ὅσα καὶ τῷ Γ, πρόσθες ἕκαστον μέρος τοῦ ποσοῦ Α, τῷ μέρει τοῦ ποσοῦ Γ τῷ πρὸς ἐκεῖνο ἀντιστιχοῦντι, καὶ ἐκ τῶν οὕτω συστάντων μερῶν σύνθες τὸ Ε, ὅπερ ἔσται = Α + Γ, καὶ τοσάδε μέρη ἴσα συνέξει, ὅσα ἔχει τὸ Α, ἢ τὸ Γ· τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ ἑκάστου τῶν ἐν τῷ ποσῷ Β μερῶν ἑκάστῳ τῶν ἐν τῷ Δ προσεπιτεθέντος συστήσεται τὸ Ζ, ὅπερ ἴσον ἔσται τῷ Β + Δ, καὶ τοσάδε περιέξει μέρη, ὅσα ἔχει τὸ Β, ἢ τὸ Δ. Κἀντεῦθεν δὲ ἑπομένως ἔσται Ε : Ζ = Α : Β = Γ : Δ (§. 147.)· ὅπερ ἰῶ τὸ πρῶτον.

Ὑπὲρ δὲ τῶν διαφορῶν, ληφθήτω ἡ διαφορὰ ἡ μεταξὺ δυοῖν ὁποιωνοῦν μορίων τῶν ἐν τοῖς ὅροις Α καὶ Γ, τῶν ἀλλήλοις ἀντιστιχούντων, κἀκ δὲ τουτωνὶ τῶν διαφορῶν, αἵπερ ἴσαι τε ἔσονται, καὶ τοσαίδε τῷ ἀριθμῷ, ὅσα μέρη ἔνεισι τῷ Α, ἢ τῷ Γ, συντιθέσθω τὸ Η, ὃ ταυτὸν ἔσται τῷ Α − Γ· ταυτὸ δὲ γινέσθω κἀπὶ τῶν ὅρων Β, καὶ Δ· καὶ ἔσται ὁ οὕτω προκύπτων ὅρος Θ = Β − Δ· ὃς τοσάδε μέρη ἕξει, ἀλλήλοις τε, καὶ τοῖς ἐν τῷ Η ὅρῳ μέρεσιν ἴσα, ὅσα ἔχει τὸ Β, ἢ τὸ Δ. Ἄρ᾽ οὖν καὶ Η : Θ = Α : Β = Γ : Δ· ὅπερ ἰῶ θάτερον.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 174. Ἔνθεντοι ἐν γένει, ἐὰν οἱ λόγοι Α : Β, Γ : Δ, Ε : Ζ, Η : Θ, κτλ., ἅπαντες ἴσοι ἀλλήλοις ὦσι· τουτέστιν ἐὰν ᾖ,

$$\begin{aligned} Α : Β &= Α : Β \\ Γ : Δ &= Α : Β \\ Ε : Ζ &= Α : Β \\ Η : Θ &= Α : Β, \text{ ἔσται καὶ,} \end{aligned}$$

$$(Α+Γ+Ε+Η):(Β+Δ+Ζ+Θ) = Α : Β, \text{ ἢ γοῦν,}$$
$$(Α-Γ+Ε-Η):(Β-Δ+Ζ-Θ) = Α : Β.$$

Ὁποῖοι δ᾽ ἂν ὦσιν οἱ ἀφαιρούμενοι ὅροι, καὶ ὁποσοιοῦν τὸν ἀριθμὸν, εἰ μόνον ἀνὰ δύο ἀεὶ ἐπὶ τὸν αὐτὸν ὦσι λόγον ἀνήκοντες.

ΘΕΩΡΗ

ΘΕΩΡΗΜΑ.

§. 175. Τῶν μὲν ἐλασσόνων γραμμάτων, οἷον μ καὶ ν, ἀριθμὲς ὁλοχερεῖς, ἢ κλασματικὲς, τῶν δὲ μειζόνων A, Ω, ἤτοι ἀριθμὲς καὶ τέτων, ἢ ἑτέρας ποσότητας ὑποσημαινόντων, ἐὰν ᾖ $\mu : \nu = A : \Omega$, ἔσαι $\Omega = \frac{\nu A}{\mu}$. Καὶ $\mu\Omega = \nu A$. Καὶ ἐὰν ᾖ $\mu\Omega = \nu A$, ἔσαι $\mu : \nu = A : \Omega$.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐὰν μ καὶ ν ὁλοχερεῖς ὦσι, φανερὸν αὐτόθεν ὅτι $\Omega = \frac{\nu A}{\mu}$, καὶ μάλισα τῆς ἀναλογίας ἀνάπαλιν γραφείσης ὧδε, $\Omega : A = \nu : \mu$ (§. 151.) Ἐὰν δὲ διὰ τῶν μ καὶ ν κλάσματα ὑποσημαίνηται, καὶ ᾖ τὸ μὲν $\mu = \frac{\sigma}{\vartheta}$, τὸ δὲ $\nu = \frac{\beta}{\varkappa}$, ὥσε τὴν ἀναλογίαν γράφεσθαι ἔχειν ὡδέπως· $\frac{\sigma}{\vartheta} : \frac{\beta}{\varkappa} = A : \Omega$, ἑκατέρε τῶν κλασμάτων διὰ $\vartheta\varkappa$ πολλαπλασιασθέντων, γίνεται $\frac{\sigma\vartheta\varkappa}{\vartheta} : \frac{\beta\vartheta\varkappa}{\varkappa} = A : \Omega$ (§. 164.). Καὶ τῶν κλασμάτων ἐπ᾽ ἐλάσσονα ὀνόματα ἀνηγμένων $\sigma\varkappa : \beta\vartheta = A : \Omega$. Εἰσὶ δὲ ἤδη οἱ ἀριθμοὶ $\sigma\varkappa$, $\beta\vartheta$ ὁλοχερεῖς· ἔσαι ἄρα διὰ τὰ δειχθῆναι φθάσαντα, $\Omega = \frac{\beta\vartheta A}{\sigma\varkappa}$. Ἀναφυήσεται δὲ τὸ κλάσμα $\frac{\vartheta\beta}{\sigma\varkappa}$, ἐὰν τὸ $\frac{\beta}{\varkappa}$ διαιρεθῇ διὰ τὲ $\frac{\sigma}{\vartheta}$ (§. 97.). Ἐπειδὴ ἒν τὸ μὲν πρότερον τῶνδε τῶν κλασμάτων ἐσὶ ν, τὸ δὲ δεύτερον μ, ἔσαι $\frac{\vartheta\beta}{\varkappa\sigma} = \frac{\nu}{\mu}$.

