

Θῆ, ὡς λΑ - λΒ. Καὶ ἔσαι ὁ λογάριθμος ἔτος καταφατικός, εἰάν $A > B$, τετέστιν εἰάν νόθον τὸ κλάσμα ἢ ἀποφατικός δὲ, εἰάν $A < B$ · τετέστιν εἰάν ἢ τὸ κλάσμα γνήσιον. Ἐν γίνεαι δὲ

$$\lambda \frac{A}{B} = - \lambda \frac{B}{A} \cdot \text{ὅτι } \lambda \frac{A}{B} = \lambda (A : B), \text{ καὶ}$$

$$\lambda \frac{B}{A} = \lambda (B : A).$$

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 225. Ἐάν πρόοδος γεωμετρική ἀλλητε καὶ ἀλληληθῆ, παραπλησίως καὶ οἱ λογάριθμοι τῶν αὐτῶν λόγων τραπήσονται. Καὶ ἔσιν ἄρα ἐπέκεινα πέρατος αὐτῶν λογαρίθμων κατασκευασθῆναι δύναται τὰ συστήματα. Οὕτως εἰάν ἀντὶ τῆς 1 : 2 λόγος ἀπλῆς τεθῆ ὅδε 1 : 4, ὡς προόδον ἀνακύπτειν τὴν 1 : 4 : 16 : 64 : 256, ὁ λογάριθμος τῆς 256, ὅς ἐπὶ τῆς ἀχρι τῆςδε ὑποκειμένης συστήματος ἴσθ 8, ἔσαι ἤδη 4. Καὶ εὖ γίνεαι οἱ τῆς προτέρας συστήματος λογάριθμοι, τῶν τῆς καινῆς τῆςδε, ἔσοντα διπλοῖ· λέγω δὴ τῶν τοῖς αὐτοῖς ἀριθμοῖς προσεπανηκόντων.

§. 226. Οἱ λογάριθμοι οἱ Βριγγιανοὶ (ὡς ἀπὸ τῆς ἀρόντος) καλέμενοι, οἷς σχεδὸν μόνοις τυγχάνομεν χρώμενοι, ἐκ τῆς γεωμετρικῆς ἐλήφθησαν πρόοδος, καθ' ἴσθ ἀπὸ μονάδος ἀχρι 10, ὅροι ἐμφιλοχωρεῖσθ 10000000. Διὸ καὶ ἰσάριθμοι ἔσοντα οἱ ὅροι, καὶ ἀπὸ 10, ἀχρις 100· ἀπὸ 100, ἀχρι 1000· καὶ ἔτως ἐφεξῆς. Καὶ ἔσαι τῆς μὲν ἀριθμοῦ 10 λογάριθμος, ὁ 10000000· τῆς δὲ 100, ὁ 20000000· τῆς δὲ 1000, ὁ 30000000. Καὶ ἔτως ἐφεξῆς. Πολλῶν δὲ προσφύεσερον εἰρήσεται ἐπὶ τῆς τοιῆςδε συστήματος, 1 μὲν εἶναι τὸν λογάριθμον τῆς ἀριθμοῦ 10, 2 δὲ τῆς 100, 3 τῆς 1000, καὶ ἔτως ἐφεξῆς. Οὐ δὴ κειμένη οἱ λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ πρόοδον δεκαδικῶν 1, 10, 100, 1000, 10000,

