

Τριγύάνων ιγα, ότι βζ, ότι αί δύο Πλευραὶ αἱ ια, καὶ αγ, οἵσαι ταῖς δυσὶ Πλευραῖς βα (1) ότι αζ, αἱ περιέχουσαι τὴν ισην Γωνίαν ταῖς περιεχόσαις, ἑκατέραι ἑκατέραι· ἄρα τὰ Τρίγυαν ιγα, καὶ βζα (2) ισα ἀλλήλοις ἔσι. Ταῦτα δὲ ἐπεὶ μετὰ τῶν Παραλληλογράμμων αβλι, ότι ψαζε, ύφεσικεν ἐπὶ τῆς αὐτῆς Βάσεως αι, ότι αζ, ότι εἰσὶ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς Παραλλήλοις ταῖς αι, γλ, ότι ταῖς αδ, βθ, τῶν Παραλληλογράμμων (3) αὐτῶν ήμεση ἔσι. Τὰ ἄρα Παραλληλόγραμμα αβλι, ότι ψαζε (4) ισα ἀλλήλοις ἔσι. Τῷ δὲ αὐτῷ λόγῳ Εὐθείων ἀχθεισῶν τῶν αφ, ότι βρ, δείξομεν ότι τὰ Παραλληλόγραμμα εγ, καὶ βφ, ισα ἀλλήλοις ὅντα. Τὸ δόλον ἄρα αρ, δυσὶ τοῖς βι, ότι βφ ισον ἔσαι. Ο. Ε. Δ.

**Εὐλόγηση τὸν λόγον Παραλληλού εἶναι τῇ ια, ὅτοι τὰς λβ, ότι γβ ἐπ'**  
**εὐθείας κειμένας ἀλλήλαις Εὐθείαν μίαν συναποτελεῖν. Τέτο δὲ δῆλον (5)**  
**τῶν ὑπὸ λβα, ότι αβγ Ορθῶν μσῶν καθ' ὑπόθεσιν.**

### Πορίσματα.

**Ορθογώνιε ἄρα καὶ Γοσκελεῖς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτείνουσης τὴν ὁρθὴν Γωνίαν α.**  
**Τετράγωνον, διπλάσιον τῦ ἀπὸ τῦ σκέλεων.**

**Καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Διαγωνίας, διπλάσιον τῦ ἀπὸ τῆς Πλευρᾶς τῦ Τε-** β.  
**τραγώνια.**

Καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραπλάσιον τῦ ἀπὸ τῆς ήμισείας. Εἴπι γάρ Γ. # 96.151.  
 τῦ ισοσκελεῖς Ορθογώνιε αβγ ἀπὸ τῆς ὁρθῆς Γωνίας β Καθέτε αχθείσης  
 τῆς βθ (6), ή ὑπὸ εβγ ήμισειά ἔσιν Ορθῆς. ἀλλὰ ότι ή ὑπὸ βγα ήμισεια ότι  
 αὐτή (7) ἔσιν Ορθῆς. Τὸ ἄραι βεγ Γοσκελέσ (8) ἔσιν. ἔσι δὲ ότι ορθογώ-  
 νιον (9). Αὔρα τὸ ἀπὸ βγ Τετράγωνον, διπλάσιον ἔσι (10) τῦ ἀπὸ εγ Τε-  
 τραγώνια. Α' δέ η εγ ήμισειά ἔσι (11) τῆς αγ, τότε ἀπὸ τῆς ὅλης αγ,  
 διπλάσιον τῦ ἀπὸ βγ, ότι τὸ ἀπὸ βγ διπλάσιον τῦ ἀπὸ τῆς ήμισείας τῆς  
 ὅλης, (12) ὅτοι τῦ ἀπὸ τῆς εγ. Τὸ ἄραι ἀπὸ αγ Τετράγωνον τῆς ὅλης, δι-  
 πλάσιον ὃν τῦ διπλασίους, τετραπλάσιον ἔσι τῦ ἀπὸ τῆς ήμισείας εγ. Ο. Ε. Δ.

**Καὶ Καθέτε δὲ ἀπὸ τῦ ε Σημείε αχθείσης ἐπὶ τὴν βγ Πλευράν, ὡσαύ-  
 τως δειχθήσεται τὸ ἀπὸ τῆς Διαγωνίας αγ, ὀκταπλάσιον εἶναι τῦ ἀπὸ τῆς** α.  
 \*

(1) Ορ. λβ (2) δ. Βιβ. α. (3) μα. Βιβ. α. (4) Α'ξ. ε. (5) εδ. Βιβ. α. (6)  
 Διὰ τὸ Α'. τῶν ἐν τῷ Σχολ. τῷ μετὰ τὴν Κε. (7) ε. ότι λβ. Βιβ. α. (8) ε. Βιβ. α.  
 (9) Βιβ. κατ. (10) Τῶν αὐτων. Πόρ. Α'. (11) Διὰ τὸ Α'. τῶν ἐν τῷ ἐμείντι Σχολ.  
 (12) Τῶν αὐτων. Πόρ. Α'.

ήμισείας τῆς Πλευρᾶς δγ. Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Διαγωνίας αγ.  
Τετράγωνον, ἐκκαιδεκαπλάσιον ἔσαι τὸ ἀπὸ τῆς Διαγωνίας τεταρτημορίε  
δγ, καὶ τριακοδιπλάσιον τὸ ἀπὸ τῆς Πλευρᾶς τεταρτημορίας δγ, καὶ οὕτως  
ἔφεξῆς. Ω̄ς ἀπὸ τῶν ὁρθῶν Γωνιῶν ἐπ’ ἅπειρον ἀγομένων τῶν βε, εδ, δζ,  
ζη, κτ. πρὸς ὁρθὰς, καὶ ἐναλλάξ τῆς τε Διαγωνίας (ἴτοι τῆς Ψποτεινόσης),  
καὶ τῆς Πλευρᾶς διχαζομένων, τόν τε τῶν Τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ἀγομένων  
Καθέτων βε, εδ, δζ, κτ. καὶ τὸν ἀπὸ τῶν Τμημάτων τῶν διχαζομένων αγ, εγ,  
ζγ, κτ. ἢ βγ, δγ, δη, κτ. πρόοδον εἶναι κατὰ τὰ μόρια I, ¼, ⅓, ⅔, κτ.

**π. 152. Ε.** Επὶ πάντος Τριγώνου αβγ, εἰς ἀπὸ τῆς Γωνίας α, ἐπὶ τὸν Βάσην  
(προηγμένην δεῖσαν) πρὸς ὁρθὰς ἀχθῆ ἢ αδ, ἔσαι ἢ τῶν Τετραγώνων δια-  
φορὰ τῆς ἀπὸ τῆς ἑτέρας τῶν Πλευρῶν αβ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ὁμόρου Τμή-  
ματος βδ, οἷη τῇ διαφορᾷ τῶν Τετραγώνων τὸ τε ἀπὸ τῆς λοιπῆς Πλευ-  
ρᾶς αγ, καὶ τὸ ἀπὸ ταύτης ὁμόρου Τμήματος δγ. Επεὶ γάρ αἱ πρὸς τῷ δ  
Ορθαὶ εἰσιν (I), ἔσαι ἐπὶ τὸ αβδ Τριγώνος, τὸ  $\frac{\alpha\beta}{T_{\text{τρ.}}} = (2) \frac{\alpha\delta}{T} + \frac{\beta\delta}{T}$ . κοινῇ  
δὲ ἐκατέρωθεν ἀφαιρεθέντος τὸ  $\frac{\beta\delta}{T}$ , ἔσαι (3)  $\frac{\alpha\beta}{T} - \frac{\beta\delta}{T} = \frac{\alpha\delta}{T}$ . Τὸ αὐτὸν δὲ  
τρόπον ἐπὶ τὸ Τριγώνος αδγ, δεῖξαι ἐξὶ τὸ  $\frac{\alpha\gamma}{T} - \frac{\delta\gamma}{T} = \frac{\alpha\delta}{T}$ . Αὖτα  $\frac{\alpha\beta}{T} -$   
 $\frac{\beta\delta}{T}$  (4)  $= \frac{\alpha\gamma}{T} - \frac{\delta\gamma}{T}$ . Ο. Ε. Δ.

**π. 153. ζ.** Επὶ τὸ Τριγώνος αβγ, Καθέτες ἀχθείσης τῆς αδ, μεῖζον μὲν ἔσαι τὸ  
τῆς Βάσεως βγ Τμῆμα, τὸ τῇ μείζονι τῶν Πλευρῶν αγ προσκείμενον, ἔ-  
λαττον δὲ τὸ τῇ ἐλάσσονι αβ. Τῆς γάρ αγ Πλευρᾶς μείζονος (5) ἔσις,  
τῆς δὲ αβ ἐλάσσονος, ἔσαι καὶ  $\frac{\alpha\gamma}{T}$  μεῖζον (6) ἢ αβ. Αὖτα  $\frac{\alpha\gamma}{T}$  (7)  $= \frac{\alpha\delta}{T}$   
 $+ \frac{\delta\gamma}{T}$ , καὶ  $\frac{\alpha\beta}{T} = \frac{\alpha\delta}{T} + \frac{\beta\delta}{T}$ . Αὖτα τὸ τῶν Τετραγώνων  $\frac{\alpha\delta}{T}$  καὶ  $\frac{\delta\gamma}{T}$  ἀδροίσ-  
μα, μεῖζον ἐξὶ τῇ τῶν Τετραγώνων  $\frac{\alpha\delta}{T}$  καὶ  $\frac{\beta\delta}{T}$  ἀδροίσματος. Τὸ ἄρα κοινό  
ἀφαιρεθέντος (8)  $\frac{\alpha\delta}{T}$ , ύπολειφθήσεται τὸ  $\frac{\delta\gamma}{T}$ , μεῖζον τὸ  $\frac{\delta\beta}{T}$ , καὶ οὕτω τὸ  
Τμῆμα δγ, τὸ Τμήματος βδ (9) μεῖζον ἔσαι. Ο. Ε. Δ.

**π. 154. Ζ.** Εἰς ἐπὶ τὸ Τριγώνος αβε, τὸ ἀπὸ τῆς Πλευρᾶς βε Τετράγωνον μεῖ-  
ζον ἢ τῶν ἀπὸ τῶν Πλευρῶν αβ καὶ ατ Τετραγώνων ἅμα ληφθέντων, ἢ  
ὑπὸ βαε, ύφεν ὑποτείνει ἢ βε, Ορθῆς ἔσαι μείζων.