Καὶ

Κἀντεῦθεν $\Omega = \frac{\nu}{\mu} \mathrm{A}$· ὧν ἐὰν ἑκάτερον διὰ μ πολλαπλασιασθῇ, ἐπιφέρεται $\mu\Omega = \nu\mathrm{A}$.

Ἀνάπαλιν τεθὲν $\mu\Omega = \nu\mathrm{A}$. Ἐὰν ᾖ $\mu : \nu = \mathrm{A} : \mathrm{X}$, ἔσαι $\mu\mathrm{X} = \nu\mathrm{A}$. Ἄρα καὶ $\mu\mathrm{X} = \mu\Omega$, καὶ $\mathrm{X} = \Omega$. Διὸ καὶ $\mu : \nu = \mathrm{A} : \Omega$.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α.

§. 176. Δυοῖν ἄρα δοθέντων ἀριθμῶν μ, ν, καὶ ποσότητος ἡστινοσοῦν τῆς Α, ἀεὶ εὑρεθήσεται τῆς ἀναλογίας $\mu : \nu = \mathrm{A} : \Omega$ ὁ τέταρτος ὅρος Ω, πολλαπλασιαζομένης τῆς Α ποσότητος, διὰ τοῦ δευτέρου τῶν δοθέντων ἀριθμῶν ν, καὶ τοῦ παραγομένου νΑ, διαιρεθέντος διὰ τοῦ πρώτου μ· ἢ γοῦν τῆς Α ποσότητος διαιρουμένης διὰ τοῦ πρώτου τῶν ἀριθμῶν μ, καὶ τοῦ ἐντεῦθεν προκύπτοντος $\frac{\mathrm{A}}{\mu}$ πολλαπλασιαζομένου διὰ τοῦ δευτέρου ν. Καὶ τοῦτο, εἴτε ὁλοσχερεῖς οἱ διδόμενοι ἀριθμοὶ, εἴτε καὶ κλασματώδεις. Καὶ εἴτε ἀριθμὸς εἴη ὁ Α, εἴτε καὶ γραμμὴ, ἤτι τοιοῦτο. Τὸ δ' οὕτω γινόμενον Ω, τέταρτος ὅρος τὴν τάξιν ἐσί. Δύναται δὲ πᾶσα ἀναλογία (§. 171.) οὕτως ἀντισρέφεσθαι, ὡς ἕκασον τῶν ἐν αὐτῇ ὅρων γίνεσθαι τῇ τάξει τέταρτον. Καὶ τούτου γινομένου, ἐὰν οἱ δύο πρῶτοι τῆς ἀντισραφείσης ἀναλογίας ὅροι ἀριθμοὶ ὦσιν, ἀείποτε ὁ τέταρτος οὗτος ἐκ τῶν λοιπῶν, διὰ τοῦ αὐτοῦ κανόνος ἐξευρεθήσεται.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β.

§. 177. Ἐντεῦθεν ἐὰν ᾖ

$$\begin{aligned} \mu : \nu &= \mathrm{A} : \mathrm{B} \\ \pi : \phi &= \mathrm{B} : \Gamma \\ \rho : \sigma &= \Gamma : \Delta \\ \tau : \upsilon &= \Delta : \mathrm{Z} \end{aligned}$$

Ἔσαι

Ἔσαι $$B = \frac{\nu}{\mu} . A$$

$$\Gamma = \frac{\phi}{\pi} . B = \frac{\nu\phi}{\mu\pi} . A$$

$$\Delta = \frac{\sigma}{\varrho} . \Gamma = \frac{\nu\phi\sigma}{\mu\pi\varrho} . A$$

$$Z = \frac{\upsilon}{\tau} . \Delta = \frac{\nu\phi\sigma\upsilon}{\mu\pi\varrho\tau} . A$$

Ὁ γὰρ δὴ λόγος Α : Ζ, σύγκειται ἐκ τῶν Α : Β, Β : Γ, Γ : Δ, Δ : Ζ· οἱ δὲ διδόμενοι εἰσὶ διὰ τῶν ἀριθμῶν μ : ν, π : φ, ρ : σ, τ : υ (§. 166.). Τῶν ἐν λόγων ἐς δέον συνθέσθαι δι' ἀριθμῶν ἐκφερομένων, καὶ τἕγε ὅρε τῆ ἐν τῷ συνθέτῳ λόγῳ ἡγεμένε Α δοθέντος, εὑρεθήσεται, τὸ ἑπόμενον Ζ, ἐὰν γένηται μπρτ : νφσυ = Α : Ζ· τετέσιν ἐὰν ὑποσυναφθῇ, ὡς τὸ ὑπὸ πάντων τῶν ἡγεμένων ἀριθμῶν παραγόμενον, πρὸς τὸ ὑπὸ πάντων τῶν ἑπομένων, ἕτως ὁ τῆ συνθέτε λόγε ἡγέμενος ὅρος, πρὸς τὸν ἐν αὐτῷ ἑπόμενον.

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ.

§. 178. Ὁ ἄρα λόγος τῆ παραγομένε μπρτ, πρὸς τὸ παραγόμενον νφσυ, τῷ ἕτω συνθέτῳ λόγῳ Α : Ζ ἴσος ἐσί.

ΠΟΡΙΣΜΑ Δ.

§. 179. Μετακινηθείσης οἱωδήποτε τρόπῳ τῆς τάξεως τῶν παραγόντων, τῶν ἐν τοῖς δε τοῖς παραγομένοις, ἐπειδὴ τὰ παραχθέντα μεταβολὴν ἐχ ὑφίσαται (§. 98.), μένει δὲ καὶ μετὰ τὴν μετάθεσιν λόγος ὁ αὐτός· τοιγαρἕν ἕτε τῶν ἐν τοῖς λόγοις ἐς συνθέσθαι δέον ἡγεμένων μπρτ, ἕτε δὴ τῶν ἑπομένων νφσυ, ἡ κατ' ἄλλην τάξιν ταραχῆτε καὶ μετακίνησις, τροπὴν ἐδεμίαν τῷ συνθέτῳ λόγῳ γῷ προσεμποιήσει. Καὶ ἐὰν ἐπὶ παραδείγματος γένηται,

$$\begin{aligned} \pi &: \sigma = A : b \\ \mu &: \upsilon = b : c \\ \varrho &: \nu = c : d \\ \tau &: \varphi = d : X \end{aligned}$$

Κἂν οἱ ὅροι b, c, d ἀπὸ τῶν ἐν τῷ Β΄. πορίσματι διαφέροντες ὦσιν, ἀλλὰ τὸ X τοῦ Z οὐδὲν διοίσει. Ἐπειδὴ γὰρ $\mu\pi\varrho\tau = \pi\mu\varrho\tau$, καὶ $\nu\varphi\sigma\upsilon = \sigma\upsilon\nu\varphi$, ἔσται καὶ $\mu\pi\varrho\tau : \nu\varphi\sigma\upsilon = \pi\mu\varrho\tau : \sigma\upsilon\nu\varphi$. Κἀντεῦθεν, ὅτι $\mu\pi\varrho\tau : \nu\varphi\sigma\upsilon = A : Z$ (§. 178.). καὶ δὴ καὶ $\pi\mu\varrho\tau : \sigma\upsilon\nu\varphi = A : X$, ἔσται $A : Z = A : X$, καὶ $X = Z$.

