3, 244	0, 00792
6400	0, 043
12976	002376
19464	003168
20761, 600	0, 00034056

Τοῦ δὲ τῶν ἁπλῶν μονάδων τόπου διορισθέντος, τὰ περιττὰ τῶν μηδενικῶν σημείων ἐξαλειφθήσεται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 70. Ἐὰν ὁ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ πίναξ (§. 66.) κατὰ τοὺς ἐν αὐτῷ πρὸς κάθετον χωροῦντας στίχους διατμηθῇ εἰς ῥαβδία, τούτων ἕκαστον, ἅπαντα τοῦ ἀνωτάτω ἀποκειμένου ἀριθμοῦ τὰ πολλαπλᾶ περιέξει ἄχρι τοῦ ἐννεαπλοῦ. Οὐκοῦν τῶν ῥαβδίων συναπτομένων, ῥᾷστα δὴ πίναξ διαγραφήσεται τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ δι' ὁποσωνοῦν χαρακτήρων ἐκκειμένου, τῶν πολλαπλῶν ἁπάντων περιεκτικός, τῶν μὴ τοῦ ἐννεαπλοῦ δηλονότι γινομένων ἐπέκεινα. Ὥστε τὸ παραγόμενον ἀριθμοῦ παντὸς ὁποσουοῦν μεγέθει, δι' ἑτινοσοῦν ἀριθμοῦ μοναδικῷ χαρακτῆρι ἐκδηλουμένου, ἐκ τοῦ ὧδε συγκροτουμένου πινακίσκου προϊέναι ἔχειν μηδενὶ σὺν ἔργῳ. Δεῖ μέντοι τῶν τοιούτων ῥαβδίων ἐξ ἑκάστου πλείονα φέρειν ἐν χερσὶ παραπλήσια.

§. 71. Προκείσθω τοίνυν πολλαπλασιαστέος ἀριθμὸς ὁ 47624, καὶ τῶν ῥαβδίων κατὰ τὸ δέον συγκαταταχθέντων, ὁ πινακίσκος προκύψει τοιόσδε.

Ἐκ

0 4	0 7	0 6	0 2	0 4
0 8	1 4	1 2	0 4	0 8
1 2	2 1	1 8	0 6	1 2
1 6	2 8	2 4	0 8	1 6
2 0	3 5	3 0	1 0	2 0
2 4	4 2	3 6	1 2	2 4
2 8	4 9	4 2	1 4	2 8
3 2	5 6	4 8	1 6	3 2
3 6	6 3	5 4	1 8	3 6

Ἐκ τούτου οὖν ληφθήσεται, τοῦ προτεθέντος ἀριθμοῦ διπλάσιος μὲν, 95248. Τριπλάσιος δὲ 142872. Τετραπλάσιος δὲ 190496: καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως, εἰς ἓν ἀεὶ προσαθροιζομένων τῶν χαρακτήρων τῶν τῆς αὐτῆς τάξεως δηλωτικῶν· ὃ ἂν ἔχοι ῥαδίως γίγνεσθαι, οἱ ἀριθμοὶ, ὡς ἐπὶ τοῦ διαγράμματος κατετάχθησαν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

§. 72. Ἀριθμοῦ δεκαδικὰς μονάδας ὁποίωνδήποτε τάξεων περιέχοντος, δι᾽ ἄλλου ὁμοιογενοῦς

νοῦς ἀριθμοῦ διαιρουμένου, τὸ πηλίκον ὡς οἷόν τε διὰ τοῦ ὁμοιογενοῦς ἀριθμοῦ ἀποδοῦναι.

ΛΥΣΙΣ.