(1) Ορ. 18. (2) μξ. Βιβ. α. (3) Α'ξ. γ. (4) Α'ξ. α. (5) Εξ ὑπο. (6) Α'ξ. 45  
(7) μξ. Βιβ. α. (8) Α'ξ. ε. (9) Α'ξ. 15.

Ηχθω γὰρ ἐπὶ τῆς αβ (1) ἀπὸ τῆς πρὸς αὐτῇ Σημεία α, πρὸς ὁρθὰς ἡ αξ, οἱ τῇ Πλευρᾷ αε, καὶ ἐπεζεύχθω (2) ἡ βξ. Διὰ μὲν οὖν τὴν ὑπὸ βαξ Ορθὴν, ἔσμι τὸ ἀπὸ τῆς βξ Τετράγωνον (3) οἵσου τοῖς ἀπὸ βα καὶ αξ Τετραγώνοις ἀμα λιφθεῖσιν, ἦτοι (διὸ τὰς ισας ζα, καὶ εξ) τὸ ἀπὸ τῆς βξ Τετράγωνον (4), οἵσου ἔσαι τοῖς ἀπὸ τῶν βα, αε Τετραγώνοις ἀμα λιφθεῖσιν. Αὖλας (5) τὸ ἀπὸ τῆς βε Τετράγωνον, μεῖζον ἔσεται τῶν ἀπὸ βα καὶ αε Τετραγώνων ἀμα λιφθέντων. Αὕτα τὸ ἀπὸ τῆς βε Τετράγωνον (6) μεῖζον ἔσεται τὸ ἀπὸ τῆς βξ Τετραγώνος, ἦτε βε Εὐθεῖα μείζων (7) ἔσαι τῆς βξ. Εὐθευτοι καὶ ἡ ὑπὸ βαξ (8) τῆς ὑπὸ βαξ Ορθῆς, μείζων τυγχάνει. Ο. Ε. Δ.

*Παραπλησίως ἐὰν ἐπὶ τῷ Τριγώνῳ αβγ, τὸ ἀπὸ τῆς βγ, τῆς ὑποτείνουσης τὴν ὑπὸ βαγ Τετράγωνον, ἔλαττον ἢ τῶν Τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν Πλευρῶν βα καὶ γα, ἀμα λιφθέντων, δειχθήσεται ἡ ὑπὸ βαγ, Ορθῆς ἔλασσων. Α' χθείσις γὰρ ἐπὶ τῆς αβ Πλευρᾶς, Καθέτε τῆς αξ ισις τῇ αγ, ἐπιζευχθείσις τε τῆς βξ, ἔσαι (9)  $\beta\xi = \frac{\beta\alpha}{T} + \frac{\alpha\xi}{T}$ . Α' λα' αξ  $= \frac{\alpha\gamma}{T}$  (10). ἄρα  $\frac{\alpha\xi}{T} = \frac{\beta\alpha}{T} + \frac{\alpha\gamma}{T}$ . Α' λα' (11)  $\beta\gamma = \frac{\beta\alpha}{T}$  ἔλαττόν ἔσιν ἢ  $\frac{\beta\alpha}{T}$  καὶ αγ. ἄρα  $\beta\gamma = \frac{\beta\alpha}{T}$  ἔλαττον ἢ  $\frac{\beta\xi}{T}$ , καὶ ἐπομένως (12) ἡ βγ ἔλασσων τῆς βξ. Εὐθευτοι καὶ ἡ ὑπὸ βαγ, τῆς ὑπὸ (13) βαξ Ορθῆς ἔλασσων. Ο. Ε. Δ.*

### Σ Χ Ό Λ Ι Ο Υ.

Τὸ ἀποδειχθὲν Θεώρημα, ὃπερ Εὐκλείδης ἐν Προτ. ΛΑ. Βιβ. σ'. ἐπὶ πάντας ἀπλῶς τὰ ἐμφερῆ ἀλλήλοις ἐναποδέδειχε Σχήματα, Πυθαγόρειον φερωνύμως ἀπὸ τῆς εὔροντος ὀνόμασαι, ὑπὲρ τοῦ θύσαι λέγεται Πυθαγόρεις ταῖς Μήσαις, (ἡ Πρόκλος μαρτυρεῖ, καὶ Οὐΐτροις, καὶ ἄλλοι) ὑπερηφείς τῷ εύρηματι, ἐφ' ὃ καὶ τῆς ἐκείνων ὅπερον ἀπολελαυκέναι ἐλάμψεως ἀμέλειτοι τὸν παροχέα τῶν φώτων ἐν ταῖς κατὰ τὰς ἐπιτίμας θεωρήσις, καὶ χορηγὸν τῆς Σοφίας ἡγούονται Κύριον, εἰδὲ καὶ ἔγνω, ἀλλ' ὃς ὁ θεὸν ἐδόξαζεν. Εἴσι δὲ πυκνήτε, καὶ παντὸς μείζων ἡ τῆς Θεωρίματος τάτα διὸ διατίθεται τοῖς Μαθήσεως χρῆστες, ἐπ' ἀλλοις τε πάνυ πολλοῖς συντελεῖτος, καὶ τὸν εἰς τὰ ἀ-

(1) ια. Βιβ. α. (2) Αἰτ. α. (3) μξ. Βιβ. α. (4) Α'ξ. ιι. (5) Β'ξ. ὑποθ. (6) Α'ξ. α. (7) Α'ξ. ιι. (8) ια. Βιβ. α. (9) μξ. Βιβ. α. (10) Β'κ κατ. καὶ Α'ξ. ιι. (11) Β'ξ ὑποθ. (12) Α'ξ. ιι. (13) ια. Βιβ. α.

σύμμετρη τῶν Μεγεθῶν φέρεσσαν, τὸ μέγα τῆς γεωμετρικῆς Φιλοσοφίας μηδὲριον ὑπανοίγειτο.

Οὐτὶ γὰρ ἡ τῆς Τετραγύωνα Πλευρὰ ασυμμετρος τυγχάνει κατὰ τὴν Δια-  
γωνίων, Θεώρημα φέρεται πάλαι τοῖς Γεωμετρῶσι τεθρυλημένου, καὶ πρὸ  
πάντων Α'ρις. ὃς οὐ τὸν τῦτο μὴ εἰδότα, ωδὴ ἀνθρωπον ἔξει  
καλεῖν, συγκατέλεγε δὲ τοῖς ἀτίμεσιν. Ή δὲ δὴ τῷ τοιάτῳ ἀπορρήτῳ γυνῶσις,  
τῇ προεκτεθείσῃ ΜΖ'. Προτάσσει τὸν ἀρχὴν ἔοικε προσοφείλειν. Εἴπει γὰρ ἐπὶ  
τῆς Τετραγύωνα, Οὐρανή ἐσιν ἡ κατὰ τὸ α Γωνία, τὸ ἀπὸ τῆς Διαμέτρου γύρ  
Τετραγύωνος, ἢ τον πάντως δυσὶν ἔσαι τοῖς ἀπὸ τῶν Πλευρῶν αβ, αγ Τετρα-  
γύωνος, ἢ δι ἐκ τέτε, ἢ τῷ ἐτέρῳ (Ι) διπλάσιον. Τῷ γῦν ἀπὸ τῆς Δια-  
μετρος γύρ Τετραγύωνα ὑποτιθεμένεις 2, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Πλευρᾶς αβ ὡς 1,  
ἵ μὲν γύρ Διαγύώνιος δίζα τετραγυωνικὴ ἔσαι Δυάδος, οὐ δὲ Πλευρὰ αβ, δίζεται  
τετραγυωνικὴ Μονάδος, ἵτοι μονὰς, ὡν ὁ λόγος (ὡς ἐν ἄλλοις εἰρήσεται) ἀριθ-  
μοῖς πάντῃ ἀνέκφραστος, δι ὅ ἢ ἀσυμμετροι λέγονται.

Αὕτη δὲ τὸ ίδιον ἀσύμμετρον τῆς Πλευρᾶς καὶ τῆς Διαγωνίας ἐπὶ τῶν Τετραγώνων ἀποδεικνύστα, ὅχατι μὲν ἐσὶ τῶν παρὰ Εὐκλεῖδη τῇ I' Βιβλ. Προτάσεων, δείκνυται δὲ παρὰ Τακνετίς, ἐν τοῖς ὑπὸ αὐτῆς φιλοποιηθεῖσι σοιχείοις τῶν Αριθμητικῶν, κατὰ τὸ Σχόλιον τὸ μετὰ τὴν IA'. Πρότ. τῇ B'. Βιβλίον.

Εγ γάρ τοι μόνος οὐδέποτε παρῆν λόγος, εἰς δεῖξιν  
τὴν μήτηρα σμένων τῷ ἀριθμῷ Συμείων τὰ Μεγάλη συνίσκονται, ἡρκεστεύ-  
αντος δὲ μόνος. Οὐδὲ γάρ ἂν ἦν Μεγάλη ὅλως ἀλλήλοις ἀσύμμετρα, εἰ  
πάντων ἦν μέτρον κοινὸν λαβεῖν τὸ Συμεῖον.

Επὶ τύτοις ἄπασι προκείσθω καὶ Προβλήματα τρία, τὰ ἐκ τῆς ΜΖ'.  
ἀπηρτημένα, ὡν πυκνοτάτη ἡ χρῆσις, τὰ ἐφεξῆς.

Πρόβλημα Α.

„Τετραγώνων ὄποστωνται δοθέντων, τούς πᾶσι Τετράγωνοι ἀνα-  
γράψαι.

(1) А'. Пое. тѣи азит. (2) г. Евр. а. (3) мѣ. Вир. а.

δοθεισῶν Πλευρῶν, μετατιθέσθω ἐπὶ βε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εφ· καὶ ἔσαι δὴ τὸ ἀπὸ τῆς εφ (1) Τετράγωνου ἵσου τοῖς ἀπὸ βφ, καὶ εβ (ἴτοι εγ), τετέσιν ἱσου τρισὶ τοῖς δοθεῖσι, τοῖς ἀπὸ αβ, καὶ βγ, καὶ γε. Ο. Ε. Π.

### Πρόβλημα Β.

„Δυοῖν δοθεισῶν Εὐθειῶν ἀνίσων (αβ, βγ) Τετράγωνου ἀναγράψαι,  
„ῳ τὸ ἀπὸ τῆς μεζονος (αβ) Τετράγωνου, ὑπερέχει τὸ ἀπὸ τῆς (βγ)  
„ἐλάσσονος.