ΠΟΡΙΣΜΑ Ε.

§. 180. Οὐδὲν πλέον ἐκ τῶν τοιῶνδε ταραχῶν οἷα καλοῦσι, καὶ μεταθέσεων ἕπεται, καὶ εἰ ἀντὶ τῶν ἀριθμῶν μ, ν καὶ π, φ, καὶ ρ, σ, καὶ τ, υ, ποσάτινα ὁποιαδήποτε ἄλλα ληφθῇ, ὧν ἕκαστον ᾖ πρὸς ἕκαστον τῶν λοιπῶν, ὡς ὁ ἀριθμὸς οὗπερ ἀντικαθίσταται ἐκεῖνο, πρὸς τὸν ἀριθμὸν οὗ ἀντικαθίσταται τοῦτο. Ἐπὶ γὰρ τοιᾷδε ὑποθέσει, ἐὰν ἀντὶ τοῦ μ ἀριθμοῦ ἀντικαταστῇ μΠ, ἀντὶ τοῦ ν θετέον νΠ. Καὶ ἀντὶ μὲν τοῦ π, πΠ, ἀντὶ δὲ τοῦ φ, φΠ, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. Δῆλον δὲ, ὡς εἰ ἐπὶ τοῦ ἐν τῷ Β΄. Πορίσματι Σχήματος,

$$\begin{aligned} \mu &: \nu = A : B \\ \pi &: \varphi = B : \Gamma \\ \varrho &: \sigma = \Gamma : \Delta \\ \tau &: \upsilon = \Delta : Z \end{aligned}$$

Καὶ ἐπὶ τοῦ ἑτέρου τοῦ ἐν τῷ Δ΄. πορίσματι,

$$\begin{aligned} \pi &: \sigma = A : b \\ \mu &: \upsilon = b : c \\ \varrho &: \nu = c : d \\ \tau &: \varphi = d : X \end{aligned}$$

Ἀντὶ

Ἀντὶ τῶν ἀριθμῶν μ, ν, π, φ, κξ. ληφθείη τὰ ποσὰ μΠ, νΠ, πΠ, φΠ, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. αἱ ποσότητες Β, Γ, Δ, Ζ, ταῖς b, c, d, X προκύψεσιν αἱ αὐταί.

ΠΟΡΙΣΜΑ Ϛʹ.

§. 181. Διὰ δὴ τούτων, τοὺς λόγους οὓς ἂν συντέθεσθαι δεήσοι, ἐπ' ἐλάσσονας ἀνάγειν ἐξέσται. Ἔστωσαν λόγοι οὓς συντιθέναι δέον,

$$\begin{array}{c} M : N \\ \Pi : M \\ \Phi : \Pi \\ P : \Sigma \end{array}$$

Καὶ ὅρου τοῦ Α, ὃς ἂν μὴ δεδομένος ᾖ, πρὸς τὸ δοκοῦν ληφθέντος, δῆλον ὅτι καὶ τῆς τῶν ὅρων τάξεως, ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις τεταραγμένης, γένοιτ' ἄν;

$$\begin{array}{c} M : M = A : A \\ \Pi : \Pi = A : A \\ \Phi : N = A : B \\ P : \Sigma = B : Z \end{array}$$

Ἐξ ὧν ἐπεὶ αἱ δισσαὶ πρῶται ἀναλογίαι ἐνταῦθα κομιδῇ ἀχρηστοῦσιν, ἐκ τῶν δύο λόγων Φ : Ν καὶ Ρ : Σ, ὁ αὐτὸς Α : Ζ συντεθείσεται λόγος, τῷ συντιθεμένῳ πρὶν ἐκ τῶν τεττάρων. Ἐξευρίσκονται δ' οἱ λόγοι οὗτοι, ἢ γοῦν ἄλλοι τινὲς Φ : Σ, καὶ Ρ : Ν, ἐξ ὧν ὁ αὐτὸς λόγος Α : Ζ συντίθεται, τῶν ἐν τοῖς λόγοις ὅρων Μ καὶ Π, οἳ κοινῇ ὄντε τοῖς ἡγουμένοις καὶ τοῖς ἑπομένοις οἱ αὐτοὶ ἁπαντῶσι, παραλειφθέντων.

ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ.

§. 182. Τοῦ ἀριθμοῦ τῶν λόγων οὓς δεῖ συντιθέναι τοιᾶδε μεθόδῳ ἐλαττουμένου, ἐπεὶ μηδὲν τῶν ἐν τῷ συνθέτῳ τροπίῳ ὑπομένει, ἐὰν τις λόγος Α : Ζ

G συγκεί-

συγκείμενος νοῆται ἐκ τριῶν ὡντινωνοῦν Μ : Ν, Π : Φ, Ρ : Σ, ἔχῃ δὲ ὁ αὐτὸς λόγος Α : Ζ, καὶ ἐκ δυοῖν Α : Β, Γ : Δ συντίθεσθαι, τῶν προτέρων λόγων ἐπὶ τοὺς δύο ἀναχθέντων Μ : Ν, Π : Σ (ὃ γενέσθαι δύναται εἴθα Φ = Ρ)· ὁ ἐκ τῶν δύο σύνθετος Μ : Ν καὶ Π : Σ, ἴσος ἔσται τῷ ἐκ τῶν δύο Α : Β καὶ Γ : Δ. Ἐὰν δὲ παρὰ ταῦτα ᾖ καὶ Ν = Π, ὁ ἐκ τῶν δύο Μ : Ν καὶ Π : Σ σύνθετος, ἐστὶν ὁ Μ : Σ, ὃς καὶ αὐτὸς ἴσος τῷ ἐκ τῶν δυοῖν Α : Β καὶ Γ : Δ συνθέτῳ. Διὸ ἐὰν καὶ οἱ λόγοι οὗτοι διὰ Β = Γ ἀναχθῆναι δυνηθῶσιν ἐπὶ τὸν μοναδικὸν Α : Δ, ἔσται Μ : Σ = Α : Δ. Δῆλον δ' ὅτι τὸ αὐτὸ ἔσται, πηλίκον ἂν καὶ ὑποτεθείη τὸ τῶν λόγων πλῆθος τῶν προκειμένων εἰς σύνθεσιν.

