



ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΤΜΗΜΑ Α.

ΠΕΡΙ

ΑΡΙΘΜΩΝ

ΙΔΙΑ

ΤΩΝ ΟΛΟΣΧΕΡΩΝ.

ΠΡΟΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Η μὲν Ἀριθμητικὴ περὶ τὸ ποσόν· τὸ δὲ πο-
σὸν ἐκ μερῶν· τὰ δὲ μέρη πρὸς ἀλλήλα ἤτοι
ἴσα· ἢ, τῆς διαφορᾶς ἀλογεμένης, ὡς ἴσα·
ἢ πάντως εἰς ἀλλὰ ἴσα ἐπανάγεσθαι ἐχούσα. Ὡσπερ
δὲ, εἰ μέρους τὸ πρῶτον ληφθὲν ἐπαναληφθῆ αἰεὶ τι
ποσὸν ἀναφύεται, τῇ πληθύνει τῶν ἐπαναλήψεων
συνολέμενον· ἔτω καὶ ποσὸν ἅπαν εἰς μέρη διαρρεῖ-
σθαι δύναται ἀλλήλοις ἴσα πολυτρόπως, ὧν τῶ πλή-
θει αὐτὸ συτήσεται. Τῶν δὲ μερῶν τῶν αἰεὶ τι μέ-
γεθος ἔσται. Ἐχει δὲ καὶ αὐτὰ εἰς μέρη ὑποδιαρρεῖ-
σθαι, ἢτοι ἴσα ἀλλήλοις, ἢ ὅπως ἂν ἀνίστα. Τῶ δὲ
τοὶ πλήθους τῶν μερῶν ἐπὶ τῶ αὐτῶ ποσῶ αὐξήσονται,
εἴτε κατ' ἐπανειλημμένῳ διχοτομίᾳ, εἴτε καὶ ἄλ-
λως, τότε γὰρ μέγεθος αὐτῶν ἐξ ἀναντίσθ ἀπομειῖσται,
ἔτω τῶς ἀποβραχυομένων, ὡς εἴ τι τῶν, ἢ θά-
τερον, μηδὲ λόγος τὸ παράπαν ἀξιῖσθαι πρὸς τὸ ὅλον
παραβαλλόμενον. Καθάπερ εἴ τις καὶ ὅρος μέγα εἰς
κόνιν ἀνοήσεται διαλεπτιωθὲν, ἢ μόριον εἴ εἴδ' ἂν ἐπαυ-
ξήσεται τῇ προθήκῃ τὸν ὄγκον, εἴδ' ἂν τῇ ἀφαιρέσει

ἀπομειώσειε. Καὶ ἔστιν ἄρα τὸ τηλικῶτον μέρος, τῆ
πρὸς τὸ ὅλον παραθέσει, ἴσα καὶ μηδὲν ἐκλογίζε-
σθαι, τούτῳ δὲ ἔλαττον ἀπὸ τῆ ἀκριβῆς γινομίνοιο,
ἐπίσω μᾶλλον ἐκεῖνο ἀπομειώται.

Μεγεθῶν τοίνυν ὑποκειμένων τῆ μὲν Α, τῆ δὲ
Β, ἐκείνη ἐλάσσονος, εἰ καὶ τῆ τῆ Β ἐπαναλήψαι
ἐκ αἰεὶ προκύπτει τὸ Α, αἰεὶ μὲν τοι τὸ ἀπὸ τῆ Α
ἐλλείπον, ἢ ὑπὲρ τὸ Α ὑπερέχον ἐπὶ τῆ προκύπτον-
τος, ἔλαττον ἔσαι, ἢ αὐτὸ τὸ Β τὸ ἐπαναληφθῆναι.
Ταύτητοι καὶ κατὰ τὸ δίωκὲς τῆ Β ἀπομεινόμενα,
καὶ ἢ κατ' ἐλλείψιν, ἢ ὑπεροχὴν ῥηθεῖσα διαφορά,
ὅσον ἂν ἐθέλοιτις ἀποβραχυθήσεται, ὡς μηδὲ λό-
γῳ τέως ἀξία κρίνεσθαι. Τίλικαῦτα δὲ τὸ Α μέγε-
θος τῆ τῆ Β ἐπαναλήψαι, ὡς ἐπ' ἀκριβῆς γινόμενον
λογιθήσεται. Ἀμέλειτοι εἰάν τὸ τῶν μερῶν μέγεθος,
ἐπὶ τὸ ἔλαττον αἰεὶ προβαίνη ταῖς εἰς ἴσα κατὰ τὸ
δίωκὲς διαιρέσεσιν, ὥστε ἕκαστον αὐτῶν μερῶν τῶν
ἀνακυπτόντων, εἰς ἄλλα ὅσαδήποτε τὸν ἀριθμὸν
ὑποδιαιρεῖσθαι, καὶ ἔτις ἐφεξῆς, τελευταῖον δὲ τὰ
μέρη, μεγέθους παντὸς ὠρισμένων, ὅπερ ἂν δοθεῖν,
ἢ νοηθεῖν, ἐλάσσονα καταστήσεται. Καὶ κατὰ μέ-
ρους δὲ ἀφαίρεσιν τῆς ποσότητος ἀπομεινόμενης,
ἐπεὶ τι καὶ περιλειφθεῖν ὡσαύτως ἠλίκησεν τυγ-
χάνον βραχύτητος, εἰς τούτῳ ἂν τὸ μέρος τὸ
ἀφαιρετέον ἐπαύξειτο, ὡς τὸ μηδὲν ὅλως καθυπο-
λείπεσθαι.