Κέντρω μὲν τῷ β, Διασύμπατι δὲ τῷ βα Κύκλος γεγράφθω· ἐπὶ δὲ α. 157.  
τῆς Διαμέτρου αζ, ἀπὸ τῷ Κέντρου β ἐπὶ ζ, ἐκκείσθω ἡ βγ, ἀπὸ δὲ τῷ γ  
ῆχσω πρὸς ορθὰς ἡ γε προσπίπτεσσα ἐπὶ τὸν Περιφέρειαν πρὸς τὸ ε. Καὶ τὸ  
ἀπὸ τῆς γε Τετράγωνου ἔσι τὸ ζυτάμενον· ἦτοι ἡ ὑπεροχὴ τῷ ἀπὸ τῆς αβ  
Τετραγώνου, ἡ ὑπερέχει τὸ ἀπὸ τῆς γε Τετράγωνου.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ βς· καὶ δὴ τὸ ἀπὸ τῆς βε τετράγ. ἱσου (2) τοῖς  
ἀπὸ βγ καὶ γε, ἅμα λιφθεῖσιν. Αἴρεται.

### Πρόβλημα Γ.

„Παντὸς ὁρθογωνίου Τετργώνου, τὰς δύο εἰδῶς Πλευρὰς πάντη μετα-  
λαμβανομένας, καὶ τὸν λοιπὸν εὑρήσεις.

Πλευραὶ αἱ τὸν ὁρθὸν Γωνίαν περιέχεσσαι, ἔσωσται αἱ αγ, αβ, ἡ μὲν α. 158.  
ποδῶν 6, ἡ δὲ 8. Δεῖ δὴ προσευχεῖν ὅσων τυγχάνει ποδῶν ἡ βγ, ἡ ὑπὸ τοῦ  
ὁρθὸν Γωνίαν υποτείνεσσα.

Πεποδλαπλασιάθων οἱ 6 καὶ 8 δὲ ἄλληλων μὲν 8, εἰς ἐαυτὸν δὲ ἔκαστος·  
καὶ ἀνακύψει δὴ τῶν Πλευρῶν Τετραγώνα, τῆς μὲν 36, τῆς δὲ 64· τότων  
κεφάλαιον ἐπαδροιζομένων τὰ 100. Τοιγαρεῖν ἡ τετραγώνειος ῥίζα τῶν 100,  
ἥτις ἔσιν ἡ 10, δώσει τὰς πόδας τῆς ζυταμένης Πλευρᾶς βγ. Ή δὲ δεῖξις σα-  
φής (3). Εἴπει γὰρ τὸ ἀνδροίσμα τῶν Τετραγώνων τῶν ἀπὸ αβ, καὶ αγ, ἱσου  
ἔσι τῷ Τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς βγ, ἡ ῥίζα πάντως τῷ τηλίκῳ ἀνδροίσμα-  
τος, ἡ αὐτῇ ἔσαι τῇ ῥίζῃ, ἦτοι τῇ Πλευρᾷ βγ.

ΑἼλλα ἔσωσται δὴ δοθεῖσαι αἱ Πλευραὶ αβ, καὶ βγ, ἡ μὲν ποδῶν 8σα  
10, ἡ δέ 6· δεῖ δὴ προσευχεῖν τὴν αγ, ὅσων ἔσι. Τὸ ἀπὸ τῆς Πλευρᾶς αβ  
Τετράγωνου 36, ἀφηρήσθω ἀπὸ τῷ Τετραγώνῳ 100 τῷ ἀπὸ τῆς βγ. Τὸ δὲ

(1) μ.β. Βιβ. α. (2) μ.β. Βιβ. α. (3) μ.β. Βιβ. α.

κατάλοιπον 64 Τετράγυωνον ἔσαι τὸ ἀπὸ τῆς Πλευρᾶς αγ. Εἰὰν οὖν ἐξέληψε  
ἡ ἀπὸ τέτε τὴν Τετραγυνικὴν δίζαν, ἔξεις 8, ὃς ἔσαι ὁ ἀριθμὸς τῶν ποδῶν  
τῶν ἐπὶ τῆς Πλευρᾶς αγ.

### Πρότασις ΜΗ.

„Εἰαγ Τριγύνα τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν Πλευρῶν (αβ) Τετράγυωνον ἵσον ἢ τοῖς  
„ἀπὸ τῶν λοιπῶν τε Τριγύνα δύο Πλευρῶν (αγ, βγ) Τετραγυνίοις, ἢ  
„περιεχομένη Γωνία (ὑπὸ αγβ) ὑπὸ τῶν λοιπῶν τε Τριγύνα δύο Πλευρῶν.  
„Ορθὴ ἔσι.

*πανεπιστήμου φιλοτεχνίας  
τομεαλητικής στατιστικής  
εργαστηρίου εργασιών  
διεγθύνησης επιμελείας  
πανεπιστήμου φιλοτεχνίας  
τομεαλητικής στατιστικής  
εργαστηρίου εργασιών  
διεγθύνησης επιμελείας*

κ. 159. Εἰ μὴ γὰρ, ἔσω ἡ ὑπὸ αγβ Ορθῆς μείζων, ἢ γοῦν ἐλάσσων. Λόρ  
(ώς ἐν ΙΒ'. καὶ ΙΓ'. Προτ. τε Β'. Βιβλ., ταῖς ἐκ ταύτης ὀδαμῶς ὥρτημέναις  
δειχθῆσται) τὸ ἀπὸ τῆς αβ Τετράγυωνον ωκ ἔσαι ἵσον τοῖς ἀπὸ τῶν αγ η  
βγ Τετραγυνίοις. ὅπερ ἔσι κατὰ τῆς ὑποθέσεως.

### Αλλως.

Ηχθω πρὸς ὄρθας ἡ γξ ἐπὶ τῆς γβ, ἵση τῇ αγ, η ἐπεζεύχθω ἡ  
βξ. Καὶ δὴ τὸ ἀπὸ τῆς βξ Τετράγυωνον (1), ἵσον ἔσι τοῖς ἀπὸ τῶν ξγ, η  
γβ, ἡτοι τοῖς ἀπὸ τῶν αγ η βγ (2), τατέσι τῷ ἀπὸ (3) τῆς αβ Τετρα-  
γυνώ. Αἱ ἄρα αβ, η ξβ (4) ἀλλήλαις ἴσαι εἰσίν· ἐπὶ ἄρα τῶν Τριγύνων,  
διὰ τὴν ἰσότητα τῶν Πλευρῶν (5), ἔσαι η ὑπὸ αγβ, ἵση τῇ ὑπὸ βγξ. Λόρ  
η αἱ πρὸς τῷ γέφεξης Γωνίαι (6) ὄρθαι, οἵαν δεῖξαι πρόκειτο τῷ ὑπὸ αγβ.

(1) μ. Βιβ. α. (2) Εὐκατ. (3) Εξ ὑπερ. (4) Άξ. ι. (5) η. Βιβ. α. (6)  
Ορ. ιδ.

Τῶν ζοιχείων τῆς Γεωμετρίας.

## BIBALON B.

**Β**αρχεῖα μὲν ἡ Βίβλος τὸν ὄγκον, διαφέρεσσι δέ τοι τῶν ἐν αὐτῇ Θεωρούμένων τῇ χρήσει καὶ τιμιότητι. Οὐ περ εἰ καὶ τοῖς ἐντυγχάνοντι τῶν Νεανίσκων αὐτίκα μὲν ὅπω, προσωτέρω ἀλλ' οὖν γενομένοις, εὐ οἶδ' ὅτι ἐξ αὐτῆς ἔγειται τῆς πείρας κατάδηλον.

**B**ραχεῖα μὲν ἡ Βίβλος τὸ  
μένων τῇ χρήσει καὶ τιμιότι  
αὐτίκα μὲν ὑπῷ, προσωτέρῳ  
τῆς πείρας κατάδηλον.  
**Κ**αὶ δὴ θεωρεῖ μὲν ἡ Βίβλος  
Τετράγυνα, παραβάλλει δὲ  
γε ἀπὸ, καὶ ὑπὸ Εὔθειῶν ὅλη  
τὴν τέλειαν τὴν μητρὸν τηναντινήν.

Καὶ δὴ θεωρεῖ μὲν ἡ Βίβλος τῶν Εὐθειῶν τὰς δυνάμεις, εἰς περ ἐςὶ τὰ  
Τετράγυνα, παραβάλλει δὲ καὶ Τετραγύνοις αὐτοῖς καὶ Ορθογυνοίοις, τοῖς  
γε ἀπὸ, καὶ ὑπὸ Εὐθειῶν ὅλων περιεχομένοις, Ορθογύναις παντοῖα, τὰ ὑπὸ  
τῶν, ἢ δίχα, ἢ ἄλλως πως τετμημένων Εὐθειῶν ἀνακύπτουσι. Καὶ πολλῆς  
οὖν τὸ σοιχειῶδες τοτὶ μέρος γέμον τῆς ὠφελείας πολλῶν τε ἐνεκα κρίνεται,  
καὶ τέττα πρὸ πάντων, ὅτι τῶν Αἰγαίου πράξεων ταῖς κυριωτέραις προ-  
καταβάλλει τὰς θεμελίας, τῶν μὲν τριῶν πρωτίσων ἐν αὐτῷ Προτάσεων εἰς  
ἀπόδειξιν τῇ πολλαπλασιασμῇ τεινώσων, τῆς δὲ τετάρτης εἰς ἔξαγωγὴν τῶν  
τετραγυνικῶν βίζων ξυντελήσης, τῶν δὲ λοιπῶν ἀπὸ μὲν σ'. ἔως Η'. ταῖς κα-  
τὰ τὴν περιώνυμον Αἰγαίου, ἀπὸ δὲ Η'. ἔως τῆς ἐρχόμενης ταῖς κατὰ τὴν  
Τριγυνομετρίαν πράξεσι ξυμβαλλομένων. Οὐ τοίνυν μικροψυχητέον τοῖς  
πρωτοπείροις, τραχυτέρας πως ἐν αὐταῖς πρώταις ἐπιβολαῖς καὶ δισαντιβλέ-  
πτε ἀπαντώσης τῆς Βίβλος. Παρὰ γάρ τὲ τὰς πλείας τῶν ἐν αὐτῇ δείξεων  
τῷ προδηλοτάτῳ ἐκείνῳ προσερείδεοι Αἴγιοι, τῷ τὸ ὅλον ἴσον ἀπασι-  
τοῖς ἐν αὐτῷ μέρεσιν ἀποφαινομένῳ, καὶ οἵτις τέλεον ἐκ πρώτης ἐπιβάλλειν  
δικῆσιν, ἐνδελεχώς ἐπικύπτοντες, ἔσαι ποδ' ὅτε καθ' ἐαυτὰς θαυμάσονται,  
ὅτι πράγματα σφίσι παρεῖχε τὰ ὅτα σαφῆτε καὶ γνώριμα.

