ΤΜΗΜΑ ΟΓΔΟΟΝ
ΠΕΡΙ ΘΕΣΕΩΣ
ΤΩΝ
ΕΠΙΠΕΔΩΝ.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ... ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ... ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 497.

Διὰ σημείων τῶν δοθέντων ἐπίπεδον θέσθαι, οὐδὲν ἐστὶν ἀλλ᾽ ἢ τοιάνδε τῷ ἐπιπέδῳ ἀπονεῖμαι θέσιν, ὡς ἐπ᾽ αὐτό, καὶ μὴ ἐκτὸς αὐτοῦ τὰ σημεῖα τυγχάνειν πίπτοντα.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 498. Ἐπίπεδον διὰ τριῶν ὁποιωνοῦν σημείων τεθεῖναι δύναται· τὸ γὰρ διὰ δυοῖν, αὐτόθεν δῆλον· τούτου δὲ γενομένου, ἡ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνῦσα εὐθεῖα, ὅλη ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου πίπτουσα ἐστίν, ὅπως ἂν καὶ προεκβληθείη (§. 253.)· περὶ δὲ ταύτην περιαγόμενον τὸ ἐπίπεδον, ἐφικνεῖται τέως καὶ τοῦ τρίτου σημείου, ὅπου ποτ᾽ ἂν τοῦτο κείμενον ᾖ. Ὑποτίθεται γὰρ τὸ ἐπίπεδον ἐπέκεινα πέρατος.

§. 499. Ἔνθεντοι, ἐὰν τρία σημεῖα ὡς ἔτυχε κείμενα, δι᾽ εὐθειῶν ἐπιζευχθῇ, τρίγωνον ἀναφυήσεται, οἷον κατ᾽ ἀρχὰς ὥρισται εἶναι, σχῆμα δηλονότι ἐπίπεδον. Αἱ γὰρ τοιαίδε εὐθεῖαι ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου πίπτουσι, τοῦ διὰ τῶν εἰρημένων τριῶν σημείων τὴν θέσιν ἔχοντος, καὶ μέρος αὐτοῦ ἀποπερατοῦσι· τούτου γὰρ μὴ συμβαίνοντος, τεκμήριον ἂν εἴη, τὸ διὰ τῶν σημείων κείμενον μηδαμῶς εἶναι ἐπίπεδον.

Ε.Υ.Δ της Κ.Θ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

§. 500.

§. 500. Ἀλλὰ καὶ αἱ εὐθεῖαι, αἱ τὰς δύο παραλλήλους εὐθείας, ὁπωσοῦν ἐπιζευγνύουσαι, ἅπασαι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου πίπτουσαι εἰσίν, ἐφ᾽ οὗ καὶ αἱ παράλληλοι, ὧν ἑκατέραν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἦχθαι ἐπιπέδου ὁ ὁρισμὸς τίθησιν (§. 272.).

ΘΕΩΡΗΜΑ.

§. 501. Τὰ διὰ τῶν δοθέντων τριῶν σημείων Α, Β, Γ, τῶν μὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, κείμενα ἐπίπεδα, ἀλλήλοις συμπίπτουσι.

ΔΕΙΞΙΣ.

