

ὑπὲ μβγ). καὶ ἔσονται αἱ βγ, αφ Παράληλοι (1), οὐδὲ ὑπὸ φαβ, μεῖζων (2) τῆς ὑπὸ δαβ, τῇ ὑπερσχῇ τῆς ὑπὸ φαδ. Τέτων οὖτω κειμένων, προσληπτέον δίκην Αἴξιώματος καθ' αὐτὸ τὸ γυνώριμον ἔχοντος, ὅτι μεταξὺ τῶν αὐτοῖς αφ ἐπ' ἄπειρον προιγυμένων, δέξεσαι τῇ αμ Παράληλον ἀγαγεῖν τὴν ψφ, ἥτις μεῖζων εἴη τῆς αβ. Εἰλίφθω τῇ φψ ίση οὐ αρ, καὶ ἐπεζεύχθω οὐ ψφ. Εἴπει τοίνυν αἱ αρ, φψ Παράληλοι εἰτιν, αἱ ἐναλλάξ ὑπὸ φψα, καὶ ραψ, ἔσονται (3) ίσαι. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ Πλευραὶ φψ, ψφ, ίσαι ταῖς ρα, αψ (4). Αἴρα καὶ αἱ ὑπὸ ρψα, φαψ (5) ίσαι εἰσί. Καὶ οὐ ρψ Παράληλός (6) ἐστι τῇ αφ. Αἴλλα καὶ οὐ βγ Παράληλός ἐστι τῇ αφ. Αἴρα αἱ ρψ, καὶ βγ (7) Παράληλοι εἰτιν. Εἴσιν ἄρα οὐ βγ καὶ παράληλος τῇ φψ, καὶ ἐγκεκλεισμένη τῷ Τριγώνῳ αρψ. καὶ δὴ ἐπ' ἄπειρον προεκβαλλομένη, καὶ ὅτε τῇ Παραλήλῳ ρψ συμπεσεῖν δυναμένη, οὐδὲ ἐπὶ τὸ αγενέονται (8), τῇ αὐτοῦ προεκβληθεῖσῃ οὐ βγ οὐδὲ ἀνάγκης συμπεσεῖται. Ο. Φ. Δ.

Αὐτὸς δὲ τῷτο ὡδέπως δείκνυμι.

α. 102.

Διὰ τῇ δ Σημείων ἔχθω (9) οὐ δε Παράληλος πρὸς τὴν αβ· προεκβεβλήσθω δὲ ἐπ' εὐθείας τῇ δε οὐ εφ (10) ἐπ' ἄπειρον, ὁμοίως δὲ καὶ τῇ δγ οὐ γχ, καὶ ἔχθω Κάθετος ἀπὸ τῇ α ἐπὶ τὴν δγ προεκβληθεῖσαν (11) οὐ αδ. Μεταξὺ δὲ τῶν δχ, δφ εἰς ἄπειρον διαζευγνυμένων, κοίνων πρὸς ὁρθὰς ἐπὶ τῆς δχ οὐ μλ (12) μεῖζων τῆς αδ· καὶ ἀφηρέθω ἀπὸ τῆς μλ μεῖζονος οὐ φλ ίση τῇ (13) ἐλάσσονι αδ, καὶ ἐπεζεύχθω οὐ ρα, ἥτις (μεταξὺ τῶν Σημείων οὐ καὶ παρεμπίπτεσαν) τεμεῖ τὴν δφ κατὰ τὸ ζ, διὰ δὲ τὰς Καθέτες (ὅρ. λεξί.) αδ, φλ, Παράληλός ἐστι πρὸς τὴν δλ. Διὰ γῆν τῇ Σημείων ζ, ἔχθω Παράληλος τῇ αγ οὐ ζκ. Αὗται δὴ ἔσονται καὶ ίσαι αλλήλαις· ἐπὶ γὰρ ἀπὸ ζ πρὸς θρεπτὰς ἀχθῆ ἐπὶ τῆς δλ οὐ ζι (14), ἐπὶ τῶν Τριγώνων κζι, γαδ, αἱ ὑπὸ ζκι, καὶ ζκ, ίσαι ταῖς ὑπὸ αγδ, καὶ αδγ ἐκατέρας ἐκατέρας (15). Αἴλλα καὶ οὐ Πλευρά ζι ίση τῇ αδ (16). Αἴρα (17) καὶ ζκ ίση τῇ αγ. Καὶ Γωνία δὲ οὐ ὑπὸ βαγ ίση (18) τῇ ὑπὸ δεγ, οὐ δὲ τῇ ὑπὸ εζκ. Αἴρα καὶ ὑπὸ βαε (19) ίση τῇ ὑπὸ εζκ.

