

Πρότασις Η.

„Εάν Κύκλος ληφθῆ τι Σημεῖον ἔκτός (α), ἀπὸ δὲ τῷ Σημείῳ πρὸς τὸν „Κύκλον διαχθῶσιν Εὐθεῖαι τινὲς (αβ, αγ, αζ, αξ, απ, αρ), ὅν μία μὲν „διὰ τῷ Κέντρῳ, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε·

„Α'. Τῶν μὲν πρὸς τὴν κοιλιὰν Περιφέρειαν προσπιπτεσῶν Εὐθειῶν,
„μεγύζηι μὲν (ή αβ) οὐδὲ τῷ Κέντρῳ (ψ).

„Β'. Τῶν δὲ ἄλλων ἃ εἰς ή ἔγγιον τῆς διὰ τῷ Κέντρῳ (αβ) τῆς ἀπώτερον μείζων ἔστι.

„Γ'. Τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν Περιφέρειαν προσπιπτεσῶν Εὐθειῶν, ἐλα-

„χίζει μὲν ἔστιν ή μεταξὺ τῷ τε Σημείῳ (α) καὶ τῆς Διαμέτρου.

„Δ'. Τῶν δὲ ἄλλων ἃ εἰς ή ἔγγιον τῆς ἐλαχίσις, τῆς ἀπώτερον ἔστιν „ἐλάσσων.

„Ε'. Δύο δὲ μόναι Εὐθεῖαι ἵσαι προσπεσθῆται ἀπὸ τῷ Σημείῳ (α)
„πρὸς τὸν Κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίσις, ἢ τοι πρὸς τὴν κυρτὴν ή καὶ
„πρὸς τὴν κοιλιὰν αὐτὴν διαγόμεναι.

A'. Α'πὸ τῷ Κέντρῳ ψήφισθω ή ψηφί. Εἴπει γῆς ψηφί, ψηφίσαι αὖτις εἰσὶ, κοινῆς προσενθείσης τῆς αψηφί, ἔσονται αψηφί, ψηφί ἀμαληφθεῖσαι
ίσαι τῇ αβ. Α'ἄλλοι αψηφί, ψηφί ἀμαληφθεῖσαι (1) τῆς αγ μείζονές εἰσιν, ἄρα καὶ ή αβ
μείζων τῆς αγ. Ωσαύτως δὲ καὶ οἰασθεῖσαι ή αβ μείζων δειχθήσεται.

B'. Ηχθω ή ψηφί. Αἱ γῆς γψηφί, ψηφί Πλευραὶ ἵσαι ταῖς Πλευραῖς ψηφί,
ψηφί, ηδὲ ὑπὸ γψηφί μείζων τῆς ὑπὸ ψηφί. Α'ρα (2) ή Βάσις γψηφί μείζων
τῆς Βάσεως ψηφί.

C'. Ηχθω ή ψηφί. Αἱ γοῦν δύο απηφί, πψηφί μείζονές εἰσι τῆς αψηφί.
Α'φαιρεθείσων ἄρα τῶν ἵσων ψηφί, ψηφί ὑπολειφθήσεται ή αξ ἐλάσσων τῆς
αψηφί. Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον ή αξ ὑπολειφθήσεται ή απηφί ἐλάσσων δειχθήσεται.

D'. Ηχθω ή ψηφί. Αἱ γῆς απηφί, πψηφί ελάσσονές εἰσιν ἀμαληφθεῖσαι (3),
τῶν αρ, ρψηφί ἀμαληφθείσων. Α'φαιρεθείσων ἄρα τῶν ἵσων ψηφί, ψηφί, ύπο-
λειφθήσεται ή απηφί ελάσσων τῆς αρ.

E'. Φανερὸν ἐκ τῶν προαποδειχθέντων. Εάν γάρ πλείους δυοῖν ἵσαι αὖτις
ἀλλήλαις ἀχθῆναι δύνανται, προσπεσθῆται δὲ δύο ἵσαι Εὐθεῖαι, ἢ τοι πρὸς
τὴν κυρτὴν ή καὶ πρὸς αὐτὴν τὴν κοιλιὰν, πρὸς τὸ αὐτὸν μέρος. Ο τῷ Β'. η
τῷ Δ'. μέρει ἀντιπεριπίπτουν ἔστι.

(1) Κ. τῷ α'. (2) ΚΔ. τῷ α'. (3) ΚΔ. τῷ α'.

Πρότασις Θ.

„Εάν Κύκλος ληφθῇ τι Συμεῖον ἐντός (α), ἀπὸ δὲ τῆς Συμείου πρὸς τὸν Κύκλον προσπίπτωσι πλείστης ἢ δύο Εὐθεῖαι οἰσται, τὸ ληφθὲν Συμεῖον „Κέντρον” ἔσαι τὸν Κύκλον.

Κατάδιλον τὸ Θεωρικόν ἐκ τῆς Δ'. μέρους τῆς Ζ'. τῆς παρόντος.

Ο δὲ Εὐκλείδης οὕτω τοι δείκνυσι.

π. 214.

Εὖσθ φυσὶ Κύκλος ὁ αβγ, ἐντὸς δὲ αὐτᾶς Συμεῖον τὸ δ, καὶ αἱ ἀπὸ τῆς προσπίπτωσι Εὐθεῖαι οἰσται ἄλλήλαις δα, δβ, δγ. Λέγω δὴ ὅτι τὸ δ Κέντρον ἔστι.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ αβ, βγ, καὶ τετμήθωσαν δίχα (1) κατὰ τὰ Συμεῖα εἰς ζ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ εδ, δζ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ η, ι, ς, λ Συμεῖα. Εἴπειούντι οὐκέτι δέ νέ εδ, οὔτε δα οἰσι (3) τῆς δβ, Γωνίας ἄρα (4) οὐκέτι αεδ Γωνία τῆς ὑπὸ βεδ οἰσι, καὶ ἄμφω ἄρα (5) Ορθαί. Ήτο γάρ τὸν αβ, καὶ δίχα τέμνει καὶ πρὸς ὄρθας, ὡς εἰπεὶ τῆς Τεμνόσης ηκ ἔσαι τὸ Κέντρον (6) τὸν Κύκλον. Τότε δὲ ὁμοίως ῥάβδιον ἔσαι η, ἐπὶ τῆς λα δεῖξαι. Κοινὸν δὲ τοτὶ μόνον ἔστι ταῖς ηκ, λα τὸ Συμεῖον καθ' ὅ τέμνονται τὸ δ, τὸ δ ἄρα Συμεῖον ἔστι τὸ Κέντρον τὸν Κύκλον.

Δείκνυσι δέ η ἄλλως.

π. 215.

Μή γάρ φητιν, ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἔσω τὸ ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα οὐ δε διήχθω ἐπὶ τὰ ζ, η Συμεῖα, οὐδὲ ζη Διάμετρός οὐκέτι τὸν Κύκλον. Καὶ ἐπεὶ ἐπ' αὐτῆς εἰληπταί τι Συμεῖον, οὐ μή οὐκέτι Κέντρον τὸν Κύκλον τὸ δ (7), μεγύζει μὲν οὐκέτι δη, μείζων δὲ οὐκέτι δυ τῆς δβ, οὐδὲ δβ τῆς δα (8), ἀλλὰ η οἰσι (9). Οὐπερ δύνατον.

Πρότασις Ι.

„Κύκλος ἐτέμνει Κύκλον κατὰ πλείονα Συμεῖα οὐδύο.

π. 216.

Τεμνότω γὰρ εἰ δυνατὸν κατὰ πλείονα οὐδύο, οἷον κατὰ β, γ, δ, ἀπὸ δὲ τὸν Κέντρον καὶ τὸν βεδ Κύκλον ἐπεζεύχθωσαν Εὐθεῖαι αβ, αγ, αδ· αὗται δὲ οὐσονται οἰσται (10). Εἴπειούντι δὲ ἐπὶ τὰς τομάς εἰσι περατώμεναι, αἱ αὗται

(1) Ι. τὸ α'. (2) Εκ κατ. (3) Εξ ὑποδ. (4) Η. τὸ α'. (5) Ορ. ΙΙ. τὸ α'. (6) Διὰ τὸ Πόρ. τῆς Α. τὸ γ'. (7) Μέρος Α. τῆς Ζ. τὸ γ'. (8) Διὰ Γ'. μέρος τῆς αὐτῆς. (9) Εξ. ὑποδ. (10) Ορ. ΙΙΙ. τὸ α'.

χριπός τὴν Περιφέρειαν τῆς ηβδόμης Κύκλων προσπεσθεῖται. Αὖρα (1) τὸ αἱ Κέντρου
ἔσαι χρι τῆς ηβδόμης Κύκλων, καὶ δύο ἄρα Κύκλων τεμνόντων ἀλλήλων τὸ αὐτὸν ἔσαι
Κέντρον. Οὐπερ (2) ἀδύνατον.

Πρότασις IA.

„Εάν δύο Κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, χρι ληφθῆ αὐτῶν τὰ Κέντρα
τρεχ (ι εὶς 2), ἢ ἐπὶ τὰ Κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη Εὐθεῖα, ἐκβαλλομένη
ἐπὶ τὴν συναφίην πεσεῖται τῶν Κύκλων.

Μὴ γάρ, ἀλλὰ εἰ δυνατὸν πιπτέτω ὡς ἡ Σηδώ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ
αἱ, αἱ. Επεὶ γοῦν αἱ αἱ, οἱ τῆς ζε (ταυτὸν δὲ εἰπεῖν (3) τῆς ζη) μείζονες
(4) εἰσιν, ἀφαιρείσθω κοινὴ ἡ ζη, χρι ἔσαι ἡ λοιπὴ αἱ, τῆς λοιπῆς ηδ μεί-
ζων, ισχὺ δέ ἡ αἱ τῇ ηδ (5). Ή ἄρα ηδ μείζων τῆς ηδ, τὸ μέρος τῆς ὅλης.
Οὐπερ ἀδύνατον.

x. 217.

Πρότασις IB.

„Εάν δύο Κύκλοι ἀπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἢ ἐπὶ τὰ Κέντρα αὐτῶν
ἐπιζευγνυμένη Εὐθεῖα διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Εἰ μὴ γάρ, ἔσω τὰ Κέντρα τῶν Κύκλων ὡς τὰ α, β, τὴν μὴ διὰ τῆς
ἐπαφῆς σταθερούμενην Εὐθεῖαν αβ, τέμνοσαν δὲ τὰς Κύκλων κατὰ οἱ π περα-
τῶνται, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ασ, βσ. Εσονται δὲ αἱ ασ, βσ ἄμα (6) μεί-
ζονες τῆς αβ Αὐλαμήν ἡ μὲν ασ ιση τῇ αο, ἡ δὲ βσ ιση τῇ βπ (7), αἱ
ἄρα ασ χρι βπ ἄμα μείζονες τῆς ὅλης αβ. Οὐπερ ἀδύνατον.

x. 218.

Πρότασις α.

Ἐκ ταύτης ἄρα χρι τῆς πρὸ αὐτῆς φανερὸν, ὡς ἐάν Κύκλοι δύο ἀπτων-
ται ἀλλήλων εἰτε ἐντὸς εἰτε ἐκτὸς, ἢ ἀπὸ τῆς Κέντρων τῆς ἐτέρως διὰ τῆς
ἐπαφῆς ἀγομένη Εὐθεῖα, διὰ τῆς Κέντρων τῆς ἐτέρως προεκβαλλομένη διελεύ-
σεται. Ή γάρ τοιαύτη Εὐθεῖα ὑδὲν διοίσει τῆς ἐπὶ τὰ Κέντρα ἐπιζευγνυ-
μένης, ἵτις (διὰ τὴν IA'. χρι IB'.) ἐπὶ τὴν συναφίην πεσεῖται, καὶ διὰ τῆς
ἐπαφῆς διελεύσεται.