Σχ. 114. Νοείσθω διὰ τῶν σημείων Α, Β, Γ, δύο διήκειν ἐπίπεδα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ. Ἐπειδὴ οὖν τὰ σημεῖα Α καὶ Β, ἐφ᾽ ἑκατέρου τῶν ἐπιπέδων εἴληπται, καὶ ἡ ΑΒ εὐθεῖα ὁπωσοῦν προαχθεῖσα ἐφ᾽ ἑκάτερον τῶν ἐπιπέδων πεσεῖται· οὐδὲν ἧττον δὲ καὶ ἡ ΒΓ (§. 253.). Τὰ ἄρα σημεῖα τῶν ἐπιπέδων ἅπαντα, τὰ ἐπὶ τῶνδε τῶν εὐθειῶν ΑΒ, ΒΓ, ἐς ἄπειρον προεκβεβλημένων, συμπεσοῦνται. Ληφθήτω τοίνυν τὸ τυχὸν σημεῖον Δ ἐφ᾽ ἑνὸς τῶν ἐπιπέδων, δι᾽ οὗ ἂν αἱ ΑΒ, ΒΓ εὐθεῖαι προαγόμεναι μὴ διέρχοιντο, καὶ ἀχθήτω ἐπ᾽ αὐτοῦ τοῦ ἐπιπέδου εὐθεῖα, ἑκατέραν τέμνουσα τῶν κατ᾽ ἀρχὰς ἀχθεισῶν, κατὰ τὸ Ε καὶ Ζ, καὶ ἔσαι ἡ ΕΖ ἐφ᾽ ἑκατέρου ἐπιπέδου, ὅτι καὶ Ε καὶ Ζ ἐφ᾽ ἑκατέρου εἰσί. Κἀντεῦθεν καὶ αὐτὴ ἡ ΕΖ προεκβληθεῖσα ἐπ᾽ ἀμφοῖν ἔσαι τῶν ἐπιπέδων, καὶ τὸ ἐπ᾽ αὐτῇ σημεῖον Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 502. Ἐπίπεδον οὐ τέμνει ἐπίπεδον ἕτερον κατὰ γραμμὴν οὐκ εὐθεῖαν. Εἴπερ γάρ, τριῶν ἐπ᾽ ἐκείνης ληφθέντων σημείων, μὴ ἐπ᾽ εὐθείας κειμένων, δύο ἂν διὰ τῶνδε τῶν σημείων ἀχθεῖεν ἐπίπεδα μὴ συμπίπτοντα· ὅπερ οὐκ οἷόν τε. Ἡ ἄρα δυοῖν ἐπιπέδων κοινὴ τομὴ εὐθεῖα μία ἐςίν.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ. της ... ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 503. Γραμμὴ εὐθεῖα τῷ ἐπιπέδῳ παράλληλος εἶναι λέγεται, ἡ, ὅπως ἂν καὶ προεκβληθείη, τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ πᾶν μέρος ἐς ἄπειρον προεκβαλλομένῳ, μηδέποτε προσπίπτουσα.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

§. 504. Εὐθεῖα ἡ ΑΒ, ἡ ἔξω τοῦ ἐπιπέδου Σχ. 115. ΕΖ, εὐθείᾳ τινὶ ΓΔ τῶν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου παράλληλος οὖσα, καὶ αὐτῷ τῷ ἐπιπέδῳ ΕΖ ἔσαι παράλληλος, καὶ οἱαδήποτε ἄλλη εὐθεῖα τῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῇ ΓΔ παραλλήλων.

ΔΕΙΞΙΣ.

Α΄. Αἱ ΑΒ καὶ ΓΔ παράλληλοι, ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ εἰσὶν ἐπιπέδου ΑΓΔΒ, οὗπερ ἐκτὸς ἡ ΑΒ ὁπωσοῦν προεκβληθεῖσα γενέσθαι οὐ δύναται. Ἐὰν ἄρα ἡ ΑΒ τῷ ἐπιπέδῳ ΕΖ προσπέσῃ, προσπεσεῖται δὴ καὶ τῇ εὐθείᾳ ΓΔ, ᾗ παράλληλος ἐστίν· ὅπερ ἀδύνατον.

Β΄. Διὰ τῆς ΑΒ, καὶ σημείου, ὃ ἂν τὸ τυχὸν Η ληφθείη ἐπὶ τοῦ ΕΖ ἐπιπέδου κείσθω ἐπίπεδον τὸ ΑΗΘΒ (§. 498.) τέμνον τὸ ΕΖ ἐπίπεδον κατὰ τὴν ΗΘ. Ἔσαι οὖν ΓΔ, ἡ παράλληλος οὖσα τῇ ἐν τῷδε τῷ ἐπιπέδῳ ΑΗΘΒ ἠγμένῃ ΑΒ, καὶ αὐτῷ τῷ ἐπιπέδῳ ΑΘ παράλληλος, καὶ οὐκ ἄρα τεμεῖ τὴν εὐθεῖαν ΗΘ, τὴν ἐν τῷδε τῷ ἐπιπέδῳ ΑΘ (§. 503.). Ἐπεὶ τοίνυν ἡ αὐτὴ ΓΔ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐσὶν ΕΖ, ἡ ΗΘ εὐθεῖα, ἡ διὰ τοῦ Η σημείου, τῇ εὐθείᾳ ΓΔ παράλληλος ἔσαι (§. 272.)· τῇ δ᾽ αὐτῇ ΗΘ καὶ τὴν ΑΒ παράλληλον τυγχάνειν ἐντεῦθεν δῆλον, ὅτι ἄμφω ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ οὖσαι ἐπιπέδου ΑΒΘΗ, συμπεσεῖν ὅμως οὐ δύνανται, εἰμὴ πρότερον ἡ ΑΒ τῷ ἐπιπέδῳ ΕΖ προσπέσῃ, ᾧ παράλληλος ἐσί.