Ως εἰπεὶ αγ δέδεικται ίση τῇ ζκ, ἐφχρημότερι (20). Καὶ Γωνία δὲ οὐ ὑπὸ

(1) καὶ. Βιβ. α. (2) Ορ. ιβ. (3) καὶ. Βιβ. α. (4) Εκ κατ. (5) δ. Βιβ. α. (6) καὶ. Βιβ. α. (7) λ. Βιβ. α. (8) Αἴξ. ιγ. καὶ ιδ. (9) λα. Βιβ. α. (10) Αἴτ. β. (11) ιβ. Βιβ. α. (12) ιβ. Βιβ. α. (13) γ. Βιβ. α. (14) ιβ. Βιβ. α. (15) καὶ. Βιβ. α. καὶ διε τὴν κατ. (16) Ορ. λεξ. (17) καὶ. Βιβ. α. (18) καὶ. Βιβ..α. (19) Αἴξ. γ. (20) Αἴξ. ι

βαε, ίση ἔτα τῇ ὑπὸ εἰς ὁμοίως ἐφαρμόσει· ώσταύτως δὲ καὶ ὑπὸ αὐτὸν τῇ
ὑπὸ ζεῖ· καὶ ἐὰν ἄρα νοήσῃς τὸ βαγδ καίμενον ἐπὶ τῇ δὲ Τριγώνῳ, ω̄ςε
τὴν αγ πεσεῖν ἐπὶ ζεῖ, καὶ αβ πεσεῖται ἐπὶ ζεῖ, καὶ γδ ἐπὶ ξεῖ. Α'λλ' αἱ ζεῖ,
καὶ, οὕτως αὐταὶ εἰσιν αἱ αβ, γδ προεκβληθεῖσαι, καὶ συμπίπτεσαι ἐπὶ τὸ δ.
Εἴαν ἄρα κτ. Ο. Ε. Δ.

Πόρισμα Α'.

Ἐκ δὴ τάτη φχνρὸν τὰς μὴ Παραλλήλας Εὔθείας προεκβάλλομένας τέως
συμπίπτει· περὶ δὲ τὴν ἡν ἐνδοιάζειν, διὰ τὸν ἐπαχθέντα λόγου Ορισμ. λεξί.
Ε"σωσαν γάρ Εὔθείας μὴ Παραλληλοί αἱ αβ, γδ, εἰς ἃς ἐμπίπτεσαι ή αγ·
διὰ δὲ τὸ γῆχθω ή γε Παραλληλος πρὸς τὴν (1) αβ. Ε"σονται δὴ αἱ ὑπὸ^α
εγα, καὶ βαγ (2) δυσὶν Ορθαῖς ἴσαι· ἄρα αἱ ὑπὸ δυα, καὶ βαγ (3) δυοῖν Ορ-
θῶν εἰσιν ἐλάσσονες. Α"ρα διὰ τὸ προαποδεδειγμένον Θεώρημα, αἱ αβ, καὶ
γδ συμπεσθνται.

Πόρισμα Β'.

Φανερὸν δὲ καὶ ὅτι ἐὰν Εὔθεία ή γδ ἐπ' ἀπειρον προεκβάλλοιτο, ἀπείρος
Εὔθείας ἀλλήλαις Παραλλήλας, ἐπ' ἀπειρον καὶ αὐτὰς (δεῖσαν) προεκβάλλο-
μένας τεμεῖ, τὰς αβ, εγ, ιδ, ικ. κτ. Εἰ γάρ η αβ Παραλλήλας τῆς εἰς
ἐπίσης (4) ἀφίσαται, τέμνεται δὲ ὑπὸ τῆς γδ, ὥκ ἄρα σώζει καὶ πρὸς αὐτὴν
τὸ παραλληλον. Ή ἄρα δυ ωδὲ πρὸς τὴν εγ ἔσαι Παραλληλος (εἰ γάρ, ήν
αὐτὸν (5) καὶ πρὸς τὴν αβ ήν τέμνει· ὅπερ ὥκ ἔσι (6).)· τέμνει ἄρα η δυ καὶ τὴν
εγ. Διὸ δὲ τὸν αὐτὸν λόγου μηδὲ πρὸς τὴν ιδ, ή ικ, κτ. παραλληλος ωστε
η δυ, τέμνει καὶ ταύτας προεκβληθεῖσαι, καὶ ἀπείρος Παραλλήλας ἐπ' ἀπειρόν.

Πρότασεως ΛΒ'. Μέρος Α'.

„Παντὸς Τριγώνῳ μιᾶς τῶν Πλευρῶν προεκβληθεῖσις, η ἐκτὸς Γωνία
„(ὑπὸ αὐτὸν), δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον (ταῖς κατὰ τὸ α καὶ β) ίση ἔστι.

Η"χθω διὰ τὴν γ τῇ βα Παραλληλος η γε (7)· ἐπεὶ δὲ εἰς αὐτὰς ἐμ-
πίπτει η αγ, ἔσαι (8) η ὑπὸ εγα, ίση τῇ ὑπὸ γεβ· ώσταύτως ἐμπιπτέ-
σις καὶ τῆς βδ, ἔσαι (9) καὶ η ὑπὸ δυε, ίση τῇ ὑπὸ γβα. Ή ἄρα ὅλη
ὑπὸ αγδ, ίση δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον. Ο. Ε. Δ.

α. 103.

α. 104.

α. 105.

(1) ικ. Βιβ. α. (2) ιδ. Βιβ. α. (3) Ορ. ι (4) Ορ. λεξ. (5) ι. Βιβ. α. (6) Διεύ-
πορ. τὸ ανιστ. (7) ικ. Βιβ. α. (8) ιδ. Βιβ. α. (9) ιδ. Βιβ. α.

