἄλλος μοιρασμὸς μὲ τζακίσματα, καὶ ἡ δοκιμὴ τοῦ ἄνωθεν πολυπλασιασμοῦ. Κεφ. λϛ'.

Ἂν θέλῃς νὰ κάμῃς τὴν δοκιμὴν τοῦ ἄνωθεν πολυπλασιασμοῦ, μοίρασε τὰ $477\frac{1}{24}$ μὲ τὰ $26\frac{1}{4}$ καὶ ἂν εὕρῃς $17\frac{5}{6}$ εἶναι σωστὴ εἰδὲ ξανὰ κάμετην. Τὸ λοιπὸν ἂν θέλῃς νὰ τὰ μοιράσῃς ποίησον οὕτως. πολυπλασίασον τὸν μοιραστὴν μὲ τὴν ῥίζαν του. ἤγουν τὰ 26 μὲ τὰ 4 καὶ γίνονται 104 καὶ 3 ἡ κορυφή, γίνονται 107 ἔπαρε καὶ τοῦ μοιραζομένου ποσοῦ τὴν ῥίζαν. ἤγουν τὰ 24 καὶ πολυπλασίασον πάλιν τὰ 107 ἤγουν τὸν μοιραστήν, καὶ γίνονται 2568 ἔπειτα πολυπλασίασε καὶ τὸν μοιραζόμενον ποσόν, ἤγουν τὰ 477 μὲ τὴν Παράδειγμα, β'.

ῥίζαν.

ῥίζαντες τὰ 24. καὶ γίνονται 11448. καὶ εἶναι ἡ κορυφὴ γίνονται 11449. καὶ πάλιν ἔπαρε καὶ τὴν ἄλλην ῥίζαν τοῦ μερισμοῦ, ἤγουν τὰ 4. καὶ πολυπλασίασε ταῖς 11449. καὶ γίνονται 45796. καὶ τόσος ἔγινεν ὁ μεριζόμενος ποσὸς μοίρασε γοῦν καὶ ταῖς 45796 μὲ τὸν μεριστὴν, ταῖς 2568 καὶ εὐγαίνουν 17 $\frac{2140}{2568}$ ἤγουν $\frac{5}{6}$ καὶ εἶναι σωστὸς ὁ ἄνωθεν πολυπλασιασμός.

477 $\frac{1}{24}$ μὲ 26 $\frac{3}{4}$

11449 107

24 4

45796 2568

214
0888
20220
45796 | 17 $\frac{2140}{2568}$ ἤγουν $\frac{5}{6}$
25688
256

Ἕτερος πολυπλασιασμὸς ἀκέραια, μὲ ἀκέραια καὶ τζάκισμα.

Κεφάλαιον. λζ.

Θ Ἐτίον ἔχεις νὰ πολυπλασιάσης ἀκέραια, μὲ ἄλλα ἀκέραια καὶ τζάκισμα, ποίησον οὕτως. πολυπλασίασον πρῶτον ἐκεῖνο τὸ μέρος ποῦ ἔχει τὸ τζάκισμα μὲ τὴν ῥίζαν του, καὶ πρόσθες καὶ τὴν κορυφήν του. ἔπειτα πολυπλασίασον τὰ δύο μέρη, καὶ μέρισε μὲ τὴν ῥίζαν, καὶ ὅτι εὐγῆ τόσον ἔγινεν. Τὸ λοιπὸν θέλομεν νὰ πολυπλασιάσωμεν 148 μὲ 25 $\frac{1}{2}$ καὶ πολυπλασιάζομεν τὰ 25 μὲ τὰ 2 τὴν ῥίζαν καὶ γίνονται 50 καὶ εἶναι ἡ κορυφὴ γίνονται 51 πάλιν πολυπλασιάζομεν τὰ 148 μὲ τὰ 51 καὶ γίνονται 7548 καὶ αὐτὰ τὰ μερίζομεν μὲ τὰ 2. ἤγουν μὲ τὴν ῥίζαν καὶ εὐγαίνουν 3774 καὶ τόσα ἔγιναν.

Παράδειγμα γ΄.

148 πρὸς 25 $\frac{1}{2}$

51 51

148

740

7548

00
2200 |
7548 | 3774
2222

Ἕτερος μερισμὸς ἀκέραια μὲ ἀκέραια καὶ τζάκισμα, καὶ ἡ δοκιμὴ τοῦ ἄνωθεν πολυπλασιασμοῦ. Κεφ. λη΄.

Ὁ Μοίως πάλιν ἂν θέλης νὰ μερίσης ἀκέραια, μὲ ἀκέραια καὶ τζάκισμα ποίησον οὕτως. πολυπλασίασον πρῶτον τὸ μέρος ποῦ ἔχει τὸ τζάκισμα μὲ τὴν ῥίζαν του, καὶ πρόσθες καὶ τὴν κορυφήν του. καὶ πάλιν πολυπλασίασον μὲ αὐτὴν τὴν ῥίζαν καὶ τὸ ἄλλο μέρος ἔπειτα μέρισε. καὶ ὅτι εὐγῆ αὐτὸ εἶναι. Τὸ λοιπὸν θέλομεν νὰ μερίσωμεν ταῖς 3774 μὲ τὰ 25 $\frac{1}{2}$ διὰ νὰ κάμωμεν τὴν δοκιμὴν, τοῦ ἄνωθεν πολυπλασιασμοῦ, καὶ πολυπλασιάζομεν

Παράδειγμα δ΄.