Περὶ γὰρ ταῦτα ἡ διάσκεψις τῆς τῶν μερῶν, ἐφ'
ὅσον ἂν τις καὶ βέλοιο, ἄχρι τῆ καὶ πρὸς τὸ μη-
δὲν ἀπολήγειν, ἀπομειώσεως. λέγεται δὲ τὰ τη-
λικαῦτα μέρη ἀπειροσά, παρὰ τὸ μηδὲν ὑποτί-
θεσθαι πέρασ τῆ τέτων σμικρότητι. Δεῖ μὲν τοι
καλῶς τὰ ἀπειροσά ταῦτα διακρίνειν, τῶν ὅσον ἂν
ἐθέλοιτις ἐλαστίων, μεγέθους δὲ ὅμως ὠρισμένων,
καὶ ὧν ἢ θέμις νοεῖν ἐλάσσονα.

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 1.

Μέγεθος Β, ἐξ ἑπερ ἐπαναληφθέντος, μέγεθος ἕτερον τὸ Α ἀπογενναῖται, ἢ τὸ τρίτω ἴσον, Μέρος Πηλίκον τῆ Α καλεῖται καὶ Μόριον.

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 2. Ἄριθμός δὲ ἐστὶν ἢ κατ' εἰσφάσεις ἐννοίας τῆ τρίτου, καὶ ὄντι μέγεθος τὸ Α, ἐκ μεγέθους ἑτέρου γίνεται τῆ Β, ἢ τῶν τῆδε πηλίκων μερῶν. Τὸ δὲ Β ταύτη γε καλεῖται Ἐν, ἢ Ἐναῖς, ἢ Μονάς.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 3. Μέγεθος γὰρ ὅποσον ἔν τὸ ΑΒ δι' ἀριθμῶν Σχ 1. ἐκδηλώσαντες, τινὲ πρὸς τὸ δοκῶν ληφθεῖσαν μονάδα ΓΔ, εἰμήπε γε δοθεῖσα ἢ, ἐπαναλαμβάνομεν, ἀχρὶς ἔ μέγεθος προκύψη, ἢτοι τῶ δοθέντι ΑΒ ἴσον, ἢ αὐτῆ ἐλάττω, ἢλίκον δὲ τὸ ΑΕ· ἔτω γεμὶν ὡς εἰ μοναῖς ἔτι ἐπιπροσθεῖη, μείζοντι γίνεσθαι τῆ ΑΒ. Ἐὰν ἔν τὸ δεύτερον ἔψηται (ἢ καὶ τῆς ΓΔ μονάδος ὑπὲρ τὸ ΑΒ μέγεθος τυχεύσης.) τινὲ μονάδα εἰς μέρη διαμερῶντες ἀλλήλοις μὲν ἴσα, τῆς δὲ κατὰ τινὲ ΕΒ ὑπεροχίω ἐλάσσονα, ἐπιχερῶμεν αὐθὶς δι' ἐπαναλήψεως εἰς τῶν μερῶν τέτων ΓΖ, τινὲ ὑπεροχίω ΕΒ ἀκριβῶς ἀποδοῖναι· ἔ δὲ συμβαίνοντος, καὶ ἢ ΑΒ ποσότης, τῆ τῆ αὐτῆ μέρους ΓΖ ἐπαναλήψει διεκπερανθήσεται. Ἐὰν δὲ ἢ ΕΒ ὑπεροχή, τῆ ἐπαναλήψει τῆ ΓΖ μέρους, κατὰ τὸ ἀκριβῆς ἀποδοθῆναι μὴ οἶατε ἢ, ἀλλ' ἢ ὑπεροχή ΗΒ τῆ ΑΒ ὑπὲρ τὸ ΑΗ μεγέθους, ἢ δι' ἐπαναλήψεως τῆ ΓΖ προκύψασα, αὐτῆ δὲ τέτω τῆ ΓΖ ἐλάσσων ἔσται. Ὡτε καὶ τῆδε δὲ τῆ ΓΖ εἰς μέρη ἴσα αὐθὶς διαμερῶντος, καὶ τέτων ἐκάστω ἔτι εἰς ἄλλαι ἴσα, τό γε ἔχρατον ὑπερέχον, (εἰ μὴ τέλεον

ἐκ μέσθ ἀρθείη) εἰς γὰρ ἐλάχισόν τι ἀποβραχυ-
θήσεται, ἢ μηδεὶς περαιτέρω λόγος γένοιτο ἄν. Οὐ-
τω ποιῶσι, καὶ ὅπως τῇ διαίρειται τῆς ΓΔ, οἷα μο-
νάδος, καὶ τῶν αὐτῆς πηλίκων μερῶν, ἢ ΑΒ πα-
ρήχθη τὸν νῦν προσέχουσαν, ἢ τῷ ἀριθμῷ ἔννοια ἡμῖν
ἐγγυηθήσεται, καὶ ὅτι τὸ ΑΒ μέγεθος πρὸς μονάδας
ἀναφέρεται τῷ ΓΔ, καὶ διὰ ταύτης καὶ δηλεῖται.

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 4. Ἐὰν ἢ ΓΔ μονάς, τὸ δι' ἀριθμῷ δη-
λεῖσθαι μέλλον μέγεθος ΑΒ διεκμετρηῖ. τετέστιν,
ἐὰν ἐκεῖνο μέρος πηλίκον ἢ, ὁ ἀριθμὸς εἰρήσεται
Ὀλοχερής.

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 5. Ἐὰν δέ τι τῶν ἐπὶ τῆς μονάδος πηλίκων
μερῶν ΓΖ τὸ τεθὸν μέγεθος ΑΒ διεκμετρηῖ, ὁ ἀριθ-
μὸς εἰρήσεται Κλασματικός, ἢ Κλάσμα.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 6. Ἐὰν ἢ μονάς αὐτὴ ἐπαναληφθεῖσαι τὸ
μέγεθος ΑΒ διεκμετρηῖ, διεκμετρήσει δὴ τῷ τε, καὶ
πᾶν τῆς μονάδος μέρος πηλίκον. Διὸ καὶ μέγεθος
τὸ δι' ὀλοχερῶς ἀριθμῷ ἐκδηλέμονον, αὐτὸ τῷ τε καὶ
διὰ κλασματικῷ δηλωθήσεται τρόποις μυρίοις. Τὸ
δὲ διὰ κλασματος ἐκδηλέμονον, ἢτοι ἔλαττον τῆς μο-
νάδος ἐστίν, ἢ ἔχί. Καὶ εἰ μὲν ἐκεῖνο, τὸ κλάσμα κα-
λεῖται Γνήσιον, εἰ δὲ τῷ τε, Νόθον.