§. 73. Α΄. Ἔστω πρῶτον ὁλοχερὴς διαιρετέος δι᾽ ὁλοχεροῦς. Καὶ τοίνυν ἀφαιρείσθω ὁ διαιρέτης ἀπὸ τοῦ διαιρετέου, ὁσάκις ἂν ἐξῇ, καὶ σημειούσθω ὁσάκις ἂν ἀφαιρεθῇ. Καὶ ἔσται δὴ ὁ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀφαιρέσεων δηλωτικὸς τοῦ πηλίκου μέρος, ὃ διὰ τοῦ ὁλοχεροῦς ἀριθμοῦ ἐκθέσιμον ἐστὶ, τὸ μέγιστον. (§. 49.) Τούτῳ οὖν τοῦ κλάσματος προστεθέντος, οὗ ἀριθμητὴς μὲν τὸ μετὰ τὴν ἐσχάτην τῶν ἀφαιρέσεων ὑπολειφθὲν, παρονομαστὴς δὲ ὁ διαιρέτης, παρέξαι τὸ πηλίκον, ὃ ἦν ζητούμενον.

Οἷον ἔστω ἀριθμὸς 1162, ὃν διελεῖν δέοι διὰ 382. Ἐπαναληφθείσης δὲ τῆς ἀφαιρέσεως κατὰ τὸ σχῆμα τόδε,

$$\begin{array}{r} 1162 \\ 382 \\ \hline 780 \\ 382 \\ \hline 398 \\ 382 \\ \hline 16 \end{array}$$

Ἐπειδὴ τρὶς ἀφαιρεθῆναι ἔσχεν ἀπὸ τοῦ διαιρετέου ὁ διαιρέτης, ὑπελείφθη δὲ 16, τὸ πηλίκον ἔσται. $3\frac{16}{382}$.

§. 74. Ἀλλ᾽ ἐπεὶ γὰρ ἡ τοιάδε ἐπανάληψις ἐργώδης ἂν εἴη ἐν μικρῷ μείζονι τῷ πηλίκῳ, τούτου δὴ χάριν οὐκ αὐτὸν εἰώθαμεν τὸν διαιρέτην ἀφαιρεῖν, ἀλλ᾽ ἐκ τῶν αὐτοῦ πολλαπλασίων τὰ προσήκοντα. Αἱ γὰρ τούτων ἀφαιρέσεις ἐξ ἀνάγκης ὀλιγαριθμότεραι. Τῶν πολλαπλασίων δ᾽ ἐνταῦθα παραλαμβάνομεν, ἃ γίνεται τοῦ διαιρέτου μονοχαράκτῳ τινὶ ἀριθμῷ

ἐπι-

ἐπιπολλαπλασιαζομένου, οἷον 6000, 300, 70, 4. τὰ γὰρ ἐκ τούτων πολλαπλᾶ ῥᾷστα συντελούμενα, τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀφαιρέσεων ἄλις ἀπομειοῖ· λαμβάνοντες δὲ τῶν οὕτω παραγομένων ἀεὶ τὰ μέγιστα, ἀπότε τῶν μεγίστων ἀφαιροῦντες, κατὰ μικρὸν χωροῦμεν ἐπὶ τὰ ἐλάσσονα, ἥπερ ἕκαστοι τῶν ἐν τῷ διαιρέτῃ χαρακτήρων ὡς ἔχουσι τάξεως παράγονται· οἷον ἐπὶ τοῦ ἐφεξῆς παραδείγματος δεήσαν διὰ 1827 διελεῖν τὸν Ἀριθ. - - - 3898437

Ἔσται 1827 × 2000 = - - -	3654000
Ἄφελε καὶ ὑπολειφθήσεται -	244437
Ἑξῆς 1827 × 100 = - -	182700
Ἄφελε καὶ ὑπολειφθήσεται -	61737
Αὖθις 1827 × 30 = - - -	54810
Ἄφελε καὶ ὑπολειφθήσεται -	6927
Τέως 1827 × 3 = - - -	5481
Ἄφελε καὶ ὑπολειφθήσεται. -	1446

Ἔσται τὸ τοῦ πηλίκου μέρος τὸ τὰς ὁλοσχερεῖς περιέχον μονάδας 2133, οὗ τὸν μὲν πρῶτον τῶν χαρακτήρων 2, ἡ πρώτη τῶν γενομένων παρέχει ἀφαιρέσεων· αἱ δὲ λοιπαὶ ἑξῆς τοὺς λοιπούς.