10000, ἀριθμοὶ εἰσὶν ὀλοχερεῖς, φυσικῇ τάξει προβαίνοντες 0, 1, 2, 3, 4· ὅτε λογάριθμος τοσαύτας περιενιώχε μονάδας, ὅποσα τῷ ἀριθμῷ, ᾧ προσανήκει, τὰ μηδενικὰ σημεῖα εἰσὶν. Οἱ δὲ τῶν ἀριθμῶν λογάριθμοι τῶν μεταξὺ γινομένων, κλάσματα γίνονται δεκαδικά· οἱ μὲν δὴ τοῖς μεταξὺ 1 καὶ 10 ἀριθμοῖς ἐπανήκοντες, πάντες μονάδος ἐλάσσονες· οἱ δὲ τοῖς μεταξὺ 10 καὶ 100, μονάδος μὲν μείζονες οἱ πάντες, 2 δὲ ἐλάσσονες· οἱ δὲ τοῖς μεταξὺ 100 καὶ 1000, 2 μὲν μείζονες, 3 δὲ ἐλάσσονες· ὥστε κατὰ γένος τὸν ἀριθμὸν τῶν ὀλοχερῶν μονάδων, τῶν ἐμπεριεχομένων τῷ λογαρίθμῳ, παρὰ μονάδα ἴσον εἶναι τῷ ἀριθμῷ τῶν χαρακτηριστικῶν, δι' ὧν ἐκδηλῶνται αἱ ὀλοχερεῖς μονάδες τῷ ἀριθμῷ, ὥπερ ὁ λογάριθμος προσήκων ἐστί. Καὶ εἶναι παρ. χάρ. τὸν λογάριθμον τῷ ἀριθμῷ 30857, 234, μείζονα μὲν ἢ 4, ἐλάσσονα δὲ ἢ 5· οἱ γὰρ χαρακτηῆρες οἱ ἐπὶ τῷ ἀριθμῷ τὰς ὀλοχερεῖς μονάδας διασημαίνοντες (ὃ γὰρ καὶ οἱ τὰ τέτων δεκατημόρια) εἰσὶ πάντες.

§. 227. Εἴωθε δὲ ὁ ἀριθμὸς ἕτος τῶν ἐν τῷ λογαρίθμῳ ὀλοχερῶν μονάδων, τὸ τῷ λογαρίθμῳ χαρακτηριστικὸν ὀνομάζεσθαι. Καὶ τόδε ἄρα αἰετοιογε δίδεται τῷ ἀριθμῷ δεδομένη. Δοθέντος δὲ τῷ χαρακτηριστικῷ, καὶ τῶν τῷ ἀριθμῷ χαρακτηριστικῶν, δίδεται δὴ ὁ τῶν ἀπλῶν τόπος μονάδων, αἷς ἀντιδιαθέλλειν δεόν διατὸ κόμματος (§. 22.).

§. 228. Τὸ σύστημα, περὶ ὃ ὁ λόγος, τῶν λογαρίθμων ἐκ τῆς προόδου 1, 10, 100, 1000 συνέση κατὰ τὰ ἀνωτέρω (§. 212. 216.) σημειωθέντα, ἐπιτετμημένον, ὅπη παρήκε, τῷ ὑπολογισμῷ· ὁ δὲ τρόπος ὧδε εἰς νοηθεῖη.

§. 229. Προκείσθω ἡ τῶν ἀριθμῶν εὕρεσις, τῶν μεταξὺ 10000 καὶ 100000 παρεμπιπτόντων κατὰ παραβυσμὸν τῆς γεωμετρικῆς προόδου. Καὶ δὴ καὶ ἡ τῶν

ἢ τῶν ἀντιστοιχόντων τοῖς ἀριθμοῖς ἐκείνοις λογαριθμοῦν. Ζήτετε δὴ μεταξὺ τῶν δοθέντων ὄρων τὸν μέσον ἀνάλογον, ὅς ἔσται ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆς ἀριθμοῦ 1000000000 = 31622. Ζήτετε δὲ καὶ τὸν ἀντιστοιχῶντα αὐτῷ λογάριθμον, ὅς ἔσται ὁ μεταξὺ 4 καὶ 5 μέσος ἀριθμητικός, ἦτοι ὁ $\frac{4 + 5}{2} = 4, 5$.