ΠΟΡΙΣ-

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΣΤΑΣ ΓΑΒΡΟΓΛΟΥ... Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 505. Ἐντεῦθεν ἕπεται, ὅτι δύο ΑΒ, ΗΘ, αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ ΓΔ παράλληλοι, καὶ αὐταὶ παράλληλοι εἰσὶ, καίτοι ἐπὶ τῦ αὐτῦ ἐπιπέδυ αἱ τρεῖς μὴ ὦσαι. Ἀεὶ μέντοι διὰ δυεῖν τύτων ΓΔ, ΗΘ, ἐπίπεδον οἷόντε τίθεσθαι τὸ ΕΖ, καὶ διὰ δυεῖν ΑΒ, ΓΔ, τὸ ΑΔ. Οὗ γενομένυ, ὡς ἐκ τῦ Β΄. μέρυς τῆς ἀποδείξεως συνάγεται, τὴν ΗΘ πίπτειν χρεὼν ἐπὶ τῦ ἐπιπέδυ ΑΗΘΒ, τῦ διὰ τῶν τριῶν σημείων Α, Β, Η διατείνοντος. Καὶ εἰσὶν ἄρα ΑΒ, ΗΘ ἐπὶ ἐπιπέδυ τῦ αὐτῦ ΑΘ, ἐν ᾧ συνδραμεῖν ἐκ ἔχυσιν εἰς τὸ αὐτὸ, εἰμὴ ἡ ΑΒ καταλάβοι τὸ ΕΖ ἐπίπεδον, ᾧ τυγχάνει παράλληλος.

ΟΡΙΣΜΟΣ.

Σχ. 116. §. 506. Ὀρθὴ, ἢ Κάθετος ἐπὶ τῦ ἐπιπέδυ ΕΖ λέγεται εὐθεῖα πᾶσα ΑΒ, ἡ τῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς τῷ Β, ὕτω προσπίπτυσα, ὡς μετὰ πασῶν τῶν εὐθειῶν, τῶν ἀπὸ τῦδε τῦ σημείυ ἐπὶ τῦ ΕΖ ἐπιπέδυ ἠγμένων ΒΓ, ΒΔ γωνίας ὀρθὰς περιέχειν. Αἱ δὲ ἄλλως ἀπαντῶσαι τῷ ἐπιπέδῳ εὐθεῖαι, Πλάγιαι πρὸς αὐτὸ εἶναι ἀκύυσι.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Σχ. 117. §. 507. Ἐὰν εὐθεῖα ΑΒ, δυσίτισι ταῖς ἐν ἐπιπέδῳ τῷ ΖΗ εὐθείαις ΒΓ, ΒΔ, κάθετος ᾖ, καὶ αὐτῷ τῷ ἐπιπέδῳ κάθετος ἔσαι.

ΔΕΙΞΙΣ.

Προαχθεισῶν τῶν ΒΓ, ΒΔ, εἰς ὃ γένοιτο Βγ = ΒΓ, καὶ Βδ = ΒΔ, καὶ ἐπιζευχθεισῶν ΓΔ, γδ, τὰ τρίγωνα ΒΓΔ, Βγδ ἴσα ἔσαι, καὶ αἱ γωνίαι ἐν αὐτοῖς ἴσαι αἱ γδΒ, ΓΔΒ (§. 316.). Ἐνθέντοι ἐὰν διὰ τῦ Β σημείυ, καὶ εὐθεῖα ἄλλη ἡτισῦν ἡ εΕ γραφῇ, γενήσεται καὶ εΒ = ΒΕ, καὶ δε = ΔΕ (§. 320.). Ἐπιζευχθεισῶν ὖν τῶν ΑΓ, ΑΔ, καὶ δὴ δὴ καὶ τῶν Αγ, Αδ, τὰ τρίγωνα ΑΓΔ, Αγδ ὡσαύτως ἴσα προκύψωσι, τὰς παρὰ τῷ Δ καὶ δ γωνίας ἴσας ἔχοντα (§. 323.). Ὅθεν ἐὰν καὶ Αε, ΑΕ ἀχθῶσιν, ἔσαι καὶ Αε = ΑΕ (§. 316.). Καὶ ἔσονται ἄρα τῶν τριγώνων ΑΒΕ, ΑΒε, αἱ πλευραὶ ἴσαι· τοιγαροῦν ἴσαι καὶ αἱ γωνίαι ΑΒΕ, ΑΒε. Οὐκοῦν ἡ ΑΒ εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς εΕ κάθετος ἐφέστηκεν (§. 264.).

