

τοιῷδε πίνακος τίθεται ὁ λογ. Ἀκ. = 3, 00000, διὸ 2 λογ. Ἀκ = 6, 00000. Καὶ ἀπὸ τῆδε ἄρα τῆ ἀριθμῆ τὸν λογάριθμον τῆς σιωφαπτομνῆς παντὸς τόξου ἀφαιρετέον, ἐπειδὴν ὁ τῆς ἐφαπτομνῆς ζητῆται τῆ αὐτῆ τόξου λογάριθμος· ἢ τὸν τῆς ἐφαπτομνῆς ἀνάπαλιν, ζητημνῆ τῆ τῆς σιωφαπτομνῆς· τὰ πολλὰ δὲ τὰς ἐφαπτομνῆς ἢ σιωφαπτομνῆς, ὡς ὁ Πίναξ ἔ περιέχει, ἐκκλίνεν οἶοντε, ἀντὶ τῆ λόγου τῶν ἐφαπτομνῶν, τῆ τῶν σιωφαπτομνῶν ἀνάπαλιν λαμβανομνῆς, ἢ καὶ ἐκείνῆ, ἀντὶ τῆτῆ (§. 849.). Ἀλλὰ γὰρ διὰ τῶν ὑποσιωπτομνῶν ἐφεξῆς παραδειγματῶν, ὅσατε λοιπὰ, καὶ τὰ δὴ εἰρημνῆ ταῦτα διαλυκάνθησεται.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Α.

§. 874. Ἐσω (§. 860.) γωνία  $A = 61^{\circ}, 15'$  Σχ. 174. καὶ γωνία  $B = 94^{\circ}, 20'$ , ἥσ ἀναπλήρωμα  $85^{\circ}, 40'$ · ἐξ ὧν ἢ  $\Gamma = 24^{\circ}, 25'$ · καὶ ἔσω δὴ ἐκ τῆ κατ' ἐπιτομνῆ Πίνακος, ἐγγύσπερ Ἡμ.  $A = 877$ , καὶ Ἡμ.  $B = 997$ , καὶ Ἡμ.  $\Gamma = 413$ . Οὐκἔν  $AB : AG = \text{Ἡμ. } \Gamma : \text{Ἡμ. } B = 413 : 997$ . Καὶ  $AB : BG = \text{Ἡμ. } \Gamma : \text{Ἡμ. } A = 413 : 877$ . Καὶ  $AG : BG = \text{Ἡμ. } B : \text{Ἡμ. } A = 997 : 877$ .

Ἐκ δὲ τῆ πληρεσέρῆ τῶν ἡμίονων Κανονίῆ, ἐπειδὴ Ἡμ.  $A = 8767268$ . Καὶ Ἡμ.  $B = 9971413$ . Καὶ Ἡμ.  $\Gamma = 4133693$ , διὰ τῶνδε τῶν ἀριθμῶν, οἱ λόγοι τῶν εἰρημνῶν πλῶρῶν ἀκριβέστερον παρίσανται.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Β.

§. 875. Ἐσωσαν (§. 861.) γωνία, ὡς αἱ πρόθεν ληφθεῖσαι  $A = 61^{\circ}, 15'$ ,  $B = 94^{\circ}, 20'$ · καὶ τεῦθεν καὶ  $\Gamma = 24^{\circ}, 25'$ . Ἡ δὲ πλῶρα  $B\Gamma$  ἔσω = 587, 036· εὔρεθήσεται ἔν ἐκ τῆ ἐπιτετμημνῆ Πίνακος ἢ πλῶρα  $AB$  τόνδε τὸν τρόπον.

