αδιώατον. Ἔςιν ἄρα ΑΒ = αβ, κἀντεῦθεν καὶ ΑΓ = αγ. Καὶ τὸ τρίγωνον ΑΒΓ ἴσον τῷ τριγώνῳ αβγ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

Σχ. 28. §. 321. Παντὸς τριγώνȣ ΑΒΓ, ȣ̓ αἱ δύο τῶν γωνιῶν Β καὶ Γ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, καὶ αἱ πλευραὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνȣσαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ΑΒ = ΑΓ. Καὶ ἔςαι ἰσοσκελές. Ἐντὸς γὰρ τῶν αὐτῶν περιγραφήσεται ὅρων τὸ τοιόνδε τρίγωνόν ἀναςραφὲν, ὡς (τȣ̃ σημείȣ Α κατὰ χώραν μένοντος) τὸ μὲν Γ ἐπὶ τὸ Β πεσεῖν, τὸ δὲ Β ἐπὶ τὸ Γ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

§. 322. Διὸ τὸ ἰσογώνιον καὶ ἰσόπλευρον.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

§. 323. Τὰ τρίγωνα ὧν ἴσαι αἱ πλευραὶ ἑκάςη ἑκάςῃ, ἴσατε ἐςὶ, καὶ ἴσας ἀλλήλαις ἔχοντα τὰς γωνίας, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνȣσι.

ΔΕΙΞΙΣ.

Σχ. 30. 31. Ἔςω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΑΒΔ, ὧν ἴσαι αἱ πλευραὶ ΑΒ = ΑΒ, ΑΓ = ΑΔ, καὶ ΒΓ = ΒΔ, ȣ̓́τω διατεταγμένα ὡς ἐπὶ τȣ̃ σχήματος φαίνεται. Καὶ ἀχθήτω ΓΔ. Ἔςι τοίνυν τῶν τριγώνων ἑκάτερον ΓΑΔ, ΓΒΔ ἰσοσκελές. Διὸ καὶ ὑπὸ ΑΓΔ = ΑΔΓ. Καὶ ΔΓΒ = ΓΔΒ (§. 317.). Ἄρα καὶ ὑπὸ ΑΓΒ = ΑΔΒ τὰ ἐκείνων κεφάλαια, ἢ αἱ διαφοραί. Καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων ΑΓΒ, ΑΔΒ, αἱ ἴσαι γωνίαι ὑπὸ ΑΓΒ, ΑΔΒ, ὑπὸ ἴσων περιέχονται πλευρῶν ΑΓ = ΑΔ, καὶ ΒΓ = ΒΔ· ὅθεν δῆλον τὸ προτεθέν (§. 316.).

ΠΡΟΒΛΗ-

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

§. 324. Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσὶ πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, τρίγωνον ἐξ αὐτῶν συςήσασθαι.

ΛΥΣΙΣ.

Ἔςωσαν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι Α, Β, Γ. Καὶ ἐπὶ εὐθείας μὴ πεπερασμένης γινέσθω ΔΕ=Α, ΔΖ=Β, ΕΗ = Γ. Καὶ κέντροις μὲν τῷ Δ καὶ τῷ Ε, διαςήμασι δὲ τῷ ΔΖ καὶ τῷ ΕΗ, κύκλων γεγράφθωσαν περιφέρειαι, αἱ διὰ τὴν ὑπόθεσιν (καθ᾽ ἣν δηλονότι ΕΗ+ΖΔ>ΔΕ. Καὶ ΖΔ + ΔΕ > ΕΗ. Καὶ ἔτι ΔΕ + ΕΗ > ΖΔ.) ἀλλήλας διατεμοῦσι. Καὶ δὴ τεμνέσθωσαν κατὰ τὸ Θ. Συζευχθεισῶν γὰρ τῶν ΘΔ, ΘΕ, ἔςαι τὸ ΔΘΕ τρίγωνον, τὸ ζητούμενον. Σχ. 32.

ΛΥΣΙΣ.