ΠΟΡΙΣΜΑ. Α.

§. 508. Διὰ τοῦ Β σημείου τοῦ κατὰ τὸ ΖΗ ἐπίπεδον δοθέντος, μία δίεισι μόνη ἡ ΑΒ εὐθεῖα ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου κάθετος· αἱ δὲ λοιπαὶ πᾶσαι, οἷον ἡ ΒΓ, ἐκείνῳ πλάγιαι εἰσίν· ἐὰν δὲ καὶ διὰ τῶν Α, Β, Γ σημείων ἐπίπεδον διατείνῃ, ὑφ᾽ οὗ τὸ ΖΗ, κατὰ τὴν ΒΔ τέμνοιτο εὐθεῖαν, ἔσαι ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ὀρθή, καὶ ἐκ τοῦ ἀκολούθου, ἡ ὑπὸ ΓΒΔ ὀρθῆς ἐλάσσων. Σχ. 118.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

§. 509. Καὶ διὰ τοῦ Α δὲ σημείου, τοῦ ἐκτὸς τοῦ ἐπιπέδου ΖΗ δοθέντος, μία μόνη εὐθεῖα διήκει ἡ ΑΒ τῷ ἐπιπέδῳ κάθετος. Ἐὰν γὰρ παρὰ τὴν ΑΒ, καὶ ἄλλη τις εὐθεῖα ἡ ΑΓ, διὰ τοῦ σημείου Α οὕτως ἀγομένη τεθῇ, προσαντῶσα τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Γ, ἀχθείσης τῆς ΒΓ, ἔσαι δήπου τῆς κατὰ τὸ Β ὀρθῆς ὁμολογουμένης, ἡ κατὰ τὸ Γ ὀξεῖα. Σχ. 119.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

§. 510. Ἐὰν εὐθείαις δυσὶν ΑΒ, ΓΒ, γωνίαν τὴν ΑΒΓ περιεχούσαις, παράλληλοι ὦσιν αἱ κατὰ τὸ σημεῖον Ε συνιοῦσαι ΔΕ, ΖΕ, ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἴση ἔσαι. Σχ. 120.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ... ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Γ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἀποτετμημένων ἀπὸ τῶν τεθεισῶν εὐθειῶν μερῶν ἴσων, ΑΒ = ΔΕ, καὶ ΖΕ = ΓΒ, ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΔΖ, καὶ ἀχθήτωσαν ΑΔ, ΒΕ, ΓΖ· ἔσαι δὲ τὰ ΑΕ καὶ ΓΕ παραλληλόγραμμα (§. 400.). Ἔνθεντοι αἱ δύο εὐθεῖαι ΑΔ, ΓΖ, ὡς καὶ τῇ αὐτῇ ΒΕ, παράλληλοι εἰσὶ κ̀ ἴσαι (§. 505.). Καὶ ἔσαι ἄρα καὶ τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον, καὶ ΑΓ = ΔΖ. Ἐπεὶτε τῶν τριγώνων ΑΒΓ, ΔΕΖ αἱ πλευραὶ ἴσαι, καὶ αἱ ὑπὸ τῶν ἴσων πλευρῶν περιεχόμεναι γωνίαι Ε καὶ Β ἔσονται ἴσαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Σχ. 121. §. 511. Ἐντεῦθεν καὶ ἐὰν ἐπίπεδον τὸ ΑΒ, τέμνῃ ἐπίπεδον τὸ ΑΓ, κατὰ τὴν εὐθεῖαν ΑΔ, ἀχθῶσι δὲ ἐπὶ τῦ ΑΒ ἐπιπέδυ, εὐθεῖαι ΕΖ, ΗΘ, ἐπὶ τῆς τομῆς ΑΔ κάθετοι· ἐπὶ δὲ τῦ ἐπιπέδυ, ΑΓ, ἄλλαι εὐθεῖαι ΖΙ, ΘΚ, πρὸς τὴν αὐτὴν ΑΔ κάθετοι, αἱ ὑπὸ ΕΖΙ, ΗΘΚ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 512. **Κλίσις** ἐπιπέδυ ΑΒ, πρὸς ἐπίπεδον ΑΓ, ἐςὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΙ, ἢ ΗΘΚ γωνία, ἡ ὑπὸ δυεῖν εὐθειῶν ΕΖ, ΖΙ περιεχομένη, ὧν ἡ μὲν ἐπὶ τῦ ΑΒ ἐπιπέδυ, ἡ δὲ ἐπὶ τῦ ΑΓ, τῇ κοινῇ τῶν ἐπιπέδων τομῇ ΑΔ, κάθετοι εἰσίν.