λογ.

$$\begin{array}{r}
 \text{λογ. Ἡμ. Α} = 2, 94300 \\
 \text{λογ. Ἡμ. Γ} = 2, 61595 \\
 \text{λογ. ΒΓ} = 2, 76864 \\
 \hline
 5, 38459
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{λογ. Ἡμ. Α} \\ \text{λογ. Ἡμ. Γ} \\ \text{λογ. ΒΓ} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Πρόσθ.} \\ \text{Ἀφαίρ.} \end{array}$$

$$\text{λογ. ΑΒ} = 2, 44159$$

$${}^{\circ}\text{Ἔσιν ἄρα ἡ πλῆρὰ ΑΒ} = 276, +$$

Ἡ δὲ πλῆρὰ ΑΓ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐξιχνυθήσεται, ὡς ὑπολογισμῶ τοιῶδε.

$$\begin{array}{r}
 \text{λογ. Ἡμ. Α} = 2, 94300 \\
 \text{λογ. Ἡμ. Β} = 2, 99869 \\
 \text{λογ. ΒΓ} = 2, 76864 \\
 \hline
 5, 76733
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{λογ. Ἡμ. Α} \\ \text{λογ. Ἡμ. Β} \\ \text{λογ. ΒΓ} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Πρόσθ.} \\ \text{Ἀφαίρ.} \end{array}$$

$$\text{λογ. ΑΓ} = 2, 82433$$

$${}^{\circ}\text{Ἔσιν ἄρα ἡ πλῆρὰ ΑΓ} = 667, +$$

Ἐκ δὲ τῶ πληρετέρας Πίνακος εὑρεθήσεται ὁ μὲν πρὸν ἀκριβέστερον.

$$\begin{array}{r}
 \text{λογ. Ἡμ. Α} = 9, 9428643 \\
 \text{λογ. Ἡμ. Γ} = 9, 6163382 \\
 \text{λογ. ΒΓ} = 2, 7686647 \\
 \hline
 12, 3850029
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{λογ. Ἡμ. Α} \\ \text{λογ. Ἡμ. Γ} \\ \text{λογ. ΒΓ} \end{array}} \right\}$$

$$\text{λογ. ΑΒ} = 2, 4421386$$

$${}^{\circ}\text{Ἔσιν ἄρα ἡ πλῆρὰ ΑΒ} = 276, 783.$$

Ἐκ τῶν αὐτῶν τρίτων δοθέντων, τῇ τῶν ἀκριβέστερων λογαριθμῶν χρήσει, καὶ ἡ πλῆρὰ ΑΓ εὑρεθήσεται, ὡς ὑπολογισμῶ τοιῶδε.



## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Δ.

§. 877. Ἐστω (§. 863.) γωνία  $B = 94^{\circ}, 20'$ , αἱ δὲ περιέχουσαι τὴν γωνίαν πλευραὶ, ἢ μὲν  $AB = 276, 783$  ἢ δὲ  $BΓ = 587, 036$ . Καὶ ἔστω τὸ τῶν γωνιῶν ἀθροισμα  $A + Γ = 180^{\circ} - B = 85^{\circ}, 40'$ . Ἐνθουτοι  $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}Γ = 42^{\circ}, 50'$ , καὶ  $BΓ + AB = 863, 819$ . Καὶ  $BΓ - AB = 310, 253$ . Ὄθεν αἱ λοιπαὶ γωνίαι διὰ τῶν ἐπιτετμημένων Πίνακος εὑρεθήσονται ἔτσι.

$$\text{λογ. } 864 = 2, 93651$$

$$\text{λογ. } 310 = 2, 491367$$

$$\text{λογ. } \text{Ἐφ. } (\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}Γ) = 2, 96708$$

$$= 2, 93651$$

$$= 2, 491367$$

$$= 2, 96708$$

---


$$5, 45844$$

$$\text{λογ. } \text{Ἐφ. } (\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}Γ) = 2, 52193.$$

Ἐσιν ἄρα ἡ γωνία ἢ τῆ εὑρεθείση ἐφαπτομένη  $\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}Γ$  ἀνήκουσα  $= 18^{\circ}, 25'$  τῶ δὲ  $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}Γ = 42^{\circ}, 50'$ . Ἄρα  $(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}Γ) + (\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}Γ) = A = 61^{\circ}, 15'$ . Καὶ  $(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}Γ) - (\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}Γ) = Γ = 24^{\circ}, 25'$ .