(1) Διὰ τὴν ἀνωτ. (2) Ε. τῆς γ', (3) Οὐρ. ΙΗ. τῆς α'. (4) Κ. τῆς α'. (5) Οὐρ. ΙΗ.
τῆς α'. (6) Κ. τῆς α'. (7) Οὐρ. ΙΗ. τῆς α'.

Πρότασις ΙΓ.

„Κύκλος Κύκλων ἐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα Σημεῖα ἢ καθ' ἓν, δάντε
„ἐντὸς, δάντε ἔκτὸς ἐφάπτηται. Όμοιως δὲ ότι Εὔθεια Κύκλων ἐκ ἐφάπτε-
„ται κατὰ πλείονα Σημεῖα ἢ καθ' ἓν.

χ. 219. Λ' πτέρω γὰρ εὗτος (εἰ δυνατὸν) Κύκλος Κύκλων, ἐν μέρει Περιφερείας τῷ γῇ. Ή γὰν ἐπὶ τὰ Κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη Εὔθεια, ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὴν συναφήν (1) πεσεῖται τῶν Κύκλων, οἷον κατὰ τὸ γ. Α' Δ' ἐπεζεύχ-
θωσαν ότι αἱ αἱ, βλ. Ε' πεὶ τοίνυν αἱ βλ., βγ (ώς ἀπὸ τῆς Κέντρας ἐπὶ τὴν Περιφέρειαν ξλγ) ισαι ἀλλήλαις εἰσὶ· κοινῆς προσεδείσης τῆς αβ, ἢ αβ καὶ
βλ ἄμα ισαι τῇ αγ εἰσὶ. Τῇ δὲ αγ ισῇ ἢ αἱ, ώς ἀπὸ τῆς Κέντρας α πρὸς τὴν Περιφέρειαν πλγ, ἄρα αἱ αβ, βλ ἄμα ισαι τῇ αλ εἰσίν. Οὐπερ (2)
ἀδύνατον.

Α' Δ' ἀπτέρω Κύκλος Κύκλων ἔκτὸς (εἰ δυνατὸν) κατὰ πλείονα Σημεῖα
ἢ καθ' ἓν, οἷον κατὰ τὸ Τόξον ξλ. Ή γὰν Εὔθεια απ' ἢ ἐπὶ τὰ Κέντρα α
ἢ π ἐπιζευγνυμένη, διελεύσεται πάντως (3) διὰ τῆς ἐπαφῆς, οἷον κατὰ τὸ
ξ. Ήδη μὲν ἦν ἡχθωσαν ότι αἱ αἱ, πλ., καὶ οὔτως αἱ δύο τῆς Τριγώνας Πλευ-
ραὶ αἱ, πλ ἄμα, ισαι ἔσονται ταῖς αξ, πξ, ἢτοι τῇ ὅλῃ απ. Οὐπερ (4)
ἀδύνατον.

Τελευταῖον δὲ ἢ βξ Εὔθεια ἀπτέρω τῆς Κύκλων (εἰ δυνατὸν) κατὰ μέ-
ρος τὸ γε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τῆς Κέντρας π Εὔθειαι αἱ πγ, πε. Αὐταὶ δὴ ισαι ἀλλήλαις εἰσὶ, καὶ ισοσκελεῖς ἄρα τὸ πγε Τριγωνον. Διὸ (5) αἱ
ὑπὸ πγε, πεγ Οξεῖαι εἰσὶ, ότι ἐπὶ τῇ βξ Κάθετος ἀπὸ τῆς Κέντρας π (6),
πεσεῖται μεταξὺ γ ότι ε, οἷον κατὰ τὸ δ, καὶ ἔσονται ἄρα τὰ σκέλη πγ καὶ
πε ισα τῇ μεταξὺ τάτων Καθέτῳ (7). Οὐπερ(8) ἄτοπον.

Πόρισμα.

χ. 220. Οἱ ἐπὶ τῆς αὐτῆς Εὔθειας τὰ ἑαυτῶν Κέντρα ἔχοντες Κύκλοι, ότι ταύ-
την κατὰ τὸ αὐτὸν Σημεῖον τέμνοντες β, ἐν τῷ αὐτῷ Σημείῳ β ἀλλήλων
καθάπτονται.

Α' Δως τὸ παρόστα Πρότασις ΙΓ. ἐξ αὐτῆς τῆς τῶν παραβαλλομένων·

(1) ΙΑ. τῇ γ. (2) Διὰ τὴν Κ. τῇ α. (3) ΙΒ. τῇ α. (4) Διὰ τὴν Κ. τῇ α. (5)
Πόρ. αἱ. τῆς ΙΒ. τῇ α. (6) Πόρ. Γ. τῆς αὐτ. (7) Ορ. ΙΗ. τῇ α. (8) Διὰ τὸ ιδ.

Πόρ. τῆς ΙΒ. τῇ α.

ἀλλήλαις Γραμμῶν ἐννοίας ἔστι κατάδηλος. Οὐ γάρ ἡδὲ Εὔθεῖα η̄ Κύκλων Περιφέρεια, ἢδὲ Περιφερειῶν ἀνίσων διαφέρεται Καμπυλότυπες, ἢδὲ Κυρταὶ δύο, ὅτι μὴ κατὰ Συμεῖων ἀλλήλων ἀπτεθεῖται δυνήσονται· κατὰ μέρη γάρ εφαρμόζειν ἐ δυνατόν. Εφαρμόσειαν δὲ, εἰ κατὰ μέρος τι πεφύκεσσαν ἀπτεθεῖται.

Πρότασις ΙΔ.

,, Εν Κύκλῳ αἱ ισαι Εὔθεῖαι (βγ, λξ) ισον ἀπέχεσσιν ἀπὸ τῆς Κέντρου.

,, Καὶ αἱ ισαι αἱ πέχεσσιν ἀπὸ τῆς Κέντρου ισαι ἀλλήλαις εἰσι.

Απὸ τῆς Κέντρου αἱ ἀπέχεσύ χθωσαν αἱ αβ, αλ, η̄ ἤχθωσαν αἱ αξ, αἱ προέρχασι επὶ τῶν βγ, λξ (1), καὶ ἔσονται αἱ βγ, λξ δίχα τετμημέναι (2) κατὰ ξ η̄ 1.

Ἐπεὶ γάρ αἱ βγ, λξ ισαι ἀλλήλαις (3) εἰσὶν, ισαι εἴσαι η̄ τάτων τὰ ημίση ξβ, ιλ, καὶ δὴ η̄ τὰ ἀπὸ τάτων (4) Τετράγωνα ἀλλήλοις ισαι. Αλλὰ γάρ τὸ ἀπὸ αβ Τετράγωνον (5) ισον τοῖς ἀπὸ αξ η̄ βξ, καὶ τὸ ἀπὸ αλ Τετράγωνον (6) ισον τοῖς ἀπὸ αι καὶ ιλ, τὸ δὲ ἀπὸ αβ η̄ αλ Τετράγωνα (7) ἀλλήλοις ισαι εἴσιν, ἥρα τὰ ἀπὸ αξ η̄ ξβ Τετράγωνα ισαι τοῖς ἀπὸ αι η̄ ιλ, τὰ συμμφότερα τοῖς συμμφοτέροις. Αλλαμήν τὰ ἀπὸ βξ καὶ ιλ ισαι ἀλλήλοις ἐδείχθη, ἥρα καὶ τὰ ἀπὸ αξ η̄ αι Τετράγωνα ισαι ἀλλήλοις εἴσιν. Αἶρα (8) η̄ αἱ Κάθετοι αξ η̄ αι ισαι, καὶ αἱ βγ, η̄ ζλ Εὔθεῖαι (9) ἐπίσης εἰσὶν ἀπὸ τῆς Κέντρου αἱ ἀπέχεσσιν. Ο. Η. τὸ Α'.

Αὐτάκαλιν δὲ, εὰν αἱ ξα, οἱ αἱ ποσάσεις ὥστιν ισαι, τότε δὴ ἀφαιρεθέντων τῶν Τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ισων Εὔθειῶν ξα, οἱ, οἱοίως ἀποδειχθήσεται τὰ λοιπὰ Τετράγωνα τὰ ἀπὸ ξβ, ιλ η̄ποτε ἀλλήλοις εἶναι, ἐκ τοῦ ἀκολόθου δὲ η̄ τὰς Εὔθειας ξβ, ιλ ισαις ἀλλήλαις εἶναι. Αὗται δὲ ημίστειαι εἰσὶ τῶν Εὔθειῶν (10) βγ, ζλ, ἥρα η̄ αὗται εἰσὶν ισαι. Ο. Η. τὸ Β'.

Πρότασις ΙΕ.

,, Εν Κύκλῳ μεγίση μέν εἴσιν η̄ Διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων φέρεται η̄ ἔγγυιον, τῆς Κέντρου, τῆς ἀπώτερου μείζων εἴσι.

Η̄χθωσαν γάρ ἀπὸ τὸ Κέντρον ἐπὶ τὰς βγ, ζη̄ Κάθετοι αἱ εδ, εκ. εμ + εν > Καὶ εἰπεὶ ἔγγυιον μέν τῆς Κέντρου η̄ βγ, ἀπώτερον δὲ η̄ ζη̄, μείζων ἥρα η̄ εκ (11)

(1) ΙΒ. τῆς α'. (2) Γ. τῆς γ'. (3) Εξ ὑποθ. (4) Αξ. ιβ. (5) ΜΖ. τῆς α'. (6) Αξ. ιβ. η̄ αἰτ. τὴν αὐτ. (7) Αι Ορ. ΙΗ. τῆς α'. η̄ Αξ. ιβ. (8) Αξ. ιβ. (9) Ορ. Α. τῆς γ'. (10) Αρα με > ζη̄. Ο.Ε. Α.

9. 222.

Αλλα.

Η̄ αιδ = ει

+ εν. αἱ δὲ

με + εν >

μη. ἥρα αδ

> μη. Πάλιν

εμ + εν = εξ

+ εη. Καὶ

με > ζη̄,

αρα με > ζη̄.

Ο.Ε. Α.

Ε.Π. ΙΩΑΝΝΗΣ ΖΩΝ

τῆς εδ. Κείσθω τῇ εδ ίση ἡ ελ., καὶ διὰ τῇ λ τῇ εκ πρὸς ὄρθας ἀχθεῖσα ἡ λμ
διήχθω ἐπὶ τὸ υ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εμ., εν., εζ., εη.

Καὶ ἐπεὶ ίση ἡ εδ τῇ ελ., ίση ἐσὶ (1) καὶ ἡ βγ τῇ μν. Πάλιν ἐπεὶ ίση
ἡ μὲν αἱ τῇ εμ., ἡ δὲ εδ τῇ εν., ἡ ἄρα αἱ ταῖς εμ., εν ίση ἐσίν. Αἱ δὲ, μείζο-
νές εἰσι (2) τῆς μν, καὶ ἡ αἱ ἄρα μείζων τῆς μν, καὶ διὰ τῇ ταύτῃ ίσης βγ.
Πάλιν ἐπεὶ αἱ δόρ εμ., εν ίσαι ταῖς δυσὶν εζ., εη., ἡ δὲ ὑπὸ μεν μείζων
τῆς ὑπὸ ζηι, Βάσις ἄρα ἡ μν Βάσεως τῆς ζη (3) μείζων ἐσίν. Αὖλα ἡ μν
τῇ βγ ἐδείχθη ίση, ἄρα ἡ βγ τῆς ζη μείζων ἐσί.

Πρότασις Ις.