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 7. Τῷ δὲ κλάσματος ἀριθμοῖς συγκροτημένῃ
δυσὶ, τῷ μὲν, εἰς ὅσα ποτὲ ἢ μονάς διήρηται μέρη ἴσα
ἐκφέροντι, τῷ δὲ, ὅσα τῶν ἐκ τῆς διαίρεσέως ἀνα-
κυψάντων ἐπὶ τῇ τῷ κλάσματος συστάσει παρείλη-
πται, διασημαίνοντι, ὁ μὲν πρῶτος Παρονομασής
καλεῖται, ὁ δὲ δεύτερος Ἀριθμητής.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 8. Οἱ δ' ὄροι ἔτοι τῆ κλάσματος, ὅ, τὸ ἀριθμητῆς αὐτῆ δηλονότι, καὶ ὁ παρονομαστῆς, Κανονικῶς τῶν ὀλοσχερῶν εἰσὶ, καίτοι καὶ κλασματῆς εἶναι διωάμενοι. Καὶ ἐπὶ μὲν τῷ γνησίῳ κλάσματι ὁ ἀριθμητῆς τῆ παρονομαστῆ ἐλάσσων ἐστίν, εὖ δὲ τῷ νόθῳ ἔχ ἕτως, ἀλλ' ἦτοι ἴσος αὐτῷ, ἢ αὐτῆ μείζων.

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 9. Ἐάν τὸ μέγεθος ΑΒ, ἐκ τῶν τῆς μονάδος ΓΔ πηλίκων μερῶν, μεγέθει ὠρισμῶν, σωτελεῖσθαι μὴ ἔχη, ὅποσον ἔν ἐλάχιστα ταῦτα ληφθεῖν, τὸ ΑΒ τῆ μονάδι ΓΔ ἀσύμμετρον εἶναι λέγεται. Καὶ εἴτις ἀριθμὸς πλάττοιτο, ὁ τὸ ρηθὲν μέγεθος ΑΒ πρὸς μονάδα ἀναφέρων τὴν ΓΔ, Ἄλογος ἐκεῖνος κληθῆταται, καὶ Ἄρρητος· οἱ δὲ λοιποὶ πάντες Λογικοὶ, καὶ Ῥητοί.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 10. Ὅτι δὲ μεγέθη ἐστὶ, μεγέθει ὀτωδήποτε προσληφθέντι, οἷον τῷ ΓΔ, ἀσύμμετρώς ἔχοντα, ῥαδίον κατιδεῖν. Ἐάν γὰρ τὸ ΑΗ, ἐκ μερῶν συγκέηται τῶν ἐπὶ τῆς τεθείσης μονάδος πηλίκων, οἷον ἐκ τῆ ΓΖ· προσεθῶτος ἐκείνω τῆ ΗΒ, ὅπερ ἂν τῆ ΓΖ ἐλαττον ἦ, εὐδηλον ὅτι τὸ ΑΒ ἐκ τῆ ΓΖ ἔ σωτελεθῆσεται. Δηφθῆτω τοίνω μέρος πηλίκον ἕτερον ἐπὶ τῆς μονάδος ΓΔ· καὶ ἐκ τῆτε συγκέοιτο τὸ ΑΗ, προσαυξηθῆτω τῆ ΗΒ προσθήκη, ἐλάσσονι μὲν ἔση τῆ δεύτερον ληφθέντος μέρους, ἐλαττον δὲ καὶ τὸ ΗΒ τῆ προτέρου μέρους ΓΖ παρεχομένη. Ὅ δῆτε ἐκ ἀδιωάτως ἔχει γενέσθαι· τὴ γὰρ αὐξησην, ὅσον ἂν δόξαιεν, ἔπεσιν ἐλαττονῶν. Ἀναφύησεται τοίνω τὸ ΑΒ, τὸ μήτε ὑπὸ τῆ ΓΖ, μήθ' ὑπὸ θατέρου μέρους τῶν ἐπὶ τῆς μονάδος ΓΔ,

σωτελεσθῆναι διωάμενον. Καὶ τῷ αὐτῷ ἄρα ὡσαύτως καὶ ἐφεξῆς γινομένης, προκύψει τέως τὸ ΑΒ, ὃ μηδὲν ὅλως τῶν αὐτῆς μονάδι ΓΔ πηλίκων μερῶν σωκετελέσει, εἰ μόνον ὁ τῶν δε τῶν μορίων ἀριθμὸς ὠρισμένος εἴη, ὅσον ἂν καὶ μέγας ληφθῆ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

§. 11. Ἐκ δὴ τῶν περὶ τῆς ἀριθμῆς ἐνοιοῦν, σαφές ὅτι τὸ τῷ ἀριθμῷ μέγεθος, ἐκ τῷ κατὰ τὴν μονάδα μεγέθους ἑδαμῶς ἐξήπια. Τῷ γὰρ τρέπῃ τῆς σωθέσεως σωζομένης, ὁ ἀριθμὸς κατὰ ταῦτά μίνει, καὶ εἰ παντοίως ἢ μονὰς τρέπεται.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

§. 12. Τὸ δέτοι μέγεθος, ὃ διὰ τῷ ἀριθμῷ δηλῆται, καὶ τῷ ἀριθμῷ ἐξήρηται, καὶ τῷ τῆς μονάδος μεγέθους πρὸς αὐτὸν ἀνάγεται, καὶ δι' ἀμφοῖν δὲ καὶ νοεῖται. Ἐπαύξει γὰρ τὸ μέγεθος, ὅπως ἐπὶ μονάδι τῆς αὐτῆς τῷ ἀριθμῷ πληθυνομένης, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ ἐκείνῃ μεγεθωομένη τέτρε μόνοντος. Καὶ ἑκατέρω δὲ ἀπομειομένης, ἢ θατέρω, ἀπομειῖται.