ΠΟΡΙΣΜΑ Η.

§. 183. Ἔνθεν τοι ἐὰν ᾖ Α : Β = Γ : Δ, ἐπειδὴ ἀεὶ ἐστὶ μΑ : Α = μΓ : Γ, τοῦ μ ἀριθμὸν δηλοῦντος, εἴτε ὁλοσχερῆ, εἴτε καὶ κλασματίαν, τῶν ἀναλογιῶν ὧδε διαταχθεισῶν,

$$\begin{array}{l} \mathrm{A} : \mathrm{B} = \Gamma : \Delta \\ \mu\mathrm{A} : \mathrm{A} = \mu\Gamma : \Gamma \end{array}$$

Φανερὸν ὡς καὶ μΑ : Β = μΓ : Δ. Ἐναλλὰξ ἄρα τῶν τῆς ἀναλογίας ὅρων, τοῦ πρώτου δηλαδὴ, καὶ τοῦ τρίτου, διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ μ πολλαπλασιασθέντων, ἢ διαιρεθέντων, ἡ ἀναλογία οὐκ ἀνατρέπεται. Καὶ γάρτοι μΑ τὸν τοῦ ποσοῦ Α πολλαπλασιασμὸν διὰ τοῦ μ παρίστησι, καὶ τὴν αὐτοῦ τούτου διαίρεσιν διὰ τοῦ $\frac{1}{\mu}$ ὁμοίως.

ΠΟΡΙΣΜΑ Θ.

§. 184. Οὕτω δὲ, καὶ ὅτι ἀείποτε,

$$\begin{array}{ll} & \mathrm{B} : \nu\mathrm{B} = \Delta : \nu\Delta \\ \text{Ἐὰν ᾖ καὶ} & \mathrm{A} : \mathrm{B} = \Gamma : \Delta \\ \text{Ἔσται καὶ} & \mathrm{A} : \nu\mathrm{B} = \Gamma : \nu\Delta \end{array}$$

Καὶ

Καὶ τῶν τῆς ἀναλογίας ὅρων τοῦ δευτέρου καὶ τοῦ τετάρτου, διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ν πολλαπλασιασθέντων, ἢ διαιρεθέντων, ἡ ἀναλογία οὐδέν τι μᾶλλον περιτραπήσεται. Καὶ ἐν γένει ἄρα ἐὰν ᾖ $A : B = \Gamma : \Delta$, ἔσται καὶ $\mu A : \nu B = \mu\Gamma : \nu\Delta$, ὁποῖοι ποτ' ἂν ὦσιν οἱ ἀριθμοὶ μ καὶ ν.

ΠΟΡΙΣΜΑ Ι.

§. 185. Ἐὰν ᾖ $A : B = \Gamma : \Delta$
καὶ $E : B = \Gamma : Z$

τουτέστιν ἐὰν οἱ μέσοι ὅροι ὦσιν οἱ αὐτοί, τῶν ἀναλογιῶν οὕτω γραφομένων, $B : A = \Delta : \Gamma$
$E : B = \Gamma : Z$

καὶ τῶν ὅρων B, Γ παραλειφθέντων, δῆλον ὡς ἔσται,

$$E : A = Z : \Delta$$
ἢ
$$A : E = \Delta : Z.$$

ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΑ.

§. 186. Ἐὰν δὲ ᾖ $A : B = M : N$
καὶ $\Gamma : \Delta = N : M$

Ἐπειδὴ ὁ λόγος $N : M$ τοῦ πρὸ αὐτοῦ $M : N$ ἐστὶν ὁ ἀνάπαλιν, ὁ λόγος ὁ σύνθετος ἐκ τῶν $A : B$ καὶ $\Gamma : \Delta$, λόγος ἔσται ἰσότητος· ὁ γὰρ αὐτὸς καὶ ἐκ τῶν λόγων $M : M$, καὶ $N : N$ σύγκειται. Καὶ οὐκ ἂν ἔχοι λόγος ἄλλος προελθεῖν, ἢ ὁ $M : M$, καὶ $N : N$· τουτέστιν $1 : 1$.

ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΒ.

§. 187. Καὶ ἐὰν ὁ λόγος ὁ συγκείμενος ἐκ δυοῖν $A : B$ καὶ $\Delta : \Gamma$ λόγος ἰσότητος ᾖ, ἐκείνων ὁ πρῶτος $A : B$, τῷ δευτέρῳ $\Delta : \Gamma$ ἀνάπαλιν ληφθέντι ἐξισωθήσεται· τουτέστιν ἔσται, $A : B = \Gamma : \Delta$
Ἐὰν γὰρ γένηται, $A : B = \Gamma : \Phi$
Ἐπειδὴ ἀεὶ ἔσται $\Delta : \Gamma = \Delta : \Gamma$

Ἔςαι ὁ ἐκ τῶν δύο Α : Β καὶ Δ : Γ συνθετος, ἴσος τῷ Δ : Φ. Ἐπεὶ δὲ ὁ σύνθετος ἐκεῖνος λόγος τίθεται εἶναι ἰσότητος, ἔςαι Δ = Φ. Κἀντεῦθεν Α : Β = Γ : Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΓ.

§. 188. Ἐὰν ἐπὶ τῶν ἀναλογιῶν

$$\mu : \nu = M : N$$
$$\pi : \varphi = \Pi : \Phi$$

Ἅπαντες οἱ ὅροι ἀριθμοὶ ὦσιν, ἔςαι $\mu\pi : \nu\varphi = M.\Pi : N.\Phi$. Ἔςι γὰρ ὁ λόγος $\mu\pi : \nu\varphi$ σύνθετος ἐκ τῶν $\mu : \nu$ καὶ $\pi : \varphi$. Καὶ ὁ $M.\Pi : N.\Phi$, ἐκ τῶν $M : N$ καὶ $\Pi : \Phi$· εἰσὶ δὲ ἔτοι οἱ λόγοι τοῖς πρώτοις ἴσοι. Ὅθεν κἂν πλείες ὦσι τοιαίδε ἀναλογίαι, ὁπόσαι δήποτε τὸν ἀριθμὸν, τῶν κατ᾽ αὐτὰς ὅρων κατὰ τὸ δέον ἐπιπολλαπλασιαζομένων, καινή τις ἀνακύψει ἀναλογία (§. 178.)· τετέςιν ἐὰν ᾖ,

$$\mu : \nu = M : N$$
$$\pi : \varphi = \Pi : \Phi$$
$$\varrho : \sigma = P : \Sigma$$
$$\tau : \upsilon = T : \Upsilon$$

ἔςαι $\mu\pi\varrho\tau : \nu\varphi\sigma\upsilon = M.\Pi.P.T : N.\Phi.\Sigma.\Upsilon$. κἀν τοῖς λοιποῖς ὡσαύτως.

ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΔ.

§. 189. Ἐπιπολλαπλασιαθέντων τῶν κατὰ τὴν ἀναλογίαν ὅρων ἐφ᾽ ἑαυτῶν, προκύπτεσιν οἱ τέτων τετράγωνοι· κἀντεῦθεν οἱ κύβοι, καὶ τέτων αἱ δυνάμεις αἱ καθυπέρτεραι. Τοιγαρῦν οἱ τετράγωνοι καὶ οἱ κύβοι τῶν ἀναλογέντων, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ὁμοίως δὲ καὶ αἱ δυνάμεις πᾶσαι αἱ ὁμοιοταγεῖς.

ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΕ.

§. 190. Οὕτω καὶ τῶν ἐν ἀναλογίᾳ ὄντων τετραγώνων, αἱ ῥίζαι ἀνάλογοι εἰσίν. Ἐὰν γὰρ τῶν ἀναλόγων τετραγώνων Α, Β, Γ, Δ αἱ ῥίζαι ἐν ὑποθέσει α, β, γ, δ μὴ ὦσιν ἀνάλογον, ἔστω α : β = γ : ε. Ὁ δὲ ε ἀριθμὸς ἔσται τοῦ δ ἤτοι μείζων, ἢ ἐλάσσων. Καὶ ληφθέντων ἄρα τῶν ἀπὸ τῶνδε τετραγώνων, ἔσται Α : Β = Γ : Ε· ὅ, τε Ε τοῦ Δ ἤτοι μείζων, ἢ ἐλάσσων. Οὐκ ἄρα Α : Β = Γ : Δ. Τὸ δ' αὐτὸ καὶ κατὰ τῶν κυβικῶν ῥιζῶν, καὶ τῶν κατὰ τὰς ὑπερτέρας δυνάμεις ὁποιωνοῦν, τὸν αὐτὸν ἂν τρόπον ἀποδειχθείη.

ΠΟΡΙΣΜΑ ΙϚ.

§. 191. Ἐὰν ᾖ μ : ν = Α : Β
μ : ν = Β : Γ
μ : ν = Γ : Δ
μ : ν = Δ : Ε· καὶ οὕτως ἐφεξῆς·

Ἔσται ὁ λόγος Α : Γ, ὁ διπλασίων τοῦ μ : ν, ὁ αὐτὸς τῷ τῶν ἀπὸ μ, καὶ ν τετραγώνων· ὁ δὲ Α : Δ, ὁ τριπλασίων τοῦ μ : ν, τῷ τῶν ἀπὸ τῶν αὐτῶν ἐκείνων κύβων, ὁ αὐτός. Ὁ δὲ Α : Ε, ὁ τετραπλασίων τοῦ μ : ν, ὁ λόγος ἔσται τῶν ἀπὸ τῶν αὐτῶν τετάρτων δυνάμεων. Καὶ οὕτως ἐφεξῆς.

ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΖ.

§. 192. Ἀνάπαλιν ἄρα ὁ λόγος μ : ν, ὃς ὑποδιπλασίων ἐστὶ τοῦ Α : Γ, λόγος ἔσται ὁ τῶν τετραγωνικῶν ῥιζῶν, τῶν ἐκ τῶν ἀριθμῶν ἐκείνων, δι' ὧν ὁ λόγος δίδοται Α : Γ. Ὁ δ' αὐτὸς μ : ν, ὁ ὑποτριπλασίων τοῦ Α : Δ, λόγος ἔσται τῶν κυβικῶν ῥιζῶν, τῶν ἐκ τῶν ἀριθμῶν, ὧν ὁ λόγος ἐστὶν Α : Δ· καὶ οὕτως ἐφεξῆς.

ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΗ.

§. 193. Ἐπὶ τῆς συνεχοῦς ἀναλογίας Α : Β = Β : Γ, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ὅρων Α καὶ Γ παραγόμενον, ἴσον ἐστὶ τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου Β . Β (§. 175.). Διὸ καὶ τῶν ἄκρων ἀριθμῶν Α καὶ Γ δοθείδοθέντων, εὑρεθήσεται ὁ κατὰ τὴν ἀναλογίαν μέσος Β, ἀπὸ τοῦ παραχθέντος Α . Γ τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης ὑπεξαγομένης (§. 145.).

ΣΧΟΛΙΟΝ Α.

§. 194. Ταῦτα δὴ τὰ περὶ τῶν ἀναλογιῶν θεωρήματα, οὐκ ἂν εἴποι τις ὅσης τῆς χρείας ἐστὶ, διὰ πάσης τε τῆς μαθήσεως, καὶ ἐπὶ τοῦ κοινοῦ βίου· καὶ πρὸ τῶν ἄλλων τὸ ἔσχατον (§. 175.). Οὐδὲν γὰρ ἁπάντων συνεχέστερον, τοῦ δοθέντων ἀριθμῶν τριῶν προσευρέσθαι δεῖν ἐπὶ τούτοις τὸν τέταρτον, τὸν πρὸς τὸν τρίτον τῶν δοθέντων ἔχοντα, ὡς ὁ δεύτερος πρὸς τὸν πρῶτον· ἢ πέντε δεδομένων, εὑρεῖν τὸν ἕκτον, τὸν πρὸς τὸν πέμπτον ἐν λόγῳ ὄντα συνθέτῳ, ἐκ τῶν λόγων τοῦ τετάρτου πρὸς τὸν τρίτον, καὶ τοῦ δευτέρου πρὸς τὸν πρῶτον· ἢ ἑπτὰ, εὑρεῖν τὸν ὄγδοον, τὸν πρὸς τὸν ἕβδομον ἐν συνθέτῳ λόγῳ τυγχάνοντα, ἐκ τῶν τοῦ ἕκτου πρὸς τὸν πέμπτον, καὶ τοῦ τετάρτου πρὸς τὸν τρίτον, καὶ τοῦ δευτέρου πρὸς τὸν πρῶτον. Καὶ οὕτως ἐφεξῆς· ἃς μεθόδους κοινῇ καλοῦσι τῶν τριῶν, τῶν πέντε, τῶν ἑπτὰ· καίτοι καὶ τῶν ἐννέα, καὶ τῶν ἕνδεκα, ἢ καὶ πλειόνων ἔτι ἀριθμῶν δοθέντων, τὸ τοιόνδε ἔχει προβάλλεσθαι ζήτημα.