Ἐκ δὲ τῶν διεξοδικωτέρων Πίνακος,

$$\text{Ἐσιν λογ. } BΓ + AB = 2, 9364227$$

$$\text{λογ. } BΓ - AB = 2, 49171607$$

$$\text{λογ. } \text{Ἐφ. } (\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}Γ) = 9, 9671225$$

$$= 2, 9364227$$

$$= 2, 49171607$$

$$= 9, 9671225$$

---


$$12, 4588385$$

$$\text{λογ. } \text{Ἐφ. } (\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}Γ) = 9, 5224158$$

Ἐσιν ἄρα  $\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}Γ$ , βραχυτέρι ἐλαίωτων ἢ  $18^{\circ}, 25'$ .

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Ε.

§. 878. Δεδοθῶσαν (§. 864.) αἱ πλευραὶ  $BΓ = 587, 036$ , καὶ  $ΑΒ = 276, 783$ , καὶ δὴ καὶ ἡ γωνία  $A = 61^{\circ}, 15'$ , καὶ ζητεῖσθαι ἡ γωνία  $Γ$ .

Ἔστω δὲ λογ.	$BΓ =$	2, 7686647	}
λογ.	$ΑΒ =$	2, 4421386	
λογ. Ἡμ. $A =$	$=$	9, 9428643	
		12, 3850029	

λογ. Ἡμ.  $Γ = 9, 6163382$

ὡπερ ἀντιστοιχεῖ γωνία ὀξεῖα  $24^{\circ}, 25'$  ἢ γὰρ ἡ ἀμβλεία  $155^{\circ}, 35'$ , ἢ τὸ αὐτὸ εὐρεθῶν ἡμίτονον προσανήκει, ἀταῦθα χώραν ἔχει, τὸ γὰρ ἐκ ταύτης, καὶ τῆς δοθείσης  $A$ , τῶν γωνιῶν ἀθροισμα, δυεῖν ὀρθῶν μᾶζον ἐστίν.

§. 879. Ἐὰν δὲ τῶν αὐτῶν δεδομένων πλευρῶν  $ΑΒ$  καὶ  $BΓ$ , γωνίας δὲ τῆς  $Γ = 24^{\circ}, 25'$ , ζητηταὶ ἡ γωνία  $A$ ,

Ἔστω λογ.	$ΑΒ =$	2, 4421386	}
λογ.	$BΓ =$	2, 7686647	
λογ. Ἡμ. $Γ =$	$=$	9, 6163382	
		12, 3850029	

λογ. Ἡμ.  $A = 9, 9428643$

Ἐπεὶ δὲ τῶ λογάρηθμῳ τῶδε ἀντιστοιχεῖσι γωνία, ἡ μὲν  $61^{\circ}, 15'$ , ἡ δὲ  $118^{\circ}, 45'$ , ὧν ἑκατέρω τῇ γωνίᾳ  $Γ = 24^{\circ}, 25'$  προσεθεῖσα, ἀθροισμα παρέχεται δυεῖν ὀρθῶν ἔλαττον, ἐπίσης ἀμφω καὶ πρὸς ἐπίλυσιν τῆς ζητήματος σωτελεῖσι· δεῖ μόντοι, ποτέρω ἐπὶ τῆς κειμένης ὑποθέσεως χώραν ἔχει, ἀλλὰ χόθου προσδιορίσασθαι.

Ε.Υ.Δ. ΠΑΝΝΙΝΑ 2006



## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Ξ'.

Σχ. 175.