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ.

§. 13. Εἰς ἀριθμὸν ὀλοχερῆ τὸ κλάσμα μεταποιεῖται, ἐπειδὴν τὸ τῆς μονάδος μέρος, ἔστω τῆς ἐπιναλήψει τὸ κλάσμα σωίζεται, ἀντὶ μονάδος λαμβάνηται. Καὶ αὖξει μὲν ἄρα τὸ κλάσμα, ἢτοι ἐπὶ τῷ αὐτῷ τῷ μορίῳ μεγέθει τῷ ἀριθμητῷ αὖξοντος, ἢ γὰρ ἐπὶ τῷ αὐτῷ ἀριθμητῷ τῷ μορίῳ μεγεθωομένης· τὸναντίον δὲ, ἢτοι τῷ ἀριθμητῷ, ἢ τῷ κατὰ τὸ μέρος μεγέθει, ἢ καὶ ἑκατέρω ἀπομειομένης, ἀπομειῖται.

ΠΟΡΙΣΜΑ Δ.

§. 14. Ἐν εἶδει δὲ, εἰάν τῷ ἀριθμῷ σωζομένη, αἱ μονάδες, ἢ τὰ τῆς μονάδος ἀριθμέμενα μέρη, εἰς τὸ δὶς τοσούτον ἐπαύξησιν, καὶ τὸ διὰ τῷ ἀριθμῷ δηλέμενον μέγεθος διπλασιασθήσεται· εἰάν δὲ εἰς τὸ δεκάκις, δεκαπλασιασθήσεται· Καὶ ἕτως ἐφεξῆς. Τὸναντίον δὲ τῷ ἀριθμῷ ὡσαύτως ἔχοντος, εἰάν αἱ μονάδες, ἢ τὰ τῆς μονάδος μέρη, τῶν πρότερον ἡμισύωνται, καὶ τὸ μέγεθος, πρὸς γε τὸ πρῖν, ἡμισυθίσσεται. Καὶ εἰάν ἐκείνων ληφθῆ τὸ δέκατον, καὶ τέττε τὸ δέκατον παρῆσαι. Καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὡσαύτως.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ

§. 15. Ἀριθμεῖν ἄχρι τῶν δέκα καλῶς εἰδότες, ὡς αὖν ἀριθμὸς μείζονας, καὶ καθ' ἑαυτὸς ἀνατυπῆσθαι, καὶ τοῖς ἄλλοις νοεῖν παρέχειν ῥαδίως διωαίμεθα, ἐκ τῶν ἀπλῶν δέκα μονάδων, μονάδας ἄλλω συγκροτῆμεν, ἧς ὄνομα Δεκάς. Ἐξῆς δὲ καὶ ταῖς ἐν πλήθει ἀριθμῆντες δεκάδας, ὡς καὶ ἐξ αὐτῶν δέκα γενέσθαι, δεκάδα ἄλλω συμπληρῆμεν, ἧ ὄνομα Ἑκατοντάς, ἢ Ἑκατοσύς. Ὡσαύτως δὲ καὶ τῶν ἑκατοσύων ἀριθμεμένων, δέκα ἐξ αὐτῶν καινῶν μονάδας συναποτελῆσιν, ἧ λέγεται Χιλιάς. Καὶ ταύταις δὴ ταῖς φωναῖς τῆς τῶν χιλιάδων, ἑκατοντάδων, δεκάδων πληθύος ἐκφερομένης, ὁ ἐν αὐτῇ περιεχόμενος ἀριθμὸς, ἕξαι τῇ διανοίᾳ παρῆσεται.

§. 16. Καὶ τῶν χιλιάδων δὲ κατὰ ταῖς μονάδας ἀριθμῆμεν, Δεκάδας, καὶ Ἑκατοντάδας Χιλιάδων λέγοντες, ἐς γ' ἐπὶ ταῖς δέκα ἑκατοσύας, τέττεςιν ἐπὶ τὴν χιλιάδα τῶν χιλιάδων.

§. 17. Τὴν δὲ χιλιάδα τῶν χιλιάδων Μιλλιόνιον καλῆμεν· Καὶ εἰ τὸ πλῆθος ἐς τοσούτον ἦκοι, καὶ Μιλλιόνια ἐν αὐτῷ παραπλησίως ταῖς μονάσιν ἐξα-

ριθμίζομεν· Συμπληρωμαίων δηλονότι τῆ προόδα, δεκάδων τε, ἢ ἑκατοντάδων, ἢ χιλιάδων Μιλλιονίων. Καὶ δεκανιχιλίων δὲ, καὶ ἑκατοντακιχιλίων, εἰς ὃ προέλθοι καὶ τὸ ἐκ Μιλλιονίων Μιλλιόνιον.

§. 18. Τὸ δὲ ἐκ τῶν Μιλλιονίων Μιλλιόνιον, Διλλιόνιον ὀνομάζομεν· Καὶ τὸ ἐκ Διλλιονίων Μιλλιόνιον, Τριλλιόνιον· Καὶ τὸ ἐκ τῶν Τριλλιονίων Τετραλλιόνιον, καὶ ἕτως ἔφεξῆς, τῷ αὐτῷ τῷ ἀριθμῶν τρόπῳ, ὡς ἐπὶ τῶν Μιλλιονίων προχρώμενοι. Οὕτω διὰ τῶν ὀλιγαριθμῶν τῶν δὲ ὀνομάτων (ἃ βαρβαρικά μὲν ἐσὶ, καὶ τῆς καθ' ἑλληνικαὶς συνηθείας πρόβῳ πίπτοντα, διὰ δὲ τὸ ἐν ἀπλότητι εὐχρησον ἐν ταῖς ἀριθμητικοῖς ἠκίσα παρατητῆα.) ἀριθμῶν ψαμμακοσίς ἢ λίκς ἐκφέρειν διαιρέσει.