O : i o . p u o . f.

Πᾶν Παραλλήλογραμμον ἔρθογύων (τὸ καὶ ἀπλῶς Οὐρθογύων καλέ-  
μενον) περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὄρθην Γωνίαν περιεχεσθῆν Εὐ-  
θειῶν αγ., αβ.

κ. 160.

Τέταν γάρ τῇ μὲν αγ τὸ ὄφος, τῇ δὲ αβ τὸ τῇ Ορθογωνίᾳ διορίζεται πλάτος. Εἴτα νοιμένης τῆς αγ πρὸς ὁρθὸς φέρεσθαι δὶ ὅλης τῆς αβ, οὐδὲ τῆς αβ ὀπαύτως δὶ ὅλης τῆς αγ, τὸ Εμβαδὸν τῆς Ορθογωνίᾳ τῇ τοιᾷδε κινήσει τὴν γένεσιν λήψεται. Καὶ εἰκότως ἔρχε πολλαπλασιασμῷ τῶν δύο προσεχῶν Πλευρῶν ἐπ' ἀλλήλαις, γεννᾶσθαι τὰ Ορθογώνια λέγεται.

κ. 161.

Οὐτε τοίνυν ἡμῖν υποτίθεται τὸ ὑπὸ αγ, γβ, οὐ συντόμως τὸ αγβ, οὐδὲν ἀλλαγὴ τὸ υπὸ τῶν Εὐθειῶν αγ καὶ γβ, οὐ τῶν ταύταις παρισταμένων, ἐκατέρας ἐκατέρας πρὸς ὁρθὸν Γωνίαν συσαθεισῶν, ύποδηλεῖται περιεχόμενου Ορθογώνιου. Παραπληγίως, καὶ διὰ τὴν ὑπὸ αβ καὶ βγ, εἰταν αβγ, τὸ υπὸ δυοῖν Εὐθειῶν ἵσων ταῖς αβ, καὶ βγ περιεχόμενον υποσημαίνεται Ορθογώνιον, τῶν τὴν ὁρθὸν Γωνίαν περιλαμβανεστῶν.

Ορθογώνιον δὲ τὸ μὲν Ετερόμηκες, τὸ δὲ Τετράγωνον. Καὶ Ετερόμηκες μὲν τὸ τὰς προσεχεῖς Πλευρὰς ἔχον ἀνίστας, ἢτοι τὸ υπὸ δυοῖν Εὐθειῶν ἀνίσων περιεχόμενον. Τετράγωνον δὲ τὸ ἀπὸ δύο ἵσων, ἢτοι τὸ ἀπὸ μιᾶς ἐφ ἑαυτὴν ἀγομένης περιεχόμενον.

### Τετράγωνος ειδησεις.

Κείσθω τὸ μὲν = σημεῖον ἕστητος.

τὸ δὲ + σημεῖον Προσέστεως.

τὸ δὲ — σημεῖον Υφερέστεως.

τὸ δὲ οἱ ἀντὶ τῆς Μηδενός.

τὸ δὲ × σημεῖον Πολλαπλασιασμοῦ, διπερ ἢ δὲ φεὶ παρεντίθεσθαι φιλεῖ, τῶν ἐπιπολλαπλασιαζομένων ἀμέσως τὰ πολλὰ παρασυναπτομένων οἷον αβ, ἀντὶ α καὶ β, τὸ δὲ : σημεῖον Διαιρέστεως· οὗν α : β σημαίνει τὸ α διαιρέμενον διὰ τὴν β· δὲ καὶ ἐν εἰδει κλίσματος  $\frac{\alpha}{\beta}$  πολλάκις εἶωντε γεγένεθαι.

τὸ δὲ Τ σημεῖον Τετραγώνου.

τὸ δὲ Κ σημεῖον Κύβης.

τὸ δὲ Η σημεῖον τῆς Τετραγωνικῆς ῥίζης.

τὸ δὲ ΗΞ σημεῖον τῆς Κυβικῆς.

τὸ δὲ :: σημεῖον τῶν ἵσων λόγων οὗν α : β :: γ : δ.

τὸ δὲ :: σημεῖον τῆς συνεχεῖς Διαλογίας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΟΝΑ ΕΡΕΥΝΩΝ  
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ Π. ΚΑΘΗΓΟΥ Ν. ΣΤΑΥΡΟΥ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΚΑΘΗΓΟΥ Ν. ΣΤΑΥΡΟΥ

## Πρότασις Α.

„Εἰς ὁσιού δύο Εὐθεῖαι (αβ., αγ.), τηνδῆ δὲ οὐτέρᾳ αὐτῶν εἰς ὅσιον διποτῶν Τμήματα (αε., εζ., γγ.), τὸ περιεχόμενον Ορθογώνιον ὑπὸ τῶν „δύο Εὐθειῶν (αβ., αγ.), ἵστοι τοῖς ὑπότε τῆς ἀτμήτων (αβ.), καὶ ἐκάστη τῶν Τμημάτων (αε., εζ., γγ.) περιεχομένοις Ορθογωνίοις.

Ηχθω ἀπὸ τῆς αγ., ἐπὶ τῆς αγ. πρὸς ὄρθας (1) οὐκ, καὶ κείσθω ἵση τῇ ἀτμήτῳ αβ. Καὶ διὰ τοῦτο τῇ αγ. Παράλληλος (2) ἡχθω οὐδεποτὲ διὰ δὲ τῶν ε., ζ., γ., τῇ αγ. Παράλληλοι αἱ εκ., ζλ., γδ.

Ἴσου δὴ εἶσι τὸ ηχ., τοῖς ιε., κεζ., λγ. (3). Καὶ εἶσι τὸ μὲν οὐ τὸ ὑπὸ ιαε., ταυτὸν εἰπεῖν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ἀτμήτων αβ., καὶ τῆς Τμήματος αε.. Τὸ δὲ κεζ. τὸ ὑπὸ κεζ., τὸ ὑπὸ λγ. (ἢ τις ἴση τῇ ια. (4)), τυτέσι τῆς αγ., καὶ εζ. Τὸ δὲ λγ., ὁμοίως ὑπὸ λγγ., ἵστοι ὑπὸ αβ. καὶ γγ. (5).

## Πόρισμα.

Κρατυθεῖ δέ ἂν ἐντεῦθεν πληρεσέρας τυγχάνεστα δεῖξεις, καὶ οὐ τῇ προβλήματος ἐπίλυσις, τῇ ἐν τῷ Σχολίῳ τῷ μετὰ τὴν ΜΕ'. τῇ Α'. Βιβλ. προτεθέντος. Τῇ γὰρ Τετραπλεύρᾳ βζ., διὰ τῆς Εὐθείας αγ. εἰς τὰ δύο Τείγωνα αβγ. καὶ αγγ. ἀναλυθέντος, δίχα τηνδεσμοῖς τῆς αγ. κατὰ τὸ σ., ἀπό τε τῶν ἀπεναντίον Γωνιῶν β. καὶ ζ., ἐπὶ τῆς κοινῆς Βάσεως αγ. Καθέτων ἡχθεισῶν τῶν βξ. καὶ ζι., καὶ ἀπὸ τοῦ σ πρὸς ὄρθας ἡγυμένης τῆς σλ., καὶ ἰσομήκεις ταῖς δυσὶν ἀμα βξ. καὶ ζι ληφθείσις, δεικτέον ὅτι τὸ Ορθογώνιον τὸ ὑπὸ γσ καὶ σλ., ισον τῷ Τετραπλεύρᾳ βζ. Εἴπειδη γὰρ τὰ Τείγωνα αβγ., αγγ. (6) ισα τοῖς Ορθογωνίοις τοῖς ὑπὸ γσ καὶ βξ., καὶ ὑπὸ γτ καὶ ζι., θάτερον θατέρῳ ἐπειτε Εὐθεῖα οὐ λσ., ιση εἶσι ταῖς βξ καὶ ζι ἀμα ληφθείσαις, εἰς τε μέρη τέτμυται τὰ σδ καὶ δλ., ἀ ισα ἐκήφθη τοῖς βξ καὶ ζι, τὸ ἐτερον τῷ ἐτέρῳ. Τὰ ἄρα Τείγωνα, ἵστοι τὸ Τετράπλευρον βζ., τοῖς Ορθογωνίοις γδ., λε τοῖς ὑπὸ τῆς ἀτμήτων γσ., καὶ ἐκατέρῃ τῶν μερῶν τῆς τετμημένης σλ., τυτέσι (δυνάμει τῆς ἀνά χεῖρας Προτάσ.). τῷ Ορθογωνίῳ λγ τῷ ὑπὸ τῶν λσ καὶ γσ., ἐξ ἀνάγκης συνεξισταί.

## Σχόλιον.

Τὰ δὴ πρῶτα δέκα τῶν ἐν τῷ παρόντι Βιβλίῳ Θεωρημάτων ἀληθεύει

(1) ια. Βιβ. α. (2) ΙΑ. τῇ α. (3) ΑΈ. Ζ. (4) ΙΑ. τῇ α. (5) Ορ. τῇ β. (6) μα. Βιβ. α.

ἀδὲν ἦττον καὶ ἐπὶ ἀριθμῶν, ἵν εἰς μέρη κατὰ τὰς Γραμμὰς διαίροιντο. Αὐτοφύεται γάρ καὶ τὰ ἀριθμητικὰ Ορθογώνια διὰ πολλαπλασιασμῆς δυοῖν ἀριθμῶν· τὰ δὲ ἀριθμητικὰ Τετράγυνα, δὲ ἐνὸς ἀριθμῷ καθ' ἕκοτὸν πολλαπλασιαζομένια.

Οὗτον ἔσω ἀριθμὸς μὴ τετμημένος ὁ 9, τετμημένος δὲ ὁ 12 εἰς μέρη ταυτὶ τὰ τρία, 3 καὶ 4, καὶ 5· οὗτοι δὴ τὸ Ορθογώνιον ὑπὸ 9 καὶ 12 = 108, ἵστοι τοῖς τρισὶν Ορθογωνίοις 27, καὶ 36, καὶ 45, ἢν τὸ μὲν ὑπὸ 9 καὶ 3, τὸ δὲ ὑπὸ 9 καὶ 4, τὸ δὲ ὑπὸ 9 καὶ 5 συναπαρτίζεται.