Ἔςι γὰρ ΘΔ = ΔΖ = Β. Καὶ ΘΕ = ΕΗ = Γ. Καὶ ΔΕ = Α.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

§. 325. Ἐὰν αἱ δύο τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, τὸ τρίγωνον ἰσοσκελὲς συςαθήσεται· ὃ ἐπὶ βάσεως οἱασοῦν ςήσεται δοθείσης, ἧς ἂν τοῦ ἡμίσεως, τὸ δοθὲν σκέλος μεῖζον ὑπάρχοι.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

§. 326. Ἐὰν αἱ εἰς πλευρὰς δοθεῖσαι Α, Β, Γ, πᾶσαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι· τουτέςιν ἐὰν δοθῇ μία ἀντὶ πασῶν, τὸ ἐξ αὐτῶν συνιςάμενον τρίγωνον ἔςαι ἰσόπλευρον.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

§. 327. Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ΑΒ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ δοθέντι σημείῳ Α, γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ Γ, θέσθαι. Σχ. 33.

Ληφθεισῶν τῶν ΓΔ, ΓΕ πρὸς τὸ δοκὲν, πληρέσθω τὸ τρίγωνον ΓΔΕ. Εἶτα ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΒ, ἀπὸ τȣ̃ δοθέντος σημείȣ Α, τρίγωνον συνεστάσθω, ἐν ᾧ ἡ ΑΖ = ΓΔ, ΑΗ = ΓΕ, καὶ ΗΖ = ΕΔ (§. 324.).

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπὶ τῶν ΗΑΖ, ΕΓΔ τριγώνων, ὧν αἱ πλευραὶ ἴσαι ἑκάστη ἑκάστῃ, ἡ κατὰ τὸ Α γωνία, τῇ κατὰ τὸ Γ ἴση ἔσαι (§. 323.).

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 328. Ἐξέσαι ἀεὶ τὴν ΓΕ = ΓΔ λαμβάνειν, τὸν ἐπὶ τῇ κατασκευῇ πόνον ὁπωσȣ̃ν ἐπιτέμνοντας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Σχ. 34. §. 229. Τῇ ἐπὶ τȣ̃ ἐπιπέδȣ δοθείσῃ εὐθείᾳ ΑΒ, διὰ τȣ̃ δοθέντος σημείȣ Γ, παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

ΛΥΣΙΣ.

Ἀχθήτω διὰ τȣ̃ σημείȣ Γ ἡ ΕΔ, τῇ ΑΒ δοθείσῃ προσπίπτȣσα πȣ. Εἶτα γινέσθω ἡ ὑπὸ ΕΓΖ, ἢ τȣ̃το δόξαν, ἡ ὑπὸ ΗΓΔ, τῇ ὑπὸ ΕΔΒ ἴση.

ΔΕΙΞΙΣ.

Αἱ γὰρ ΗΖ, ΑΒ, ὑπὸ τῆς αὐτῆς τρίτης ἐμπιπτȣ́σης ΕΔ τεμνόμεναι, ἐν ἴσαις ταῖς γωνίαις ΕΓΖ, ΕΔΒ, ἢ ΗΓΔ, ΕΔΒ, παράλληλοι ἔσονται (§. 279. 280.).

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

Σχ. 35. §. 330. Διὰ τȣ́των καὶ τὸ παραλληλόγραμμον πληρωθήσεται, ὑπὸ γωνίᾳ ὁποιᾳδήποτε δοθείσῃ τῇ Β, καὶ δυσὶν εὐθείαις ΑΒ, ΒΓ· ἀγομένων δηλονότι παραλλήλων, τῆς μὲν ΑΔ τῇ ΒΓ, τῆς δὲ ΓΔ τῇ ΑΒ. Τῶν δὲ δὴ εὐθειῶν τῶνδε ἑκατέρα ληφθέληφθήσεται, πληρωθέντος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τριγώνου ἄλλου συςάντος τοῦ ΑΔΓ, ὅπερ ἂν ἡ πλευρὰ ΑΔ, τῇ ἐπὶ θατέρου ΒΓ ἴση εἴη, καὶ ΔΓ = ΑΒ. Τούτου γὰρ γινομένου ἔσονται ὑπὸ ΑΓΒ = ΔΑΓ, καὶ ΒΑΓ = ΔΓΑ (§. 323.).

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

§. 331. Κἀντεῦθεν δὲ δῆλον, ὅτι ἅπαν τετράπλευρον, ὅπερ ἂν αἱ ἀπεναντίον τῶν πλευρῶν ἴσαι εἶεν, παραλληλόγραμμον εἶναι.