§ 75. Τῶν δὲ τοιούτων πολλαπλῶν, ἅττα ἀφαιρεθῆναι μέγιστα ἔχει, προχειρότατα ἀνευρίσκεται τοῦ πίνακος τῶν ἄχρι δεκάδος τοῦ διαιρέτου πολλαπλῶν προκαταγραφέντος. Ἐκείνῳ δὲ χρησομένοις, διαιρετέου μὲν ὑποκειμένου τοῦ 3528950032, διαιρέτου δὲ τοῦ 8543, δεξιῶς ἅπαντα διαιτηθήσεται τόνδε τὸν τρόπον.

Πίναξ	Διαιρετέος	Πηλίκον.
1) 8543	3528950032	413080
2) 17086	34172	
3) 25629	11175	
4) 34172	8543	
5) 42715	26320	
6) 51258	25629	
7) 59801	69103	
8) 68344	68344	
9) 76887	7592	

§. 76. Τὰ μέγιστα τὸ προεκτεθὲν Ἀβάκιον συντελεῖ, ἐπειδὰν πλείονες τῶν ἐν τῷ πηλίκῳ χαρακτήρων διαφέρωσιν ἀπ' ἀλλήλων, καὶ ὅτε ἀριθμοὶ πλείονες διὰ τοῦ αὐτοῦ πρόκεινται διαιρεθῆναι. Ἀλλ' ἐν οἷς τὸ πηλίκον ὀλιγαρίθμους προορῶμεν περιέξον τοὺς χαρακτῆρας, μάλιστα δὲ ὅτε καὶ ὁ διαιρέτης οὐ πάνυ μέγας ἐστὶ, τὴν τοῦ ὅλου τηνικαῦτα πινακίου καταγραφὴν ὑπερβαίνοντες, ὧν μόνων αὐτοῦ μερῶν χρεία ἔσται ἐπὶ τῆς πράξεως ἐκεῖνα παράγομεν, ὡδέπως.

Διαιρέτης	Διαιρετέος	Πηλίκον.
532	145987	274 $\frac{219}{532}$
	1064	
	3958	
	3724	
	2347	
	2128	
	219	

§. 77.

§. 77. Μᾶλλον δὲ καὶ τοῦ διαιρέτου ἐν μοναδικῷ χαρακτῆρι κειμένου, τὰ παραγόμενα, ἃ δέον ἀφαιρεῖν, οὐδὲ γράφομεν τὴν ἀρχήν, ἀλλ᾽ ἀπὸ μνήμης ποιούμενοι τὴν ἀφαίρεσιν ἐπισημειοῦμεν τὴν διαφοράν, οὕτως.

Διαιρέτης	Διαιρετέος	Πηλίκον
5	357948 02443	71589 $\frac{3}{5}$

§. 78. Β΄. Ἐὰν τῷ διαιρετέῳ καὶ δεκαδικὰ κλάσματα προσῇ, ὁλοσχερὴς δὲ τύχῃ ὁ διαιρέτης, πρῶτον παραπλησίᾳ τῇ μεθόδῳ τοὺς τοῦ πηλίκου χαρακτῆρας μαστεύομεν· εἰς δὲ πέρας γενόμενοι, τὰς ἐν τῷ πηλίκῳ τάξεις τῶν μονάδων διορίζομεθα, ἰσαρίθμους ἐν αὐτῷ ὑποδιαστέλλοντες δεξιόθεν πρὸς τὰ λοιπὰ χαρακτῆρας, τοῖς ἐν τῷ διαιρετέῳ ὑποδιεσταλμένοις. Οὕτω τοῦ 145987, τῇ διὰ 532 διαιρέσει, πηλίκον ἀποδιδόντος τὸ 274, ἐὰν ὁ 1459, 87 διαιρεθῇ διὰ τοῦ αὐτοῦ 532, τὸ πηλίκον ἔσται 2, 74. Ἐὰν δὲ ὁ 145, 987, πηλίκον προκύψει 0, 274. Ἐὰν δὲ ὁ 14, 5987, πηλίκον προελεύσεται 0,0274. Κἀν τοῖς λοιποῖς ὡσαύτως. (§. 61.)