Ηγουμένην ἀριθμὸς ἔσω 432, ὡσεὶ Πολλαπλασιαζέος τετμημένος εἰς 400, καὶ 30, καὶ 2· ἀριθμὸς δὲ, οὗτον Πολλαπλασιαζήσεις ὁ 8 μὴ τετμημένος. Καὶ ἔσαι 8 × 432 = 3456, ἵστος  $8 \times 400 = 3200 + 8 \times 30 = 240 + 8 \times 2 = 16$ . Καγκεῦθεν οὖν τὴν ἀπόδειξιν ληπτέον τῆς κατὰ τὸν πολλαπλασιασμὸν πράξεως.

### Πρότασις Β.

x. 164. „Εάν εὐθεῖα Γραμμὴ (αβ) τηνδῆ ὡς ἔτυχε (κατὰ τὸ γ), τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης (αβ) καὶ ἑκατέρα τῶν Τμημάτων (αγ, γβ) περιεχόμενα Ορθογώνια, οσα ἔστι τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης Τετραγύνω.

Ληφθήτω δὴ ή  $\zeta = \tau\bar{\gamma}$  αβ.

Ορθογ.  $\zeta\alpha\beta = \text{Ορθογ. } \zeta\alpha\gamma \} \text{ (I).}$   
Ορθογ.  $\zeta\gamma\beta \}$

Τατέσιν ἐπεὶ ή  $\zeta = \tau\bar{\gamma}$  αβ.

Τετράγ. τὸ ἀπὸ αβ = Ορθογ. β $\bar{\alpha}\gamma$ )  
Ορθογ. α $\bar{\beta}\gamma$ )

### Αλλώς.

x. 165. Αὐτογεγράφεται αβδε Τετράγυνου ἀπὸ Εὐθείας τῆς αβ (2), καὶ ἀπὸ τῆς Σημείως γῆχθω (3) πρὸς ὄρθιὰς ἐπὶ τῆς αβ ή γδ. Αἱ γεν πρὸς τῷ γ Γωνίᾳ Ορθαὶ ἔσαι, ταῖς κατὰ τὸ α καὶ β ισαι εἰσίν· αἴτε Εὐθεῖαι αε, γδ, βδ πρὸς ἀλλήλαις Παράλιηλοι (4) εἰσι, τά τε αδ, καὶ βδ Παραλιόγραμμα ὄρθογώνια (5). Εἶτι δὲ καὶ ή Εὐθεῖα γδ τῇ Εὐθείᾳ αε (6), ἢτοι τῇ αβ (7) ιση. Εὐθεντοι τὰ αδ καὶ βδ Ορθογώνιά εἰσιν ὑπὸ (8) τῆς ὅλης αβ, καὶ

(1) Α. τῇ β. (2) Με. τῇ α. (3) ΙΑ. τῇ α'. (4) ΚΗ. τῇ α'. (5) Ορ. τῇ β'.  
(6) ΛΔ. τῇ α'. (7) Εκ κατ. (8) Ορ. τῇ β.

τῶν Τμημάτων αγ., γε περιεχόμενα, ἡ δὴ καὶ ἀμα ληφθέντα, τῷ Τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς αβ συνεξισθαι.

Εἶναι ἀριθμὸς 8 εἰς 5 καὶ 3 τετμημένος. Τὸ Τετράγυωνον τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης  $8 \times 8 = 64$ , οἷον ἐσὶ τοῖς Ορθογωνίοις  $8 \times 3 = 24$ , καὶ  $8 \times 5 = 40$ .

### Πρότασις Γ.

„Εἰναι εὐθεῖα Γραμμὴ (αβ) ὡς ἔτυχε τμηθῆ (κατὰ τὸ γ), τὸ ὑπὸ τῆς „ὅλης (αβ) καὶ ἕνδει τῶν Τμημάτων (βγ) περιεχόμενον Ορθογώνιον, οἷον „ἐσὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν Τμημάτων (αγ, γβ) περιεχόμενῳ Ορθογωνίῳ, καὶ τῷ „ἀπὸ τῆς προσικημένῳ Τμήματος (βγ) Τετραγώνῳ.

Ληφθέντω δὴ ή ζ = γβ.

$\Omega\delta\sigma\gamma. \alpha\beta\zeta = \Omega\delta\sigma\gamma. \alpha\gamma\zeta \}$  (1). Αλλαζεται η ζ = γβ.  
 $\Omega\delta\sigma\gamma. \gamma\beta\zeta \}$

**Α'**ρα  $\Omega\delta\sigma\gamma. \alpha\beta\gamma = \Omega\delta\sigma. \alpha\gamma\beta$ )  
Τετρ. γβ)

### Α' λλως.

Α'ναγγεγράφθω (2) γὰρ Ορθογ. τὸ αδ, ὑπὸ τῆς ὅλης αβ καὶ τῆς Τμήματος γβ, καὶ ἀπὸ τῆς Σημείου γῆχθω πρὸς ὁρθὰς ή γε. Διὰ γεν τὴν γε Εὐθεῖαν, ἥτις τῇ βδ (3), καὶ ἐπομένως τῇ βγ (4) οἷον ἐσὶ, τὸ Ορθογώνιον αδ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης αβ καὶ τῆς Τμήματος βγ περιεχόμενον, οὗτον ἐσὶ τῷ τε Ορθογωνίῳ ἀσ τῷ ὑπὸ τῶν Τμημάτων αγ καὶ γβ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς εἰρημένῳ Τμήματος γβ Τετραγώνῳ γδ.

Εἶναι ἀριθμὸς 7 εἰς 3 καὶ 7 τετμημένος. Τὸ γεν Ορθογ.  $7 \times 3 = 21$  οἷον ἐσὶ τῷ Ορθογ.  $3 \times 4 = 12$ , καὶ τῷ Τετραγ.  $3 \times 3 = 9$ , ἀμα ληφθεῖσι. Ωσαύτως δὲ καὶ τὸ Ορθογωνίον  $7 \times 4 = 28$ , οἷον ἐσὶ τῷ Ορθογ.  $3 \times 4 = 12$ , καὶ τῷ Τετραγ.  $4 \times 4 = 16$ , ἀμα ληφθεῖσι.

### Πρότασις Δ.

„Εἰναι εὐθεῖα Γραμμὴ (ζλ) τμηθῆ ὡς ἔτυχε (κατὰ τὸ ξ), τὸ ἀπὸ „τῆς ὅλης Τετραγωνού, οἷον ἐσὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν Τμημάτων (ζξ, ξλ) Τε- „τραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν Τμημάτων (ζξ, ξλ) περιεχόμενῳ Ορθογωνίῳ.

(1) Α. τῇ β'. (2) Σχόλ. τὰ τῆς Με. τῷ α'. (3) ΚΗ. καὶ ΛΔ. τῷ α'. (4) Εἰκ πατ.

Τετράγ. Ζλ = Ο'ρθογ. Ζλξ } (1)  
Ο'ρθογ. λξ }  
Ο'ρθογ. λξ } (1)

Α'λ' Ο'ρθογ. Ζλξ = Ο'ρθογ. Ζξλ } (2)  
Τετραγ. ξλ }

Και Ο'ρθογ. λξξ = Ο'ρθογ. Ζξλ } (3)  
Τετραγ. ζξ }

Α'ρα Τετράγ. Ζλ = δις Ο'ρθ. Ζξλ }  
Τετ. ξλ }  
Τετ. ζξ }

### A' λ λ ως.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΑ  
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΘΩΜΑΤΣΙΟΣ

Χ. 169.

Α'ναγεγράφω ἀπὸ τῆς Ζλ Εὐθείας Τετράγωνου (4) τὸ Ζλδη, καὶ ἀχ.  
Ζείσης τῆς Διαμέτρου ηλ ἐπὶ τῇ Ζηλ Τριγώνῳ, διά τε τὰς ίσας Πλευρὰς Ζη  
ζη Ζλ, οὐ διὰ τὴν κατὰ τὸ Ζ ορθήν Γωνίαν, ἔσονται αἱ ὑπὸ Ζηλ, οὐ Ζλη  
ἡμίτειαι (6) Ο'ρθῆς, οὐ ἀλλήλαις ίσαι· διὰ γῦν τῇ ξ Συμείῳ, ἥχθω πρὸς  
τὴν Ζη (6) Παράλληλος ή ξκ, οἵτις Παράλληλος ἔσαι οὐ τῇ λδ, τεμεῖ δὲ καὶ  
τὴν Διάμετρον ηλ κατὰ τὸ γ. Διὰ δὲ τῇ Συμείᾳ γ, Παράλληλος ὁμοίως  
ἥχθω τῇ Ζλ οὐ τῇ ιδ, οὐ θι. Εἴπει τοίνυν ἀπασαι αἱ τῇ Τετραγώνῳ Ζδ Γω  
νίαι Ο'ρθαι εἰσιν, ἔσονται διὰ οὐ πάντα τὰ παραλλήλογραμμα Ζγ, ξι, θκ,  
γδ ορθογώνια (7). Εἴπει δὲ καὶ αἱ ξκ καὶ Ζη Παράλληλοι, ἔσαι οὐ ἐκτὸς  
Γωνία (8) λγξ, ίση τῇ ἐντὸς οὐ ἀπεναντίον Ζηλ, οἵτοι τῇ ὑπὸ Ζλη ήμι-  
στειρ οὔτη Ο'ρθῆς. Α'ρα ἐπὶ τῇ λξγ Τριγώνῳ αἱ ξγ, ξλ, θσαι (9) εἰσίν  
ίσαι δὲ οὐ τῇ Ο'ρθογωνίᾳ ξι (10) αἱ ἀπεναντίον Πλευραὶ ξλ, γι, οὐ ξγ, λι.  
Τὸ ἄρα ξι (11) Τετράγωνόν ἔσιν ἀπὸ τῆς ξλ Εὐθείας. Ωσαύτως δὲ δειχ-  
θήσεται οὐ τὸ θκ Τετράγωνον εἶναι ἀπὸ τῆς Εὐθείας θγ, οἵτοι (12) ἀπὸ  
τῆς ζξ. Α'λλ' αἱ γξ οὐ ξλ ίσαι εἰσὶν, έσαι τὸ Ζγ Ο'ρθογώνιον ὑπὸ τῶν ζξ  
καὶ ξλ Τμημάτων τῆς δοθείσης Εὐθείας Ζλ. Α'λλὰ γχρ τὰ Ο'ρθογώνια Ζγ  
οὐ γδ ίσα (13) εἰσὶ, διὸ οὐ ἀμα ληφθέντα, ίσα ἐσὶ τῷ δις Ο'ρθογωνίῳ τῷ  
ὑπὸ τῶν Τμημάτων ζξ, ξλ. Εὐθεντοι τὸ Ζδ Τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς οὖλης  
Εὐθείας Ζλ, ίσογ οὐ τοῖς θκ οὐ ξι, τοῖς ἀπὸ τῶν Τμημάτων ζξ, ξλ Τε-

(1) Β. τε β'. (2) Γ. τε β'. (3) Διὰ τὴν ἀντ. (4) Με. τε α'. (5) Πόρ. Σ'. της  
ΛΒ. τε α'. (6) ΛΛ. τε α'. (7) Πόρ. α'. τῆς ΛΔ. τε α'. (8) ΚΘ. τε α'. (9) Σ. τε α'.  
(10) ΛΔ. τε α'. (11) Οξ. ΛΒ. τε α'. (12) ΛΔ. τε α'. οὐ ξξ. ιε. (13) ΜΕ. τε α'.