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ.

§. 332. Ἐὰν ἡ κατὰ τὸ Β γωνία ὀρθὴ ᾖ, τὸ παραλληλόγραμμον συςαθήσεται ὀρθογώνιον (§. 313.). Ἐὰν δὲ ᾖ προσέτι καὶ ΑΒ = ΒΓ, τὸ ὀρθογώνιον ἔςαι τετράγωνον (§. 315.)· ὅπερ καὶ ἐφ' οἱασοῦν δοθείσης πλευρᾶς δύναται συςαθῆναι.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

§. 333. Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν ὑπὸ ΑΒΓ, δίχα (ὅπερ ἐςὶν εἰς γωνίας ἀλλήλαις ἴσας) τεμεῖν.

ΛΥΣΙΣ.

Ἀποτμηθεισῶν, ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΒΓ σκελῶν, Σχ. 36.
τῶν ΒΔ, ΒΕ ἀλλήλαις ἴσων, ἀχθήτω ἡ ΔΕ, καὶ ἐπ' αὐτῆς ὡς βάσεως συνεςάσθω τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνον ΔΕΖ, πρὸς ὁπότερον ἂν δόξειε τῶν μερῶν. Εἶτα συζευχθήτω ἡ ΒΖ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ γὰρ αἱ τοῦ ΔΒΖ τριγώνου πλευραὶ, ταῖς τοῦ ΕΒΖ, ἑκάςη ἑκάςῃ ἴσαι εἰσὶ, καὶ αἱ τούτων πρὸς τῷ Β γωνίαι, ἐξ ὧν ἡ τεθεῖσα γωνία ΑΒΓ συνολοῦται, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται (§. 323.).

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

Σχ. 37. §. 334. Διὰ τῆς αὐτῆς δὲ κατασκευῆς, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ εὐθείας, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου Β, κάθετος εὐθεῖα ἀχθήσεται. Ἡ γὰρ δὴ οὕτως ἀγομένη, τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τὴν δυσὶν ὀρθαῖς ἴσην οὖσαν, δίχα τέμνει· καὶ γενομένης ἄρα ΒΔ = ΒΕ· καὶ ἐπὶ τῆς ΔΕ, τριγώνου ἰσοσκελοῦς συςάντος τοῦ ΔΖΕ, ἡ ΖΒ ἐπὶ τῆς ΑΓ πρὸς ὀρθὰς σήσεται.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

§. 335. Ἐπειδὴ δὲ διὰ τὴν τῶν πλευρῶν ἰσότητα, καὶ τὰ τρίγωνα ΖΒΔ, ΖΒΕ, ἴσα ἀλλήλοις ἐςί· καὶ αἱ λοιπαὶ δὲ τούτων γωνίαι, αἱ πρὸς ταῖς ἴσαις πλευραῖς, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἰσοσκελοῦς ΔΖΕ ἀγομένη, καὶ τὴν βάσιν ΔΕ δίχα τέμνουσα, πρὸς τῷ κάθετος αὐτῇ εἶναι, καὶ τὸ τρίγωνον διχοτομεῖ, καὶ τὴν γωνίαν ὑφ' ἣν ἡ βάσις ὑποτείνει.

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ.

§. 336. Ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς Ζ τοῦ ἰσοσκελοῦς ΖΔΕ, κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τῆς βάσεως, ταύτην δίχα τέμνει. Εἰ γὰρ μή, ἡ ἄρα κάθετος ἐκείνη, ἐπὶ τῆς ΖΒ, τῆς τὴν βάσιν διχοτομούσης οὐ πίπτει. Καὶ διελεύσονται ἄρα διὰ τοῦ Ζ εὐθεῖαι δύο τῇ βάσει κάθετοι· ἥτε ΒΖ δηλονότι αὕτη, καὶ ἡ ἑτέρα· ὅπερ οὐχ οἷόντε (§. 266.).

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Σχ. 38. §. 337. Τὴν δοθεῖσαν ΑΒ, δίχα τεμεῖν.

ΛΥΣΙΣ.