Πορίσματα.

A. Ή αρα ἔκτὸς ὁκατέρας τῶν ὄντων, καὶ ἀπεναντίον μείζων. Εἶτι δὲ οὐ παρὰ Εὐκλείδην Ις'. οὓς τὴν δεῖξιν εἰς τό δε ὁ Τακτέτιος ὑπερέθετο.

χ. 106. B. Καὶ Γωνιῶν τῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς Βάσεως αβ, μείζων τῆς ὑπὸ αγνώστης, οὐ παρὰ αδβ περιεχομένη. Προαχθείσης γάρ τῆς βδ κατὰ τὸ ε, οὐ παρὰ βδα μείζων τῆς ὑπὸ δεα, οὐ δὲ τῆς ὑπὸ εγδ· τὸ δὲ οὐ τὸ δεύτερον τῆς ΚΑ. Προτ. μέρος, ὅπερ ἐνταῦθα δεῖξαι ὁ Τακτέτιος ὑπέρχετο.

χ. 107. Γ. Ως ἂν Εὔθεται αἱ αβ, αγ ἐπὶ τῆς αὐτῆς Εὔθετας δε, ἀπὸ τῆς αὐτῆς Συμείων απαθῶσιν οὐ μὲν πρὸς ὄρθας οὐ αβ, οὐ δὲ πλαγίως οὐ αγ, κείσεται μὲν οὐ Κάθετος αβ, ἐφ' αὖ μέρη ἐσὶν οὐ ὀξεῖα Γωνία ὑπὸ αγνώστης, οὐ δὲ μὴ πρὸς ὄρθας, τὴν ὄρθην Γωνίαν ὑπὸ αβγ ύποτενεῖ. Εἰ μὴ γάρ, ύποτεινέτω μὲν (κειμένη ἔνθα οὐ αζ) οὐ Κάθετος, τὴν ὑπὸ αγζ Α' μβλεῖαν, ύποτεινέτω δὲ οὐ μὴ πρὸς ὄρθας αγ, τὴν ὑπὸ αζγ Ο' ξείαν· καὶ ὅτως ἔσαι οὐ μὲν ὑπὸ αζε Ο' ορθή (I) μείζων τῆς ὑπὸ αγε Α' μβλείας, οὐ ἔκτὸς τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, οὐ δὲ ὑπὸ αγδ Ο' ξεία (2) μείζων τῆς ὑπὸ αζγ Ο' ορθῆς, οὐ ἔκτὸς τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον (3)· τότε δὲ ἄτοπον (4). Αὕτα κτ.

Προτάσεως ΛΒ'. Μέρος Β'.

„Καὶ αἱ ἐντὸς τῆς Τριγώνων Γωνίαι δυσὶν Ορθαῖς ἔσαι. Διὸ καὶ μοίρας 180 συναποτελεῖσιν.

χ. 108. Μιᾶς γάρ τῶν Πλευρῶν αβ κατὰ τὸ 2 προεκβληθείσης, οὐ ἔκτὸς ὑπὸ ζβγ, δυσὶ ταῖς ἐντὸς (5) καὶ ἀπεναντίον αἱ καὶ γ ἔση ἐστι. Κοινῇ γάρ προσεδείσης τῆς ὑπὸ γβα, δυσὶ ταῖς ὑπὸ ζβγ, γβα (6) αἱ τρεῖς τῆς Τριγώνων ἔσαι εἰσίν. Α' λλ' αἱ δύο δυσὶν Ορθαῖς εἰσιν (7). Καὶ αἱ τρεῖς αρα (8) τῆς Τριγώνων ἐντὸς Γωνίαι δυσὶν Ορθαῖς ἔσαι εἰσί.

Αλλως.

χ. 109. Διὰ τῆς Γωνίας γάρ οὐδὲ παράλληλος τῇ ύποτεινόσῃ αβ (9). Καὶ ἐπεὶ αἱ ἐναλλακτικές οὐ καὶ καὶ αἱ αλλακτικές (10) αλλήλαις εἰσίν· αἱ δὲ τρεῖς ι, ι, ι (11) δυσὶν Ορθαῖς ἔσαι εἰσίν. Αὕτα (12) καὶ αἱ τρεῖς ι, ι, ι δυσὶν Ορθαῖς ἔσαι εἰσί.

(1) Εἴξι ὄποι. (2) Εἴξι ὄποι. (3) Πόρ. α. (4) Ορ. 18. II. 15.¹ (5) Διὰ τὸ α'. Μέρος. (6) Α' Ε. β. (7) ιγ. Βιβ. α. (8) Α' Ε. α. (9) λα. Βιβ. α. (10) κα. Βιβ. α. (11) α. Πόρι. τῆς ΙΙ'. τῷ Α'. (12) Α' Ε. α.

Ἐγὼ δὲ καὶ Αὐλαῖς δείξω.