§. 513. Ἡ δὲ γωνία ΕΖΙ, ἢ ΗΘΚ ἐὰν ὀρθὴ ᾖ, τὸ ἐπίπεδον ΑΒ πρὸς τὸ ἐπίπεδον ΑΓ, **ὀρθὸν**, ἢ **κάθετον** εἶναι λέγεται. Ἢν δὲ μὴ ὀρθὴ, τὸ ἐπίπεδον τῷ ἐπιπέδῳ **πλάγιον**.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Σχ. 122. §. 514. Ἐὰν εὐθεῖα ΑΒ, ἐπὶ τῦ ἐπιπέδυ ΖΗ κάθετος ἐπιςῇ, ἅπαν ἐπίπεδον ΓΔ, ὅπερ ἂν

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε. Χ. της Ε.Γ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

ἂν δι᾽ αὐτῆς διήκῃ, τῷ αὐτῷ ΖΗ κάθετον ἐπιςήσεται. Καὶ ἐὰν ἐπίπεδον ΓΔ, ἐπιπέδῳ ΖΗ πρὸς κάθετον ἐπιςῇ. εὐθεῖα ἡ ΑΒ, ἡ ἐν τῷ ΓΔ ἐπιπέδῳ, τῇ κοινῇ τῶν ἐπιπέδων τομῇ ΓΒ κάθετος ἀγομένη, καὶ αὐτῷ τῷ ἐπιπέδῳ ΖΗ κάθετος ἐπιςήσεται.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπὶ τοῦ ΖΗ ἐπιπέδου ἀχθήτω ἡ ΒΕ, τῇ κοινῇ τῶν ἐπιπέδων τομῇ ΓΒ κάθετος. Ἐὰν ἄρα ἡ ΑΒ, τῷ ΗΖ ἐπιπέδῳ κάθετος ἐπιςῇ, κάθετος ἔςαι καὶ ἐπὶ τῆς ΒΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΒΕ (§. 506.)· ὥςε καὶ τὸ ΓΔ ἐπίπεδον τῷ ἐπιπέδῳ ΖΗ πρὸς κάθετον ἐπιςήσεται (§. 513.).

Ἐὰν δὲ τὸ ἐπίπεδον ΓΔ, τῷ ἐπιπέδῳ ΖΗ κάθετον ἐπιςῇ, ἤτε ὑπὸ ΑΒΓ ὀρθὴ ᾖ, ἔςαι καὶ ὑπὸ ΑΒΕ ὀρθή· ὥςε καὶ ΑΒ, ἡ δυσὶν εὐθείαις ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ΖΗ ἠγμέναις ΒΓ, ΒΕ, κάθετος ἐφεςῶσα, καὶ αὐτῷ τῷ ἐπιπέδῳ κάθετος ἐπιςήσεται. (§. 507.).