§. 19. Τῆς δὲ μονάδος εἰς μὲν ἴσαι δύο διαμερείς, τῶν μερῶν ἑκάτερην ἡμισυ προσαγερεύομεν, καὶ ἡμίσειαν. Εἰς δὲ τρία, ἕκασον Τριτημόριον, ἢ Τρίτον. Καὶ Τεταρτημόριον δὲ λέγομεν, ἢ Τέταρτον· Καὶ Πεντημόριον, ἢ Πέμπτον· καὶ ἕξῃς ὁμοίως, τῷ τῶν μερῶν ἀριθμῷ φερονύμως, εἰς αὐτὴν ἢ μοναὶς ἰσάκις διήρηται. Τῷ δ' αὐτῷ λόγῳ, καὶ Δεκατημόριον τι μονάδος, ἢ Δέκατον, ἐνέσται λαβεῖν· καὶ ἑκατοσημόριον, ἢ ἑκατοσόν· καὶ χιλιοσημόριον, ἢ χιλιοσόν. Ἐσὶ δὲ τὸ μὲν ἑκατοσόν, δεκατημορίε δεκατημόριον· τὸ δὲ χιλιοσόν, ἑκατοσημορίε δεκατημόριον. κτλ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 20. Οὕτως ἀριθμὸν ἅπαντα, ἐν ᾧ παρὰ ταῖς ὀλοχερεῖς μονάδας, ἕδντι ἕτερον τῶν ἐν αὐταῖς ἐνοῦμεν μορίων, πλὴν ἢ τὰ δεκατημόρια, ἑκατοσημόρια, χιλιοσημόρια κτλ., ἐκ μονάδων σιωτίζομεν, μεγέθει ἕτεροτάτων· ὧν δὲ τάξεων, αἱ μὲν ἀνώτεροι τῶν ἀπλῶν μονάδων εἰσὶν, οἷον δέκα, ἑκατόν, χίλια· αἱ

αἱ δὲ κατώτερα, οἷον δέκατον, ἑκατησὸν, χιλιστὸν. Καὶ κοινὸς δὲ ἐν πάσαις ταῖς τριαῖς δε τάξις ὁ νόμος κρατεῖ, τὸ ἐκάστῳ ἐπὶ ἑκατησὸν τάξεως μονάδα, δεκά μὲν μονάσι, τῶν ἐν τῇ ἀμέσως κατωτέρῃ τάξει, ἰσοδιωαμεῖν, δεκατημόριον δὲ τῆς ἐν τῇ προσεχῶς ἀνωτέρῃ μονάδος ὑπαίχειν.

ΤΠΟΘΕΣΙΣ.

§. 21. Οἱ, καθ' ὃν εἴρηται τρόπον, ἐκφερόμενοι ἀριθμοὶ δι' εἰσὶν τῶν δε γράφονται χαρακτήρων, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. οἱ καθ' ἡμᾶς ἅπασι γνωριμώτατοι εἰσίν. Ὁ δὲ τῆς τέτων καταγραφῆς σίχος, διηρημύς νεῖται κατὰ τέπες, ὧν εἷα εἰς καταλήψεται χαρακτήρ. Καταλέγονται δὲ αἱ τέποι, ἢ περ ἔθος τοῖς Ἰνατολικωτέροις τῶν Ἑθνῶν τὰ παρ' αὐτοῖς γραφόμενα ἀναγινώσκειν, ἀρχῆς δηλονότι δεξιόθεν πρὸς τὰ λαϊὰ γνομάνης. Τῶν δὲ τόπων ὁ μὲν τις ταῖς ἀπλάϊς ἀφώριται μονάσιν, ὁ δ' ἐγγὺς πρὸς ἀριτεράν μετὰ τέτων ταῖς δεκάσιν, ὁ δ' ἐχόμενος ταῖς ἑκατοντάσι· καὶ ἔτως ἐφεξῆς. Ἐν δὲ τῷ τῶν ἀπλῶν μονάδων προσεχῶς ἠγεμένῳ τόπῳ, τὸν χαρακτήρα τιθέαμεν, ὑφ' ἧς ὁ τῶν τῆς μονάδος δεκατημορίων δηλεῖται ἀριθμὸς· καὶ τῷ πρὸ τέτε, τὸν ὑφ' ἧς ὁ τῶν ἑκατοσημορίων· καὶ ἔτως ἐφεξῆς.

§. 22. Ἐνθα δὲ, παρ' ἕλλησιν τῶν τινος τάξεως μονάδων, ὁ τόπος ἄμοιρος χαρακτήρος διαμένει καὶ κοινός, τῷ σημείῳ τῷ δε (ο), ὃ μηδενικὸν ὀνομάσομεν, τὸν τόπον πληρῆμεν, ὡς εἴη μὴ τῆς τάξεως περιτραπίσης ἐπιγυνοῖτο σύγχυσις. Τὸν δὲ δὴ τόπον τῶν ἀπλῶν μονάδων, τῷ κόμματι (,) διασημαινόμεθα, πρὸς δεξιάν τῆς κατ' ἐκείνας χαρακτήρος ὑποδιατέλλοντες· εἰμήπερ πρῶτιστος ἀπάντων ἐκεῖνος. Τίτωκαῦτα γὰρ τὸ τῆς ὑποδιαστολῆς (,) περιττόν.