τραγώνις, σὺν τοῖς ζυ καὶ γδ, ἵτοι σὺν τῷ δίς Ορθογωνίῳ τῷ ὑπὸ τῶν αὐτῶν Τμημάτων. Ο. Ε. Δ.

Εἶς ω ἀριθμὸς 10 εἰς μέρη 7 καὶ 3 τετμημένος. Τὸ Τετράγωνον  $10 \times 10 = 100$ , ἵσου τοῖς Τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν μερῶν  $7 \times 7 = 49$ , καὶ  $3 \times 3 = 9$ , καὶ τοῖς δυσὶν Ορθογωνίοις  $7 \times 3 = 21$ , καὶ  $7 \times 1 = 21$ . Ήγάντις ἔτσι ἀριθμὸς 12, εἰς μέρη 10 καὶ 2 τετμημένος· τὸ Τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης  $12 \times 12 = 144$ , ἵσου ἐξὶ τοῖς Τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν μερῶν  $10 \times 10 = 100$ , καὶ  $2 \times 2 = 4$ , συνάμα τῷ δίς Ορθογωνίῳ  $10 \times 2 = 20$ , ἵτοι  $2 \times 10 \times 2 = 40$ . Εἴκοσι καὶ ἡ τῆς Τετραγωνικῆς ῥίζης Εξαγωγὴ ἔργηται.

### Πρόβλημα.

Ἐκ τέτων δὲ φανερὸν, ὅτι τὰ Παραλληλόγραμμα ἔι καὶ θερὶ Λ'. τὸν Διάμετρον (ὅρα τὸ ἀνωτ. Σχῆμα) τῆς Τετραγώνου, Τετράγωνα ἐσί.

Καὶ ὅτι ἡ Διάμετρος παντὸς Τετραγώνου δίχα τέμνει τὰς διὰ ὅν ἄγεται Β'. Γωνίας. Εἴσι γάρ ἡ μὲν ὑπὸ ζλὸς Ορθή, ἡ δὲ ὑπὸ ζλη ἡμίσεια Ορθῆς.

Καὶ ὅτι τὸ Τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἡμίσειας, τῇ ἀπὸ τῆς ὅλης ἐσὶ Γ'. χ. 170. Τετραγώνου τεταρτημόριον. Εἳσι γάρ αἱ ξε, θει παραλλήλω κινήσει πρὸς τὰ μεσαιτάτω τῶν ζλ., ηδ., καὶ ηζ., δλ. χωρίσωσι, τάτε δύο Ορθογώνια ζυ, γδ, καὶ τὰ δύο Τετράγωνα ἔι, καὶ θει εἰς τέσσαρα Τετράγωνα ἀλλήλοις ἵσα ἀποτελευτήσουσι τὰ λγ., π., γη., ξθ. Ωσαύτως δὲ δῆλον καὶ ὅτι καὶ ἀπαν Ορθογωνίου (ἢ γάντις καὶ ἀπλῶς ἀπαν Παραλληλόγραμμου) τὸ ὑπὸ δύο ὁποιωνεῦ Εὐθειῶν, τῆς Ορθογωνίου (ἢ καὶ τῆς Παραλληλογράμμου τῆς τῷ δοθέντι ισογωνίου) τῆς ὑπὸ τῶν ἡμίσειῶν ἐσὶ τετραπλάσιον.

Καὶ ὅτι ἀπαν Τετραγωνού ζεῖσον ἐσὶ τῷ δίς Ορθογωνίῳ ζε, ξδ' τῷ Δ. χ. 171. ὑπὸ τε τῆς Πλευρᾶς τῆς Τετραγώνου δλ., ἵτοι ζλ., καὶ τῆς ἡμίσειας ταύτης, οἷον τῆς ζε περιεχομένω. Καὶ ὅτι ἀπαν Παραλληλόγραμμου ἵσου τῷ δίς Παραλληλογράμμῳ τῷ ισογωνίῳ, τῷ ὑπὸ τῆς ἑτέρης τῶν Πλευρῶν καὶ τῆς ἡμίσεως τῆς ἑτέρας.

### Πρότασις Ε.

„Ἐὰν εὐθεῖα Γραμμὴ (πφ) τμηθῇ εἰς ἵτα (κατὰ τὸ φ) καὶ εἰς ἄνισα π. (κατὰ τὸ σ), τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης Τμημάτων (πσ, σφ) περιεχόμενον Ορθογωνίου, μετὰ τῆς ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν (ρσ) Τετραγώνου, ἵσου ἐσὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμίσειας (πφ) Τετραγωνίῳ.

$$\text{Ο}'\varrho\delta\sigma\gamma\omega\text{n. } \pi\sigma\varphi = \left. \begin{array}{l} \text{Ο}'\varrho\delta. \pi\varrho \times \sigma\varphi \\ \text{Ο}'\varrho\delta. \quad \varrho\sigma\varphi \end{array} \right\} (1)$$

$$\text{Ο}'\varrho\delta\sigma\gamma. \pi\varrho \times \sigma\varphi = \left. \begin{array}{l} \text{Ο}'\varrho\delta. \quad \varrho\varphi\sigma \\ \text{Tετέσιν} \end{array} \right\} (2)$$

$$\text{Ο}'\varrho\delta\sigma\gamma. \pi\varrho \times \sigma\varphi = \left. \begin{array}{l} \text{Ο}'\varrho\delta. \quad \varrho\sigma\varphi \\ \text{Tετρ.} \quad \sigma\varphi \end{array} \right\}$$

$$\text{Δρ''α } \text{Ο}'\varrho\delta\sigma\gamma. \quad \pi\sigma\varphi = \left. \begin{array}{l} \text{Ο}'\varrho\delta\sigma\gamma. \quad \varrho\sigma\varphi \\ \text{Ο}'\varrho\delta\sigma\gamma. \quad \varrho\sigma\varphi \\ \text{Tετρ.} \quad \sigma\varphi \end{array} \right\}$$

Προσιδέσθω κοινῆ Τετράγωνου τὸ ἀπὸ ρσ, καὶ ἔσαι

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ο}'\varrho\delta\sigma\gamma\omega\text{n. } \pi\sigma\varphi \\ \text{Tετράγ.} \quad \varrho\sigma \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} \text{Ο}'\varrho\delta\sigma\gamma. \quad \varrho\sigma\varphi \\ \text{Ο}'\varrho\delta\sigma\gamma. \quad \varrho\sigma\varphi \\ \text{Tετράγ.} \quad \sigma\varphi \\ \text{Tετράγ.} \quad \varrho\sigma \end{array} \right\} = \varrho\varphi^T = \pi\varrho^T \quad (3).$$

A' λ λ ω ζ.

**κ. 173.** Επὶ τῆς Εὐθείας πφ, ἀπὸ τῆς ἡμισείας ρφ ἀναγεγράφω Τετράγωνον (4) τὸ ρζ, καὶ ἀχθεόσης τῆς Διαμέτρου φε, διὰ τὴ σ ὥχθω (5) Παράλληλος τῇ ρε ἢ φζ, ἢ ση τέμνεστα τὴν Διάμετρον κατὰ τὸ Σ, καὶ διὰ τὴν ὁμοίως (6) Παράλληλος τῇ πφ ἢ τῇ εζ, ἢ κι τέμνεστα τὴν ρε κατὰ τὸ Λ καὶ διὰ τὴν π ὠταύτως Παράλληλος τῇ ρλ ἢ πκ. Επειδὴ τοίνυν τὸ σι Τετράγωνόν ἔσι (7) περὶ τὴν Διάμετρον τὴν Τετραγώνων ρζ, ἔσαι σφ = σΣ (8). Καὶ ἐπεὶ τὸ σλ Παραλληλόγραμμόν (9) ἔσιν, ἔσαι καὶ ἢ ρσ = λδ (10) καὶ ρλ = σΣ = σφ. Εἶτι δὲ (11) πφ = ρφ = φζ· τὸ ἄραι πλ = σζ (12). Κοινῆ προσιδέσθω τὸ ρη, καὶ ἔσαι πδ + λη = ρζ. Α' λλὰ τὸ μὲν πδ ἔσι τὸ Ο'ρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῶν τῆς πφ Εὐθείας ἀνίσων Τμημάτων πσ, σφ, τὸ δὲ λη ἔσι (13) τὸ Τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν ρσ, τὸ δὲ ρζ (14) ἔσι τὸ Τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ρφ. Εάν ἄραι Εὐθεία ἢ πφ εἰς ἵσα τμηδῆ κατὰ τὸ ρ, καὶ εἰς ἅντα κατὰ τὸ σ, ἔσαι κτ. Ο. Ε. Δ.

Εκ δὲ δὴ ταύτης καὶ τῆς ἐφεξῆς Προτάσεως ἤργυται ἢ Γεωμετρικὴ κα-

(1) Α'. τὴ β. (2) Γ'. τὴ β'. (3) Δ'. τὴ β'. (4) Μζ. τὴ α'. (5) ΙΑ. τὴ α'. (6) Αυτ. (7) Α. Πόρ. τῆς ἀνωτ. (8) Ορ. λβ. Βιβ. α'. (9) Εκ κατ. (10) ΙΔ. τὴ α'. (11) Εξ ὑτοῦ. (12) Ορ. λβ. Βιβ. α'. (13) Α'. Πόρ. τῆς ἀνωτ. καὶ ΙΔ. τὴ α'. Βιβ. (14) Εκ κατασκ.

τασκενή τῶν Εἴσιστεων τῶν τετραγυωνικῶν καὶ διατελεῖμένων, ὡς ἐπὶ τῆς ΚΗ'.  
καὶ ΚΘ'. τῷ ζ'. Βιβλ. πληρέσερον ἀναπτυχθήσεται.