§. 230. Λεγέσθωσαν τῶν ἀκρων ὄρων ὁ μὲν 10000 Α, ὁ δὲ 100000 Β, ὁ δὲ μέσος Γ. Λαβὲ δὴ ἐφεξῆς τὸν μέσον ἀνάλογον τὸν ἐν τοῖς Α καὶ Γ, ἐξενεχθείσης ἐκ τῆς ἀριθμοῦ 316220000 τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης, ἣτις ἔστω Δ = 17783. Καὶ παρασώσασθον δὲ καὶ αὐτῇ τὸν λογάριθμον, ὅς ἂν ἀριθμητικός δηλαδὴ μέσος εἴη τῶν 4 καὶ 4, 5 ἡλικός ὁ 4, 25. Ἐπειτα δὲ λαβὲ καὶ τὸν μεταξὺ Γ καὶ Β μέσον τὸν Ε, ἐκ τῆς ἀριθμοῦ 3162200000 τῆς τετραγωνικῆς ῥίζαν ἐξελόμενος, ἣτις ἔσται 56233, ἡ λογάριθμος ἀντιστοιχήσει, ὁ ἀριθμητικὸς μέσος τῶν 4, 5 καὶ 5, ὅς ἔσται ὁ 4, 75. Οὕτω δὴ καὶ μεταξὺ Α καὶ Δ μέσον ἀνάλογον λαβὲ τὸν Ζ = 13335. Καὶ μεταξὺ δὲ Δ καὶ Γ μέσον ἀνάλογον τὸν Η = 23713. Καὶ μεταξὺ Γ καὶ Ε μέσον τὸν Θ = 42169. Καὶ μεταξὺ τῆς Ε καὶ Β τὸν Ι = 74988.

§. 231. Ἡμῖν ἔν ταῦτα εἰς δεῖγμα ἀποχρήσει. Εἰδέτετε εἴθελοι τῶν λογαρίθμων τὰς πίνακας καταγράψαι, τῇ μεθόδῳ ταύτῃ χωρεῖν ὀφείλει, ὑπεξάγων αἰεὶ τὰς ῥίζας, ἀχρὶς ἔ πρόοδος αὐτῶ ὑπανακύψῃ, καὶ ἰὼ ἕκαστος τῶν ὄρων τῶ ἔγγιστα καθεξῆς ἐθεπεμνάω, μικρῶ δεῖν, καὶ ἴσος ἂν εἴη, τῆς διαφορᾶς παρὰ τῆς τῶν ὄρων πυκνότητα μονονεχί καὶ ἀφανιζομένης.

§. 232. Μιᾶς δέτινος τῶν λογαρίθμων κλάσεως ἔτως ἐκπερανθείσης, αἱ ταύτης ἡγέμενα λοιπαὶ κλάσεις ῥᾶστα ἀποτελεῖνται. Οἷον ἐπεὶ ἡ τῆς ἀπὸ

ἀπὸ 10000 ἄχρις 100000 ἀριθμοὺς περιέχουσα κλάσις, καθ' ὅσον αὐτὴν ἐπήλθομεν, ἦδε ἐστίν.

	Ἀριθμ.	Λογάρ.
Α	10000	4, 000
Ζ	13335	4, 125
Δ	17783	4, 250
Η	23713	4, 375
Γ	31622	4, 500
Θ	42169	4, 625
Ε	56233	4, 750
Ι	74988	4, 875
Β	100000	5, 000

Ἔσται ἡ κλάσις ἡ πρὸ αὐτῆς ἠγεμνὴ, ἐν ἣ περιέχονται οἱ τῶν ἀριθμῶν λογαριθμοὶ τῶν ἀπὸ 1000, ἄχρις 10000, αὕτη.

	Ἀριθμ.	Λογάρ.
Α	1000, 0	3, 000
Ζ	1333, 5	3, 125
Δ	1778, 3	3, 250
Η	2371, 3	3, 375
Γ	3162, 2	3, 500
Θ	4216, 9	3, 625
Ε	5623, 3	3, 750
Ι	7498, 8	3, 875
Β	10000, 0	4, 000

Ὁ ρᾶστα ἀντις σωίδοι τοῖς ἀριθμοῖς προσέχων, ὡν αἱ τετραγωνικαὶ ρίζαι τὰς ὄρας τῆς δε παρισῶσι τῆς κλάσεως· ὁ δ' αὐτὸς ἀμα σωήσας, ὅτι καὶ ἡ κλάσις ἡ πρὸ ταύτης ἐστὶ ἠγεμνὴ, ἡ τὰς ἀριθμοὺς ἀπὸ 100 ἄχρις 1000 περιέχουσα, τοιαύτης καὶ αὐτὴ ἐσται.