§. 195. Τῶν γὰρ ποσῶν, τῶν, ἐκ μονάδος ἧστινοσοῦν ὡρισμένης, κατ᾽ ἀριθμοὺς ἐκφερομένων, αἱ σχέσεις αἱ αὐταὶ εἰσὶ ταῖς ἐν τοῖς ἀριθμοῖς ἀναμφισβητήτως. Ἐὰν οὖν ἄλλοθεν δῆλον ᾖ, τοῦ ζητουμένου ποσοῦ τὸν πρὸς τὰ δοθέντα λόγον, τὸν αὐτὸν εἶναι, τῷ τοῦ ζητουμένου ἀριθμοῦ πρὸς τοὺς δεδομένους· ὅτι ὅδε ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς, τὸ ἐν ζητήσει ποσὸν ὀρθῶς ἐκδηλώσει, οὐκ ἄντις ἐνδοιάσειεν ὅλως. Ἀλλὰ γὰρ τὰς τῶν ποσῶν σχέσεις πρὸς ποσὰ ἄλλα, ἅσπερ ἔχουσιν ἐκδιδάσκειν, οὐχὶ τοῦ Ἀριθμητικοῦ ἐστί. Καὶ ζητητέαι ἄρα αἱ τοιαίδε σχέσεις παρὰ τῶν Ἐπιστημῶν, ὑφ᾽ ὧν τὰ παντοῖα τῶν ποσῶν εἴδη ἰδιαίτερον

φιλο-

φιλοκρινεῖται. Καίτοι πολλαὶ ἐξ αὐτῶν καὶ διὰ μόνων τῶν κοινοτέρων ἐννοιῶν πεφύκασι διακρίνεσθαι. Εἰσὶ δ' αἱ τούτων καὶ ἀπὸ βουλῆς ἠρτημέναι εἰσὶν ἀνθρώπων, καὶ ἀπὸ συμβολαίων, καὶ νόμων, ἃ τοὺς περὶ αὐτὰ ἔχοντας λανθάνειν οὐ δύναται.

§. 196. Οὕτως ἐάν τις ποσότης δι' ἀριθμοῦ ἐκφέρηται, πρὸς μονάδα ὡρισμένην τινά, οἷον τὴν Α, ἀναφερομένου· δεήσῃ δὲ τὴν αὐτήν, καὶ δι' ἑτέρου ἀριθμοῦ ἐκδηλῶσαι, τοῦ πρὸς ἑτέραν μονάδα, οἷον τὴν Β, τὴν ἀναφορὰν ἔχοντος· δῆλον δὲ καὶ περὶ ἡστινοσοῦν ἄλλης ποσότητος τῆς Σ, ὅτι ἐξ ἀριθμοῦ μ τῶν Α μονάδων, καὶ ἐξ ἀριθμοῦ ν τῶν Β σύγκειται· Φανερὸν ὅτι ὡς ἔχει μ πρὸς ν, οὕτως ἔσται καὶ ὁ τῶν μονάδων Α ἀριθμός, ὁ ἐν τῇ πρώτως ἡμῖν προτεθείσῃ ποσότητι, πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν μονάδων Β, τὸν συμπληροῦντα τὴν ποσότητα τὴν αὐτήν. Οὕτως ἐπεὶ τρία τάλαντα Αἰγιναῖα, ταὐτὸν Ἀττικοῖς πέντε ταλάντοις συνεπλήρουν κεφάλαιον, ἐὰν ποσότης προβληθῇ χρημάτων, 31 Αἰγιναῖα τάλαντα περιέχουσα, ζητηθῇ δὲ ὅσα τὰ Ἀττικὰ ἐν αὐτοῖς, ἔσται ὡς 3 πρὸς 5, οὕτω 31 πρὸς τὸν ζητούμενον τῶν Ἀττικῶν ταλάντων ἀριθμόν· ὃς δῆτα ἔσται

$$\frac{5\times 31}{3}=\frac{155}{3}=51\,\frac{2}{3}.$$

§. 197. Ἐπεὶ δὲ τῶν ἴσων κλασμάτων τὸν τυχόντα παρονομαστὴν πρὸς τὸν ἀριθμητήν, ἐν τῷ αὐτῷ δεῖν εἶναι λόγῳ, ἐκ τῶν εἰρημένων φανερόν ἐστιν (§. 162.)· ἐὰν τῷ δοθέντι κλάσματι, κλάσμα ἕτερον ἴσον εὑρεῖν δεήσῃ, οὗ ὁ παρονομαστὴς ἐστὶ δεδομένος, τοῦτο γενήσεται κατ' ἐπιφορὰν τοιάνδε· ὡς ὁ τοῦ δοθέντος κλάσματος ὀνομαστής, πρὸς τὸν αὐτοῦ ἀριθμητήν, οὕτω καὶ ὁ δοθεὶς παρονομαστὴς πρὸς τὸν ζητούμενον ἀριθμητήν. Προκείσθω οὖν ἡ εὕρεσις κλάσματος, ὅπερ ἂν ἴσον εἴη τῷ $\frac{4}{5}$, ἐν παρονομαστῇ τῷ 60, καὶ ἔςαι ὁ τέτε ἀριθμητὴς $= \frac{3 \times 60}{5}$ $= \frac{180}{5} = 36$· ὅθεν δὴ τὸ κλάσμα $\frac{36}{60}$. Ἐὰν ἄρα τὸ $\frac{3}{5}$ πρὸς τὸ Ἀττικὸν τάλαντον ἀναχθῇ, ἒ τὸ ἑξηκοςημόριον μνᾶ, περιέξει τὸ ῥηθὲν κλάσμα μνᾶς 36.