Εἶναι ἀριθμὸς ὁ 8 εἰς ἵσα τετραγύμνενος 4 καὶ 4, καὶ εἰς ἄνισα 5 καὶ 3. Καὶ  
ἔσαι τὸ Ορθογώνιον  $5 \times 3 = 15$  μετὰ τῆς Τετραγύνης ιχνοῦ = 1, ἵσου τῷ  
Τετραγύνῳ  $4 \times 4 = 16$ .

### Πορέσματα.

Ἐκ διάτετων φανερὸν ὅτι τὸ Ορθογώνιον πσφ τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων Τμι-  
μάτων, ἐλαττόν ἔσαι τῇ ἀπὸ τῆς ἡμισείας πρ., ἢ ἐφ Τετραγύνη.

Οσώ ἔγγιον τῷ μέσῳ ρ τὸ κατὰ τὴν ἄνισον τομὴν Σημεῖον σ γίνεται,  
τοσύτῳ μεῖζον ἔσαι τὸ πσφ Ορθογώνιον. ὅσῳ τε ἀπωτέρῳ ἔχεινο, τοσύτῳ  
ἐλαττοκτῆτο γε. Τὸ γὰρ σ προσιὸν μὲν ἐλαττοῦ, ἀπιὸν δὲ ἐπαύξει τὴν με-  
ταξὺ τῶν τομῶν ρσ, ἐνδευτοῦ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ρσ Τετραγύνων (1) μειωδήσε-  
ται ἀναλόγως, καὶ αὐξηδήσεται. Αὖλα διὰ τὴν ἐν χερσὶ Πρότ. ρσ<sup>T</sup> + πσφ  
= πρ<sup>T</sup>. ὅσῳ ἄρα ἥττου τὸ ρσ<sup>T</sup>, τοσύτῳ μεῖζον ἔσαι τὸ Ορθογ. πσφ, καὶ  
τὸν αυτὸν.

Οσώ ἔγγιον γίνεται τὸ Σημεῖον σ τῇ μέσῳ, τοσύτῳ ἐλαττον ἔσαι τὸ  
ἀδροισμα τῶν Τετραγύνων τῶν ἀπὸ τῶν ἀνίσων Τμιμάτων πσ, σφ. ὅσῳ  
δὲ πορρωτέρῳ, τοσύτῳ μεῖζον ἔσαι τὸ ῥηθὲν ἀδροισμα. Καὶ γὰρ (2) πφ<sup>T</sup> =  
πσ<sup>T</sup> + σφ<sup>T</sup> + 2 πσφ. ἀλλαμήν ἔγγυτέρῳ μὲν τῇ σ τῷ ρ γινομένου μεῖζον  
τὸ πσφ καθίσεται Ορθογώνιον (3), ἀπωτέρῳ δὲ ἐλαττον, τὸ ἄρα σ τῷ  
μέσῳ ρ προσιὸν, ἐλάσσονα τὰ (πσ<sup>T</sup> = σφ<sup>T</sup>) Τετραγύνα τὰ ἀπὸ τῶν ἀνί-  
σων Τμιμάτων, μείζονα δὲ ἀπιὸν ἀπὸ τῇ αὐτῇ ἀναδείκνυται.

Αὖλα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων Τμιμάτων Ορθογώνιον πσφ, τετράκις  
λιφθὲν, ἐλαττόν ἔσαι τῇ ἀπὸ τῆς ὅλης πφ Τετραγύνη. Τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς  
ἡμισείας πρ Τετραγύνων, τετράκις λιφθὲν, ἵσου (4) τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης πφ  
Τετραγύνῳ. Αὖλα τὸ πσφ Ορθογ. (5) ἐλαττόν ἔσαι τῇ ἀπὸ τῆς ἡμισείας  
ρφ, ἢ πρ Τετραγύνη, ἐνδευτοῦ καὶ τὸ πσφ τετράκις, ἐλαττον τῇ ἀπὸ πρ  
Τετραγ. τετράκις. ἐλαττον ἄρα καὶ τῇ ἀπὸ τῆς ὅλης πφ Τετραγύνη. Ο. Ε. Δ.

Ἐὰν Εὔθεται δύο ἵσαι ἀλλήλαις αβ, καὶ γδ, ἀτωτοι κατὰ τὰ Σημεῖα  
τοις δὲ τετραγύναι, ὡς τὸ Ορθογώνιον αεβ τὸ ὑπὸ τῶν Τμιμάτων τῆς ἑτέ-  
ρας ἵσου εἶναι τῷ Ορθογωνίῳ γζδ, τῷ ὑπὸ τῶν Τμιμάτων τῆς ἑτέρας, ἔσαι

(1) ΛΕ. Σ. (2) Δ. τῇ β'. (3) Πόρ. ἀντ. (4) Πόρ. Γ. οὗτος Δ. τῇ β'. (5) Πόρ.  
Δ. τῶν Αὐτέρων.

δὴ καὶ τέτων τὰ Τμήματα ἵστα τῷ ἐτέρῳ τὸ ἔτερον, τῷ μείζονι, καὶ τῷ ἐλάσσονι τὸ ἔλασσον, ἐὰν γέ τὰ Τμήματα ἄνιτα. Εἰς μὲν γὰρ τὰ εἴς της Σημεῖας εἰς ἵστα τέκμηνη τὰς Εὐθείας αβ καὶ γδ, δῆλου ὅτι τὸ μὲν αε = γζ, τὸ δὲ εβ = γδ. Εἰς μὲν δὲ ἀλλώς, τετμήσθωσαν δὴ αἱ αβ καὶ γδ, οὐ μὲν κατὰ τὸ μ., οὐδὲ κατὰ τὸ ν., ἀμφω εἰς ἵστα. Οὕτω γὰρ ἐπεὶ τὰ τέτων ἡμίσιη μβ, καὶ γδ, ἵστα (1) ἐςὶ, πάντως καὶ μβ<sup>T</sup> = νδ<sup>T</sup> (2). Α'λλα γέ τις τὴν Πρότ. μβ<sup>T</sup> = αεβ + με<sup>T</sup>, καὶ νδ<sup>T</sup> = γζδ + νζ<sup>T</sup>, ἀρα (3) αεβ + με<sup>T</sup> = γζδ + νζ<sup>T</sup>. Εἰς μὲν δὲ τὸ μβ<sup>T</sup> = νδ<sup>T</sup>, καὶ δὴ καὶ με = γζ. Τέτων οὖν ταῖς ἵσταις αἱ καὶ γν προσεθεῖσῶν, καὶ ἀπὸ τῶν ἵστων μβ, νδ ἀφαιρεθεῖσῶν, ἔσται (5) αε = γζ, καὶ εβ =

### 33. Ο. Ε.. Δ.

**π. 175. ε'** Τὸ Ορθογώνιον τὸ ὑπό τε τῷ ἀνθροίσματος καὶ τῆς διαφορᾶς δυοῖν Εὐθεῶν πρὸ καὶ ρσ, ἵστον ἐσὶ τῇ διαφορῇ τῶν Τετραγώνων, τῶν ἀπὸ αὐτῶν τέτων τῶν Εὐθεῶν, καὶ γὰρ πσφ + ρσ<sup>T</sup> = πρ<sup>T</sup>. Εἰς μὲν δὲ τὸ μετέρωθεν ρσ<sup>T</sup>, ἔσται πσφ = πρ<sup>T</sup> — ρσ<sup>T</sup>. Εἰπεὶ δὲ πσ, τῶν Εὐθεῶν πρ καὶ ρσ τὸ ἀνθροίσμα ἐστι, καὶ (διότι ρφ = πρ) σφ ἐσὶν οὐ τίτων δικφορὰ, δῆλου τὸ προτεθέν.

### Πρότασις 5.

**π. 176.** „Εἰς μὲν εὐθεῖα Γραμμὴ (αβ) τμηθῆ δίχα (κατὰ τὸ γ), προσεθεῖ „δέ τις αὐτῇ Εὐθεῖα ἐπ’ εὐθείας (οὐ βζ), τὸ ὑπὸ τῆς φλις σὺν τῇ „προσκειμένῃ (αζ), καὶ τῆς προσκειμένης (βζ) περιεχόμενον Ορθογώνιον, „μετὰ τῇ ἀπὸ τῆς ἡμισείας (γβ) Τετραγώνον, ἵστον ἐσὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγ- „κειμένης ἐκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς (ἔστι δὲ „αὗτη οὐ γζ) ἀναγραφέντι Τετραγώνῳ.“

Πρόσθετος ἐπ’ εὐθείας ἐπέρωθεν τὸν λα τὴν τῇ προσκειμένῃ βζ. Καὶ δὴ ἐπεὶ ταῖς ἵσταις αγ καὶ βγ, ἵσται προστέθησαν αἱ αλ καὶ βζ, ἔσι πάντως οὐ λξ εἰς ἵστα τετμημένη κατὰ τὸ γ, καὶ εἰς ἄνισα κατὰ τὸ β.

Α'λλα γὰρ ἐπεὶ ἵσται ἀλλήλαις αἱ λβ καὶ αζ  
Τετραγ. γβ } = Τετραγ. γζ. (6).

Α'λλα γὰρ ἐπεὶ ἵσται ἀλλήλαις αἱ λβ καὶ αζ  
Ορθογών. λβζ = αζβ

(1) ΑἘ. ε. (2) ΑἘ. η. (3) ΑἘ. α. (4) ΑἘ. γ. (5) ΑἘ. β. καὶ γ. (6) ΑΝΘ. ΙΙ.  
τὴν ἀντ.

Λ''ρα Ορθογών. αβ } = Τετραγ. γδ.  
Τετραγ. γδ }

### A λ λ ως.

Κατασκευάσαντες τὸ οχῖμα ὡσπερ καὶ τὸ ἀγωτέρω, ἔξομεν τὸ αὐ Ορθογώνιον, ὑπὸ τῆς ὅλης σύν τῇ προσκειμένῃ (ἴτοι ὑπὸ τῆς αβ) καὶ τῆς προσκειμένης (ἴτοι τῆς γδ). τὸ δὲ καὶ Τετράγωνον ἀπὸ τῆς γδ, ίτις ἐσὶν ίμισεια τῆς αβ. τὸ δέ γε Τετράγωνον ἀπὸ τῆς γδ, ίτις ἐσὶν ή συγκειμένη ἔκτα τῆς ίμισείας καὶ τῆς προσκειμένης. Επεὶ οὖν τὸ Ορθογώνιον Σε-  
ισου ἐσὶ τῷ Ορθογωνίῳ ακ (καὶ γὰρ (1) ακ = κβ = Σε (2)), τὸ δὲ λοιπὸν χωρίον ἐκατέρωσε κόινον, δῆλον τὸ προτεθέν.