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

§. 515. Ἐὰν ᾖ ΑΒ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ΖΗ κάθετος, Σχ. 123. καὶ ΓΔ παράλληλος τῇ ΑΒ, καὶ ἡ ΓΔ τῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἐπιςήσεται. Ἐπειδὴ γὰρ τὸ διὰ τῶν παραλλήλων ἐπίπεδον ΑΔ, διὰ τῆς ΑΒ καθέτου δίεισιν, ἐπὶ τοῦ ΖΗ ἐπιπέδου πρὸς ὀρθὰς ἐπιςήσεται. Τέμνον δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦτο κατὰ τὴν ΒΔ, ἡ κατὰ τὸ Β γωνία ὀρθὴ ἔςαι. Κἀντεῦθεν καὶ ἡ κατὰ τὸ Δ (§. 284.). Ἡ ἄρα ΓΔ, ἡ ἐν τῷ ΑΔ ἐπιπέδῳ, τῷ ἐπὶ τοῦ ΖΗ ἐφιςαμένῳ πρὸς κάθετον, ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ἐπιπέδων ΒΔ, κάθετος ἐςί.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ. ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: Κ. ΘΗΡΑ... ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ ... Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

Σχ. 124. §. 516. Εὐθεῖαι δύο ΑΒ, ΓΔ, ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου ΖΗ κάθετοι ἐφεστῶσαι, παράλληλοι εἰσίν. Εἰ μὴ γὰρ, διὰ τοῦ σημείου Δ ἄλλη τις ἂν ἀχθείη ΔΕ, παράλληλος τῇ ΑΒ. Ἡ δὲ καὶ τῷ ἐπιπέδῳ κάθετος ἔσαι, ὅπερ ἀδύνατον. Καὶ γὰρ ἡ ΓΔ, διὰ τοῦ Δ, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ εἶναι κάθετος ὑποτίθεται (§. 508.).

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ.

Σχ. 125. §. 517. Ἐὰν τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ΑΒ, ἐπὶ δυοῖν ΓΔ, ΕΖ, κατὰ τὴν εὐθεῖαν ΗΘ ἀμοιβαδὸν τεμνομένοιν, πρὸς κάθετον ἐφεστὼς ᾖ, καὶ ἡ τομὴ αὐτὴ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ΑΒ πρὸς ὀρθὰς σήσεται. Ἀχθεῖσα γὰρ ἐπὶ τοῦ ΑΒ ἐπιπέδου ἡ ΘΙ, ἥτις ἂν πρὸς ὀρθὰς εἴη ἐφεστῶσα ἐπὶ ΘΓ τὴν κοινὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων ΑΒ, ΓΔ, ἡ αὐτὴ καὶ τῷ ἐπιπέδῳ ΓΔ κάθετος ἐπισήσεται (§. 514.)· καὶ δὴ καὶ τῇ εὐθείᾳ ΘΗ τῇ ἐν αὐτῷ κειμένῃ ὁμοίως. Ἀλλὰ καὶ τὴν ΘΚ τὴν ἐν τῷ αὐτῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ ἐπὶ τῆς τομῆς ΘΖ πρὸς ὀρθὰς ἔσαν, κάθετον αὐτὴν ὡσαύτως ἐφίςαθαι κἀπὶ τῆς ΗΘ, τὸν αὐτὸν τρόπον δειχθήσεται. Ἡ ἄρα ΗΘ, ἡ ἐπὶ δυεῖν ΘΙ, ΘΚ τῶν ἐν τῷ αὐτῷ καταγεγραμμένων ἐπιπέδῳ ΑΒ κάθετος ἔσα, καὶ αὐτῷ τούτῳ τῷ ἐπιπέδῳ ΑΒ κάθετος ἐπισήσεται (§. 507.).

ΟΡΙΣΜΟΣ.

§. 518. Ἐπίπεδα παράλληλα ἐσὶ, τὰ, ὅσον ἂν προεκτανθείη, μηδέποτε συμπίπτοντα.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Σχ. 126. §. 519. Οὐχ οἷατε δὲ συμπεσεῖν ἐπίπεδα δύο, ΑΒ, ΓΔ, οἷς ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ΕΖ κάθετος ἐσίν. Ἐὰν γὰρ διὰ τῆς ΕΖ ἐπίπεδον τεθῇ τὸ ΕΖΗΘ, ἔσαι