§. 880. Ἐστω (§. 865.) ἐπὶ τῷ ἰσοσκελῆς τριγώνῳ  $AB\Gamma$ , πλάρᾳ  $AG = 837$ , καὶ  $B\Gamma = 1426$ · καὶντεῦθεν  $\Delta\Gamma = \frac{1}{2}B\Gamma = 713$ . Ἐσται δὲ  $AG : \Delta\Gamma = 'A\kappa : 'H\mu$ .  $\Delta\Delta\Gamma$ . Εὐρεθήσεται δὲ διὰ τῶν ἐπιτομῶν Πίνακας,

$$\left. \begin{array}{l} \text{λογ. } AG = 2, 92272 \\ \text{λογ. } \Delta\Gamma = 2, 85309 \\ \text{λογ. } 'A\kappa = 3, 00000 \end{array} \right\}$$


---


$$5, 85309$$

$$\text{λογ. } 'H\mu. \Delta\Delta\Gamma = 2, 93037$$

Ἐσιν ἄρα ἡ ὑπὸ  $\Delta\Delta\Gamma$  γωνία  $= 58^\circ, 26'$ · καὶντεῦθεν  $\Gamma = O - \Delta\Delta\Gamma = 31^\circ, 34'$ .

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Ζ.

Σχ. 176.

§. 881. Ἐστω (§. 866.) ἐπὶ τῷ σκαλιῶς τριγώνῳ  $AB\Gamma$ , πλάρᾳ μεγίστη ἢ  $B\Gamma = 973$ · ἢ δὲ  $AB = 721$ · ἢ δὲ  $AG = 380$ · καὶ ἔσται  $BZ = AB - AG = 341$ ·  $BE = AB + AG = 1101$ . Ἐνθεντοὶ  $973 : 1101 = 341 : B\Delta$ . Καὶ  $B\Delta = \frac{1101 \times 341}{973} =$

$385, 8$ · ὃ καὶ διὰ τῶν λογαριθμῶν παραπλησίως ἂν εὐρεθῆ. Ἐκ τούτων ἔν εὐρίσκεται  $\Delta\Gamma = B\Gamma - B\Delta = 587, 2$ · καὶ  $\frac{1}{2}\Delta\Gamma = 293, 6$ · ἢ δὴ, τῆς βάσεως ἕσα ἡμίσεια, μετὰ τῶν σκέλεος  $AG$ , τὸ ἡμισυ τῆς ὑπὸ  $\Delta\Delta\Gamma$  γωνίας παρέξει. Καὶντεῦθεν ἔν καὶ τὸ ταύτης παραπλήρωμα  $\Gamma$ , δῆλον ἔσται.

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Η.

§. 882. Ἐάν (§. 871.) τό, τε ἡμίτονον εὐρεῖν δεῖ, καὶ τὸν τῶν ἡμιτόνων λογαριθμῶν τῶν κατὰ τόξον, ἢ γωνίαν  $33^\circ, 57', 19''$ , ληφθήσεται ἐκ τῶν

Καινο-

Κανονίς τὸ ἡμίτονον τὸ προσῆκον τῇ γωνίᾳ  $33^{\circ}, 57'$ , τότε 5584692, καὶ τέττα ἡ διαφορὰ ἢ ἀπὸ τῆς ἡμιτόνου τῆς ἐγγύς μείζονος γωνίας  $33^{\circ}, 58'$ , ἥτις διαφορὰ ἐστὶ 2413. Ἐπειδὴ δὲ ἡ τῶνδε τῶν τόξων ἢ γωνιῶν διαφορὰ, οἷς τὰ τοιαῦτα προσανήκει ἡμίτονα, ὡς ὡς κεῖται λεπτῶν, τῶν εἰς δῶτερα ἀναλυομένων  $60'$  ἢ δὲ τῆς δοθείσης γωνίας διαφορὰ, ἀπὸ τῆς τῶν ὡς τῶ Πίνακι ἐλάσσονος γωνίας,  $33^{\circ}, 57'$ , ἐστὶ  $19''$ , ἔσται,

$$60'' : 19'' = 2413 : \pi.$$

τὸ δὲ  $\pi$ , ἡ ζητεμὴν ἔσται τῶν ἡμιτόνων διαφορὰ, ἥτις τῶ ἡμιτόνω 5584692 προσεθεῖσα, δώσει 5585456, εἰς ἡμίτονον τῆς γωνίας  $33^{\circ}, 58', 19''$ .