„(1), Ή τῇ Διαμέτρῳ τῇ Κύκλῳ (γβ) πρὸς ὄρθας ἀπ' ἄκρας (β) ἀγομένη
„, (2), ἔκτὸς πεσεῖται τῇ Κύκλῳ, καὶ προαγομένη ἀπτεται τῇ Κύκλῳ μὴ
„, τέμνεσσα· καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε Εὐθείας καὶ τῆς Περιφερείας,
„, ἐτέρα Εὐθεία (κατὰ τὴν ἐπαφὴν β) ἢ παρεμπεσεῖται, ὅτι μὴ Τέμνεσσα.

Ν. 223.

Α'. Λιφθάντω δὴ ἐπὶ τῆς ιβζ̄ Εὐθείας Σημείου τὸ τυχὸν λ, καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἀπὸ τῇ Κέντρῳ ἡ αλ. Καὶ ἐπεὶ ἐπὶ τῇ Τριγώνῳ λαβ ἡ ὑπὸ αβλ Ο’ρ-
θή ἐσιν (ἐξ ὑποθ.), ἔσαι ἡ ὑπὸ αλβ (4) Ο’ξεῖα. Αὔρα ἡ αλ ἡ ὑποτείνουσα
τὴν μείζονα Γωνίαν ὑπὸ αβλ, μείζων ἐσὶ τῆς αβ τῆς ὑποτείνεσσις (5) τὴν
ἐλάσσουσα ὑπὸ αλβ. Αὔλα' ἡ αβ ἄχρι τῆς Περιφερείας μόνον ἥκει, ἡ ἄρα αλ
ἐπέκεινα τῆς Περιφερείας γενήσεται, καὶ τό γε λ ἔκτὸς πεσεῖται τῇ Κύκλου.
Αὐτὸ δὲ τῷ περὶ παντὸς ἄλλῳ Σημείῳ τῶν ἐπὶ τῆς ιζ̄ δειχθήσεται, πλὴν
τῇ β. Η' ὅλη ἄρα ιζ̄ ἀπτεται τῇ Κύκλῳ κατὰ τὸ β μὴ τέμνεσσα (6). Ο. Η.
τὸ Α'.

Β'. Ψπὸ τὴν βζ̄ (εἰς δυνατὸν) εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε Εὐθείας καὶ
τῆς Περιφερείας, παρεμπιπτέτω ἐτέρᾳ Εὐθείᾳ ἡ ρβ. Ε’πεὶ δὲ ἡ ὑπὸ ζβζ̄ Ο’ρθή
(ἐξ ὑποθ.), ἔσαι ἡ ὑπὸ ρβζ̄ Ο’ξεῖα· οὐκ ἄρα ἐπὶ τῇ αβ πρὸς ὄρθας ἵζαται ἡ
ρβ. Η' χθω γενὴ ἀπὸ τῇ Κέντρῳ αἱ ἐπὶ τῇ βρ πρὸς ὄρθας ἡ αο, πρός γε τὴν
βρ (7) πίπτεσσα, καὶ τὴν Περιφέρειαν κατὰ τὸ π. Καὶ τοίνυν ἡ μὲν αβ, αἱτε δὴ
ὑποτείνεσσα τὴν μείζονα Γωνίαν ὑπὸ αοβ (ἥτις Ο’ρθή), μείζων ἐσὶ (8) τῆς αο
τῆς ὑποτείνεσσις τὴν ἐλάσσουσα Ο’ξεῖαν ὑπὸ οβζ̄. Αὔλαμὴν ἡ αβ ίση τῇ απ,
ἡ ἄρα απ μείζων τῆς αο, τὸ μέρος τῇ ὅλῳ. Ο’περ ἀδύνατον.

(1) ΙΔ. τῇ γ'. (2) Κ. τῇ α'. (3) ΚΔ. τῇ α'. (4) Πόρ. Β. τῆς ΑΒ. τῇ α'. (5)
ΙΘ. τῇ α'. (6) Ορ. β. Βιβλ. γ'. (7) Γ. Πόρ. τῆς ΑΒ. τῇ α'. (8) ΙΘ. τῇ α'.

Σ χ ο λ ι ο ν Α'.

Η^ε παρ^ε Εύκλειδη Πρότασις ούτωσίν ε̄κφέρεται.

„Η^ε τῆ Διαμέτρῳ τῆ Κύκλῳ πρὸς ὁρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγορένη ε̄κτὸς πε-
σεῖται τῆ Κύκλῳ, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπου τῆςτε Εὐθείας ς τῆς Περιφε-
ρείας, ἐτέρα Εὐθεία ς παρεμπεσεῖται, καὶ ἡ μὲν τῆ Ήμικυκλίς Γωνία ἀπά-
σης οὖτείας Γωνίας Εὐθύγραμμα μείζων ε̄σίν, ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων. Τε-
τραμερῆς οὖν ς τῷ τῆς Προτάσιας προκειμένης, τὸ μὲν Α'. ς Β'. μέρος Α' γ-
δρέας ἐ Τακτέτιος (ώς ε̄σιν ίδειν ἀνωτέρω) καλῶς ἀποδέδειχε, τὸ δὲ δὴ Γ'. ς
Δ'. οἷον δητίνας παραδόξες θέσεις μηδενὶ ἐδραίῳ λόγῳ προσερειρισμένας,
ἢ δὲ λόγῳ οὔτείωσε. Δικεῖ δὲ ὡς ς καρδιῶς περὶ τάτων ὑπειληφῶς, εἰπερ γάρ
Εὐθύγραμμός τις Γωνία ὑπὸ αβρ., τῆς μὲν Ορθῆς ὑπὸ αβρ. ἐλάσσων (ὅπερ
ε̄σίν Οξεία), τῆς δὲ τῆ Ήμικυκλίς Γωνίας αβρ. μείζων ὑποτεθείη, ἡ γοῦν
εἰδυνατὸν τὴν τυχεῖσαν Εὐθύγραμμον ὑπὸ ζβρ., εἰς τὸν μεταξὺ τόπου τῆς
τε Α'πτομένης ζβρ. καὶ τῆς Περιφερείας πβ παρεμπεσεῖν, κατὰ τὸ β Σημεῖον
κορυφήμενην, εἰη ἀν ἐκ τῆ ἀκολύθως ς Εὐθείαν μεταξὺ τῆς τε Α'πτομένης ς
τῆς Περιφερείας ἀγαγεῖν δυνατὸν, τὸν Κύκλον μηδαμῶς τέμνεσαν. Λ' ἐλλὰ τα-
τὶ ἐν τῷ Β'. μέρει ὡς ἔχον ἀδυνάτως ἐδείκνυτο.

Π ο ρ ή σ μ α τ α.

Ἐκ δὴ τάτων αὐτίκις φανερὸν, ὡς ἡ Εὐθείας τε καὶ Περιφερείας ἐπιφῆμή Α.
ἐν ἀδιαίρετῷ ε̄σι.

Καὶ ἔτι ἔαντος τοῖς ἐπὶ τῇ αὐτῇ Εὐθείᾳ ἐπ' ἄπειρον προεκβαλλο- Β.
μένη ληφθεῖσι, διὰ τῆ β ἀγόμενοι Κύκλοι ὑπὲρ ἀριθμὸν, ὃν ἀν εἰποις, γρα-
φῶσιν, ἀπαντες ἀπλῶς οἵτε ἐλάσσονες καὶ οἱ μείζοις, τῆς ι² Εὐθείας κατὰ
τὸ αὐτὸ Σημεῖον β καθάψουται. Ορα τὸ Πόρ. τὸ μετὰ τὴν ΙΓ'. τῆ παρόντος.

Καὶ οἱ Κύκλοι ἄρα οἱ κατὰ Μέγαρος τῆ διδέντος φέτος μείζον προσευρυνό- Ζ.
μενοι, ἔγγυιον φέτος ἐπ' ἄπειρον τῆς Α'πτομένης γίνονται, καί τοι ἀδέπτω
αὐτῇ, πλὴν ἡ κατὰ τὸ Σημεῖον τῆς ἐπαφῆς συναπτόμενοι, ἐ συφέρεσσαν
ἄμα ς Σαύματος ἄξιον.

Καὶ Γραμμὴ ἄρα ἡ τυχεῖσα εἰς φέτος διαιρετὰ διαιρετὴ πέφυκεν. Εἳντον γάρ
ἀπό τίνος τῶν ἐπὶ τῆς Διαμέτρου Σημείων, ἐπὶ τὸ Α'πτομένην ι² προσπίπτα-
σα διαχθῆ Εὐθεία ἡ απ (ἐν Σχήμ. τῆ Πορίσμ. τῆ μετὰ τὴν ΙΓ'. τῆ παρόν-
τος), οἱ υπὲρ ἀριθμὸν γραφόμενοι Κύκλοι, ὡν τὰ Κέντρα ἐπὶ τῆς Εὐθείας αβ
τῆς ἐπ' ἄπειρον προεκβαλλομένης, καθάψουται μὲν τῆς Εὐθείας ι² (ἐις τὸ Β'.

Πόρ. τῶν ἀγωτ.), καθάψονται δὲ καὶ ἄλλήλων (διὰ τὸ Πόρ. τὸ μετὰ τὴν ΙΓ'. τῆς Προτ.), ἀλλ᾽ ἐν συμβίῳ τῷ αὐτῷ β. Οὐδαμῇ δὲ ἡτοι ἄλλήλοις, ἢ τῇ ί^η Εὔθειᾳ, πλὴν ἣ κατὰ τὸ β συναφδήσονται. Ως εἰς τὴν Εὔθειαν απὸ ἑξ ἀνάγκης τεμέστιν ἐπ' ἅπειρον, τετέσιν εἰς ὁποσωνδην δοθέντων ἔτι πλείουα.

Ε. Καὶ τὴν κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνίαν ὑπὸ λβπ (ἐν Σχήμ. τῷ τῆς Προτ.) (τὴν ὑπότε τῆς Α' ἀπτομένης δηλούστι βζ, καὶ τῆς Περιφερείας βπ περιεχομένην) οὐδεμία Εὔθεια δυνήσεται τεμεῖν.