Συνεςάθω ἐπὶ τῆς ΑΒ δοθείσης τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΒΓ. Καὶ δίχα τετμήσθω ἡ γωνία, ὑφ' ἣν ὑφ' ἣν ἡ βάσις ὑποτείνει (§. 333.), καὶ προαχθήτω ἡ ΓΔ, ὥστε τὴν βάσιν ΑΒ τεμεῖν.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐὰν γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση ᾖ· ἐπεὶ καὶ ΑΓ = ΓΒ, καὶ ΓΔ = ΓΔ, καὶ αἱ λοιπαὶ τῶν ΓΑΔ, ΓΒΔ τριγώνων πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται. τουτέστιν ΑΔ = ΒΔ (§. 316.).

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 338. Τῶν αὐτῶν γενομένων, καὶ τὸ τρίγωνον ΓΔΑ, τῷ τριγώνῳ ΓΒΔ ἴσον ἔσται. Καὶ ὑπὸ ΓΔΑ, ἴση τῇ ὑπὸ ΓΔΒ. Καὶ ἡ εὐθεῖα ἄρα ΓΔ, ἡ τὴν γωνίαν τοῦ ἰσοσκελοῦς διχοτομοῦσα ὑφ' ἣν ἡ βάσις ὑποτείνει, τήν τε βάσιν αὐτὴν δίχα τέμνει, καὶ τὸ τρίγωνον, καὶ δὴ καὶ πρὸς τὴν βάσιν κάθετός ἐστι.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

§. 339. Πρὸς τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, ἀπὸ Σχ. 38.
τοῦ σημείου ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

ΛΥΣΙΣ.

Ἔστω εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ σημεῖον Γ. Καὶ ληφθέντος τοῦ Δ, ἐπὶ θάτερα τῆς εὐθείας, κέντρῳ μὲν τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ ΓΔ, περιφέρεια γεγράφθω ἡ τὴν ΑΒ κατὰ δισσὰ σημεῖα Ε καὶ Ζ τέμνουσα. Συνεζεύχθωσαν δὲ καὶ αἱ ΓΕ, ΓΖ: ἥτε ὑπὸ ΕΓΖ, δίχα τετμήσθω διὰ τῆς ΓΗ, ἥτις προαχθήτω, ἕως οὗ τῇ δοθείσῃ ΑΒ προσπέσῃ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπειδὴ αἱ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἡμιδιάμετροι ΓΕ, ΓΖ, ἴσαι, τὸ ΕΓΖ τρίγωνον ἐστὶν ἰσοσκελές· ἥτε ΓΗ, ἡ τὴν γωνίαν, ὑφ᾽ ἣν ἡ βάσις ὑποτείνει, δίχα τέμνουσα, τῇ αὐτῇ βάσει κάθετός ἐστι (§. 338.).

ΘΕΩΡΗΜΑ.

§. 340. Ἐπὶ παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ, τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

ΔΕΙΞΙΣ.

Σχ.40. Ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, ἔστω ὑπὸ ΑΒΓ μείζων τῆς γωνίας τῆς κατὰ τὸ Γ. Φημὶ δὴ ὅτι ἡ ΑΓ πλευρὰ, τῆς ΑΒ πλευρᾶς μείζων. Γινέσθω γὰρ, ἡ ὑπὸ ΔΒΓ = Γ, καὶ ἔσται ΒΔ = ΔΓ (§. 321.). Προστεθείσης δ᾽ ἑκατέρωσε τῆς ΑΔ, ἔσται ΑΔ + ΒΔ = ΑΔ + ΔΓ. Ἔστι δὲ ΑΔ + ΒΔ, τὸ ἄθροισμα τὸ ἐκ τῶν δύο τοῦ τριγώνου πλευρῶν, τῆς λοιπῆς πλευρᾶς ΑΒ, μεῖζον (§. 289.). Ἄρα καὶ ΑΔ + ΔΓ, τουτέστιν ἡ ΑΓ πλευρὰ, τῆς πλευρᾶς αὐτῆς ΑΒ μείζων ἔσται.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

§. 341. Ἐπὶ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου, ἡ ὑποτείνουσα τὴν ὀρθὴν γωνίαν πλευρὰ, ἁπασῶν ἐστὶ τῶν ἐν τῷ τριγώνῳ πλευρῶν ἡ μείζων. Ἐπὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου, ἡ τὴν ἀμβλεῖαν.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

Σχ.41. §. 342. Ἐνθεῦτεν, ἐὰν ἀπὸ τοῦ σημείου Γ, τοῦ ἐκτὸς τῆς εὐθείας ΑΒ δοθέντος, πρὸς ταύτην κάθετος ἀχθῇ ἡ ΓΔ, αὕτη ἁπασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Γ πρὸς τὴν αὐτὴν ΑΒ ἀχθῆναι δυναμένων, ὥσπερ ἡ ΓΕ, ἔσται ἡ ἐλαχίστη. Ἡ γὰρ ΓΕ ἐπὶ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΓΔΕ, τὴν ὀρθὴν τῶν γωνιῶν ὑποτείνουσα, μείζων ἐστὶ τῆς ΓΔ.