	Ἀριθμ.	Λογάρ.
Α	100, 00	2, 000
Ζ	133, 35	2, 125
Δ	177, 83	2, 250
Η	237, 13	2, 375
Γ	316, 22	2, 500
Θ	421, 69	2, 625
Ε	562, 33	2, 750
Ι	749, 88	2, 875
Β	1000, 00	3, 000

Δήλον δ' ὅτι καὶ ἐκ ταύτης αἱ ἠγόμεναι τῶν κλάσεων σωίζασθαι δύνανται, ἐπὶ μὲν τῶν ἀριθμῶν, τῶν σημείων τῆς τῶν ἀπλῶν ὑποδιαστολῆς μονάδων, ὡς, ἢ πλείοσι τόποις πρὸς ἀριστερὰν μεταβιβαζομένους, ἐπὶ δὲ τῶν λογαριθμῶν τῶν χαρακτηριστικῶν τοσαῦται μονάσαι μεικμένους, ὅσοι οἱ, καθ' ἕνα τὸ σημεῖον ἐκεῖνο μετενιψέκλαι, τόποι.

§. 233. Τῶτον δὴ τὸν τρόπον πάρεσι νοεῖν καταγεγράφθαι τῶν λογαριθμῶν τὸν πίνακα, ἐξ ἑμῶν ἔπειτα ἐξήριωταίτε τῶν ἄλλων, καὶ ἐκδέδονται, οἱ τοῖς ὀλοχερέσιν ἔγγιστα γινόμενοι ἀριθμοί, μετὰ τῶν λογαριθμῶν αὐτῶν· ἔστι δὲ χάριν ἐπ' ἴχνος σχεδὸν ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν ἐκείνων προοδὸς καταφαίνεται γεωμετρικῆς, ὡς ἐδὲ ἐπὶ τῶν λογαριθμῶν ἀριθμητικῆς.

§. 234. Ἐκεῖσε δ' εἴαν τῶν λογαριθμῶν κλάσειν μίαν ἐκδέδοσθαι τῶν ὑπερτέρων, οἷον τὴν τῆς λογαριθμοῦ τῶν ἀριθμῶν περιέχουσαν τῶν ἀπὸ 10000 ἄχρι 100000, ὡς ἐκ τῶν ἐν αὐτῇ, καὶ τῶν κατὰ τὰς ὑποδεεστέρας κλάσεις, ῥᾶιστα σωίζαμένων. Οὕτως εἴαν ὁ τῶν ἀριθμῶν 35682 λογαριθμὸς ἢ 4, 5524492, ἔσαι δὴ ὁ τῶν 356, 82, ἔτος 2, 5524492· ὁ δὲ τῶν 3, 5682, ἔτος 0, 5524492· ὁ δὲ λογαριθμὸς τῶν δεκαδικῶν κλάσμων 0, 0035682, ἔτος

ἔτος - 3, 5524492. Ἐνθα τὸ σημεῖον - μόνον τὸ χαρακτηριστικὸν διατίθησι, καὶ ἔχι τὰς μετ' ἐκεῖνο ἐπομένους ἀριθμούς· ὥστε δεῖν τὸν λογάριθμον ἐκεῖνον ἔτως ἀναγινώσκειν, ὡς εἶπερ ὧδε ἰὺ γεγραμμένος - 3 + 0, 5524492.