§. 198. Διὰ τέτων ἒν ῥᾷςα, αἱ δι' ἀριθμῶν, διαφερέσας μεγέθει τὰς μονάδας ἐχόντων, δηλέμεναι ποσότητες· οἵας δὴ πολλὰς ὁ καθ' ἡμέραν βίος προβάλλεται, διασημανθήσονται ἐν ἀριθμοῖς μονάδας ἔχεσι τὰς αὐτάς· οἷον χρηματικῆς περιεσίας Κεφάλαιον, τοσάδε μὲν ἀτλικὰ τάλαντα, τοσάσδε δὲ μνᾶς περιέχον, διὰ τῦ ἀριθμῦ τῶν μνῶν, ὅσαι ἐν αὐτῷ περιέχονται. Ἢ γῦν σώματος βάρος λιτρῶν τοσέτων, καὶ τοσῶνδε μὲν ἐγκιῶν, τοσῶνδε δὲ δραχμῶν, διὰ τῦ ἀριθμῦ τῶν δραχμῶν ἐξ ὧν συνέςηκε. Κἀν τοῖς λοιποῖς ὡσαύτως. Δεῆσαν δὲ τὸν λόγον δι' ἀριθμῶν μόνων ἐκφέρεσθαι, ἀνάγκη μονάδας ἐν τέτοις νοεῖσθαι τὰς αὐτάς. Ἄλλως γὰρ πλίω τῶν ἀριθμῶν, καὶ τοῖς τῶν μονάδων μεγέθεσι προσεκλέον· οἷον εἴτις εἶναι φαίη, τὸν τῦ Α ποσῦ λόγον πρὸς τὸ Β, ὃν ἔχεσιν ὀκλωκαίδεκα ςάδια, πρὸς μίλλια τέτλαρα.

§. 199. Τέτων εὖ κατανενεμένων ἡ τῶν τριῶν μέθοδος ῥᾷςα ἐφαρμοσθήσεται, τοῖς περὶ ὠνὴν, καὶ πρᾶσιν, καὶ τὰ ὅμοια συναλλάγματα. Καίγε ἡ τῦ διαπραθέντος εἴδες τιμὴ εὑρεθήσεται, ἐὰν ἑτέρας ποσότητος ὁμοειδῦς ἡ τιμὴ δήλη τυγχάνῃ· ἢ γῦν τῆς τιμῆς δοθείσης, εὑρεθήσεται ἡ τῦ πιπρασκομένε ποσότης· οἷον ἐάντινος ὠνίε λίτραι 5, μνῶν πιπράσκωνλαι 7, πόσε ἄρα ἀπεμπωληθήσονται τῦ αὐτῦ ὠνίε λίτραι 13; ὡς γὰρ λίτραι 5, πρὸς 13, ἕτως αἱ 7 μναῖ, ἡ τῦ πενταλίτρε τιμὴ, πρὸς τὴν τῶν λιτρῶν τῶν 13· ἢ συντόμως $5 : 13 = 7 : \pi$. Ἔςαι δὲ $\pi = \frac{7 \times 13}{5} = \frac{91}{5} = 18\frac{1}{5}$.

§. 200.

§. 200. Εἰ δραχμῶν 7 σαθμὸν λιτρῶν 17, τὸ ὅ,τι ἄντις καθ᾽ ὑπόθεσιν εἴποι, ὠνήσατότις, πόσας ἄρα λίτρας, δραχμὰς ἀποτίσας δέκα, ἀποίσεται; Ἔσαι ὖν $7 : 10 = 17 : \pi$. Ἀμέλειτοι ὡς δραχμαὶ 7 πρός δραχμὰς 10, ὅυτω λίτραι 17, πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν λιτρῶν τὸν ζητέμενον. Ἔσαι δὲ ὅυτος

$$\pi = \frac{17 \times 10}{7} = \frac{170}{7} = 24\,\frac{2}{7}.$$

§. 201. Ὁ δὲ τῇ περὶ τῶν πέντε ἀριθμῶν μεθόδῳ ἐςὶ προσανῆκον, αὕτη ἐν τοῖς τοιοῖσδε ζητήμαμασιν ὑπεργήσει. Μνῶν 330 τὸ Κεφάλαιον, ἐν μησὶ 17, τόκον παρέχεται μνῶν 15· πηλίκος ὖν ἔσαι ὁ 500 μνῶν τόκος, ἐν μησὶ 30 λογιζόμενος; Ἔσω δὴ τόκος ὁ ζητέμενος π, ὃν δ᾽ ἀποφέρεσιν αἱ 500 μναῖ, ἐν μησὶ 17, ἔσω ν. Ἐπειδὴ τοίνυν οἱ ἰσόχρονοι τοκισμοὶ εἰσὶν ὡς τὰ Κεφάλαια· ἀνάπαλιν δὲ, οἱ ἐξ ἴσων Κεφαλαίων εἰσὶν ὡς οἱ χρόνοι· ἔσαι,

$$330 : 500 = 15 : \nu$$
$$17 : 30 = \nu : \pi$$

Συντεθείσεται δηλονότι (§. 166.) ὁ λόγος τῦ δοθέντος τόκυ 15, πρὸς τὸν ζητέμενον π, ἐκ τῶν λόγων τῶντε Κεφαλαίων 330 : 500, καὶ τῶν χρόνων 17 : 30. Καὶ ὅυτως ἔσαι $\pi = 33 \times 17 : 50 \times 30 = 15 : \pi$ (§. 177.). Ἔνθεντοι καὶ $\pi = \frac{50 \times 30 \times 15}{33 \times 17}$ $= 40\,\frac{20}{187}$.

§. 202. Οὐδὲν πλείων ἐν τῇ τῶν ἑπλὰ λεγομένῃ μεθόδῳ, ἢ καὶ τῶν ἔτι μᾶλλον συνθέτων, ἁπαντᾷ ἡ δυσχέρεια. Οἷον ζητείσθω τὸ ἑξῆς. Κεφάλαιον 3300 μνῶν, ἀποδίδωσιν ἐν 18 μησὶ τόκον 180. Τὸ δὲ Κεφάλαιον 5000, κατετέθη δάνειον ἐν μησὶ μὲν τριάκοντα, ἐπὶ δὲ τόκῳ τῷ αὐτῷ. Ἐν ᾧ ὖν ὁ τῦ τοσῦδε Κεφαλαίυ τόκος ἀποδίδοσθαι μέλλει, εἴτε δικασῦ ψήφῳ, εἴτε καὶ ἔκλινος συνθήκης, εἰς τῦτο

 περίπεριΐσταται τὸ πρᾶγμα, ὡς ἀντὶ 5 μνῶν, ἀποδοθῆναι δεῖν 4· τὸ δ' οὕτως ἀποδοθησόμενον μεταξὺ ἀδελφοῦ τε καὶ ἀδελφῆς τοιᾷδε διανομῇ διαμεριστέον, ὡς ἐκ τῶν τριῶν μερῶν τὸν ἀδελφὸν τὰ δύο καρποῦσθαι. Ῥητέον οὖν πηλίκη ἡ τοῦ ἀδελφοῦ μερὶς ἔσται;