§. 79. Τὰ δὲ τῶν κλασμάτων δεκαδικὰ ἐμπαρεισάγοντες τῷ πηλίκῳ, τὸ δι᾽ ἐπανειλημμένης ἀφαιρέσεως ὑπόλοιπον, οἷον ἐπὶ τοῦ ἄνωτ. Παραδ. τὸ 219. παραβλέπειν εἰώθαμεν· τὸ γὰρ κλάσμα $\frac{219}{532}$, οὗ τὸ λοιπὸν ἐκεῖνο ἀριθμητής, ὡς μὴ ἐπὶ μονάδα ὁλοσχερῆ. ἀλλ᾽ ἐπὶ ὁλοσχεροῦς ἥττονα ἐπαναγόμενον, οὐκ εὐσύνοπτον. Ὡς ἂν δὲ τοῦτο δίχα γίγνοιτο ἀξιολόγου παρατροπῆς, προάγομεν τὴν διαίρεσιν, μηδενικὰ σημεῖα πρὸς τῷ τέλει τῷ διαιρετέῳ προσάπτοντες, ὧν ὅσῳ περ τὸ πλῆθος μεῖζον, τοσοῦτον ἐπὶ τοῦ πηλίκου ἧττον ἔσται τὸ ἔλλειμμα· ὡς ἐπὶ τοῦ σχήματος.

Διαιρέτης	Διαιρετέος	Πηλίκον
532	1459, 870000	2, 744116
	1064	
	3958	
	3724	
	2347	
	2128	
	2190	
	2128	
	620	
	532	
	880	
	532	
	3480	
	3192	
	288	

Ἐλλείπει τοίνυν τοῦ ἀκριβοῦς τὸ πηλίκον, μιλλιοστημορίου μονάδος ἔλαττον.

§. 80. Τῇ δ' αὐτῇ χρώμεθα μεθόδῳ, καὶ ὅτε ὁλοχερῆ δι' ὁλοχεροῦς διαιροῦντες τὸ πηλίκον ἀκριβοῦν εὑρέμεθα, τοῦ ἀληθοῦς ἐγγυτέρω κατὰ τὸ παρῆκον γινόμενοι, εἴτε τοῦ διαιρέτου μείζων εἴη ὁ διαιρετέος, εἴτε δὴ καὶ ἐλάσσων· οὕτως ἐὰν 8, ἢ 8, 000 κξ. διαιρεθῇ διὰ 11, πηλίκον προελεύσεται 0, 727272 κξ.

§. 81. Γ'. Ἐὰν αἱ τοῦ διαιρέτου ἐλάχισται μονάδες μὴ ἁπλαῖ τύχωσι, τῶν ἁπλῶν δὲ ἤτοι μείζονες, ἢ ἐλάσσονες· τουτέστιν ἐὰν ὁ διαιρέτης, ἤτοι σημεῖα μηδενικὰ προσκείμενα ἔχῃ, ἢ κλάσματα δεκαδικὰ τῶν λοιπῶν κατὰ τὰ ἐκτεθέντα τελουμένων, τὴν