§. 23. Τογαρεῖν ἐκ τῶν εἰρημνίων, ἐπὶ τῷ ἀριθμῷ 306, 27 νοητέον ἔξ μὲν μονάδας ἀπλᾶς· δεκάδας δὲ ἑδεμίαν· ἑκατοντάδας δὲ τρεῖς. Καὶ προσέτε δὲ καὶ μονάδος δεκατημόρια μὲν δύο, ἑκατοσημόρια δὲ ἑπτά. Παραπλησίως δὲ νοεῖν χρῆ, καὶ τὸς ἀριθμοὺς τὸς ἔτω γεγραμμένους· 327, 95476. Καὶ 4708, 3700. Καὶ 27, 05. Καὶ 18, 0004. Καὶ 0, 451. Καὶ 0, 8005. Καὶ 0, 0009. Πανταχῶς γὰρ ἢ μονάς ἢ δι' ἑκάστη μὲν τῶν χαρακτήρων παραταμνία, διὰ δὲ τῷ (0) ἐπὶ χώρας τινός κατατασομνία, μονάσι δέκα τῶν ἐπὶ τῷ προσεχῶς ἠγνυμένους τότε ἰσοδυναμεῖ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

§. 24. Τῷ τῶν ἀπλῶν μονάδων τότε κατὰ χώραν μένοντος, ὁ κατὰ τὰ ὁροθετηθέντα καταγεγραμμένος ἀριθμὸς, ὅσους ἂν ἑκατέρωθεν προσκειμένους χοίη μηδενικὴς χαρακτῆρας, ἑδεμίαν τὸ παράπαν τροπιῶ ὑποθήσεται. Οὐκ ἔν ὁ ἀριθμὸς 23, 47· καὶ ἔτω γραφείη 0023, 47. καὶ ἔτω 23, 47000, καὶ ἔτω, 0023, 470, καὶ πανταχῶς ἄλλως, αἰεὶ ἔσαι ὁ αὐτός.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

§. 25. Ἐὰν δὲ ἐπὶ ἀριθμῷ τῷ ἔτω καταγεγραμμένους 0023, 470 ἢ τῶν ἀπλῶν ὑποδιαστολή (,) μονάδων, ἐπὶ τῷ ἐφεξῆς ἠγνυμένους μεταπέση τότε, οἷον 00234, 70 ὁ μὲν τὰ δεκατημόρια τὸ πρὶν ἐξαριθμῶν χαρακτῆρ, μονάδας τῶν καὶ αὐτὰ ἀριθμήσει ἀπλᾶς· ὁ δὲ τὰ ἑκατοσημόρια, ἀριθμήσει δεκατημόρια· ὁ δὲ τὰς μονάδας, ἤδη δεκάδας. Καὶ εὖ γενεῖ, ἕκαστος τῶν ἐκκειμένων χαρακτῆρων μονάδας σημανεῖ, κατὰ τὸ δεκαπλάσιον τῶν προτέρων μείζονας. Καὶ τῇ τοιαύτῃ ἄρα τῷ σημείους μεταθήσει, τὸ ἀριθμητὸν δεκαπλασιαθήσεται. (§. 14.)

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ.

§. 26. Ἐνθεντοι εἰάν ἐπὶ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ 0023, 470 τὸ τῆς ὑποδιαστολῆς σημεῖον (,) ἐπὶ τόπον μετατεθῆ τὸν ἐγγύς ἐπόμενον, ὡς εἶναι 002, 3470, ὁ ἀριθμὸς κατὰ τὸ δεκαπλάσιον τὴν δυνάμιν ἀπομειωθήσεται, τῶν μονάδων ἀπασῶν ἀντὶ τῆς προτέρας αὐξήσεως, ὅπως ἐλαττωθῶσι. Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον ὁ ἀριθμὸς ἑκατοντάκις μείζων μὲν ἀποβήσεται τῆ δυνάμει τῆς ὑποδιαστολῆς διότι τόπω κατὰ τὰ προηγμένα μεταχωρήσῃ, ἐλάσσων δὲ, κατὰ τὰ ἐπόμενα. Ὅθεν καὶ ὅπως ἀν χιλιάκις ὁ αὐτὸς, ἢ μυριάκις μᾶλλον ἢ ἐλαττωθῶσι, ῥαδίον σιωδεῖν. κτλ. Τῷ γὰρ ἀριθμῷ 0023, 470 ἑκατονταπλάσια δυνάται ὁ 002347, 0, ἦτοι ὁ 2347 χιλιοπλάσια δὲ ὁ 23470. Καὶ ἑκατοντάκις δὲ χιλιοπλάσια ὁ 2347000. Τὸναντίον δὲ τῷ ἀριθμῷ 0023, 470 ἑκατοσημόριον ἐστὶ 0, 2347, χιλιοσημόριον δὲ ὁ 0, 02347. δεκαχιλιοσημόριον δὲ 0, 002347. καὶ ἐφεξῆς ὡσαύτως.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 27. Τῶν κατανοημένων, ῥαδίον ὄντιναῶν χαρακτηρισῶν εἶχον, ὅς ἀν κατὰ τὸν ὀροθετηθέντα γεγραμμένος τρόπον, ὑποδεξέσθαι τῶν ἀπλῶν μονάδων τάξιν μὴ ἔχοι, διὰ τῶν ἀνωτέρω ἐρμηθευθέντων ὀνομάτων δεξιῶς ὑπαναγινώσκειν. Καὶ μάλιστα εἴ τις τρεῖς ἐφεξῆς ἐκκειμένους χαρακτήρας ἐπίσαιτο ἀναλέγεσθαι. οἷον 005. 060. 900. 053. 620. 503. 794. Οὐδεμία γὰρ αὐ τῷ δυχέρεια. Διηγήσθαι μὲν γὰρ ὁ προτεθείς εἶχος κατὰ κλάσεις, ἀνα χαρακτηρισῶν ἐξ περιεχέσας. ὁ δὲ πρῶτος αἰετῶν αὐ ταῖς κλάσεσι χαρακτηρισῶν ἐπισημανθήτω τοῖς ἐξῆς ' , ' , ' , κτλ. Εἴτα τῶν κλάσεων ἑκάστη, εἰς κόμματα δύο, ἀνα χαρακτηρισῶν τρεῖς, ὑποδεισάσθω ὡδε.

5 | 339" | 870 | 325' | 743 | 270°, 274.