§. 235. Πρῶτον ἐν μοι δοκῶν ποιήσεν εἰ τὰς λογαρίθμους αὐταῦθαι τοῖς πρωτοπέρις γυμνασίαις εὐεκα καταγράψαιμι, μόνους τέως τὰς τῶν τριῶν προτέρων κλάσεων ὀλοχερεῖς ἀριθμούς συνάμα τοῖς αὐτῶν λογαρίθμοις, ἐπιτετμημένοις ἀλλ' ἐν καὶ τέτοις, παραδέδωκα διέγνωκα· προσεπικαταγράψαις ἐπ' αὐτοῖς καὶ ἀριθμούς τινὰς ἑτέρας τοῖς κύκλοις προσεπανήκοντας, ὧν ἡ χρῆσις ὑπερον δηλωθήσεται. Ἀλλὰ γὰρ ἐπὶ τῶν ἤδη ὑποσυναφθησομείων ἐξῆς ὑποδειγμάτων, ἔχι τοῖς δε τοῖς παρ' ἡμῖν, τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν πλατυτέρων λαμβανομένοις πινακῶν λογαρίθμοις προσχρήσομαι.

§. 236. Ληφθήσεται δὲ ἀπὸ τῶν πινακῶν, τῶν εἴτε προσγεγραμμένα τὰ τῶν λογαρίθμων χαρακτηριστικὰ ἔχόντων, εἴτε καὶ μὴ, ὁ λογάριθμος τῆ δοθέντος ὀλοχερεῖς ἀριθμοῦ, ἢ τῆ δεκαδικῶς κεκλασμένους· ἢ γὰρ, εἰάν ὁ λογάριθμος ἢ δεδομένος, ὁ αὐτῶ προσῆκων ληφθήσεται ἀριθμός, εἴτε ὀλοχερεῖς ὢν, εἴτε καὶ κατὰ τύπον τῶν ὀλοχερῶν, διὰ δεκαδικῶν κλασμάτων ἐκκείμενος, τὸν δὲ τὸν τρόπον.

§. 237. Δεῖ δὴ προσθεῖν τὸν λογάριθμον τῆ ἀριθμοῦ 79428, ὁποῖα ποτ' ἂν ὦσιν αἱ τῶν μονάδων τάξεις, αἱ δὲ αὐτῶ σημαίνονται. Ἀποληφθήτω ἐν ἀπὸ τῆς τῶν λογαρίθμων ὑπερτάτης κλάσεως μέρος τῆ λογαρίθμους, τῶ δοθέντι ἀριθμῶ ἀντίστοιχον, ὃ ἐπόμενον ἐστὶ τῶ χαρακτηριστικῶ, τέττα, εἰάν τοῖς πιναξὶ παρῆ, ἀμελεσμένους. Ἐσαὶ δὲ τότε τὸ μέρος 8999736, ὃ χαρακτηριστικὸν ἐπιγραφῆσται τὸ προσῆκον, ἐν τσσαῖς δὲ μονάσιν, ὅσοις τόποις τὸ τῶν ἀπλῶν μονάδων σημεῖον (,) ἀπὸ τῆ ὄν ἐν τῶ

δοθέντι ἀριθμῷ ἐπέχει τόπος πρὸς ἀριστερὰν, ἢ δεξιὰν προκλίεον, ἵνα ὁ τῷ ἀριθμῷ χαρακτήρ ὁ τὰς τῆς ὑπερτάτης τάξεως μονάδας τὸ πρὶν διασημαίνων, τῶν μονάδων ἤδη τὰς ἀπλάς παριστᾷ. ληφθήσεται δὲ τότε τὸ χαρακτηριστικόν, καταφατικὸν μὲν, εἰάν τὸ σημεῖον πρὸς τὰ λαϊὰ προάγεσθαι δεξιότητέσιν εἰάν ὁ ἀριθμὸς μονάδος ἢ μείζων. ἀποφατικὸν δὲ, εἰάν εἰς δεξιὰ τέλέσιν, εἰάν ἢ ὁ ἀριθμὸς μονάδος ἐλάσσων. Τοίνυν τῷ ἀριθμῷ ὄντος 79428, ἔσται ὁ λογάριθμος 4, 8999736. Ἐάν δὲ ὁ ἀριθμὸς ἢ 794, 28, ἔσται ὁ λογάριθμος, 2, 8999736. Ἐάν δὲ ὁ ἀριθμὸς ἢ 7, 9428, ὁ λογάριθμος ἔσται 0, 8999736. εἰάν δὲ ἢ ὁ ἀριθμὸς 0, 00079428, ὁ λογάριθμος - 4, 8999736. τῷ σημείῳ - μόνον τὸ χαρακτηριστικὸν διατιθέντος, καθάπερ εἴρηται (§. 234.).