τῶν

τῶν ἁπλῶν μονάδων ὑποδιαςολὴν, ἀφ' ἧ ἂν κατέχοι τόπε, εἰ μονάσιν ὁ διαιρέτης ἁπλαῖς ἀποτερματίζοιτο, διὰ τοσέτων μὲν προάγομεν πρὸς λαιὰν χαρακτήρων, ὅσα ἂν τῷ διαιρέτῃ μηδενικὰ σημεῖα προσκέοιτο· διὰ τοσέτων δὲ πρὸς δεξιὰν, ὅσαι τῷ διαιρέτῃ αὐτῷ, τῶν δεκαδικῶν εἰσὶ κλασμάτων αἱ τάξεις· ἕτως ὁ ἀριθμὸς 1459, 87, ὃς ἂν διὰ τῆ 532 διαιρεθεὶς πηλίκον παράχοι τὸ 2, 744116, ἐὰν διὰ τῆ 5320 διαιρεθῇ, πηλίκον δώσει 0, 2744116. Ἐὰν δὲ διὰ τῆ 53200, τὸ 0, 02744116. Τἀναντίον δὲ διαιρέτε ὄντος τῆ 53, 2, πηλίκον προκύψει τὸ 27, 44116. Καὶ Διαιρέτε 5, 32, πηλίκον 274, 4116. Κἀν τοῖς λοιποῖς παραπλησίως. (§. 62.)

ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸν πάσαις προσέχοντα ταῖς περανθείσαις πράξεσι συνιδεῖν εἰκὸς, τοιῷδε λόγῳ τὸ πηλίκον ἀπὸ τῆ διαιρετέε προκύπτειν, οἵῳ δήπε καὶ ἡ μονὰς ἀπὸ τῆ διαιρέτε γίγνεται. Τῦτο δὲ ἦν τὸ διαιρεῖν. (§. 45.)

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 82. Ἡ τῆ πινακίε (§. 75.) διὰ τῶν καταγραφέντων ῥαβδίων (§. 70.) κατασκευὴ ὡς λίαν ἐξόμαρίζεται. Μᾶλλον δὲ καὶ αὐτὰ δὴ τὰ ῥαβδία κατὰ τὸ δέον διαταχθέντα, ὅσα ἂν καὶ τὸ πινάκιον ὑπεργήσειεν.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

§. 83. Ἐπειδὴ ὁ ἀριθμὸς, οἷον 14, ὁ δι' ἄλλε 3 διαιρεθεὶς πηλίκον δίδωσι τὸ $4\frac{2}{3}$, ὃ καὶ ἕτως ἂν γραφείη $\frac{14}{3}$ (§. 48. 49.), σαφὴς ὁ τρόπος τῆς τῆ νόθε κλάσματος εὑρέσεως, τῆ τῷ ἐξ ὁλοχερῆς τε καὶ κλασματικῆ ἀριθμῷ $4\frac{2}{3}$, συνεξισεμένε. Ἐὰν γὰρ τῷ γινομένῳ ὑπότε τῆ ὁλοχερῆς μέρες 4, καὶ τῆ ἐν τῷ κλάσματι παρονομαςῆ 3, ὅπερ ἐςὶ 12, προσαθροισθῇ καὶ ὁ τῆ κλάσματος ἀριθμητὴς 2,

 προ-

προκύψει ὁ ἀριθμητὴς 14 τοῦ ζητουμένου κλάσματος, οὗ παρονομαστὴς ἔσται αὐτὸς ὁ τοῦ κλάσματος τοῦ δοθέντος $\frac{2}{3}$.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

§. 84. Ὁ δὲ ὁλοσχερὴς ἀριθμὸς 5, εἰς κλάσμα, κατ᾽ ὄνομα τὸ δοθὲν 3, μεταποιηθήσεται, ὑπ᾽ αὐτοῦ τούτου τοῦ παρονομαστοῦ εἰς ἀριθμητὴν γενόμενος διὰ πολλαπλασιασμοῦ· οὕτως $5 = \frac{15}{3}$. Καὶ πᾶς δὲ ἀριθμὸς 5, ἀντὶ κλάσματος ληφθῆναι δυνήσεται, οὗ μονὰς ὁ παρονομαστής· οἷον $5 = \frac{5}{1}$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

§. 85. Δυοῖν ἀριθμῶν, ὧν οὐχ ἑκάτερος ὁλοσχερὴς, οὐδὲ κατὰ τοὺς τῶν ὁλοσχερῶν κανόνας, διὰ τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων προκείμενος, τὸν ἕτερον διὰ τοῦ ἑτέρου πολλαπλασιάζειν, καὶ διαιρεῖν.