ζ'. Διὰ γεμīν τῶν Περιφερειῶν τῶν κατὰ τὸ αὐτὸ Συμεῖον β συναπτομένων (σρα Σχήμ. τῆς Προτ. τῆς ΙΓ'). τμιθείη ἀν καὶ ἀπομειωθείη ἢ κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνίας ἐπ' ἅπειρον. Καν τέτω δὴ, καὶ ἐν τῷ Γ'. Πορίσματι τῆς τῶν ἀσυμπτώτων Γραμμῶν παραδόξε κεῖται ἡ πᾶσα φύσις, οἵτινες ἀμέλει εἰσὶν Εὔθεια τε καὶ Υπερβολὴ, ἐπ' ἅπειρον μὲν ἄμφω προεκβαλλόμεναι, καὶ γε Διασύματι τῷ παντὸς δοθέντος ἐλάσσονι ἄλλήλαις πελάζεται, μηδεμῇ δὲ μηδαμῇ συμπίπτεται. Οὐδὲ εὐσόχως τε ἦψατο, καὶ δεῖξιν ἀπέδωκε καὶ Μάριος Βεττίνος ὁ Γιστίτης, καὶ πρόγε τέτε Βαρόκιος καὶ Κάρδανος ἐκ τῶν τῷ Ραββὶ Μωϋσέως τῷ ἀπὸ Ναρβόνης, οὐ καὶ τὴν κατασκευὴν ἡμῖν ὁ Κάρδανος ὑποτίθησιν ἐν τοῖς περὶ Δεπτότυπος Βιβλ. Ιε'. Καὶ ταῦτα μὲν ὁ Τακ. Ή δὲ κατὰ τὴν ἐπαφὴν (ἢ λέγεται) Γωνία, ὡς ὁ Οὐίζων ἐκ τῶν τῆς Οὐαλλισίας περὶ Γωνίας γεγραμμένων εἰλιφῶς ἀποφαίνεται, διὰ τῶν κατὰ τὸ αὐτοῦ σημεῖον ἀπτομένων Περιφερειῶν ἡκίσα μειῶται, ως ὃδε Γωνία ὄστα, ὃδε Εὔθεια κατὰ τὸ ποσὸν ἔχεται. Καὶ γὰρ Γωνία ἐσὶν (κατὰ τὸν Ή. τῆς Α'. Βιβλ. Ορισμὸν) οὐ δὴ ἡ τοῦ ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο Γραμμῶν ἀπτομένων ἄλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κείμεται διορίσην πρὸς ἄλλήλας τῶν Γραμμῶν κλίσις. Ή δὲ πι Εὔθεια (ἐν Σχήμ. τῆς μετις φαινούσῃ τὰ τὴν ΙΓ'. Πορίσμ.) μιᾶς ἢ πλειόνων Περιφερειῶν κατὰ τὸ αὐτὸ Συμεῖον β Α' ἀπτομένην, ἐν αὐτῷ τῷ τῆς ἐπαφῆς Συμείῳ (ἐν ἐκείνῳ γὰρ ύφεσικεν ἡ Γωνία, εἴτις ἐσὶν) οὐδεμίαν ἔχει κλίσιν πρὸς τὰς Περιφερείας αὐτὰς, ἐκείναις δὲ πρὸς τὴν Περιφερείαν, ἵνα πάντη ἐσὶ συμπίπτεται. Αλλὰ περὶ μὲν τέτων τοσαῦτα. Οτι δὲ καὶ τὸ σύνθετον τετταύτην Πόρισμα συνάδει τῷ Γ., φανερόν.

ζ'. Καντεῦθεν ἐξ ὧν ὁ Οὐίζων ἀποφαίνεται, δῆλον ὅτι ἡ ὑπὸ αβπ (ἐν Σχήμ. τῷ τῆς Προτ.) τῷ Ημικυκλίῳ Γωνίᾳ, τῇ Εὔθυγράμμῳ τε καὶ Ορθῇ ὑπὸ αβζῇση ἐσὶν. Εἰ γὰρ ὁ μεταξὺ τῆς τε Εὔθειας καὶ τῆς περιφερείας, ἡς ἐκείνη ἀπτεται τόπος πβζ, πρόσγε τὸ β Συμεῖον ἐκ ἐσὶ Γωνίᾳ, ως ὃδε τὸ ποσὸν ἔχεται, καὶ τέτε ἀραι ἀπὸ τῆς ὑπὸ αβζῇ ἀφαιρεθέντος, ὑπολειφθήσεται ὃδε ἡττου ἡ ὁρθὴ Γωνία ἀμείωτος, ἡτε τῷ Ημικυκλίῳ Γωνίᾳ ὑπὸ αβπ, Ορθὴ ἔτι ὑπολειφθήσεται.

Τὸ γεμīν ἐν τῷ ἐφεξῆς Σχολίῳ (περὶ ὃ τῷ εὐκλεῖτι Οὐαλλισίῳ πληρέσερον γέγραπται, ἐν τόμῳ Β'. τῶν μαθηματικῶν ἐκείνων πονημάτων, ἐν τῇ περὶ Γωνίας τῆς κατ' ἐπαφὴν, ψήφισμα τῆς Ημικυκλίς Γεωμετρικῆς ἐρεύνης, Σελίδι 605 — 630, καὶ ἐν τῇ ὑπὲρ ἐκείνης ἀπολογίᾳ Σελίδι 631 — 664) ὑποτιθέμενον Ζύγιμα ὑπερβάντες, εἴγε τῷ χρόνῳ εἰσὶ φειδόμενοι οἱ μαθητῶντες, τῆς ΙΖ'. ψήφισμα τῶν Προτάσεων ἀποδεικνύοντα.

ΣΧΟΛΙΟΝ Β'.

**Δείκυνται ἄμα καὶ ἐπιλύεται ὁ παραλογισμὸς τῶν παραδόξων,
τῶν ἐκ τῆς κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνίας ἐπιφέρεοται εἰωδότων.**

Ταῦτα μὲν οὖν τὰ ἐκ τῆς Ιζ'. Προτάσ. ἄχρι τοῦ δε ἐπαχθέντα, οὐδὲν ἔτικεν ἔχει τὸ ἀσφαλῆς τὸ παραδόξον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα ἐκ τῆς αὐτῆς ἐπιφέρεοται εἰωδότα ὑπὲρ πᾶσαν ὅλως διανοίας ἐξὶ κατάλιψιν. Αὐτὸς δὴ καὶ εἰς ὑπόνοιαν ἐμπεσεῖν μοι ποτὲ ἐγένετο, μήτι ἐνταῦθα λανθάνει τοιότου, οἷον ἀγνούμενου εἰς ἀπάτην συνωδεῖν ψῆφον τὸν τῆς ἐπὶ φρενῶν θαυμαζομένης λεπτότητι, καπὲ τὸ τὰ παραδοξότατα ἐκεῖνα ὑποτιθέναι ἐπειγεῖν· τῷ δὲ κατειληφέναι μοι δοκῶ, ὃ φθάσας ὑπονενόηκα. Τὰ δὲ δὴ παραδόξα, ἀπερὸν ἐκ τῆς Ιζ'. ἐπιφέρειν εἰώδασιν, ως ἐκ τῶν πολλῶν τὰ κεφαλαιωδέσερα λαβεῖν, ἔξι τάδε.

Η κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνία ὑπὸ οὐκ, οἰασθν ΟἘξείας ἐλάσσων ἐσίν. *A. x. 224.* Εἳσω γάρ ΟἘξεία ἡ ὑπὸ ραο, ἀφ' ἣς δυγατὸν ἀφελεῖν ἡμίσειαν, καὶ ἀπὸ τῆς λοιπῆς αὐθίς ἡμίσειαν, ψήφως ἐφεξῆς ἄνευ πέρατος, ψήφῳ γάρ τοι ἡ ΟἘξεία οἰασθν δοθείτης ἐλάσσων ἀν γένοιτο. Αὖλα γάρ εἰ καὶ ἐπ' ἀπειρον ψήφως αὐτη ἀπομειωθείη, φειδότης τῆς λοιπῆς Γωνίας, οἷον τῆς ὑπὸ σαο, ἡ ἐτέρα τῶν Πλευρῶν σα (ι) ἐντὸς τῆς Κύκλως πεσεῖται. Εὐθεντοι καὶ ἡ κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνία παο, ὑπὸ τῆς ΟἘξείας περιχειδήσεται, ψήφος ἐκείνης ἐσαι, ψήφης ἀπὸ τῆς ἐλάσσων.

Η Γωνία τῆς Ημικυκλίς βαπ, καὶ τοι τῆς Ορθῆς ἐλάσσων ἔσαι, ἀλλ' Β. οἰασθν ΟἘξείας μείζων ἐσίν. Οτι διὰ τὸν αὐτὸν λόγον ὁποσηπον ἀν εἴη τὸ μέγεδος ἡ ΟἘξεία, οἷα ἡ ὑπὸ βασ, ἐντὸς τῆς τῆς Ημικυκλίς Γωνίας ὑπὸ βαπ κείσεται.

Καὶ ταῦτα δὴ τὰ δύο ἐν αὐτῇ τῇ Ιζ'. ἐκφέρεται, ως καὶ διαπορεῖν ἐγίνε,

(ι) Ιζ. τῇ γ'.

πότερον γυνήσια τῷ Στοιχειωτῇ ἐσιν, ἢ γεν ὑπό τινος παρείσηνεκται. Τῷ περὶ δὲ περὶ τέτε εὐδοιάζειν ἐκ ἀπεικότως, καὶ γὰρ καὶ Α' πολλόνιος, ἢ μέγα δὴ ἐπὶ Γεωμετρίᾳ τὸ κλέος, τὸ αὐτὸ τέτο πάθημα ἐπὶ τε τῆς Εὐλείψεως, καὶ τῆς Τοποβολίς, καὶ τῆς Παραβολῆς ἀποδεῖξας, τά γε τοιαῦτα ὑποσυνάψι παρείασε.

Γ. Γωνίας ὁρῶν ὑπὸ οὐρ (μᾶλλον δὲ καὶ ἡ τυχεῖσα Οἰκεῖα ὑπὸ οὐρ) ἀπείρως τῶν κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνίας ἐσὶ περιέχεται ἵσται, καὶ ἀπειρον ἄρι τὴν πρὸς ταύτην υπεροχήν ἔχει. Ή γὰρ ὑπὸ οὐρ εἰς ἀπείρως ἦν διαιρεθείν Οἰκεῖας ἀεὶ ἐλάσσοντε καὶ ἐλάσσοντες, ὃν ἔκαστη μείζων τῆς κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνίας ὑπὸ παο (1) ὑπετέθη.

Δ. Ή κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνίας ὑπὸ παο, τῆς Ορθῆς ὑπὸ βρχο μέρος πραγματιῶδες τυγχάνει, ἀτε δὴ συνάμη τῇ τῷ Ημικυκλίᾳ Γωνίας ὑπὸ βρχη τὴν Ορθὴν ἀπαρτίζεται. Α' ἂλλα καὶ ὅτως ἔμπις ἔχεται, ὅποσον ἦν πολλα πλασιαδείη, τῷ ὅλῳ ἐκεῖτης συνεξιστωθῆναι ἐδύναται· κάντευθεν καὶ ἵσται ἀπειροπληθῆ προσιδέμενα ἀλλήλοις, τὸ ἀπειρον ἐσυγίνεται.

Ε. Καὶ μετάβασις δέ τις ὥδε τελεῖται ἐκ τῷ ἐλάττονος ἐπὶ τὸ μεῖζον, καὶ διὰ τῶν μεταξὺ ἀπάντων ἡ πρόοδος, διὰ δὲ τῷ ἵσται ὑδαμῶς. Ή ὁ εἰς ταῦτὸ φέρει, τῷ αὐτῷ τὸ μὲν μεῖζον ἐσὶ λαβεῖν, τὸ δὲ ἐλάττον, ἵστου δὲ ὑδαμῶς. Εἴ τοι γάρ Εὔδεῖα ἡ αβ κατὰ θάτερον αὐτῆς τῶν περάτων αἱ ζηριζομένη οὕτω κινηθῆ, ὡς τῇ Α' πτομένῃ αο ἐφαρμόσαι, συνίσται δύπου Οἰκείας τὰς ὑπὸ βρχρ, βρχσ, καὶ ἄλλας ὁστασῶν δυνατῶς ἔχεσσαις. Αἱ δὲ καὶ τοι ἀεὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μεγεθυνόμεναι, ἀεὶ ἀλλ' οὖν τῆς τῷ Ημικυκλίᾳ Γωνίας ὑπὸ βρχπ (2) ἐλάσσονες ἔσονται. Εὐν ὃ δὲ ἦν πρῶτον ἡ αβ τῇ Α' πτομένῃ αο ἐφαρμόσῃ, Ορθὴ αὐτίκα ἡ ὑπὸ οὐρ συνίσται, ἢτις μείζων τῆς τῷ Ημικυκλίᾳ Γωνίας καθέξη.