Ληφθύτῳ ἐπὶ μιᾶς τῶν Πλευρῶν, οἷον τῆς αβ., τυχὸν Συμεῖον τὸ ε., χ. 110. Καὶ ἐπεξεύχθω ἡ γε. Διὰ μὲν οὖν τὸ Α'. Μέρος ἡ ὑπὸ γεβῆτη ταῖς ὑπὸ εαυγ., καὶ αυγε· ὀσαύτως ἡ ὑπὸ γυα, ἵση ταῖς ὑπὸ εβγ., καὶ βγε. Αἱ δύο ἄρκαι αἱ ἐφεξῆς πρὸς τῷ ε., τριστὶ ταῖς ὑπὸ βγα, καὶ γαβ., καὶ αβγ γίσαι εἰσίν. Α'λλ' ἔκειναι δυσὶν Ορθαῖς (1) γίσαι εἰσίν. Αὐραὶ καὶ αὗται.

Πορίσματα.

Οὐτιοσθν εὐθυγράμμις Τριγώνος, αἱ τρεῖς Γωνίαι ἀμα ληφθεῖσαι, εἰ- σὶ γίσαι ταῖς οὐτιοσθν εὐθυγράμμις τριστὶ Γωνίαις ἀμα ληφθεῖσαις.

Καὶ ἡν ἐν Τριγώνῳ μία Ορθὴ καὶ μείζων Ορθῆς· αἱ λοιπαὶ Οξεῖαι εἰσίν, οἵ δὲ Γωνίαι ὑφ' οἵ μη μεγίση τῶν ἐν τῷ Τριγώνῳ Πλευρῶν ὑποτείνει, φέν ποτε (2) Οξεῖα ἐστι.

Μιᾶς δὲ ἐν τῷ Τριγώνῳ Ορθῆς γίσαις, δύο ἀμα αἱ λοιπαὶ μίαν Ορθήν συγκαποτελεῖσι.

Καὶ οἵ δυσὶ ταῖς λοιπαῖς ἀμα ἐν τῷ Τριγώνῳ γίση ἐστα Γωνία, Ορθὴ ἐστι.

Δοθεῖσῶν τῶν μοιρῶν μιᾶς τίνος τῶν Γωνιῶν, φανερὸν ὅσας μοιραὶ καὶ δύο η. αἱ λοιπαὶ ἀμα συγκαποτελεῖσι· καὶ ἀνάπταλιν.

Ἐὰν Τριγώνος αἱ δύο Γωνίαι, οἵτοι ἐκατέρας ίδια, οἵ ἀμα, Τριγώνος ταῖς θ. δυσὶ Γωνίαις, οἵτοι ἐκατέρας ίδια, οἵ ἀμα γίσαι ωσι, καὶ οἵ λοιπή τῇ λοιπῇ γίση ἐσται. Εἴ δὲ τύτε τῇ Πορίσματος καὶ τῆς Κείμενος τὸ Β'. Μέρος ραδίως δείκνυται.

Δυοῖν Τριγώνων ἐὰν Γωνία Γωνίᾳ, μία μιᾶς γίση καὶ αἱ λοιπαὶ ταῖς λοιπαῖς γίσαι ἐσονται, εἰτε ἐκατέρας ἐκατέρας, εἰτε καὶ ἀμα.

Τῆς κατὰ κορυφὴν Γωνίας τῇ Ἰσοσκελεῖς ὁρθῆς γίσαις, τῶν λοιπῶν πρὸς τὴν Βάσιν (3) ήμίσεια Ορθῆς ἐκατέρας γίσαι. Καὶ τῇ Ἰσοσκελεῖς αἱ πρὸς τὴν Βάσιν Γωνίαι οἵσει ὀξεῖαι. Καὶ οἵ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῇ Ἰσοσκελεῖς ἐπὶ τὴν Βάσιν ἀγομένη Κάθετος (4) ἐντὸς πίπτει τῷ Τριγώνῳ.

Η τῇ ἰσοπλεύρᾳ Τριγώνος Γωνία, τριτυμόρια δύο Ορθαῖς μιᾶς περιέχει, ΙΒ. οἵτοι τριτυμόριον ἐν (5) δυοῖν Ορθῶν· ὡς εἰπεὶ Ορθαὶ δύο μοιρῶν εἰσὶν 180, γίσαι διὰ τριτυμόριον δυοῖν Ορθῶν, οἵτοι οἵ τῇ Ἰσοπλεύρᾳ Γωνία μοιρ. 60. Ταῦτα δὲ τριτυμόριά γίσαι δύο Ορθαῖς μιᾶς, οἵτις μοιρῶν γίσαι 90.

(1) ιγ. Βιβ. α. (2) ιη. Βιβ. α. (3) ι. Βιβ. α. καὶ ι. Πόρ. τῶν ἐνταῦθα. (4) Πόρ. ιγ. τῶν ἐνταῦθα. (5) Διὰ ταύτης τὸ Πόρ. τῆς Β. Βιβλ. α.

κ. 111. II. Εντεῦθεν καὶ Γωνίαν ὄρθην τὴν ὑπὸ βαγ, τριχοτομῆσαι δάδιον, Τριγώνου ἰσόπλευρου τὸ αδυ ὅπερ τῆς ἐτέρας τῶν Πλευρῶν αὐ (1) συζήσαντας, καὶ τὴν ὑπὸ δαγ Γωνίαν (2) δίχα τεμόντας. Τῆς γὰρ ὑπὸ δαγ δύο τριτυμόρια Ορθῆς (3) περιεχόσις, εὑδηλον ὅτι τῶν ὑπὸ βαδ, καὶ δαε, καὶ βάγ εἰκάσι Ορθῆς ἔσι τριτυμόρια.