Τίθημι

$$\begin{array}{rcrcrcl} 3300 & : & 5000 & = & 180 & : & \mu \\ 18 & : & 30 & = & \mu & : & \nu \\ 5 & : & 4 & = & \nu & : & \phi \\ 3 & : & 2 & = & \phi & : & \pi \end{array}$$

Ἔσται δὲ μ ὁ τοῦ Κεφαλαίου τόκος τῶν 5000, διὰ χρόνου μηνῶν 18. Καὶ ν ὁ τόκος τοῦ αὐτοῦ Κεφαλαίου, ἐν χρόνῳ μηνῶν 30. Καὶ φ ὁ τόκος ὁ ἐκ ψήφου, ἢ διὰ συνθήκης, ἐπὶ τὸ ἔλαττον ἀνηγμένος. Καὶ π, ἣν ὁ ἀδελφὸς καρπώσεται ἡ μερίς· ὁ δὲ λόγος 180 : π, ἐκ τῶν λόγων σύγκειται τῶν ἐν τάξει καταγεγραμμένων, οὕτως ὥστε εἶναι 3300 × 18 × 5 × 3, πρὸς 5000 × 30 × 4 × 2, ὡς 180 πρὸς π (§. 177.). Ἔσται δὲ ἄρα,

$$\pi = \frac{5000 \times 30 \times 4 \times 2 \times 180}{3300 \times 18 \times 5 \times 3} = 242\tfrac{14}{33}.$$

§. 203. Αἱ δὲ ἀριθμητικαὶ πράξεις, δι' ὧν ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς εὑρίσκεται, οὐ μικρὸν ἐνίοτε συστέλλεσθαι δύνανται. Τῆς δὲ συστολῆς τὸν τρόπον τοῦ ϛ. πορίσματος ἐπιχορηγοῦντος, κατ' ἐπιτομὴν ἑτοίμως πάρεστι καθορᾶν, ἐὰν ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς π, πρῶτον ἐν κλάσματος εἴδει οὕτω γραφῇ, ὡς ἀεὶ ἐς τόδε ἡμῖν ἐγένετο. Ἑκάστου γὰρ τῶν ἐν τῷ ἀριθμητῇ τοῦ κλάσματος παραγόντων, δι' ἀριθμοῦ τινος διαιρουμένου, τοῦ καὶ τινα τῶν ἐν τῷ παρονομαστῇ διαιροῦντος, οἱ πολλαπλασιασμοὶ συνεπιτμηθήσονται, καὶ τῆς διαιρέσεως γενομένης, ὅπῃ παρείκοι, εὐπετέστερον τελεσθήσονται. (§. 101.). Οὕτω τόδε τὸ ἀνακύψαν ἔσχατον κλάσμα.

$$\frac{5000 \times 30 \times 4 \times 2 \times 180.}{3300 \times 18 \times 5 \times 3}$$

Ἐὰν

Ἐὰν οἱ ἀριθμοὶ 5000 καὶ 3300, διαιρεθῶσι διὰ 100, ὅ,τε οὕτως ἐν τῷ ἀριθμητῇ ἀνακύπτων 50, καὶ ὁ 5 τοῦ παρονομαστοῦ διὰ 5· ὁ δὲ τοῦ ἀριθμητοῦ 180, καὶ 18 τοῦ παρονομαστοῦ διὰ 18. Καὶ ὁ 30 δὲ τοῦ ἀριθμητοῦ καὶ ὁ 3 τοῦ παρονομαστοῦ διὰ 3, εἰς τόδε ἀποκαταστήσεται.

$$\frac{10 \times 10 \times 4 \times 2 \times 10}{33 \times 1 \times 1 \times 1}$$

Ὃ συνεξισοῦσθαι τῷ $\frac{8000}{33}$, εὔδηλόν ἐστι. Καὶ ἔστιν ἄρα ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς $242\frac{14}{33}$.

§. 204. Ὃ δ' ἀνήκει περὶ τῶν μέσων ἀναλόγων, τῶν μεταξὺ δυοῖν ἀριθμῶν δοθέντων, οἱ τοιοῦτοι ἐπ' ἀκριβὲς σπανίως ἡμῖν ἀπαντῶσιν. Οὐ γὰρ δηλονότι, εἰμὴ ὅτε διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἄκρων τετράγωνος ὁ γινόμενος (§. 193.)· οὕτω μεταξὺ 2 καὶ 8 μέσος ὁ 4· ὅτι $2 \times 8 = 16$, ὅστις τετράγωνος. Ἀλλ' ὅγε μεταξὺ 2 καὶ 10 παρεμπίπτων μέσος, ἄλογος ἐστίν· ὃς διὰ δεκαδικῶν κλασμάτων ἀποδίδοσθαι μέλλων, πρώτως ἕξει προκύπτοντας χαρακτῆρας 3, 473, οὓς κατὰ μικρὸν προϊούσης τῆς ῥίζης, δυνατὸν ἐπαύξειν ἐπ' ἄπειρον.

ΣΧΟΛΙΟΝ Β.

§. 205. Ἐὰν λόγον συντιθέναι δέῃ ἐκ τουτωνὶ τῶν τριῶν, Α:Β, Γ:Δ, Ε:Ζ, ὁ λόγος ὁ σύνθετος σημειωθήσεται τῷδε τῷ τρόπῳ Α×Γ×Ε:Β×Δ×Ζ. Καὶ οἱ λοιποὶ πάντες ὡσαύτως. Ἐπὶ μὲν γὰρ τῶν ἐν ἀριθμοῖς, ὅπως οἱ τοῦ συνθέτου, ἐκ τῶν ἐν τοῖς ἁπλοῖς πεφύκασιν ἀνακύπτειν (§. 178.) φανερὸν γίνεται· Ἔνθα δὲ οἱ ὅροι Α, Γ, Ε, καὶ Β, Δ, Ζ οὐκ ἀριθμοί, πολλαπλασιασμὸς μὲν κυρίως εἰπεῖν οὐδεὶς χωρεῖ, τηρητέον δὲ ὅμως κἀπὶ τούτων τὸν αὐτὸν τῆς καταγραφῆς τρόπον, πρὸς γοῦν ὑπόμνησιν, εἰ μηδὲν ἄλλο, ὅτι τῶν ἐν τοῖς ὅροις ἡγουμένων Α, Γ, Ε, καὶ ἑπομένων Β, Δ, Ζ, καθ' οἱανδήποτε μεταληφθέντων τάξιν, ὁ αὐτὸς λόγος συνίσταται (§. 180.).

ΤΜΗΜΑ