Ταῦτα τοίνυν καὶ τέτων ἔτι πλείω ἐκ τῆς δε τῆς Ι. Προτ. ἐπιφέρεται, ἀπερ εἰ ὡς προτίθεται, οὕτω καὶ ἔχει, πόρρω καταλήψεως οἰστοῦν δεόντως ἀπέκειται, καὶ ἐσιν ὅλως ὑπὲρ διάνοιαν. Ταῦτητοι καὶ τῶν παραδόξων δὴ τέτων ἐκεῖτὸν ἀπαλλάττων δὲ Πελετάριος, τὴν κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνίαν ἀνεπίδεκτον πάμπαν εἶναι ποσότητος ἀπεφήνατο, καὶ μὲν οὖν καὶ πέρας ἦν εῖχεν ἐκείνω τὸ περὶ τέτε, εἰ πάσις ἀπλῶς Γωνίας τὸ ποσόν τι εἶναι ἀπέφησεν. Α' ἂλλα γάρ τῷ ἀληθῆς λίστῃ ἀπίχθη, ἐντεῦθεν ἀπέστας τὰς τῷ Ημικυκλίᾳ Γωνίας ἵσται ἀλλήλαις τυγχάνειν ἀπιχθυριστάμενος, διτε

(1) Παράδ. Α. (2) Παράδ. Β.

όκλιν ἐπέφερε συνεῖς, ὡς ὅπερ αὐτὸς τῇ κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνίᾳ προσεῖ-
ναι ὑπεβλιφε, κοινὸν ἀπασῶν τῶν Γωνιῶν τυγχάνει παρακολέθημα. Εἶγα
δὲ οὐδὲ τῷ Κλαβίῳ, ἐν οἷς κατὰ τῇ Πελεταρίς διεβλεπται, συνανεῖν ἔχω,
ἐπίτης γάρ ἐκάτερον τῇ ἀλιθῇ διαμαρτάνειν ἥγειμαι, τὸν μὲν ἀπάσαις
ὅσαις ταῖς Γωνίαις τῇ ποσοῦ μετεῖναι οἰόμενον, τὸν δὲ πλὴν τῶν κατὰ
τὴν ἐπαφὴν ἀπάσαις. Εἴτεροι δὲ ἀπαντήσει μιᾷ ἀπασαν ἐκ μέση ποιῆ-
σαι δυχέρειαν οἰηθέντες, ἀπαραθέτες ἀλλήλαις εἶναι τάς τε καμπυλογυράμ-
μας, καὶ τὰς εὐθυγράμμας Γωνίας ὑπέθεντο, ἐρωτώμενοι δὲ τῇ χάριν εἰσὶν
ἀπαράδετοι, ἀλις αὐτοῖς ἔχειν, εἰ φαῖεν ἐνόμισαν, ὅτι ἡ κατὰ τὴν ἐπαφὴν
Γωνίας ὄστασθν ἐπιπολασιασθείη, συνεξισθοδαι ἦτοι Οὐρανός, ἢ Οὐρανο-
τινή Γωνίᾳ, ὃδέποτε ἀφίξεται.

Α'λλαμήν τῷτο δὴ τὸ παραδοξότατον ἐσὶν ἐν ἀρχῇ αἰτάμενον· τὶ δύπο-
τε ἡ κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνία, καίτοι τῆς Οὐρανοῦ μέρος τυγχάνεσσα, ὄστα-
σθν ἐπιπολασιασθείη, ὃκλιν ταύτη συνεξισθείη ποτέ, χολῇ γάρ ὃκλιν
ὑπεροχοῖη αὐτήν. Πρὸς αὖτε ἐκεῖνοι τὴν κατ' ἐπαφὴν Γωνίαν ὃδὲ μέρος τῆς
Οὐρανοῦ εἶναι διδόασι, παρὰ τὸ μὴ συνεξισθοδαι αὐτῇ ἐπιπολασιαζομένην.
Α'λλ' οἱ τὰ παράδοξα ἐκεῖνα εἰσηγήμενοι, καὶ ἀποδεχόμενοι αὐτοῖς ὑπεξανί-
σανται, καύντευθεν (φασί) τῷδ' ἵκιςα ἐπεται, μιδαμῶς εἶναι μέρος ἀλιθές
καὶ πραγματιῶδες, ὅτι καὶ τῇ τῇ Ήμικυκλίᾳ προσεδεῖσα, ὀλοχερεῖ τὴν Οὐρανὸν
ἀποδίδωσι, τετὶ δὲ καὶ μόνον μὴ μέρος εἶναι Πυλίκον κάκεῖνοι διδόασι. Τὰς δὲ
τοιῷδε λόγῳ τὰ προσπίπτοντα δυχερεῖ ἐπιλύσασαι προελομένις, ἔδει δύπε-
την κατ' ἐπαφὴν Γωνίαν μιδένα ὅλως τρόπου μέρος εἶναι τῆς Εὐθυγράμμου
ἀποδεικνύειν πειρᾶσθαι, οὐδὲ τῇ προσλήψει τῆς τῇ Ήμικυκλίᾳ τὴν Οὐρανὸν
συναπαρτίζειν διῆχειρίζεσθαι, τῷδ' ὅπερ ἡμεῖς σὺν Θεῷ ποιήσειν αὐτοὶ πε-
ρασόμενα.

Εὔμοι γενν δοκεῖ ὅτι τὸ πᾶν τῆς ἐπιλύσεως ἐξ αὐτῷ δὴ τῇ κατ' Εὐκλείδην Ορ. Ι. βιβ.
δρισμῇ τῆς Γωνίας ἔργηται. Ταύτην γάρ τοῖς ἐς βάθος φιλοκρινῆσι φακερὸν,
ὅτι φύσει πᾶσα Γωνία ποσότητός ἐσιν ἀγεπίδεκτος· ταύτης γάρ τῆς ἐξαπά-
της ἐκποδῶν γενομένης, αὐτίκα πάντα ἡμῖν οἰχήσεται τὰ παράδοξα. Εἶγα
γάρ ὃτις εἰμὶ δόξης ἔχω.

Οὐτιςαὶ Γωνία ποσόν ἐσι, τρόπος δέ τις μᾶλλον ἡ Γωνία ποσότητος. **Α.**
Ωρισαι γάρ ἐκείνην (Ορ. Η. τῇ Α'.) δυοῖν εἶναι Γραμμῶν ἀλλήλων ἀπτομέ-
των, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων κλίσιν, ἡ δὲ τῶν Γραμμῶν πρὸς ἀλλήλας
κλίσις ὃκλιν ἐσὶ ποσὸν, τρόπος δέ τις ποσότητος, τῆς γάρ καμπυλότητος τὸ
ποσὸν εἶναι παραιτυμένης, πῶς ὃκλιν αὐτὸν ἡ κλίσις περιποιοῖτο, μηδὲ ἐκείνης

διαφέρεται μᾶλλον, ἢ ὅσον ἡ κλάσις τῆς κάμψεως; Εἴτα καὶ ποσόντι οὖσα ἡ Γωνία, εἴη ἀν πάντως ὥτοι Γραμμή, ἢ Επιφύνεια, ἢ Σῶμα. Α' λόγῳ ὅτι μὲν ὃδε Γραμμή, ὃδε Σῶμα καθ' αὐτὸ δῆλον, ὅτι δὲ ὃδε Επιφάνειά τις ἐσιν, ἐν-
τεῦθεν ἀποδεῖξαι δάδιον, τῆς μὲν γὰρ Επιφυνείας ἴδιον, ἡ δὲ ἀφκιρέσεως τῷ μερῷ ἀπομείωσις, τῆς δὲ Γωνίας ὃδαμῶς. Α' λόγῳ ὃδε ἀν εἴη (ὅπερ ἀν ἵσως τις ὑπολάβει) ἡ Γωνία Επιφάνειά τις ἀόριστος, ἐπεὶ πᾶσα Γωνία ὠρισμένη καθέ-
σικε.

Ε. Τῶν οὖν Γωνιῶν μὴ ποσῶν, ποσῷ δὲ τρόπῳ τινῶν οὐσῶν, ἢ κατὰ παράθεσιν **δέσις** οὐκ ἀν εἴη κατ' ἴσοτυτα ἢ ἀνισότυτα, κατὰ δὲ τὸ ὅμοιον ἢ ἀνόμοιον.

Γ'. Επειδὰν δὲ ἴσαι ἡ ἄντοι ἀλλήλαις παρατιθέμεναι αἱ Γωνίαι λέγονται,
τῆτο δὴ γοητέον ἔκείνας ὁμοίες, ἡ ἀνομοίης εἶναι λέγεσθαι. Ταύτας δὲ ἴσται
τε καὶ ἀγίτας ὁ Στοιχειώτης ὀνομάζειν προειλέτο, τὰς πρόργυρα μᾶλλον οἱ ἐσο-
μένας φωνὰς, ἐπὶ τῇ τῶν Εὐθυγράμμων θεωρίᾳ παραλαβὼν, οὐδὲ δή περ χρή-
σται καὶ αὗτοὶ σοιχύσομεν.

4. Ομοιαι δὲ Γωγίαι εἰσὶν, ὡν ἄμφω αἱ Πλευραὶ ἐπιτιθέμενων ἐφαρμόζεται, ἀνόμοιοι δὲ ὡν ἢκ ἐφαρμόζεται αἱ Πλευραὶ. Οὐδὲν γάρ ἀμέλει ή Γωγίαι ἔτερόν ἐξιν, ὅτι μὴ δυοῖν Γραμμῶν πρὸς ἄλληλας κλίσις, οὐκέν τοι Γωγίαι ὄμοιαι, αὐτὸ τέτο εἰσὶ τῶν Γραμμῶν ὄμοιαι κλίσεις. Οὐκ ἔσονται δέ τῶν Γραμμῶν ὄμοιαι κλίσεις, εἰμὶ ἄμφω ἐπιτιθέμεναι ἄλληλαις προσεφαρμόζεται. Γωγίαι ἄρα ὄμοιαι εἰσὶν, ὡν ἐφαρμόζεται αἱ Πλευραὶ, ἀνόμοιαι δὲ ὡν ἢκ ἐφαρμόζεται.

νίας, προσαπτομένας ταῖς ὄμοίαις Γωνίαις, καὶ ὄμοίως κειμέναις, Γωνίας ὄμοίχες παρέχειν. Οὐ δὲ Πρόκλος παρατίθησι μὲν Γωνίας ὄμοίας, προσάπται δὲ ἐκατέραις τρίτην κοινὴν, τὴν παρὰ τὸ τὴν ἑτέραν Εὔθειαν ἔχειν, θατέραν δὲ καμπύλην τῶν Πλευρῶν, μὴ ὄμοίως προσαπτομένην.

Εὐθευτοις ἐπεὶ αὗτι ἡ τῶν Γωνιῶν φύσις, ἡ τῶν ἀπτομένων Γραμμῶν ζ.
πρὸς ἄλληλας κλίσις, ύδεπτο ἔσαι Γωνίας Γωνίας μέρος, οὐδὲ γὰρ κλίσις τις μέρος ἂν εἴη ἑτέρας κλίσεως, οὐδὲ μὲν οὖν Γωνία ἀπὸ Γωνίας ἀφαιρεῖσθαι δυγίσταται, οὐ γάρ ἀνάφελητις κλίσιν ἀπὸ κλίσεως κτ. Ταῦτα γὰρ καὶ τὰ τοιαῦτα, ύχι ταῖς τῶν Πλευρῶν κλίσεσιν, αἱ ποσὶ εἰσιν ἀνεπίδεκτοι, ταῖς δὲ μεταξὺ τῶν Πλευρῶν Επιφανείαις ἔσι προσήκουντα.