ΠΟΡΙΣΜΑ

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ.

§. 343. Καὶ ἐὰν παρὰ τὴν ΓΕ, καὶ εὐθεῖα ἄλλη ΓΖ, ἀπὸ τοῦ Γ πρὸς τὴν ΑΒ ἀχθῇ, μᾶλλον τῆς καθέτου ΓΔ ἀφισαμένη, ἤπερ ἡ ΓΕ, μείζων ταύτης ἐκείνη ἔσαι, ἡ ΓΖ τῆς ΓΕ. Τῆς γὰρ ὑπὸ ΓΕΔ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ὀξείας οὔσης, ἡ ὑπὸ ΓΕΖ ἐςὶν ἀμβλεῖα· ἥτε ΓΖ ἐπὶ τοῦ ΓΕΖ ἀμβλυγωνίου, τὴν ἀμβλεῖαν τῶν γωνιῶν ὑποτείνει.

ΠΟΡΙΣΜΑ Δ.

§. 344. Ἔνθεν τοι μία μόνη ΓΕ, ἰσομεγέθης δὲ αὐτῇ εὐθεῖα ἄλλη ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΑΒ οὐκ ἂν ἀχθείη ἐπὶ τὰ μέρη τῆς καθέτου ΓΔ τὰ αὐτά. Ἐπὶ δὲ τ' ἀντίθετα, ἐὰν γένηται ΔΗ = ΔΕ, ἔσαι καὶ ΓΗ = ΓΕ. Παράγεμεν ταύτην τὴν ΓΗ, οὐδ' ἐπὶ τάδε, ἴση τῇ ΓΕ ἄλλη γένοιτο ἂν, ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπίπτουσα. Καὶ καθόλου τοίνυν, δυεῖν πλείονες εὐθεῖαι ἀλλήλαις ἴσαι, ἀπό τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν οὐκ ἂν ἀχθεῖεν.

ΠΟΡΙΣΜΑ Ε.

§. 345. Ἀχθείσης τῆς ΓΗ, ἐπὶ τῆς ΑΒ, πλαγίως, ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου Γ, εὐθεῖαι δύο πρὸς τὴν ΑΒ ἀχθῆναι δυνήσονται, ἴσαι μὲν ἀλλήλαις, τῆς μέντοι ΓΗ ἐλάσσονες, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, ὧν ἡ μὲν ἐντὸς τῆς ὑπὸ ΗΓΔ πεσεῖται, ἡ δὲ ἐντὸς τῆς ὑπὸ ΔΓΕ.

ΠΟΡΙΣΜΑ ς.

§. 346. Δύο δ' εὐθεῖαι τῆς πρὶν ἀχθείσης ΓΗ μείζονες, καὶ ἀλλήλαις ἴσαι, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐκείνης μέρη κείμεναι, ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν ἀχθῆναι οὐ δύνανται. Ἐὰν γὰρ τούτων ἡ ἑτέρα εἶναι τεθῇ ΓΕ, ἡ ἑτέρα ἐπὶ τὸ μέρος Δ πεσεῖται τῆς εὐθείας ΓΗ.

ΠΟΡΙΣΜΑ

ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ.