ἔςαι τῦτο ἑκατέρῳ τῶν πρώτων ΑΒ, ΓΔ, πρὸς κάθετον ἐφεςὼς (§. 514.), καὶ ταῦτα κατὰ τὰς εὐθείας ΕΗ, ΖΘ διατέμνον, τὰς τῇ αὐτῇ ΕΖ καθέτες, ἃς δὴ συμπεσεῖν καὶ αὐτὰς ἐπάναγκες ἀλλήλαις τῶν ἐπιπέδων συμπεσόντων.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 520. Δυεῖν ἐπιπέδων παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ, διὰ τῦ αὐτῦ τρίτε ἐπιπέδε ΕΘ ὁπωσῦν τμηθέντων, αἱ τομαὶ ΕΗ, ΖΘ παράλληλοι γίνονται. Εἰσὶ γὰρ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ τέμνοντι ΕΘ, συμπεσεῖν δ' ἐκ ἔχεσιν ἀλλήλαις, ὅτι καὶ ἐπὶ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ΑΒ, ΓΔ, κείμεναί εἰσίν.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

§. 521. Ἐὰν εὐθείαις δυσὶν ΑΒ, ΑΓ, ἕτεραι δύο ΕΖ, ΗΘ ὦσι παράλληλοι, ὧν αἱ μὲν πρῶται ἐπὶ ἐπιπέδε τῦ ΙΚ, αἱ δὲ δεύτεραι ἐπὶ τῦ ΜΝ, ἔςαι δὴ τὰ ἐπίπεδα ταῦτα ΙΚ, ΜΝ παράλληλα. Σχ. 127.

ΔΕΙΞΙΣ.

Πρὸς τῷ σημείῳ Α, ἐφεςάθω τῷ ΙΚ ἐπιπέδῳ κάθετος Αα, προσπίπτεσα τῷ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ ΜΝ κατὰ τὸ α. Εἶτα διὰ τῦ α τῇ μὲν εὐθείᾳ ΗΘ παράλληλος ἀχθήτω ἡ αγ, τῇ δὲ ΖΕ παράλληλος ἡ αβ. Καὶ ἔσονται δὴ ΑΓ τῇ αγ, καὶ ΑΒ τῇ αβ παράλληλοι (§. 505.). Ἔνθεντοι τῆς ὑπὸ ΓΑα ὀρθῆς ἔσης, ἔςαι καὶ ὑπὸ Ααγ ὀρθή. Ὀρθὴ δὲ ἔςαι καὶ ἡ ὑπὸ Ααβ, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑα. Ἡ ἄρα Αα, ἡ ἐπὶ τῦ ἐπιπέδε ΙΚ κάθετος ἔσα, κἀπὶ τῦ ΜΝ προς ὀρθὰς ἐπιςήσεται. Διὸ καὶ τὰ ἐπίπεδα ἔςαι παράλληλα (§. 519.)

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ ΕΛΛ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Σχ. 128. §. 522. Τῶν εὐθειῶν ΑΒ, ΓΔ, τῶν ὑπὸ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ΘΙ, ΚΛ, ΜΝ τετμημένων, τὰ μέρη τὰ ὑπὸ τῶν αὐτῶν ἐπιπέδων ἐναπολαμβανόμενα, ἀνάλογόν ἐστιν.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ ἀχθήτω ΓΒ, τεμνέτω δὲ τὸ τοῦ τριγώνου ΑΓΒ ἐπίπεδον, τὸ ἐπίπεδον ΚΛ, κατὰ τὴν ΕΖ· τὸ δὲ ἐπίπεδον τοῦ τριγώνου ΓΒΔ, τὸ αὐτὸ ΚΛ κατὰ τὴν ΕΗ. Ἔσονται δὲ ΕΖ καὶ ΑΓ, ὥσπερ δὴ καὶ ΒΔ, ΕΗ παράλληλοι (§. 520.). Ἔνθεν τοι ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ΑΖ : ΖΒ : ΓΕ : ΕΒ. Κἀπὶ τοῦ τριγώνου ΓΒΔ, ΓΕ : ΕΒ = ΓΗ : ΗΔ (§. 406.). Ἄρα ΑΖ : ΖΒ = ΓΗ : ΗΔ. Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον ἀποδειχθήσεται, ὅτι καὶ ΑΖ : ΑΒ = ΓΗ : ΓΔ· ἢ ΑΒ : ΖΒ = ΓΔ : ΗΔ.