Τελευταῖον ἐκ τῶν ἦδη εἰρημένων ὑποσυνάψομεν, ὅπως γοιτέον τὰ πα- Z.
ρχ τῶν Γεωμέτρων καὶ τῷ Εὐκλείδῃ πρὸ πάντων λεγόμενα, τὰ περὶ τοις
Γωνιῶν, καὶ αὐξήσεώς τε καὶ μειώσεως τῆς αὐτῶν, καὶ ὅτι Γωνίας Γωνίας διπλα-
σία, ἡ τριπλασία, καὶ τὰ παραπλήσια. Ταῦτα γὰρ οἰόμενα μὴ κυρίως ἐ-
κείνας, ἀναλογικῶς δὲ περὶ Γωνιῶν λέγειν, ἐλέσθαι τε τῶν φωνῶν τὰς
χρησιμωτέρας, καὶ ὡν ὃδένας κίνδυνον φέρει ἀπάτης, ἥως ἂν μένη ἐπὶ τῶν
εὐθυγράμμων Γωνιῶν παραληφθεῖσα ἡ χρῆσις. Καὶ δὴ τὸ Γωνίαν ὑπὸ Σ. 226.
Εὔθειας τινὸς, φέρετε εἰπεῖν τῆς δα σιαρεῖσθαι, ὃδὲν ἄλλο σημαίνει φαμὲν,
ἢ τὸ μεταξὺ τῶν Πλευρῶν εα, γα, ἄλλην Πλευρὰν παρεμπίπτειν, ἢ τις
καὶνας κλίσεις δύο σὺν ἐκατέρᾳ τῶν Πλευρῶν, τετέσι δύο καὶνας Γωνίας
συνίσησι. Τὸ δὲ τὴν ὑπὸ εαγύ διπλασίαν εἶναι τῆς ὑπὸ εαδ, ὃδὲν ἄλλο ἐ-
σαι, ἡ τὸ μεταξὺ τῶν Εὔθειῶν εα, γα, τρίτην παρεμπίπτειν τινὰ πρὸς
ἐκατέραν ἐκείνων ὄμοίαν τὴν ἐπίκλισιν ἔχεσσαν, ἐξ ἐδὴ συμβαίνει καὶ
τὰς εα, δα ταῖς γα καὶ δα ἐπιτιθεμένας, μηδαμῶς ἀμειβομένων τῶν κλί-
σεων ἐφαρμόζειν· ὡς εἴτις ὃτως εἴη συλλογιζόμενος (Γωνία ἡ ὑπὸ εαδ,
ἰση ἐσὶ Γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ιλπ, ἡτε ὑπὸ δαγυ ἵση τῇ ὑπὸ πλρ, ἄρα καὶ ὅ-
λη ἡ ὑπὸ εαγ, ἵση ἐσαι δλῃ τῇ ὑπὸ ιλρ) ὃδὲν ἄλλο φήσαι, ἡ ὅτι ἡ τῶν
Εὔθειῶν κλίσις εαδ ὄμοία ἐσιν, ἡ γεν ἡ αὐτὴ τῇ τῶν Εὔθειῶν κλίσει
ιλπ. Ή δὲ κλίσις τῶν Εὔθειῶν δαγ, ὄμοία ἐσὶ τῇ κλίσει τῶν Εὔθειῶν
πλρ, ἄρ δοῦν καὶ ἡ κλίσις τῶν Εὔθειῶν εαγ, ὄμοία ἐσαι τῇ κλίσει τῶν
Εὔθειῶν ιλρ. Σὺ δέ μοι καὶ ὃτω (ὁ πάντως εἰς ταυτὸ φέρει κατὰ τὴν Δ. Θέσ.)
τὴν ἐπιφορὰν ταύτην ὑποσυνάψεις· αἱ Πλευραὶ εδ ἐφαρμόζοσι ταῖς Πλευ-
ραῖς ιλπ, καὶ αἱ δαγυ ταῖς πλρ, ἄρα καὶ αἱ εαγ ταῖς ιλρ· ἡτοι δὴ συνέ-
πεια ὃδὲν ἡτοι ἐσαι σαφής, ἡ εἰπερ συγχέιας, ὅτι τοῖς ἵσοις ἵσων προ-
σεδέντων τὰ ὅλα ἵσα ἐσι. Παραπλησίως δὲ, καὶ εἰτινες ἄλλαι χρήσεις ταῖς

ποσότητι προσιδιάζεται, ἐπὶ τὰς Γωνίας εἰώθασι μεταφέρεσθαι, τῆς τῶν Θεωρημάτων ἀληθείας σωζόμενης ἔρμηνευδύτονται.

Τέτων οὖν ὅτῳ κειμένῳ, τὰ περὶ τὰς Γωνίας παράδοξα ἐκεῖνα δῆσα ἡμῖν ἐπιλυδήσεται. Ταῦτα γὰρ οὐκ ἄλλοδεν ἢ περὶ τὴν ἀρχὴν ἔχεν, ἢ ἐκ τῆς τὰς Γωνίας ἀντὶ ποσῶν προσλαμβάνεσθαι, καὶ ἐσιν ἄρα (ὡς ἐνὶ λόγῳ ἀπαντῆσαι) τὰ πάντα. Φευδῆ κυριολεκτικόν τῶν φράσεων. Οὕτω γὰρ ἐκεῖνα ληφθέντα τοῖς ποσῷ μετέχεσθαι προσοικειωδήσεται, οὗ τὴν Γωνίαν ἀνεπίδεκτον εἶναι φεύγαντες ἀπεδείξαμεν.

Καὶ τοίνυν ἡ κατὰ τὴν ἐπαφὴν Γωνία, ὥκουν ὃδ' ἐλάσσων ἐσὶν ἀπόστις Οἵείας, ὃδὲ μέρος τὸ τυχὸν Γωνίας τῆς εὐθυγράμμων, οὐδὲ ἐν τῇ Εὐθυγράμμῳ ἀπειράκις ἐσὶ περιεχομένη, πολλῷ γε ἢ δεῖ, εἰ ἀδὲ ἀπαξ· οὐδὲν γὰρ τῶν τοιότων τῇ τῶν γραμμῶν πρόσεσι κλίσει, ἐν ᾧ πᾶσα κεῖται ἡ φύσις ἡ τῆς Γωνίας. Εἰὰν δὲ μὴ κυρίως, ἀναλογικῶς δέ πως ἐκεῖνως ὑποτεθῆ λαμβανόμενη, οὐδὲν ἥδη περιέξει, ὃ τῆς κοινῆς αἰδούσεως καὶ τῷ λόγῳ εἴη ἄλλότριον, οὕτω ἢ γὰρ τότε τὴν κατ' ἐπαφὴν Γωνίαν (ὅρα τὸ Σχῆμα. ἐν τῷ Α'. τῶν Παραδόξων), τὴν ὑπὸ παο ἐλάσσονα εἶναι οἰασθν Οἵείας, ἢ τὸ τὴν τῷ Ημίκυκλίῳ ὑπὸ παβ οἰασθν Οἵείας μείζονα, ὃδὲν ἄλλο σημαίνει, ἢ ὅτι ὑπὸ τὴν Α' πτομένην οα, ὃδεμίαν ἐσὶν ἀγαγεῖν Εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐπαφὴν, ἢτις μὴ τέμνοι τὴν Περιφέρειαν· ὃ δῆ περ πάθημα ἐσὶ τῆς Κύκλων φύσεως παντὸς θαύματος ἄξιον, ὃμην δὲ τοιότον, οἷον ὑπὲρ κατάληψιν εἶναι πᾶσαν, ἢ τῷ λόγῳ ἀγτιμαχόμενον. Παραπλήσιος δὲ τῷ ἐκτεθέντι ἐσαι καὶ τῶν παραδόξων τῷ τε Γ'. καὶ τῷ Δ'. ὁ νῆς. Καὶ ὅτῳ διὰ μόνης τῷ κατ' Εὐκλείδην Ορισμῷ, ἀκριβῶς ἐπιγνῦσι τῆς Γωνίας τὴν φύσιν, πᾶσα ἡμῖν ἡ ἐκ τῶν παραδοξοτάτων ἐκείνων ἐπικολάζεστα τῇ διανοίᾳ ἀχλὺς, οἷονεὶ φωτὸς ἐπιλάμψαυτος διασκέδυαται.

Πρότασις ΙΖ.

„Α' πὸ τῷ δοθέντος Σημείως (β), τῷ δοθέντος Κύκλων (ορ) ἐφαπτομένην
„εὐθεῖαν Γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἐπειδεύχθω τὸ Κέντρον α τῷ δοθέντος Κύκλων, ἢ τὸ δοθέν Σημεῖον β, δι Εὐθείας τῆς αβ, τεμνότης τὴν τῷ Κύκλων Περιφέρειαν κατὰ τὸ ο. Καὶ Κέντρω μὲν τῷ α,-Διασήματι δὲ τῷ αβ Κύκλος γεγράφθω, καὶ ἀπὸ τῷ ο ἄχθινο πρὸς ορθὰς τῇ αβ, προσπίπτεστα τῷ Κύκλῳ βπ κατὰ τὸ π, καὶ

(1) Ι. τῷ α.

ἐπεζεύχθω πα, τέμνεσσα τὴν τῆ δοδέντος Κύκλων ορ Περιφέρειαν κατὰ τὸ ι, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βι. Λέγω δὴ ὅτι αὕτη ἔσαι ἡ τῆ Κύκλων ορ Εὐφαπτομένη.

Εἶπεὶ γάρ αἱ βα, οι Πλευραὶ οἰσαι ταῖς πα, οι εἰσὶν (1), ἡ ἑτέρα τῆ ἑτέρᾳ, ἡ δὲ πρὸς τῷ α Γωνία κοινὴ ἐπὶ τῶν Τριγωνών ιαβ, οὐκπ, ἔσαι δὴ τὸ ὑπὸ αοπ (2) οἰση τῇ ὑπὸ αιβ. Αὐλαμὴν ἡ ὑπὸ αοπ Οὐρανός (3) ἔσιν, ἄρα τὸ ὑπὸ αιβ Οὐρανός ἔσιν. Αὐτοῖς (4) ἡ βι. Εὐφαπτομένη τῆ Κύκλων ἔσῃ κατὰ τὸ ι.

Ο. Ε. Π.

Σ χ ó λ ι ο ν.

Διὰ τῆς ΛΑ'. τῆ Παρόντος, πάνυ καλῶς ἀπὸ τῆ δοδέντος Συμείου ο τῆ δοδέντος Κύκλων βι, ἐφαπτομένη κατὰ τὸ β, τὴν οβ εὐθεῖαν Γραμμὴν ἄγειν παιδευόμενα,

Τὴν ἐπιζευγνύνταν τὸ α Κέντρον, καὶ τὸ δοδέν Συμείου ο, δίχα τέμνοντες (5) κατὰ τὸ φ, καὶ Κέντρῳ μὲν τῷ φ, Διασύματι δὲ τῷ φα Κύκλου γράφοντες τὸν δοδέντα τέμνοντα κατὰ τὸ β, καὶ τὴν οβ ἐπιζευγνύντες, ᾧτις ἔσαι ἡ Εὐφαπτομένη.

Εἴπιζευχθεῖσις γάρ τῆς αβ, ἔσαι ἡ ὑπὸ αβο, ἄτε δὴ Γωνία ἐν τῷ Ήμικυκλίῳ ἔσαι (διὰ τὴν ΛΑ' τῆ παρ.), Οὐρανός. Ως διὰ τὴν Ιε'. τῆ αὐτῆ, ἡ οβ τῆ Κύκλων βι ἔσαι Εὐφαπτομένη.

Π ρ ó τ α σ ι σ ΙΗ.

,, Εἳν Κύκλων ἐφάπτυται τὶς Εὐθεῖα (γλ), ἀπὸ δὲ τῆ Κέντρον (α) ἐπὶ τὴν αφῆν (β) ἐπιζευχθῆ τὶς Εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα Κάθετος ἔσαι ἐπὶ τὴν Αὐτομένην.