ΛΥΣΙΣ.

§. 86. Α΄. Τὸν κλασματίαν $\frac{A}{B}$ διὰ τοῦ ὁλοσχεροῦς Γ πολλαπλασιάσαι δεῆσαν, ἐπαγέσθω διὰ τοῦ Γ ὁ ἀριθμητὴς, τηρείσθω δ᾽ ὁ παρονομαστὴς ὡς εἶναι $\frac{\Gamma \times A}{B}$ τὸ γινόμενον ὃ ἐζητεῖτο.

§. 87. Ἢ ἐὰν ὁ παρονομαστὴς διὰ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ Γ διαιρεθεὶς, πηλίκον παριστᾷ ὁλοσχερὲς, ἢ, μὴ δυσχεραίνῃς τὸ τοῦ κλάσματος ἀνώμαλον, δίελε δὴ τὸν παρονομαστὴν διὰ τοῦ Γ, τηρήσας τὸν ἀριθμητήν· οὕτως ὁ κλασματικὸς $\frac{7}{12}$ πολλαπλασιασθεὶς διὰ 3, δώσει ἤτοι $\frac{7}{\frac{12}{3}}$, ἢ $\frac{7}{4}$. Καὶ ὁ $\frac{7}{8}$ πολλαπλασιασθεὶς διὰ 3, δώσει τὸ παραγόμενον, ἤτοι $\frac{7}{\frac{8}{3}}$, ἢ $\frac{7}{2\frac{2}{3}}$.

§. 88.

§. 88. Δέησαν δὲ τὸν κλασματίαν $\frac{A}{B}$ διελεῖν διὰ τοῦ ὁλοχεροῦς Γ, πολλαπλασιαζέσθω ὁ παρονομαστὴς, τοῦ ἀριθμητοῦ κατὰ χώραν μένοντος. Πηλίκον οὖν ἔσται τὸ προβαῖνον $\frac{A}{\Gamma \times B}$.

§. 89. Ἢ, ἐὰν ὁ ἀριθμητὴς διὰ τοῦ Γ διαιρεθεὶς πηλίκον διδῷ ὁλοχερὲς, ἢ, σύγε πρὸς τὸ τοῦ κλάσματος ἀνώμαλον μηδαμῶς δυσχεραίνῃς, δίελε τὸν ἀριθμητὴν διὰ Γ, τοῦ παρονομαστοῦ μένοντος. Οὕτως ὁ $\frac{3}{4}$ διαιρεθεὶς διὰ 3, δώσει [illegible], ἤτοι $\frac{3}{12}$, ἢ $\frac{1}{4}$· ὁ δὲ $\frac{5}{7}$ διὰ τοῦ αὐτοῦ 3, ἤτοι $\frac{5}{21}$, ἢ $\frac{1\frac{2}{3}}{7}$.

§. 90. Β΄. Ἐὰν ὁ πολλαπλασιαστὴς κλασματικὸς ἢ $\frac{N}{M}$, εἴτε τοῦ πολλαπλασιαστέου ὁλοχεροῦς ἔχοντος, εἴτε δὴ καὶ κεκλασμένου, πολλαπλασιαζέσθω οὗτος διὰ τοῦ ἐν ἐκείνῳ ἀριθμητοῦ N (§. 86. 87.) τὸ δ' ἐντεῦθεν γινόμενον, διὰ τοῦ παρονομαστοῦ (§. 88. 89.) διαιρείσθω· οὕτως εἰ δέοι διὰ $\frac{2}{3}$ πολλαπλασιάσαι τὸν 5, ἔσται δὴ τὸ παραγόμενον $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$. Δέησαν δὲ διὰ τοῦ αὐτοῦ $\frac{2}{3}$ πολλαπλασιάσαι τὸν $\frac{6}{8}$, ἔσται παραγόμενον $\frac{12}{24}$, ἢ $\frac{4}{8}$, ἢ $\frac{6}{12}$, ἢ $\frac{2}{4}$· ᾗπερ ὅδε, ἢ ὅδε ὁ τοῦ πολλαπλασιάζειν, ἢ διαιρεῖν τρόπος ἐν χρήσει παραλαμβάνεται.