Τέτρε γνομόνεσ ἀπὸ τῆσ χαρακτῆροσ εἰσὶ μονάδεσ τῆσ ἀνωτάτω τάξεωσ εἰσὶ, διὰ τῶν αἰεὶ καταδεφεσέ-
ρων ἢ πρόσοδοσ χωρεῖτω, καθ' ἐκάστω κόμματοσ τῆσ
ἐκ τριῶν, ἢ ἐλασοόνων χαρακτῆρων, οἷα δὴ ἐτέθη,
συγκειμένεσ τῆσ ἀναγνώσεωσ προϊέσθησ. Νοείθωσσαν
δὲ οἱ χαρακτῆρεσ μονάδασ μὲν ἀριθμεῖν ἀπλάωσ τῶ
τῆσ κόμματοσ ἐπισημανομένεσ. Μιλλιόνια δὲ τῶ',
Διλλιόνια δὲ τῶ'', καὶ ἔτωσ ἐφεξῆσ. Τὸ δὲ καθ' ἐκά-
στω τῶν κλάστων κόμμασ, καθ' ὃ ἀσημοσ ἐσὶν ὁ τῶν
τριῶν ἐλάχιστοσ χαρακτῆρσ, διασημαίνετω τὰσ χιλιά-
δασ τῶν αὐτῶν μονάδων, ὧν αἱ τάξεισ διὰ τῶν ἐπι-
σημῶν ' , ' , ' , ἐκτίθενται ἐπὶ τῶν κομμάτων αὐτῶν προ-
σεχῶσ κεῖται. Κατὰ ταῦτα ἐν τὸν προτεθέντα
ἀριθμὸν ἀπαγγέλλειν ἐσὶν ὡδέπωσ. 5 χιλιάδεσ, καὶ
329 διλλιόνια. 870 χιλιάδεσ, καὶ 325 μιλλιόνια.
743 χιλιάδεσ, καὶ 297 μονάδεσ.

§. 28. Οἱ χαρακτῆρεσ οἱ τῶν ὑπὸ τὰσ ἀπλάωσ
μονάδασ τάξεων σημαντικοὶ σπανίωσ ἀναγνώσκονταί,
καὶν δεήπειε καὶ τέτρεσ ἀποδένωσ, ἐκ τῶν εἰρημένων
σῶμαρῆσ ὁ τρόπεσ τῆσ ἀναγνώσεωσ.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ.

§. 29. Ὁ δὲ κλασματικὸσ καταγράφεται ἀριθ-
μὸσ, γραμμῆσ πλαγίωσ διαχθείσθησ, καὶ τὸν ἐπι-
γραφομένον ἀριθμητικῶ τῆσ ὑπογραφομένεσ παρονο-
μασῆσ διασειλάσθησ, ἔτω $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{13}{13}$ ἢ, ὅπερ ἦκιστα
κανονικόν, (§. 8.) τῶν ὄρων τῆσ κλάσματοσ καὶ
αὐτῶν κλασματικῶν τυχόντων, ἔτω, $\frac{3\frac{1}{2}}{7}$, $\frac{5\frac{2}{3}}{13}$,
 $\frac{3}{7\frac{4}{3}}$, $\frac{5\frac{2}{3}}{7\frac{4}{3}}$.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 30. Ἐσὶ καὶ ἄλλ' ἄττα σημεῖα, δι' ὧν αἱ τῶν
ἀριθμῶν, ἢ τῶν ἄλλων πισοτήτων διασημαίνονται
χέσεισ.

χέσεις. Ἐν οἷς τὸ μὲν = ἰσότητα μιλῶναι τῶν οἷς ἂν ἐγγράφοιτο. Τὸ δὲ $>$, ἢ τὸ $<$, μείζον μὲν εἶναι κατηγορεῖ τὸ πρὸς ὃ διαχίμνει, ἐλάττω δὲ τὸ πρὸς ὃ διοξυῖεται. ἔσως $0,3 = \frac{3}{10}$. δηλῶται γὰρ δι' ἀμφοτέρων τὸ αὐτὸ κλάσμα, ἢ περὶ δῆλον ἐκ τῶν μικρῶν πρόσθεν εἰρημύων. Παραπλησίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν $0,47 = \frac{47}{100}$, $0,094 = \frac{94}{1000}$, καὶ ὅσα τοιαῦτά τούτοια. Ἀλλὰ γὰρ $0,3 > \frac{3}{11}$, ἢ $\frac{3}{11} < 0,3$, μείζον εἶναι βέλεται τὸ κλάσμα $0,3$ ἢ τὸ $\frac{3}{10}$, τὸ δὲ $\frac{3}{11}$ ἐλάττω. Ταῦ λοιπὰ τῶν σημείων τῶν τοιαῦτων γούρας ἐν οἰκείοις τόποις σαφίμως δῆσεται.

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 31. Ἐὰν ἀριθμὸς K , δυσὶν, ἢ πλείοσιν ἄλλοις A, B, Γ ἅμα ληφθεῖσιν, ἴσος ἢ, τέτων εἶναι τὸ κεφάλαιον ἐκεῖνος εἰρήσεται. Τὸ δὲ ἀριθμὸν A , ἀριθμῶ B προσιδέσθαι, τὸ τέτων εἶναι εὐρίσκειν κεφάλαιον ὃ δὴ αὐτὸς καὶ τῶ Γ προσιδεμένος, τὸ κεφάλαιον προκύπτει τῶν ἀριθμῶν A, B, Γ , καὶ ἔσως ἐφεξῆς.

§. 32. Διαφορὰ δυοῖν ἀριθμῶν ἀνίστων A καὶ B εἶναι ἀριθμὸς, ὃ τῶν δοθέντων ὁ μείζων A , τὸν ἐλάσσονα B ὑπερέχει. Τὸν δὲ δὴ ἐλάσσονα ἀπὸ τῶ μείζονος ἀφαιρεῖν, τὴν διαφορὰν τῶν ἀριθμῶν εὐρίσκειν ἐστὶ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 33. Εἴτε προσιδέσθαι δύοι ἀριθμὸν ἀριθμῶ, οἷον τὸν B τῶ A , εἴτε καὶ ἀφαιρεῖν ἀπὸ τέτων ἐκεῖνον, ἀνάγκη πᾶσαι τῶν ἀριθμῶν ταῖς μονάδας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι. Εἰ δ' ἔν τῶτῳ, καὶ αἰ κατὰ τὸ κεφάλαιον, ἢ τὴν διαφορὰν μονάδες, ταῖς αὐταῖς μονάσιν ἴσας ἔσονται καὶ αὐταί.