Μή γάρ, ἀλλ' ἀπὸ τῆ α Κέντρον Κάθετος ἥχθω ἄλλη (6) ἡ αξ, τέμνεσσα τὸν Κύκλου κατὰ τὸ ο (7). καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ αξβ Οὐρανὸς ὑποτίθεται, ἔσαι ἡ ὑπὸ αβξ (8) Οξεῖα. Η ἄρα αβ (ἴτοι ἡ αο) μείζων (9) τῆς αξ, τὸ μέρος τῆ ὅλης.

Π ρ ó τ α σ ι σ ΙΘ.

,, Εἳν Κύκλων ἐφάπτυται τὶς Εὐθεῖα (βγ), ἀπὸ δὲ τῆς αφῆς (α) τῇ Εὐφα-

(1) Οφ. ΙΗ. τῆ α. (2) Α. τῆ α. (3) Εκ κατ. (4) Ιε'. τῆ γ. (5) ΙΑ. τῆ α. (6) Ι. τῆ α. (7) Μηρ. τῆς Ιε. τῆ α. (8) Πόρ. Ε. τῆς ΑΒ. τῆ α. (9) ΙΘ. τῆ α.

, πτομένη πρὸς ὁρθὰς Γωνίας εὐθεῖα Γραμμὴ (αι) ἀχθῆ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης
,, ἔσαι τὸ Κέντρον τῷ Κύκλῳ.

χ. 230. Μὴ γάρ, ἀλλ' ἔσω τὸ Κέντρον μὴ ἐπὶ τῆς αἱ, κατὰ τὸ ψ., καὶ ἀπὸ
τότε ἐπὶ τὴν ἀφῆν ἐπεζεύχθω ἡ ψ., καὶ ἔσαι ἡ ὑπὸ βαγ (ι) Ορθή, καὶ
δὴ καὶ ίση τῇ ὑπὸ βαγ, τῇ (καذ' ὑπόδ.) ἡ αὐτῇ Ορθή, τὸ μέρος τῷ ὅλῳ.

Πρότασις Κ.

, Εν Κύκλῳ πρὸς τῷ Κέντρῳ Γωνία (ὑπὸ βαγ) διπλασίων ἔστι τῆς πρὸς
,, τῇ Περιφερείᾳ (ὑπὸ βγ), ἐταν τὴν αὐτὴν Περιφέρειαν (βγ) Βάσιν ἔχω-
,, σιν αἱ Γωνίαι.

χ. 231. Α'. Τῶν βα., βγ Πλευρῶν συμπιπτοσῶν, εἰ τύχοι, ἐπεὶ αἱ ἀπὸ τῷ
Κέντρον πρὸς τὴν Περιφέρειαν αἱ, αγ ίσαι ἀλλήλαις εἰπίν, ἔσονται δὴ (2) αἱ
πρὸς τῷ 2 καὶ γ Γωνίαι ἀλλήλαις ίσαι. Αλλ' ἡ ὑπὸ βαγ (3) ίση ἔστι ταῖς
δυσὶν ἀπεναυτίον ἀμα λιφθείσαις, ἄρα ἡ ὑπὸ βαγ διπλασίων ἔστι τῆς κα-
τὰ τὸ 2.

χ. 232. Β'. Εάν δὲ αἱ αβ καὶ αγ τῆς πρὸς τῷ Κέντρῳ Πλευραὶ, μεταξὺ τῶν
βγ καὶ γ, τῶν πρὸς τῇ Περιφερείᾳ Πλευρῶν, ὥστι πίπτοσαι, ἀχθείσης διὰ
τῷ Κέντρον τῆς 2χ, ἡ μὲν ὑπὸ βαχ (διὰ τὸ Α') διπλασίων τῆς ὑπὸ βγ,
ἡ δὲ ὑπὸ χαγ διπλασίων τῆς ὑπὸ χγ. Ή αὖτα (4) ὅλη ὑπὸ βαγ διπλα-
σίων τῆς ὅλης ὑπὸ βγ.

Εἶσω ἡ ὑπὸ χαβ μοιρ. 6, καὶ ἔσαι (5) ἡ ὑπὸ χβ μοιρ. 3. Εἶσω δὲ
καὶ ἡ ὑπὸ χαγ μοιρ. 4, καὶ ἔσαι (6) ἡ ὑπὸ χγ μοιρ. 2. τοιγαρεῦν χαβ +
χαγ = μοιρ. 6 + 4 = μοιρ. 10 = βαγ. Αἱ δὲ χβ + χγ = μοιρ. 3 + 2 =
μοιρ. 5 = βγ, ὁ δὲ δεκαδικὸς ἀριθμὸς τῷ πενταδικῷ διπλασίων ἔστιν, ἄρα
καὶ ἡ ὑπὸ βαγ τῆς ὑπὸ βγ διπλασίων ἔστι.

χ. 233. Γ'. Εάν δὲ βγ τεμνῃ τὴν αγ, ἢτε ὑπὸ βαγ Γωνία, καὶ ἡ ὑπὸ βγ ἐκτὸς
ἀλλήλων κείμεναι ὥστι, ἐπεζεύχθω ἡ αἱ, καὶ διήχθω πρὸς τὸ λ. Καὶ δὴ ὅλης
τῆς ὑπὸ λαγ (7) διπλασίονος ὥσης ὅλης τῆς ὑπὸ λγ, ἐάν ἀφαιρεθῇ ἡ ὑπὸ
λαβ διπλασίων ἐτέρωθεν, καὶ ἡ ὑπὸ λβ ταύτης ὑποδιπλασίων, λοιπὴ ἡ
ὑπὸ βαγ (8) λοιπῆς τῆς ὑπὸ βγ διπλασίων ἔσαι. Ο. Ε. Δ.

Εἶσω λαγ μοιρ. 12, καὶ λαβ μοιρ. 2, καὶ ἔσονται (9) λγ μοιρ. 6, καὶ

(1) Διὰ τὴν ἀνατ. (2) Ε. τῇ α'. (3) ΛΒ. τῇ α'. (4) Διὰ ΙΒ. τῷ πέμπτῳ τὴν ἐκ
ταύτης μηδαμῆς ἡρτιμένην. (5) Διὰ τὸ Α'. (6) Διὰ τὸ αὐτό. (7) Διὰ τὸ Α'. (8) Διὰ
τὴν ΙΘ. τῇ Ε. τὴν ἐκ ταύτης μηδαμῆς ἡρτιμένην. (9) Διὰ τὸ Α'.

λαβ μοιρ. 1. Αρα λαγ — λαβ = μοιρ. 12 — 2 = μοιρ. 10 = βαγ. Καὶ λαγ — λαβ = μοιρ. 6 — 1 = 5 = βζγ, ἢ ἄρα ὑπὸ βαγ διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ βζγ.

Πρότασις ΚΑ.

„Εὐ Κύκλῳ, αἱ ἐκτῷ αὐτῷ Τμῆματι (βπσγ) Γωνίαι (βπγ, βσγ)
ἰσαι ἀλλήλαις εἰσι.

Εἶσω δημ. Α'. μεῖζου Ήμικυκλίς τὸ Τμῆμα βπσγ, καὶ ἀπὸ τῆς Κέντρων
ἴχθωσαι αἱ αβ, αγ. Καὶ ἐπεὶ ἢ ὑπὸ βαγ διπλασίων ἐστὶ (1) τῆς τε ὑπὸ^α
βπγ καὶ τῆς ὑπὸ βσγ, καὶ σίασθν ἀλλις τῆς πρὸς τῇ Περιφερείᾳ γραμμής, ἐκεῖ-
ναι ἄρα αἱ ὑπὸ βπγ καὶ βσγ, καὶ οἵσαι ἀλλαι ἐν τῷ αὐτῷ Τμῆματι (2), ισαι
ἀλλήλαις εἰσι.

Χ. 234.
Εἶσω δημ. Β'. τὸ Τμῆμα, ἵτοι Ημικύκλιον, ἡ ἔλαττον Ημικυκλίς,
τὸ βπζγ· καὶ ἐπεὶ ἢ μὲν ὑπὸ ποβ ιση ἐστὶ (3) τῇ ὑπὸ 2ογ, ἢ δὲ ὑπὸ^α
πβζ ιση τῇ ὑπὸ πγζ (4). Αρα καὶ λοιπὴ (5) ὑπὸ βπο, ιση ἐσαι τῇ λοι-
πῇ ὑπὸ οδγ.

Πόρισμα.

Εντεῦθεν ἐπὶ τῶν ὀπτικῶν ἐπιφέρομεν, ὅτι Γραμμὴ πᾶσα οἷον ἢ βγ,
ὑπὸ τῆς ὀφθαλμῆς τῆς ὀπεποτὸς ἀν τύχῃ κειμένων τῆς Περιφερείας, ἵς ἢ Γραμ-
μὴ ἐσιν Ψκοτείνεται, ισομεγέθης δρᾶται, ώς ἄρα διὰ Γωνιῶν πανταχῇ ισων,
τῶν ὑπὸ βπγ καὶ βζγ ὀπτανομένη.

Σχόλιον.

Ἐὰν ἐπὶ Περιφερείας βογ τῆς αὐτῆς, βεβηκεῖαι ὡσι Γωνίαι δύο ισαι
ἀλλήλαις, καὶ τότων ἢ ἐτέρας ὑπὸ βζγ πρὸς τῇ Περιφερείᾳ ἢ τῇ ἀντιδέτῳ
πρὸς τὴν βογ, ἐσαι δὴ ἐκατέρας τῶν Γωνιῶν πρὸς τῇ Περιφερείᾳ, τῇ πρὸς τὴν
βογ ἀντιδέτῳ, τετέσιν ἢ τῇ ὑπὸ βζγ ιση Γωνία οὖν ὑπὲρ τὴν Περιφέ-
ρειαν ἀφίξεται, ὅτε εἰσω τῆς Περιφερείας πεσεῖται.

Πιπτέτω γάρ εἰ δυνατὸν εἰσὼ τῆς Περιφερείας κατὰ τὸ : ἢ ὑπὸ βγ,
ἢ τῇ ὑπὸ βζγ τῇ πρὸς τῇ Περιφερείᾳ ιση, καὶ προϊχθω ἢ βι, ὥστε προσ-

(1) Διὰ τὴν ἀνατ. (2) Αρ. 4. (3) ΙΒ. τῇ α'. (4) Διὰ τὸ Α. μέρος. (5) Πόρ.
Θ. τῆς ΙΒ. τῇ α'.

πεσεῖν τῇ Περιφερείᾳ κατὰ τὸ π., καὶ ἐπεζεύχθω ἢ πγ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ Τμῆματι Γωνίαι (1) ὑπὸ βπγ., βζγ. οἵσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἢ δὲ ὑπὸ βγγ. (2) οἵση τῇ ὑπὸ βζγ., ἅρα καὶ ἡ ὑπὸ βγγ. ἔκτὸς, οἵση τῇ ὑπὸ βπγ. ἐντός. Οὐπερ (3) ἄτοπον.

Α'λλὰ γὰρ εἰ δυνατὸν πιπτέτω τῆς Περιφερείας ἐπέκεινα ἡ Γωνία ἀφικνεμένη τῇ Κύκλῳ ἔκτος, κατὰ τὸ ε., ἀπὸ δὲ τῇ Συμείῳ θ., καὶ ὁ τέμνει τὴν Περιφέρειαν, ἵχθω ἐπὶ τὸ γ. ἡ δγ. Καὶ ἔσαι ὅμοίως ἡ ὑπὸ βδγ. (4) οἵση τῇ ὑπὸ βζγ. ἡ δὲ ὑπὸ βεγγ. (5) οἵση τῇ αὐτῇ ὑπὸ βζγ. Αὖτα ἡ ὑπὸ βδγ. οἵση τῇ ὑπὸ βεγγ., οὐπερ (6) ἀδύνατου. Ο. Ε. Δ.

Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον, καὶ τῇ Τμήματος Ήμικυκλίᾳ ὅντος ἡ γῶνη Ήμικυκλίᾳ ἐλάσσονος, ἀποδεῖξαι δύδιον, ὅτι ἡ τῇ πρὸς τῇ Περιφερείᾳ οἵση, ὅτε ἐπέκεινα τῆς Περιφερείας γενήσεται, ὅτε ἐντὸς, ἀλλ' ἐπ' αὐτὴν δὴ τὴν Περιφερείαν ἀκριβῶς ἀφίξεται.

Πρότασις ΚΒ.

„Τῶν ἐν τοῖς Κύκλοις Τετραπλεύρων (αβγζ), αἱ ἀπεναντίον Γωνίαι „δυσὶν Ορθαῖς οἵσαι εἰσί.

Ε'πεζεύχθωσαν αἱ βζ., γα. Καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ αβγ μετὰ δυοῖν τῶν κατὰ τὸ οἱ π., δυσὶν Ορθαῖς (7) οἴσεται, καὶ ἡ μὲν ο οἵση τῇ 1, ἡ δὲ π οἵση τῇ σ (8), ἡ ἅρα ὑπὸ αβγ σὺν δυσὶ ταῖς κατὰ τὸ σ καὶ 1, δυσὶν Ορθαῖς συνεξισθεῖται. Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ ἡ ὑπὸ βαζ καὶ ὑπὸ βγζ δυσὶν Ορθαῖς οἵσαι δειχθῆσθαι.

Πόρισμα Α'.

Καὶ εἰς αἱρατικὲς τῶν τῇ Τετραπλεύρᾳ τῇ ἐν τῷ Κύκλῳ Πλευρῶν προαχθῆ, οἷον ἡ αἱρατικὴ τὸ δ., οἵσαι ἡ ἔκτος Γωνία ὑπὸ γζδ, οἵση τῇ τῇ Τετραπλεύρᾳ ἀντιθέτω β. Ηγάρ τῇ ἔκτος ἐφεξῆς ὑπὸ γζα, ὅποτέρεψ ἐν τύτων προσενθεῖται (9). Ορθὰς δύο συνίσται.

Πόρισμα Β'.

Καὶ περὶ Ρόμβου, ἡ ρομβοειδὲς Σχῆμα Κύκλος ἐκ ἦχοι γραφῆναι.

(1) Διὰ ταύτην τὴν αἰνὰ χεῖρας. (2) Εἴκ. ὑποδ. (3) Πόρ. Α. τῆς ΛΕ. τῇ α. ηγα
Ις. τῇ α.. (4) Διὰ τὴν Πρότ., (5) Εἴκ. ὑποδ. (6) Διὰ τὸ αὐτὸν Πόρισμα. Ηγα τοις Ις.
τῇ α.. (7) ΛΒ. τῇ α.. (8) ΚΛ. τῇ γ.. (9) Διὰ ταύτ. καὶ τὴν ΙΓ. τῇ α..

Τάτων γάρ αἱ ἀπεγνωτίου δύο Γωνίαι, ἵτοι ἐλάχιστονές εἰσι δυοῖν Ορθῶν ἢ μείζουες.

Πρότασις ΚΓ.

„Επὶ τῆς αὐτῆς Εὐθείας (αβ) δύο Τμήματα Κύκλων ὅμοια, καὶ ἄνισα „(τὰ αγν., αδβ.) οὐ συσαρθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Συσαρθώγαρ εἰδύνατὸν, καὶ διήχθω ἡ αδγ., καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γβ., δβ. Επεὶ οὖν ὅμοιον ἔστι τὸ αγν. Τμῆμα τῷ αδβ. Τμήματι· ὅμοια δὲ Τμήματα ἔστι τὰ δισχόμενα Γωνίας ἵσται (1), οἷσι ἄρα ἡ ὑπὸ αγν. τῇ ὑπὸ αδβ., ἡ δύνεται ἐκτός. Οπερ (2) ἀδύνατον.

x. 238.

Πρότασις ΚΔ.

„Τὰ ἐπὶ ἵσων Εὐθειῶν (αβ, γδ) ὅμοια Τμήματα Κύκλων αεβ., γζδ „ἵσται ἀλλήλοις εἰσι.

Αἱ γάρ ἵσαι Εὐθεῖαι ἐπιτεθεῖσαι ἀλλήλαις ἐφαρμόσοσι, καὶ τεῦθεν ἐφαρμοσασῶν ἀλλήλαις καὶ τῶν Περιφερειῶν, ισα ἔσαι πάντως τὰ ὅμοια Τμήματα. Εἰδὲ παραλλάξῃ καὶ μὴ ἐφαρμόσῃ ἡ γδις Περιφέρεια, ἵτις τῇ αεβ Τμήματος ὑποτίθεται εἶναι, τῇ γηδ Περιφερείᾳ, τεμεῖ ἄρα Κύκλος κατὰ πλείονα ἡ δύο Σημεῖα Κύκλου ἔτερον, σῖον κατὰ τὰ γ, καὶ η, καὶ δ. Οπερ (3) ἀδύνατον.

x. 239.

Εἰ δὲ τέως ἐφαρμοσασῶν τῶν ἵσων Εὐθειῶν, ἡ ἔτερα τῶν Περιφερειῶν ἡ περιέχεσσα, ἡ δὲ ἔτερα περιεχομένη, διαχθείσης Εὐθείας τῆς αεζ., καὶ ἐπιζευχθείσων τῶν ζβ., εβ., ἔσαι ἡ ὑπὸ αεβ ιση τῇ ὑπὸ αεβ (4), καὶ δὴ καὶ ἄνισοι (5). Οπερ ἀδύνατον.

x. 240.

Σχόλιον.

Τὰς ἀμέσως προηγεμένας δύο, ὡς ἐκ ἀναγκαῖας ὕστας παρέδραμεν δ Τακτέτος, καὶ ὡς περὶ διμοίων Τμημάτων διαλεγομένας, ὡν ἄγεν τῆς τῶν Αναλογιῶν θεωρίας, ἀκριβῆ (φησί) λαβεῖν μὴ ἐξεῖναι περίγοιαν, καὶ τοι ὃδε πάντη ταύτας ἐκεῖνος ὥφθη ἀποσυρέεται, ἐν γάρ τοῖς Πορίσμασι τοῖς μετὰ τὴν ἐχάτην τῇ ζ. Βιβλίον, λόγου ἐκείνων ἐποίησεν. Αὐτοὶ δὲ κανταῦθα τὰ

(1) Ορ. Ι.Α. τῇ γ'. (2) Ι.ε. τῇ α'. (3) Ι. τῇ γ'. (4) Ορ. Ι.Λ. τῇ γ. (5) Ι.ε. τῇ α'. καὶ Λ. Πόρ. τῆς Λ.Β. τῇ αὐτῇ.

Εὐκλείδης ἐξ αὐτῆς ἀνελλιπῶς λαβόντες ἐδεῖξαμεν, ὡς ἂν μήτι δόξω τοῖς ἐν-
τυγχάνουσιν ὑπερτίθεσθαι, πάνυ πολλῷ τῇ λόγῳ δεόμενον.

Πρότασις ΚΕ.

„Κύκλος Τμήματος δοθέντος (αβγ) προσαναγράψαι τὸν Κύκλον, οὐπέρ
,,ἐσι Τμῆμα.

Χ. 241. Ψποτεινέτωσαν ὡς ἔτυχε τὸ Τμῆμα Εὐθεῖαι δύο αἱ αβ καὶ βγ, καὶ δι-
χα τετράδωσαν κατὰ τὰ Σημεῖα ι καὶ λ (1), ἀπὸ δὲ τῶν Σημείων ι καὶ λ πρὸς
ὅρθας (2) ἀγέθωσαν ἐκατέρᾳ τῶν Εὐθειῶν αἱ ιο, λο, τέμνεσται ἀλλήλαις κα-
τὰ τὸ ο. Φυῖτι δὴ τότο εἶναι τὸ τῷ Κύκλῳ Κέντρον, καὶ Τμῆμα ἐτέθη τὸ αβγ.

Χ. 242. Επειδὴ γὰρ τὸ Κέντρον ἐφ' ἐκατέρας (3) εἶναι δεῖ, καὶ ἐπὶ τῆς ιχ διλο-
ύστι καὶ ἐπὶ τῆς λψ, ἔσαι ἄρα ἐπὶ τῇ κοινῇ ταύταις ὅντος Σημείων τῇ ο.

Ἀλώς παρὸ Εὐκλείδῃ.

Τῆς αγ ψποτεινόσης δίχαια (4) τιμηθείσης κατὰ τὸ δ, ἐὰν ἀπὸ τῇ δ πρὸς
ὅρθας ἀγχθῆ (5) ἢ δβ, καὶ ἐπιζευχθῆ ἢ αβ, ἢ ὑπὸ αβδ ἵτοι μείζων ἔσαι τῆς
ὑπὸ βαδ, ἢ ιση, ἢ ἐλάσσων· καὶ εἰ μὲν μείζων συνεισάθω πρὸς τῷ α ἢ ὑπὸ^{το}
βαε (6) ιση τῇ ὑπὸ αβδ, καὶ διγχθω ἐπὶ τὸ ε ἢ δβ, καὶ ἐπεζεύχθω ἢ εγ, καὶ
ἔσαι ἢ αε (7) ιση τῇ βε. Επειδὴ δὲ καὶ αδ ιση (8) τῇ δγ, ἵτε δε κοινὴ, καὶ
ὑπὸ αδε ιση τῇ ὑπὸ εδγ, Ορθαὶ γὰρ ἄμφω, ἔσαι καὶ ἢ αε (9) ιση τῇ εγ·
ῶς ισαι ἀλλήλαις αἱ τρεῖς αε, βε, γε. Τὸ ἄρα Σημεῖον ε (10) Κέντρον ὥ-
σαι τῷ Κύκλῳ, ὃν ἄντις διὰ τῶν α, β καὶ γ Σημείων ἀγέμενον προσαναγρά-
ψειε.

Χ. 243. Εἳαν δὲ ἢ ὑπὸ αβδ ιση οὐ τῇ ὑπὸ βαδ, ισαι (11) ἔσονται καὶ αἱ αδ, δβ
ἀλλήλαις, καὶ δὴ καὶ ἢ δγ, ἵτις (12) ιση ἐλήφθη τῇ αδ. Ωςε τῶν τριῶν ισων
ἢτῶν (13), Κέντρῳ τῷ δ, καὶ Διασῆματι τῷ ἐκείνων ὁ Κύκλος προσαναγρά-
ψεται.

Χ. 244. Εἳαν δὲ ὑπὸ αβδ ἐλάσσων οὐ τῇ δημοσιεύεται τῷ τριῶν ισων
ιση τῇ ὑπὸ αβδ, καὶ ἐπεζεύχθω ἢ εγ, ἵτις ιση δμοίως (15) δειχθήσεται
τῇ αε καὶ ἐπομένως τῇ εβ. Ωςε τὸ ε Κέντρον εἶναι (16), ως ἀν προσαναγρά-
ψειη ὁ Κύκλος.

(1) Ι. τῇ α'. (2) ΙΔ. τῇ α'. (3) Πόρ τῆς Δ. τῇ γ'. (4) Ι. τῇ α'. (5) ΙΔ. τῇ α'.
(6) ΚΓ. τῇ α'. (7) ι. τῇ α'. (8) Εκ κατ. (9) Δ. τῇ α'. (10) Θ. τῇ γ'. (11) ι.
τῇ α'. (12) Εκ κατ. (13) Διὰ τὴν Θ. τῇ γ'. (14) ΚΓ. τῇ α'. (15) Δ. τῇ α'. (16) Θ. τῇ γ'.