κ. 112. I. A. Απασῶν τῶν ἀπὸ τῆς αὐτῆς Σημείες α, ἐπίτινα Εὔθεταν βγ ἀχθῆναι δυναμένων Εὔθετῶν, ἐλαχίση ἔσιν ἡ Κάθετος αδ. Επεὶ γάρ ἡ ὑπὸ αδὸν Γωνία ὄξεια, ἡ δὲ ὑπὸ αδὸν ὄρθη (4). καὶ ἡ αδ ἐλάσσων ἔσαι (5) τῆς αε καὶ οἰαστῆν αλλις.

IE. Αφ' εὐόρος γε Σημείες ἐπὶ μίαν Εὔθεταν, μίαν μόνην ἔξεσαι πρὸς ὄρθας αγαγεῖν.

I. C. Διὰ δὲ τῆς Α'. Μέρας τῆς ἀνὰ χεῖρας Προτάσεως, καὶ τὴν ἀσέρων Παράλλαξιν, τετέσι τὴν τῆς ἀληθῆς ἀπὸ τῆς φανομένης τόπει διαφορὰν διορίζειν καταμανθάνομεν.

κ. 113. Εἴςω γῆς Κέντρον τὸ α, β δὲ ὅνδα ἐ παρατηρῶν, καὶ δβγ ἡ τῆς ἀσέρος γυγωνιώδης Διάσατις ἡ ἀπὸ τῆς κατὰ κορυφὴν Σημείες δ τῷ παρατηροῦντι καθορμένη· ἔςω δὲ γυγωνιώδης Διάσατις ἡ ὑπὸ δαγ ἡ ἀληθής. Τῇ μὲν οὖν αβγ Τριγώνει ἡ ἔκτὸς Γωνία ὑπὸ δβγ ἡ διὰ τῆς παρατηρήσεως διδομένη, δυσὶ ταῖς ἔντος καὶ ἀπεγαντίον ὑπὸ βαγ, καὶ βγα ἵση (6) ἔσιν. Οὐκοῦν ἡ ὑπὸ βγα, ἔσι τῶν ὑπὸ δβγ, καὶ δαγ διαφορά. Εἰαν οὖν ἡ ὑπὸ δαγ ἡ δὲ ἐπιλογισμῷ γινωσκομένη, ἀπὸ τῆς ὑπὸ δβγ, ἦν ἡ παρατηρήσις διδωσιν ἀφαιρεθῆ, ἡ τέτω τῶν Γωνιῶν διαφορὰ (ἴτοι ἡ ὑπὸ βγα) ἦν Παράλλαξιν ἀποκαλύπτειν, ἔσαι κατάδηλος. Ο. Η. Ε.

12. Φανερὸν δὲ καὶ ἀπὸ τῆς Β'. Μέρας ταύτης τῆς Προτ., ὅτι παντὸς Τριγώνου αἱ δύο Γωνίαι, δύο Ορθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, ἢτις ἦν ἡ ΙΖ'. Πρότ. ἡ εἰς τόδε τῷ Τακτείῳ ὑπερτεθεῖσα.

κ. 114. III. Επὶ τῆς ὄρθογωνίας σκαληνῆ Τριγώνει τῶν ὄξειῶν Γωνιῶν, ὑφ' ἦν μὲν τῶν τὴν ὄρθην Γωνίαν β περιεχετῶν Πλευρῶν, ἡ μείζων βγ ὑποτείνει, ἡμισείας Ορθῆς μείζων ἔσιν (ἴτοι ἡ α). ὑφ' ἦν δὲ, ἡ ἐλάσσων βα, ἡμισείας Ορθῆς ἐλάσσων (ἴτοι ἡ γ). Άι γὰρ ὄξειαι Γωνίαι α καὶ γ ἀμα λιφθεῖσαι (7) Γωνίαν ὄρθην συναποτελεῖσιν. Λόρα ὑφ' ἦν μὲν ἡ μείζων Πλευρὰ βγ ὑποτείνει, ἡμισείας Ορθῆς ἔσι μείζων (8), ἡ α. ὑφ' ἦν δὲ ἡ ἐλάσσων, ἐλάσσων, ἡ γ.

(1) α. βιβ. α. (2) β. βιβ. α. (3) Πόρ. ἀντρ. (4) Πόρ. α. (5) ΙΩ. βιβ. α. (6) Αἱ τὴν ἀνὰ χεῖρας. (7) Αἱ τὸ σ. Πόρ. (8) τη. βιβ. α.