§. 34. Ἐὰν ἢ K κεφάλαιον τῶν A καὶ B ἀριθμῶν, διατέρε τέτων ἀπὸ τῶ K ἀφαιρεμένους, οἷον τῶ

τῷ Β, ὑπολειφθήσεται ἄτερος, ὁ Α. Καί γε τῆς τῶν ἀριθμῶν Α καὶ Β διαφορᾶς, τῷ εἰλάσσονι Β προσεθείσης, προκύψει ὁ μείζων Α.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

§. 35. Ἀριθμὸς ἑστινασῶν, κατὰ τὰ ἐν §. 20. ὁριστέμονα ἐκδηλωμένους, ὧν αἱ ἀπλοῆ μονάδες ἴσαι, προσιδύται.

ΛΥΣΙΣ.

357	3, 52	0, 3724
8429	14, 7	0, 042
25	0, 83	0, 73
790	34,	0, 004
<hr/>	<hr/>	<hr/>
9601	53, 05	1, 1484

Ἐκκείδωται ἔτω καταγραφόμενοι οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ, ὥστε ταῖς ἰσοδυναμῶν μονάδαις κατὰ σήλιω ὑπὲρ ἀλλήλων τετάχθαι. Οὕτω γὰρ ἀπὸ τῶν διωάμεν ἐλαχίστων ἀρχῆς γινομένης, ἐν κεφαλαίῳ αἱ μονάδες ἐπαθροισθῶσονται αἱ ὁμόσηχοι ὅσαι δ' ἐξ αὐτῶν δεκάδες συναποτελεῦνται, ἐπὶ τῷ ἐχονμένῳ ἀμέσως προσβιβάζονταί τισι ταῖς ἐκεῖσε μονάσαι προσεθροιστάται, τῶν παρὰ ταῖς εἰρημέναις δεκάδαις λοιπῶν μονάδων, ὑπὸ τῷ σίχῳ καταγραφομένων. Καὶ ἔσονται τοίνυν, αἱ τῷ χαρακτηριστῆρος μονάδες, ταῖς κατὰ τὴν σήλιω ἢ περ ὑπογράφεται ἰσοδυναμῶσαι. Ἀπαντες δὲ οἱ χαρακτηριστῆρες, οἱ ἐκ πάντων ἔτω προσεθροιστούμενοι τῶν σίχων, παρέξεται τὸ κεφάλαιον.

ΔΕΙΞΙΣ.

Εὐδὴλον γὰρ ὅτι ἐν τῷ ἀριθμῷ, ἐν οἷς ὑπὸ ταῖς σήλαις ἐκφέρουσι χαρακτηριστῆρες, πάσαι πάντων τῶν κατὰ πάσαις τὰς τάξεις δοθέντων ἀριθμῶν αἱ μονάδες, ἐμπεριλαμβανόμεναι.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 36. Τα πρὸς τιὺ αὐτικὴ ἀναφερόμενα μονά-
δα κλάσματα, ὧν παρονομασταὶ οἱ αὐτοὶ, προσί-
θονται ἀλλήλοις, τῶν μὲν ἀριθμητῶν ἐν κεφαλαίῳ
ἐπαθροισμῶν, τῶν δὲ παρονομαστῶν τηθεμῶν. Εἰσὶ
γὰρ τέτων τεθέντων, αἱ ὑπὸ τῶν ἀριθμητῶν σημαι-
νόμεναι μονάδες, ἀλλήλαις ἴσαι.

Οὕτω τῶν κλασμάτων $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{4}$ κεφάλαιον ἐστὶ τὸ
 $\frac{3}{4}$. τῶν δὲ $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{7}$, τὸ $\frac{10}{7}$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

§. 37. Ἀριθμῶν δυοῖν, ἐν οἷς μονάδες δεκά-
δικαὶ οἰωνδήποτε τάξεων (§. 20.) περιέχονται,
τῶ μείζονος τὸν ἐλάχισονα ἀφελεῖν.

ΛΥΣΙΣ.

5 6 7 2	3 4 5 8	3 0 0 0
4 2 6 1	1 5 3 9	9 8 5
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
1 4 1 1	1 9 1 9	2 0 1 5
5, 3 2 1	0, 5 7 0 0	6, 0 0 0
3, 2 5 1	0, 0 3 2 7	0, 2 1 3
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
2, 0 7 0	0, 5 3 7 3	5, 7 8 7

Οὕτως οἱ ἀριθμοὶ γραφείσθωσαν, ὡς τῶν μονά-
δων τὰς ἰσοδυάμους ὁμοσιχεῖν. Εἶτα ἀπὸ τῶν δυ-
νάμει ἐλαχίστων ἀρχομένοις καὶ πρὸς τὰς μείζονας
μὲν χωρῶσιν ἀφαιρέσθω ὁ τῶν μονάδων ἐκατησθῆν
τάξεως ἀριθμὸς, ὁ ἐπὶ τῶ ἥττους, ἀπὸ τῶ ἐν τῶ
μείζονι, καὶ τὸ λοιπὸν σημειῶσθω ὑπὸ σίχον τὸν αὐ-
τόν· ὅτι πῶκα δηλαδὴ πλείους αἱ ἰσοδυάμοι μονά-
δες εἰσὶ τῶ ἐπὶ τῶ μείζονος ἀριθμῶν χαρακτῆρι, ἢ
τῶ ἐπὶ τῶ ἴσωνος. Ἐὰν δὲ ὡσιν ἐλάσσονες, μο-
ναὶς μίαι ἀπὸ τῶ χαρακτῆρος τῶ ἐγγύς ἐπομένῃς, εἰς