Εσω ἀριθμὸς 6 τετραμένος εἰς ίσα 3 καὶ 3, τῷ δὲ προσεδείσθω ἀριθ-  
μὸς 2, καὶ ἐσαι τὸ Ορθογώνιον  $8 \times 2 = 16 + 3 \times 3$  τῷ Τετραγώνῳ 9 =  
 $5 \times 5 = 25$ .

### Πορτσυτα.

Εὰν οὖν τρεῖς Εὐθεῖαι αβ, γδ, βδ ἀριθμητικῶς ὡσιν ἀνάλογοι (του Δ. Σ. 178. τέσιν ἐὰν ή αγ διαφορὰ τῆς πρώτης πρὸς τὴν δευτέρων, ίση ἢ τῇ διαφορῇ γδ τῆς δευτέρας πρὸς τὴν τρίτην), ἐσαι τὸ Ορθογώνιον τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων αβ, καὶ βδ, συνάμα τῷ Τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς διαφορᾶς αγ, ή γδ, ίσαι τῷ Τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης γδ.

Εὐθεντοι καὶ τὸ Ορθογώνιον αν (ἐπὶ τῷ προαιωραφέντος Σχήματος) ε. ἔλαττόν ἐσι τῷ Τετραγώνῳ γε, τῇ ἐλλείψει τῷ Τετραγώνῳ καὶ. Ή δὲ ἐλλει-  
ψεις, τῆς αβ-δοθεσις, ή αὐτὴ φεὶ μένει, ὁσησῦν καὶ τύχοι ή βδ Εὐθεῖα αὐ-  
ξίσεως. Παρὰ δὲ τὴν αὔξησιν αὐτῆς ταύτης τῆς βδ, τὸ Ορθογώνιον αν τῷ Τετραγώνῳ γε μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἐγγυτέρω γίνεται καὶ λόγω καὶ Σχήμα-  
τι, ὡς τὴν διαφορὰν καὶ, πρὸς τὸ Μέγεθος τῶν Σχημάτων αν καὶ γε, ὡς  
μηδὲ λόγις τινὸς οὔταν τέως ὀλιγωρεῖσθαι.

### Πρότασις Z.

„Εὰν εὐθεῖα Γραμμὴ (αβ) τριηδῆ ὡς ἔτυχε (κατὰ τὸ γ), τὸ ἀπὸ τῆς  
,, ὅλης (αβ) καὶ τὸ ἀφ' ἐνὸς τῶν Τμημάτων (αγ), τὰ συναμφότερα Τετράγωνα,  
„

(1) λ. Βιβ. α. (2) μγ. Βιβ. α.

, ισα ἐσὶ τῶς διεύποτῆς ὅλης (αβ) καὶ τῇ εἰρημένᾳ Τμήματος (αγ) περιεχόμενῳ Ορθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς λοιπῆς Τμήματος (γβ) Τετράγυώνῳ.

$$\text{Τετράγυωνος τὸ ἀπὸ αβ} = \text{Ορθογ. βγα δίς; } \left. \begin{array}{l} \text{Τετραγ. αγ.} \\ \text{Τετραγ. γβ} \end{array} \right\} \quad (1)$$

Πρόσθες ἑκατέρωστα Τετράγ. αγ., καὶ ἔσαι

$$\left. \begin{array}{l} \text{Τετράγ. αβ} \\ \text{Τετραγ. αγ} \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} \beta\gamma \text{ Ορθ. δίς} \\ \text{Τετραγ. αγ δίς} \\ \text{Τετραγ. γβ.} \end{array} \right\}$$

**Α'**λλὰ τὸ βγα Ορθογ. δίς, σὺν τῷ Τετραγ. τῷ ἀπὸ αγ δίς, ισα ἐσὶ (2) τῷ ὑπὸ βγα δίς. Εἴ τοι ἂρεις ἀντὶ τῆς βγα δίς, καὶ ἀντὶ τῆς Τετραγ. αγ δίς, ληφθῆ τὸ βγα δίς, ἔσαι.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Τετράγ. αβ} \\ \text{Τετραγ. αγ} \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} \beta\gamma \text{ Ορθογ. δίς} \\ \beta\gamma \text{ Τετραγ.} \end{array} \right\}$$

**A' λ λ w c.**

π. 180.

Κατασκευασθέντος τῆς Σχήματος ως εἶναι τὸ μὲν αδ, Τετράγυωνος τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης αβ, τὸ δὲ αλ, Τετράγυωνος τὸ ἀπὸ τῆς Τμήματος αγ, ἀχθείσης τε τῆς Διαμέτρου εβ, καὶ προσεκβληθείσης τῆς λγ ἔξεγε τὸ 2, ἵτις αἱ τέμνη καὶ τὴν Διάμετρον κατὰ τὸ η, διὰ δὲ τῆς η· Παραδίλλε τῆς αβ καὶ εδ, ἀχθείσης τῆς θι, ἔσονται αἱ θρ καὶ θι Εὐθεῖαι, τῇ τε ὅλῃ αβ, καὶ ἀλλήλαις ισαι (ἀμέλειτοι γὰρ θρ = θα + αρ, καὶ αρ (3) = αγ, καὶ αδ = γη. (4) = γβ (4). ἔνθεντοι θρ = αγ + γβ = αβ = θι (6.).), καὶ θα, θη ὁμοίως τῷ Τμήματι αγ, καὶ ἀλλήλαις ισαι. Εἴπει τοίνυν ισα τὰ δύο Ορθογώνια θδ καὶ θλ, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης αβ, καὶ τῆς Τμήματος αγ· ταῦτα δὲ μετὰ τῆς γη Τετραγυάνα τῆς ἀπὸ τῆς ἑτέρας Τμήματος γβ, τὸ αὐτὸν πλινθεῖ χωρίον, ὃ καὶ τὰ Τετράγυωνα αδ, καὶ αλ, τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ὅλης θη, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς Τμήματος, δῆλον τὸ προτελέν.

Εἶναι ἀριθμὸς 13 ως ἔτυχε τετμημένος εἰς 9 καὶ 4, καὶ ἔσαι 13 × 13 = 169. καὶ 9 × 9 = 81, τὰ συναμφότερα Τετράγυωνα 250, ισα τῷ 13 × 9 = 117, καὶ 13 × 9 = 117, καὶ 4 × 4 = 16, ἀπερ οὖν 250.

(1) Δ. τῇ β'. (2) Γ. τῇ β'. (3) Εἴ κατασκ. καὶ Ορ. ΑΒ. τῇ α'. (4) Λδ. ΒΙΒ. Κ. (5) Α. Πόρ. τῆς Δ. τῇ β'. (6) ΑΔ. τῇ α'.

Διὰ μὲν τῆς Δ'. τῶν τε παρόντος Βιβλίος Προτάσεων τὸ ἀπὸ τῆς Δυωνύμιας ῥίζης παρέσταται ἡμῖν Τετράγυανον, διὰ δὲ τῆς Ζ'. ταύτης, τὸ ἀπὸ τῆς λοιπῆς τῆς ῥίζης Τετράγυανον ὑπεξάγεται, κατὰ τὸ ἐφεξῆς

### Πόρισμα.

Εἳναι ἀπὸ Εὐθείας τῆς αβ, μέρος ἀφαιρεθῆ τὸ αγ, τὸ ἀπὸ τῆς λοιπῆς βγ Τετράγυανον, τῆς τε ἀπὸ τῆς ὅλης αβ, καὶ τῆς ἀπὸ τῆς ἀφαιρεθέντος Τμήματος αγ, συναμφοτέρων τῶν Τετραγύώνων, διαφέρει τῷ δίς ὑπὸ βαγ Ορθογυανῷ τῷ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς ἀφαιριμένης Τμήματος περιεχομένῳ.

Καὶ γὰρ δυνάμει τῆς ἀνὰ χεῖρας Προτ. Ζ'. αβ<sup>T</sup> + αγ<sup>T</sup> = 2βαγ + γβ<sup>T</sup>.  
Εἲναι ἐκκατέρωθεν ἀφαιρεθῆ τὸ 2βαγ, ἔσαι αβ<sup>T</sup> + αγ<sup>T</sup> — 2βαγ = γβ<sup>T</sup>.

### Ο. Ε. Δ.

Τῷ ὅντι δὲ ἐπὶ τῆς ἀγωτέρως ἀναγυρραμένης Σχήματος τὸ γι Τετράγ.  
= Τετραγ. αδ, καὶ Τετραγ. αλ — Ορθογ. θθ — Ορθογ. θλ · τατέσι· βγ<sup>T</sup>  
= αβ<sup>T</sup> + αγ<sup>T</sup> — 2βαγ.

### Πρότασις Η.

„Εἲναι Εὐθεία (λξ) εἰς ίσα τμῆμα (κατὰ τὸ 1), προσεδῆ δέ τις αὐτῇ „  
„Εὐθεία ἐπ' εὐθείας (ή 2ξ), τὸ ὑπὸ τῆς ἡμισείας (ιλ), καὶ τῆς συγκειμένης „  
„έκτε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς (ιξ) περιεχόμενου Ορθογυανού (λιξ), τετράκις ληφθεὶς μετὰ τῆς ἀπὸ τῆς προσκειμένης (2ξ) Τετραγύώνων, ίσου ἐστὶ τῷ Τετραγύωνῳ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς προσκειμένης,  
„ὡς ἀπὸ μιᾶς (λιξ) ἀναγυρραφέντι.

Τετράγ. ιξ } = 2ξιξ Ορθογ. (1).  
Τετραγ. ιξ } 2ξ Τετραγ. (2).

Τατέσιν, ἐπεὶ ἐξ ὑποθέσεως ιι = ιλ, καὶ ιι<sup>T</sup> = λι<sup>T</sup> · καὶ ξιξ = ξιλ = λιξ.

Τετράγ. ιξ } = 2λιξ Ορθογ.  
Τετραγ. λι } 2ξ Τετραγ.

Εἲναι ἄρα τοῖς ίσοις κοινού προσθῆς τὸ 2λιξ, ἔσαι

Τετράγ. ιξ }  
Τετραγ. λι }  
Ορθ. λιξ δίς } 2λιξ Ορθογ.  
Τατέσι (2) Τετράγ. λιξ = 2λιξ Ορθογ.  
2ξ Τετραγ.]

(1) Διὰ τὴν ἀντ. (2) Α. τῷ οὐ.