§. 91. Ἀριθμὸν εἴτε ὁλοχερῆ, εἴτε κεκλασμένον, διὰ κλασματικοῦ δέησαν τοῦ $\frac{N}{M}$ διελέσθαι, δίελε αὐτὸν διὰ τοῦ ἀριθμητοῦ N (§. 88. 89.), τὸ δ' ἐντεῦθεν πηλίκον πολλαπλασίασον διὰ τοῦ παρονομαστοῦ M. (§. 86. 87.). Οὕτω τοῦ ἀριθμοῦ 5 διαιρουμένου διὰ τοῦ $\frac{2}{3}$, πηλίκον ἔσται $\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$. Ἐὰν δὲ διὰ τοῦ αὐτοῦ $\frac{2}{3}$ διαιρεθῇ ὁ $\frac{4}{15}$, πηλίκον προκύψει $\frac{12}{30}$, ἢ $\frac{2}{5}$,

ἢ $\frac{6}{15}$,

ἢ τ͂ξ, ἢ τ͂σ, ἥπερ ἂν τῷδε, ἢ τῷδε τῷ τοῦ πολλαπλασιάζειν τρόπῳ προχρήσαιο.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπειδὴ τὸ κλάσμα $\frac{A}{B}$ πηλίκον τι ἐστὶ, τὸ ἐκ τῆς διαιρέσεως τοῦ ἀριθμητοῦ διὰ τοῦ παρονομαστοῦ προκύπτον (§. 48.), πάντως δὴ διὰ τοῦ δοθέντος ὁλοχεροῦς Γ πολλαπλασιασθήσεται, εἴτε τοῦ ἀριθμητοῦ Α πολλαπλασιασθέντος, εἴτε τοῦ παρονομαστοῦ Β διαιρεθέντος δι᾽ αὐτοῦ ἐκείνου. (§. 61. 62.). Διὰ τὸν αὐτὸν δὲ λόγον $\frac{A}{B}$ διὰ τοῦ ὁλοχεροῦς Γ διαιρεθήσεται, εἴτε τοῦ Ἀριθμητοῦ Α διαιρουμένου, εἴτε τοῦ παρονομαστοῦ Β, πολλαπλασιαζομένου δι᾽ ἐκείνου αὐτοῦ. Καὶ ταῦτα μὲν κατὰ τὸ πρώτως συμβαῖνον. Τὰ δὲ κατὰ τὸ δευτέρως ἐντεῦθεν αὐτόματα ἕπεται. Τίθεται γὰρ τὰ κλάσματα τῶν κανονικῶν εἶναι, ἐν οἷς οἱ ὅροι ὁλοχερεῖς. (§. 8.)

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 92. Ἀριθμὸς ἐξ ὁλοχεροῦς καὶ κεκλασμένου συγκείμενος, δι᾽ ἀριθμοῦ ὁτινοσοῦν πολλαπλασιασθήσεται, ἑκάστου τῶν τοῦ πολλαπλασιάζοντος μερῶν, ἐπὶ ἑκάστου τῶν κατὰ τὸν πολλαπλασιαζόμενον ἀγομένου (§. 57.) ὡδέπως.

$$\begin{array}{l} 3 + \frac{2}{3} \\ 4 + \frac{7}{9} \\ \hline 12 + \frac{8}{3} \\ \quad + \frac{21}{9} + \frac{14}{27} \end{array}$$

§. 93. Πρόχειρον δὲ τὰ πολλὰ τοὺς τοιούσδε εἰς κλάσματα νόθα τρέποντας (§. 83.) εἶτα τὸν πολλαπλασιασμὸν περαίνειν. Οὕτως ἐπὶ τοῦ τεθέντος παρα-

παραδείγματος $3\frac{2}{3} = \frac{11}{3}$, καὶ $4\frac{7}{9} = \frac{43}{9}$. Πολλαπλασιαθέντος γὰρ τοῦ $\frac{11}{3}$ διὰ $\frac{43}{9}$, κλάσμα παραχθήσεται $\frac{473}{27}$. Ὃ τῇ διαιρέσει τοῦ ἀριθμητοῦ διὰ τοῦ παρονομαστοῦ μεθίσταται εἰς τὸ $17\frac{14}{27}$.