§. 238. Τὸναντίον δὲ τῷ λογαριθμῷ δοθέντος, ὁ ἀριθμὸς ἀπὸ τῶν πινάκων ἐξενεχθήσεται, ὁ ἐκείνῳ ἀντίστοιχος, ἀμελεσμένε πρῶτον τῷ χαρακτηριστικῷ, καὶ τῶν χαρακτήρων καταγεγραφομένων, τῶν τῷ λογαριθμῷ ἐπὶ τῷ πίνακος ἀντιστοιχούντων. Ἐπειτα δὲ ἐν τοῖσδε τοῖς χαρακτηρίσιν, τῷ τῶν ἀπλῶν μονάδων σημείῳ ἐντοπιζομένε, εἴθε ἐν τῷ χαρακτηριστικῷ διασημαίνῃ οἷον τῷ λογαριθμῷ 3, 8999736, ἀριθμὸς ἀντιστοιχεῖ ἔτος 79428. Τῷ γεμίῳ ἐν αὐτῷ χαρακτηριστικῷ αὐτῷ ἐκείνε ὄντος τῷ γεγραμμένε, ἦτοι τῷ 3, ὁ ἀριθμὸς ἔσται 7942, 8. ὡς εἶπερ εἴη χαρακτηριστικὸν τὸ 5, γένοιτ' ἐν καὶ ὁ ἀριθμὸς 794280. Καὶ εἰάν ἐκεῖνο - 1, ὁ ἀριθμὸς 0, 79428.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

§. 239. Ἐφ' ὁποῖωδηποῦν δοθέντι λογαριθμικῷ συστήματι, δοθέντων τῶν λογαριθμῶν ἀριθμῶν τριῶν, τὸν τῷ τελάρτε ἀναλογικῷ λογάριθμον προσδύρειν.

ΛΥΣΙΣ.

ΛΥΣΙΣ.

Κείθωσαν δοθέντες οἱ τῶν ἀριθμῶν A, B, Γ ,
 λογάριθμοι $\lambda A, \lambda B, \lambda \Gamma$. Καὶ ἔσω δὴ τὸν τῆ τε-
 τάρτη ἀριθμῶ Δ προσδεῖν, τῆ πρὸς Γ ἔχοντος,
 ὡς B πρὸς A ὡς εἶναι $A : B = \Gamma : \Delta$. Ποίει ἔν
 $\lambda \Delta = \lambda B + \lambda \Gamma - \lambda A$, καὶ ἔξεις τὸ προτεθέν.

ΔΕΙΞΙΣ.

Καὶ γὰρ ὁ λογάριθμος τῆ λόγου $B : A$, ἐστὶ
 $\lambda B - \lambda A$. ὁ δὲ τῆ $\Delta : \Gamma$, ἐστὶ $\lambda \Delta - \lambda \Gamma$ (§. 224.).
 Ἐπεὶ ἔν οἱ λόγοι οἶδε ἴσοι εἰσὶν, ἔσαι καὶ $\lambda \Delta - \lambda \Gamma$
 $= \lambda B - \lambda A$. Καὶ κοινῶ τῆ $\lambda \Gamma$ ἐκατέρωσε προσε-
 θεύτος, ἔσαι $\lambda \Delta - \lambda \Gamma + \lambda \Gamma = \lambda \Gamma + \lambda B - \lambda A$.
 τετέσι $\lambda \Delta = \lambda \Gamma + \lambda B - \lambda A$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ.

§. 240. Ἐσω $A = 17, B = 597, \Gamma = 83$.

Ἐσαι δὲ,
 $\lambda A = 1, 2304489$
 $\lambda B = 2, 7759743$
 $\lambda \Gamma = 1, 9190781$

$$\lambda \Gamma + \lambda B = 4, 6950524$$

$$\lambda \Gamma + \lambda B - \lambda A = 3, 4646035 = \lambda \Delta.$$

ὧ δὴ, ἀριθμὸς ἀντιστοιχεῖ $2914, 7 = \Delta$.