Ἐὰν δὲ ζητῆται ὁ τῆς ἡμιτόνου τῆς αὐτῆς γωνίας λογαριθμὸς, ληφθήτω ἐκ τῆς Κανονίς λογ. Ἡμ.  $33^{\circ}, 57' = 9, 7469992$ , καὶ τέττα τῆς λογαριθμοῦ, ἢ ἀπὸ τῆς ἐγγύς ἐχομένης διαφορὰ 1876 καὶ γινέσθω δὴ κἀνταῦθα·

$$60'' : 19'' = 1876 : \pi.$$

Ἐσται δὲ  $\pi = 594$  ἡ ζητεμὴν τῶν λογαριθμῶν διαφορὰ, ἥτις τῶ λογαριθμῶ τῆς ἡμιτόνου τῆς γωνίας  $33^{\circ}, 57'$  προσεθεῖσα, δίδωσι λογ. Ἡμ.  $33^{\circ}, 57', 19''$  τὸνδε 9, 7470586.

§. 883. Ἐπὶ τῆς Γ'. Παραδείγ. (§. 876.), εὑρηται λογ. Ἐφ.  $\Gamma = 9, 8674692$ , καὶ τῶνδε ἀντιστοιχῆσαι γωνία  $\Gamma = 36^{\circ}, 23' +$ . Ἐὰν ἔν καὶ τὰ δῶτερά τις λαβεῖν ἐθέλη, λήψεται ἐκ τῆς Πίνακος λογ. Ἐφ.  $36^{\circ}, 23'$ , τὸν τῆς εὑρεθέντος ἐγγύς ἐλάσσονα, ὅς ἐστὶ 9, 8673583· τέττα δὲ ἡ διαφορὰ ἀπὸ τῆς ὡς τῶ Πίνακι ἐγγύς ἐπομένης, ἐστὶ 2645. Ἡ δὲ τῆς αὐτῆς διαφορὰ ἀπὸ τῆς λογαριθμοῦ τῆς εὑρεθέντος 1109. Ἐνθῶντοι,

$$2645 : 1109 = 60'' : \pi.$$

"Εσι δὲ  $\pi = 25$ " ἡ ζήτημένη τῶν γωνιῶν διαφο-  
ρα, ἥτις ἄρα ἢ δέον προσεθεῖσα, δίδωσι  $\Gamma = 36^\circ,$   
 $23', 25''$ .

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Θ.

Σχ. 174. §. 884. Ἐπὶ τῷ αὐτῷ Παραδείγ. Γ. πρὸς γω-  
νίαν ὀρθῶς τὴν Β, διὰ τῷ κατ' ἐπιτομίῳ Πίνακος,  
εὔρηται γωνία ἡ Γ μοιρῶν 45 ἐλάσσων. Ζήτημένης  
δὲ τῆς Α, ὁ ὑπολογισμὸς ἀν εἴη τοιόσδε.

$$\begin{array}{r} \text{λογ. } AB = 2, 38202 \\ \text{λογ. } B\Gamma = 2, 51455 \\ \text{λογ. } \Lambda\kappa = 3, 00000 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{λογ. } AB \\ \text{λογ. } B\Gamma \\ \text{λογ. } \Lambda\kappa \end{array}} \right\}$$


---


$$5, 51455$$

$$\text{λογ. } \text{ΕΦ. } \Lambda = 3, 13253$$

ὄγεμνῶ λογαρίθμος ἔστω, ἐν τῷ κατ' ἐπιτομίῳ ἐκεί-  
νω Πίνακι μὴ παρῶν, τὴν γωνίαν ἀμέσως ἐ χρη-  
γῆς τριγάρῃν ὑφαίρειθω ἀπὸ 6, 00000, καὶ ὑπο-  
λειφθήσεται λογ. Σωεφ.  $\Lambda = 2, 86747$ . ὥπερ  
ἀντιστοιχεῖ  $= 53^\circ, 36'$ .