Εὐτεῦντεν καὶ Πύργος, ἦτοι παντὸς Σημείου μετεώρη τὸ ὑψός διὰ τῆς ὥλης ΙΘ. ρχ. 115. σκιᾶς καταμετρεῖν δυνησόμενα. Ήλία γὰρ ὑπὲρ τὸν Οὐρανόντα μοίρας 45 ὑψηλένν, εἰτὴν αἱ τῶν σωμάτων σκιαὶ κατ’ ἐπιπέδῳ προβαλλόμεναι, τῷ ἐκείνων ὑψεῖ ἀκριβῶς ἴσαι. Εἶπεὶ διὰ τὴν ὑπὸ αὐτῷ Οὐρανόν, καὶ τὴν ὑπὸ αὐτῷ ὥμεσιαν (1) Οὐρανός, ἔσαι καὶ ἡ ὑπὸ βασική οὐρανός (2). Τῶν οὖν πρὸς τὴν Βάσιν Γωνιῶν ἴσων ὑπῶν, αἱ Πλευραὶ αἱ, βασική (3) ἔσονται. Καταμετρηθεῖσις ἄρα τῆς βασικής, ἔσαι δῆλη καὶ ἡ αἱ, τὸ τῇ Πύργῳ ἀπὸ τῷ Οὐρανῷ ὑψωμα.

Ἐκ δε διὸ τίτων καὶ Γραμμὴν ἀπρόσβατον τὴν αἱ καταμετρεῖν δύδιον. Κ. ρχ. 116. Τρίγυρην γάρ Ίσόπλευρον τὸ τυχὸν αἱ, τῷ ἐπ’ αὐτὸν Σημεῖῳ καὶ τῇ Πλευρᾷ αἱ πρὸς τῷ τῆς ἀπρόσβατης Σημείως, κατὰ τὴν αὐτὴν ὑποτεθείσα προσκείμενον. Αἱ πὸ δὲ τῷ Σημείῳ αἱ ὥστε Διόπτρας, διὰ Πλευρᾶς τῆς αἱ ὥστε Διόπτρας, πάντα τὰ ἐπὶ τῆς Εὔδελας αὐτῷ Σημεῖᾳ παρατηρείσα, εὑδύτε κατ’ αὐτὴν κινεῖσα, ὥστε διὰ τῆς εἰς Πλευρᾶς κατὰ τὴν γῆν κειμένης, τὸ β τῆς ἀπρόσβατης ἀντικρὺ διοπτάνεσθαι· οὕτω καὶ γὰρ ἡ αὐτῷ βασικὴ ἀπρόσβατω αἱ ἴση ἔσαι. Εἶπε γὰρ τῶν βασικῶν, δασ., κοινὴ μὲν ἡ κατὰ τὸ αἱ Γωνία, ἴσαι δ’ ἀλλήλαις αἱ κατὰ τὸ εἰς γ, ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ αἱ τῇ ὑπὸ αὐτῷ, ἡ λοιπὴ (4) τῇ λοιπῇ. Αἱλλὰ τὸ αἱ ὑπετέλη Ίσόπλευρον εἶναι, καὶ ἐπομένως (5) Ίσογωνίου τὸ ἄρα αὐτῷ Ίσογωνίου, καὶ ἐκ τῇ ἀκολόθεν (6) καὶ Ίσόπλευρον. Ηγένη ἄρα τῇ βασικῇ αὐτῷ ἡ ἀπρόσβατος αἱ.

Σχόλιον.

Τὸ Καλλίστε τεῖδε, καὶ εὐφορωτάτε ἐν Θεωρίμασιν, οὗ πολλὴ διὸ ὅλων τῶν Μαθημάτων ἡ χρῆσις, εὑρετὴν γενέσθαι τὸν Πυθαγόραν Εῦδημος ὁ ἀρχαῖος Γεωμέτρης μάρτυς ἐσί· συνεχῶς δὲ τῷ αὐτῷ μέμνυται καὶ Αριστοτέλης, ὃς καὶ δεῖγμα οἴον αὐτὸν ἀκριβῶς προβάλλεται· ἀποδεῖξεως. Αἱλλ’ ὥσπερ ἐπὶ τῶν Τριπλεύρων ἔγνωμεν ἐκ τέττας τῷ Θεωρίματος, ὃσας Οὐρανοῖς αἱ πᾶσαι τρεῖς Γωνίαι εἰσὶν ισοδύναμοι, οὕτω καὶ ἐπὶ παντὸς Σχήματος εὐδυγράμμια, ὃσας αἱ ἐν αὐτῷ συναποτελεῖσι Γωνίας ὀρθάς, διὰ τῶν ἐφεξῆς τριῶν Θεωρημάτων παρευδητόμενα.

Θεώρημα Α'.

„Παντὸς Τετραπλεύρου αἱ τέτταρες Γωνίαι, τέτρωσιν Οὐρανοῖς ἴσαι εἰσί.

(1) Σχόλ. καγ. Βιβ. α. (2) Πόρ. τ. (3) τ. Βιβ. α. (4) Πόρ. τ. (5) Πόρ. τῆς Ε. Βιβ. α. (6) Πόρ. τῆς τ. τ. α'.

κ. 117.

Επιζευγγύμενης γάρ διὰ τῶν ἀπεναντίον Γωνιῶν τῆς βδ., εἰς δύο Τριγωνα τὸ Σχῆμα ἀναλυθήσεται, ἐφ' ὃν ἐκατέρω αἱ Γωνίαι πᾶσαι δυσὶν (1) Ορθαῖς ἔσαι εἰσί.