Ἐὰν δὲ ληφθῆ $A = 1, 7 \cdot B = 59, 7 \cdot \Gamma = 0, 083$.

Γίνεται
 $\lambda A = 0, 2304489$
 $\lambda B = 1, 7759743$
 $\lambda \Gamma = -2, 9190781$

$$\text{Καὶντεῦθεν } \lambda \Gamma + \lambda B = 0, 6950524$$

$$\text{Καὶ } \lambda \Gamma + \lambda B - \lambda A = 0, 4646035 = \lambda \Delta.$$

ὧ δὴ, ἀντιστοιχεῖ ἀριθμὸς $\Delta = 2, 9147$.

Ἐὰν

Ἐάν δὲ ληφθῆ $A = 170$ $B = 59,7$ καὶ $\Gamma = 0,83$

$$\text{Γίνεται} \quad \lambda A = 2,2304489$$

$$\lambda B = 1,7759743$$

$$\lambda \Gamma = -1,9190781$$

$$\text{Καὶντεῦθεν} \quad \lambda \Gamma + \lambda B = 1,6950524$$

$$\text{Καὶ} \quad \lambda \Gamma + \lambda B - \lambda A = -1,4646035 = \lambda \Delta.$$

ὥπερ ἀριθμὸς ἀντιστοιχεῖ ὁ $\Delta = 0,29147$.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

§. 241. Τοιγαρῶν ὡς ὁ τῆς μονάδος λογάριθμος ἐστὶ 0, ὅγε τῶ παραγομένῃ, τὸ ἄθροισμα ἔσται τῶν λογαρίθμων τῶν ἀνηκόντων τοῖς παράγωγῃ· ὁ δὲ τῶ πηλίκῃ ἢ διαφορῃ, τῶ κατὰ τὸν διαιρετέῃ λογαρίθμῃ ἀπὸ τῶ κατὰ τὸν διαιρετέον ἀφαιρέσῃ (§. 224.). Διὸ κατὰ γνῶσ, τὰ πολλαπλασιασμῶ γινόμενα, καὶ τὰ ἐκ διαιρέσεως πηλίκῃ ἐν ἀριθμοῖς, διὰ τῶν λογαρίθμων εὐρίσκειται προχειρότατα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ.

§. 242. Ἐσῶ $A = 3524$. $B = 596,3$. $\Gamma = 24,38$. $\Delta = 913$. $E = 85,74$. Καὶ ἔσῶ δὴ τῶ παραγομένῃ $A \times B \times \Gamma$ διαιρεθέντος διὰ $\Delta \times E$, πηλίκον τὸ Π .

$$\text{Ἐσται} \quad \lambda A = 3,5470359$$

$$\lambda B = 2,7754648$$

$$\lambda \Gamma = 1,3870337$$

$$\lambda (A \times B \times \Gamma) = 7,7095344$$

$$\lambda \Delta = 2,9604308$$

$$\lambda E = 1,9331835$$

$$\lambda (\Delta \times E) = 4,8936543$$

$$\lambda \Pi = 2,8158801$$

ὥ δὴ, ἀντιστοιχεῖ ἀριθμὸς ὁ $\Pi = 654,4554$.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

§. 243. Ὁ ἄρα λογάριθμος ὁ τῆς τετραγωνίης, ἐπεὶ ἀνακύπτει τῆς τῆς ρίζης λογαρίθμῳ καθ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζομένῳ, διπλῆς ἐστὶ τῆς λογαρίθμῳ τῆς ρίζης· ὁ δὲ τῆς κύβου τριπλῆς· ὁ δὲ τῆς τετάρτης διωάμεως τετραπλῆς, καὶ ὁ τῆς πέμπτης πενταπλῆς. Καὶ ἔτω καὶ τοῖς λοιποῖς.

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ.