§. 885. Ἐσω ἐπὶ τῷ  $AB\Gamma$  τριγώνῳ γωνία  
 $\Gamma = 24^\circ, 25'$ . Ἐσαμ δὲ  $A + B = 180^\circ - \Gamma = 155^\circ,$   
 $35'$ . Ἐνθουτοι  $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B = 77^\circ, 48'$ . Ἐσω ἔν  
 $\Lambda\Gamma = 2430$ , καὶ  $B\Gamma = 758$ . Ἐσαμ δὲ  $\Lambda\Gamma + B\Gamma =$   
 $3188$  καὶ  $\Lambda\Gamma - B\Gamma = 1672$ . Εἰ τοίνυν ἐκ τέτων  
δεῖσαι τὰς λοιπὰς γωνίας τῷ τριγώνῳ προσθερεῖν,  
τῷ λογαρίθμῳ χρεία τῆς ἐφαπτομένης, πρὸς γω-  
νίαν  $77^\circ, 48'$ , ἡλίκος ἐκ ἄνεσιν ἐν τῷ ἐπιτετμημένῳ  
Πίνακι. Καὶ ληπτέον ἄρα τὸν λογαρίθμον τῆς κα-  
τὰ τὴν γωνίαν  $77^\circ, 48'$ , σιωεφαπτομένης, ὅς ἐστίν,  
 $2, 33445$  καὶ ἀφαίρετέον τῷτον ἀπὸ 6, 00000,  
λοιπὸς γὰρ ἔσαμ λογ. Ἐφ.  $77^\circ, 48' = 3, 66555$ .  
δι' ἧ ὁ ὑπολογισμὸς ἔσαμ,



$$\left. \begin{array}{l} \text{λογ. } (ΑΓ + ΒΓ) = 3, 50352 \\ \text{λογ. } (ΑΓ - ΒΓ) = 3, 22324 \\ \text{λογ. } \text{Έφ. } (\frac{1}{2}B + \frac{1}{2}A) = 3, 66555 \end{array} \right\}$$


---


$$6, 88879$$

$$\text{λογ. } \text{Έφ. } (\frac{1}{2}B - \frac{1}{2}A) = 3, 38527$$

Ἄλλ' ἐδύτι μάλλον ἐδ' ὁ λογάριθμος ἔτος ἄεσιν ὡ τῶ Πίνακι. Ἐάν δὲ ἀφαιρεθῆ ἀπὸ 6, 00000, καταλείψει λογ. ΣΥΝΕΦ.  $(\frac{1}{2}B - \frac{1}{2}A) = 2, 61473$ , ὡπερ ἀντιστοιχεῖ  $\frac{1}{2}B - \frac{1}{2}A = 67^\circ, 30'$ . Ἡ δὲ τῆ  $\frac{1}{2}B + \frac{1}{2}A = 77^\circ, 48'$  προσεθεῖσα, δίδωσι  $B = 145^\circ, 24'$  ταύτης δ' ἀφαιρεθεῖσα, ὑπολείπει  $A = 10^\circ, 12'$ .

§. 886. Ἐπειδὴ δὲ ὁ τῶν ἐφαπτομῶν λόγος, τῶ τῶν σιωεφαπτομῶν ἀντιπέπονθαι, ὁ αὐτὸς ὑπολογισμὸς μικρὸν ἂν ἔχοι βραχυλογηθῆαι.

$$\left. \begin{array}{l} \text{λογ. } (ΑΓ - ΒΓ) = 3, 22324 \\ \text{λογ. } (ΑΓ + ΒΓ) = 3, 50352 \\ \text{λογ. } \text{ΣΥΝΕΦ. } (\frac{1}{2}B + \frac{1}{2}A) = 2, 33445 \end{array} \right\}$$


---


$$5, 83797$$

$$\text{λογ. } \text{ΣΥΝΕΦ. } (\frac{1}{2}B - \frac{1}{2}A) = 2, 61473$$

Ἐσι δ' ὁ αὐτὸς τῶ μικρὸν ἀνωτέρω εὔρεθῆτι, δίδωσιντε γωνίαν τιῶ αὐτῶ.