Θεώρημα Β.

„Ἐπὶ παντὸς Σχήματος εὐθυγράμμῳ ἀπασαι αἱ Γωνίαι, δὶς τοσαῦ „τας πλὴν τεττάρων, Ορθὰς συναποτελεῖσι Γωνίας, ὅσαι εἰσὶν αἱ το „Σχήματος Πλευραί.

κ. 118.

Α'πὸ ταῦντος τῷ Σχήματος Σημείῳ τυχόντος τῷ α., ἕχθωσαν ἐπὶ πάσαις ταῖς Γωνίαις Εὔθειαι, εἰς τοσαῦτα τὸ Σχῆμα διαμερίζεσαι Τριγωνα, ὅσαι αἱ ἐπ' αὐτῷ Πλευραί. Εἶπεὶ οὖν ἔκαστα τῶν Τριγώνων, δυσὶν Ορθαῖς (2) ἔσαι φέρεστι ταῖς Γωνίαις, πάντα πάντη δὶς τοσαύτας Ορθὰς παρέξεστιν, ὅσαι αἱ τῷ Σχήματος Πλευραί. Α'λλ' αἱ περὶ τὸ Σημεῖον καὶ Γωνίαι (3) τέτρασιν Ορθαῖς ἔσαι εἰσὶν. Εἳν τοις ἀπὸ πατῶν τῶν ἐν τοῖς Τριγώνοις Γωνιῶν, τὰς περὶ τὸ αὐτόν, δὶς τοσαύτας Ορθαῖς ἔσαι πλὴν τεττάρων, καταλειφθήσονται αἱ Γωνίαι, ὅσαι εἰσὶ τῷ Σχήματος αἱ Πλευραί.

Πόρισμα.

Καὶ φανερὸν ἄρα τῶν εὐθυγράμμων Σχημάτων τὰ ἴσαριθμα ταῖς Πλευραῖς, καὶ ὁλικῶς εἰσὶν Γεωγώνια. Οὐπερ ὡκ ἔξω θεώματος.

Πρᾶξις.

Τὸν τῷ Σχήματος Παρονομασῆν διπλασιάσαντι, ἀπό τε τῷ Παραγμένῳ τὸν ἀριθμὸν 4 ἀφελόντι, κατάλοιπος ἔσται ὁ τῶν ὄρθων Γωνιῶν ἀριθμὸς, αἱς αἱ ἐντὸς τῷ Σχήματος Γωνίαι συνεξισθήσανται.

Θεώρημα Γ.

„Ἐπὶ παντὸς Σχήματος εὐθυγράμμῳ, ἀπασαι αἱ ἐκτὸς Γωνίαι τέτρασιν Ορθαῖς ἔσαι εἰσί.

κ. 119.

Αἱ γὰρ ἐφεξῆς δύο, δυσὶν Ορθαῖς (4) ἔσαι εἰσὶν. Λόρα αἱ ἐντὸς ἀμφα πᾶσαι, συνέμα ταῖς ἐκτὸς ἀμφα πάσαις, δὶς τοσαύτας Γωνίαις Ορθαῖς, ὅσαι αἱ τῷ Σχήματος Πλευραὶ, ἔσαι εἰσὶν. Λ'λλὰ καὶ αἱ ἐντὸς ἀμφα πᾶσαι (5)

(1) λβ. Βιβ. α. (2) λβ. Βιβ. α. (3) γ. Πόρ. τῆς ΙΓ. τῷ Δ'. (4) μγ. Βιβ. α. (5) Δ'νατ. Θεώρ. β.

συνάμα τέτταροι Ορθαῖς, δὶς τοσαύταις Ορθαῖς, ὅσαι αἱ τῷ Σχύματος Πλευραὶ, ἵσαι εἰσίν. ΑἜρα αἱ ἐκτὸς μόναι (1) τέτταροι Ορθαῖς ἵσαι εἰσί.

Πόρισμα.

Θαυμαζόν τῷ ὄντι τεττὶ τῶν Εὐθυγράμμων τὸ πάθος· ἔξ ἦ κάκεῖο παρέπεται, ὅτι καὶ τὰ ὀπωστῆν τῷ εἰδει διαφέροντα ἐκτὸς εἰσὶν ὄλικῶς Γογώνια, ὡςε καὶ Τεριγώνια τὰς τρεῖς ἐκτὸς, ἵσας εἶναι ταῖς χιλίαις ἐκτὸς Γωνίαις τῷ χιλιογωνῷ Σχύματος. Τότε δὴ τὸ παράδοξον.

Πρότασις ΛΓ.

,,,**Αἱ τὰς ἵσας τε καὶ Παραλλήλας** (αβ, γδ) ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιγεγυόσαι Εὐθεῖαι (αγ, βδ), καὶ αὐταὶ ἵσαι τε καὶ Παραλληλοι εἰσί.

Επιγευχθείσις γὰρ τῆς αδ, αἵτε ὑπὸ βαδ, καὶ αδγ ἵσαι ἀλλήλαις (2) εἰσὶν, αἵτε αβ καὶ γδ Πλευραὶ (3) ἵσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἢτε αδ κοινή. ΑἜρα καὶ αγ (4) ἵση τῇ βδ. Ο. Η. τὸ Α'.

x. 120.