§. 347. Ταύτητοι τῆς ὑπὸ ΓΗΒ δοθείσης, καὶ τῆς προσκειμένης αὐτῇ πλευρᾶς ΓΗ, καὶ δὴ καὶ τῆς πλευρᾶς ἥτις ἂν τὴν αὐτὴν γωνίαν ὑποτείνοι· ὀδὲν τρίγωνον κατασκευασθήσεται, ἐὰν ἡ ὑποτείνουσα τὴν γωνίαν ΓΗΒ ὀφείλουσα πλευρὰ, τῆς καθέτου ΓΔ ἐλάσσων ᾖ. Ἓν δὲ κατασκευασθήσεται, ἐὰν ἴση ᾖ τῇ καθέτῳ, ἐλάσσων δὲ τῆς πλευρᾶς ΓΗ. Καὶ αὖθις ἓν μόνον, ἐὰν ἤτοι ἴση ᾖ τῇ ΓΗ, ἢ ταύτην ὑπερέχουσα.

ΠΟΡΙΣΜΑ Η.

Σχ. 42. §. 348. Ἐπὶ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, μενούσης τῶν πλευρῶν τῆς μεγίστης, ἔτι τῶν λοιπῶν πλευρῶν μειωθείη, ἡ τρίτη πλευρὰ ἐπαυξήσει. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ ΒΓ γένηται ΒΔ, ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ Α σημείου, ἀχθεῖσα ἡ ΑΔ, ἐλάσσων ἔσαι τῆς ΑΓ. Ἔνθεντοι ἡ ΔΕ, ἴση τῇ μεγίστῃ πλευρᾷ ΑΓ ἴσην ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΒΕ δέον ἀγαγεῖν, ἐκτὸς τῆς ΑΔ πεσεῖται, καὶ τὴν ΒΕ τῆς ΒΑ μείζονα ἀπολήψεται.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Σχ. 43. §. 349. Ἐπὶ τῶν ὀρθογωνίων τριγώνων ΑΒΓ, αβγ, ὧν ἴσαι αἱ πλευραὶ αἱ τῶν ὀξειῶν τινα γωνιῶν περιέχουσαι, ΑΒ = αβ, καὶ ΑΓ = αγ, καὶ ἡ τρίτη τῇ τρίτῃ πλευρᾷ ἴση ἔσαι· καὶ αἱ γωνίαι ταῖς γωνίαις, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἴσαι ἔσονται· καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσαι.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐὰν γὰρ καὶ πλευρὰ ἡ ΒΓ, μὴ ἴση ᾖ πλευρᾷ τῇ βγ, ἔσαι τῆς ἑτέρας ἡ ἑτέρα ἐλάσσων. Ἔσω

οὖν

οὖν βγ ἐλάσσων τῆς ΒΓ. Ἐπεὶ δὲ αγ = ΑΓ, ἔσται αβ μείζων τῆς ΑΒ (§. 348.)· κατὰ τῆς ὑποθέσεως. Οὐκ ἄρα ἄνισοι αἱ τῶν τριγώνων πλευραὶ ΒΓ, βγ· ὅθεν δῆλον τὸ προτεθέν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 350. Ἤδε ἡ πρότασις, μετὰ τοῦ ἐσχάτου τῆς προσεχοῦς ἀνωτέρας πορίσματος, οὐδὲν ἧττον ἀληθεύουσι καὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου μὴ ὀρθογωνίου κειμένου· εἰ μόνον ἡ ΑΓ πλευρά, ἡ τὴν γωνίαν Β ὑποτείνουσα, μείζων ᾖ τῆς ΑΒ πλευρᾶς τῆς πρὸς τῇ ῥηθείσῃ γωνίᾳ. Ἀμέλει τοι τῆς ΒΓ καὶ ὧδε μειουμένης, μενούσης δὲ τῆς ΑΓ, ἐπαύξει ἡ ΑΒ. Καὶ δύο δὴ τοιάδε τρίγωνα, ἐν οἷς ἴσαι μὲν αἱ γωνίαι, ὥσπερ αἱ κατὰ τὸ Β, ἴσαι δὲ καὶ αἱ ῥηθεῖσαι πλευραί, ὑφ' ὧν ἡ Β γωνία ἥκιστα περιέχεται, ἀεὶ ἐφαρμόζειν ἀλλήλοις δυνήσεται. Ἀλλὰ σπανιωτέρα ἡ τῶν τοιῶνδε προτάσεων χρῆσις· ἔστι τε τὰ ἐξ αὐτῶν ἑπόμενα, καὶ ἄλλοθεν οὐ χαλεπῶς ἀποδείκνυσθαι. Διὸ καὶ δεόντως ὧδε αἱ προτάσεις παρελείφθησαν.

ΤΜΗΜΑ