§. 94. Ἢν δὲ καὶ ἀριθμὸν τὸν δι' ὁλοσχεροῦς καὶ κεκλασμένου συγκείμενον, διελεῖν δέησῃ, καὶ μάλιστα δι' ἀριθμοῦ ἐξ ὁλοσχεροῦς ὁμοίως καὶ κλάσματος συγκειμένου, ἡ τούτων τηνικαῦτα εἰς νόθα κλάσματα μεταποίησις, πολὺ τῆς ἄλλως ἐργωδεστέρας πράξεως ἀφαιρήσεται τὴν δυσχέρειαν. Οὕτω δεήσαν $3\frac{2}{5}$ διελεῖν διὰ $2\frac{3}{8}$, ἀντὶ μὲν διαιρετέου τοῦ $\frac{17}{5}$ ληφθέντος, ἀντὶ δὲ διαιρέτου τοῦ $\frac{19}{8}$. πηλίκον προκύψει $\frac{136}{95}$.

ΠΟΡΙΣΜΑ. Α.

§. 95. Ἀμφοῖν τῶν τοῦ κλάσματος ὅρων διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ πολλαπλασιαζομένων, ἢ διαιρουμένων, ἡ τοῦ κλάσματος δύναμις ἀμεταποίητος σώζεται. Ἔστι δὲ ἐν γένει $\frac{A}{B} = \frac{N.A}{N.B}$ (§. 54.).

ΠΟΡΙΣΜΑ. Β.

§. 96. Ἔνθεν τοι καὶ κλάσμα τὸ ἐξ ἀμφοῖν, ἢ τοῦ ἑτέρου τῶν ὅρων ἐπικλασματικὸν, ἢ ὁλοσχερεῖ ἅμα καὶ κλάσματι συγκροτουμένων, εἰς κλάσμα νόμιμον ἀναχθήσεται, ἑκατέρου τῶν τοῦ ἀτακτοῦντος κλάσματος ὅρων, διὰ τῶν παρονομαστῶν τῶν ἐν αὐτοῖς κλασμάτων πολλαπλασιαθέντος. Οὕτως ἐπὶ τοῦ ἀτακτοῦντος κλάσματος $\frac{3\frac{2}{5}}{2\frac{3}{8}}$. Ἐὰν οἱ ὅροι πρῶτον, διὰ 5 (ὃς ἐστὶν ὁ παρονομαστὴς τοῦ ἐν τῷ ἀριθμητῇ κλασματικοῦ) πολλαπλασιαθῶσι, γίνεται $\frac{17}{10\frac{15}{8}}$. Ἐὰν δὲ καὶ τούτου δεύτερον οἱ ὅροι πολλαπλασιαθῶσι διὰ 8, τοῦ παρονομαστοῦ, τοῦ ἐν τῷ ἐπικλασματικῷ παρονομαστῇ τοῦ ἀτακτοῦντος, παραχθήσεται κανονικὸν κλάσμα τὸ $\frac{136}{95}$· ὅπερ ἴσον τῷ ἀτακτοῦντι $\frac{3\frac{2}{5}}{2\frac{3}{8}}$.

ΠΟΡΙΣΜΑ. Γ.

§. 97. Ἐν γένει δὲ ἀριθμὸν ὁποιονοῦν Γ, διὰ κλάσματος $\frac{A}{B}$ διελεῖν, ἴσον ἐστὶ, καὶ πολλαπλασιάσαι τὸν ἀριθμὸν δι' ἀντιστρόφου τοῦ κλάσματος $\frac{B}{A}$.