§. 244. Καὶ ἀνάπαλιν ὁ τῆς τετραγωνικῆς ρίζης παντός ἀριθμοῦ N λογάριθμος, ἴσος τῷ ἡμίσει τῆς κατὰ τὸν ἀριθμὸν N . Καὶ ὁ τῆς κυβικῆς, τριτημορίῳ· καὶ ὁ τῆς ἐκ τῆς τετάρτης διωάμεως, τῷ τεταρτημορίῳ, καὶ ἔτως ἐφεξῆς. Διὸ αἱ τῶν κατὰ πάσαν τάξιν ριζῶν ὑπεξαγωγαί, διὰ τῶν λογαρίθμων ὅτι ῥᾶστα περαίνονται. Εἰ μόνον ὁ τῶν χαρακλήρων ἀριθμὸς τῶν τιῶν ριζῶν εἰσιόντων, ἢ πρὸς αὐτῶν ἀπαιτημένων (εἰάν ἀκριβῆς ἢ ρίζα ἀποδοθῆναι ἔχῃ οἷατε ἢ) μὴ τὸν ἀριθμὸν ὑπερέχη τῶν χαρακλήρων, τῆς μεγίστης τῶν ἀριθμῶν, καθ' ἕς ὁ τῶν λογαρίθμων πίναξ καταγέγραπται.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Α.

§. 245. Τῆς ἀριθμοῦ 57932 λογάριθμος ὁ 4, 7629185· ταύτητοι ὁ τῆς ἐκείνης τετραγωνικῆς ρίζης, ἔσται 2, 3814592. Ἡ δὲ ρίζα 240, 6907. Ὁ δὲ τῆς κυβικῆς ρίζης τῆς αὐτῆς ἐκείνης λογάριθμος 1, 5876395· ἢ τε ρίζα 38, 69364· ὁ δὲ τῆς τετάρτης διωάμεως 1, 1907296· ἢ δὲ δὴ ρίζα, 15, 51421.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Β.

§. 246. Τῆς ἀριθμοῦ 0, 57932 λογάριθμος -1, 7629185· ἂν θὰ τὸ - πρὸς μόνον ἀνάγεται τὸ χαρακλήρειον (§. 224.)· τῆς ἄρα λογαρίθμῳ τῆςδε, ἰὼ δέοι τὸ ἡμισυ λαβεῖν, τετέσι τὸν λογάριθμὸν τῆς τετρα-

τετραγωνικῆς ρίζης τῆ δοθέντος ἀριθμοῦ 0, 57932, λαβεῖν δεήσει τὴν τῆ χαρακτηριστικῆς ἡμίσειαν ἢ μέρει, ὅπερ ἔχουσιν οἱ, ἐπ' ἀνάγκης ὅν τὰ χαρακτηριστικὰ ταῦτα ἀριθμοὶ εἶναι τῶν ὀλοχερῶν. Ἐνθουτοι ἀντὶ τῆ χαρακτηριστικῆς ἐκείνης -1 , γραπτέον $-2 + 1$ ὁ ταυτὸν ἐστὶ τῆ δὲ λογαρίθμῳ ἔτω γεγραμμένῳ, $-2 + 1$, 7629185 λαμβάνω τὸ ἡμισυ -1 , 8814592. ὁ γὰρ τῆ τῶν ἀντιστοιχῶν ὄψεως ἀριθμὸς, ἡ τετραγωνικὴ ἔσται ρίζα τῆ προτεθέντος. Ἐκ δὲ τῆ αὐτῆ ἀριθμοῦ ἢ δέοι τὴν ρίζαν ἐξελέσθαι τὴν κυβικῶν, χαρακτηριστικὸν ἀναπλάσας τὸ $-3 + 2$, καὶ τῆ λογαρίθμῳ ἔτω γεγραμμένῳ $-3 + 2$, 7629185, λαβὼν τὸ τριτημόριον, εἶον τὸ -1 , 9209728, τὸν λογαρίθμον ἔξω τῆς ρίζης τῆς κυβικῆς. Τὸ δ' αὐτὸ ὁμοίως καὶ πὶ τῶν λογαρίθμων τῶν κατὰ τὰς ἀνωτέρας δυνάμεις ριζῶν παρατηρηθήσεται.