Αλλὰ καὶ ὑπὸ δαγ ἵση τῇ ὑπὸ αδβ. ΑἜρα καὶ αγ (5) τῇ βδ Παραλληλοις ἐσίν. Ο. Η. τὸ Β'.

Σχόλιον.

Εἳναν Εὐθεῖας δύο Παραλλήλας μὲν, ἀνίστις δὲ, τὰς αβ, γδ, ἐπιγεγυόσαι δύο Εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη αγ, βδ, προεκβαλλόμεναι αὗται αἱ ἐπιγευγυόσαι, συμπεσθεῖται ἐφ' αἱ μέρη ἐσὶν ἢ τῶν Παραλλήλων ἐλάσσων γδ. Εἳναν γὰρ ἀπὸ τῆς μείζονος λιφθῆ (6) βε, ἵση τῇ ἐλάσσονι γδ, ἐπιγευχθῆ δὲ ἢ εγ (7), αἱ εγ, καὶ βδ ἕσονται (8) Παραλληλοι. Οὐκοῦν αἱ ὑπὸ δβε, καὶ βεγ δυσὶν Ορθαῖς (9). ἀλλ' ἐσὶ δὴ ὑπὸ βεγ, μείζων τῆς ὑπὸ (10) εαγ. ΑἜρα αἱ ὑπὸ δβα, καὶ βαγ, δυσὶν Ορθῶν ἐλάσσουνες εἰσὶν. Αἱ ἄρα Εὐθεῖαι βδ καὶ αγ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο Ορθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπεσθεῖται (11).

x. 121.

Πρότασις ΛΔ.

,,Τῶν Παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον Πλευραί τε καὶ Γωνίαις,, ἵσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, καὶ ἢ Διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

(1) Αἴξ. γ. (2) καὶ. Βιβ. α. (3) Εἴς ὑποθ. (4) δ. Βιβ. α. (5) καὶ. Βιβ. α. (6) γ. Βιβ. α. (7) Αἴτ. α. (8) λγ. Βιβ. α. (9) καὶ. Βιβ. α. (10) ιε. Βιβ. α. (11) Σχόλ. τὸ μετὰ τὴν λα. Βιβ. α.

κ. 122.

Καὶ γὰρ (1) ὑπὸ αβγ, καὶ βγδ ἵσαι ἀλλήλαις εἰσὶ· καὶ διοῖως ὑπὸ γβδ, καὶ βγα. Αὖτε (2) αἱ ὅλαι ὑπὸ αβδ, καὶ ὑπὸ αγδ ἵσαι ἀλλήλαις εἰσὶ. Ωσαύτως δειχθύσονται καὶ αἱ λοιπαὶ ἀπεναντίον α., καὶ δ Γωνίαι ἵσαι. Εἶπε μὲν οὖν τῶν γαβ, καὶ γδβ Τριγώνων, δυοῖν ταῖς δυσὶ Γωνίαις ἴσων δειχθεισῶν ἑκατέρας ἑκατέρῳ, καὶ οὐ γε Πλευρὰ κοινή ἐσιν· ἄρα καὶ αβ Πλευρὴ (3) ἴση τῇ γδ, καὶ αγ ἴση τῇ βδ. Ωσε ἵσαι ἀλλήλαις καὶ αἱ Πλευραὶ αἱ ἀπεναντίαι, καὶ δλον δὲ τὸ Τρίγωνον (4) ἴσον εἶναι δλῷ τῷ Τριγώνῳ, τὸ γχζ, τῷ γχζ. Ο. Ε. Δ.

Πορίσματα.

κ. 123. 2^ο *Παραλληλόγραμμον, οὗ οὐ οὐδὲ τῶν Γωνιῶν ὁρθὴ οἷον οὐ καὶ ἔσιν Ορθογώνιον, ἢ τοις καὶ ταῖς λοιπαῖς Ορθαῖς ἔχει. Αἱ γὰρ ἐντὸς δύο, αἱ κατὰ τὸ α καὶ γ (5) δυτὶν Ορθαῖς ἴσαι εἰσίν· οὐ δὲ α Ορθή (6), ἥρχ καὶ οὐ γ. Αἱ δὲ ἀπεναντίον ἴσαι (7). ἄρα καὶ αἱ λοιπαὶ Ορθαὶ εἰσὶ.*

β. *Παραλληλόγραμμα τὰ μίαν μιᾶς ἴσην Γωνίαιν τῶν ἐν αὐτοῖς ἔτερον πρὸς ἔτερον, ἔχοντα, καὶ τὰς λοιπὰς ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἔξει ἑκάσην ἑκάση, καὶ Γοργώνια ἔσαι. Δειχθύσεται δὲ ὡς καὶ τὸ ἀγωτέρω.*

κ. 124. Γ. *Κάντεῦθεν καὶ τῶν Ορέων τά τε ὑπὲρ τὸν Ορίζοντα ὑψη, καὶ τὰς ὁρίζουτείς Γραμμὰς καταμετρεῖν παιδευόμενα· οἷον ἔσω αεικλ ὁργες Πλευρά, επ' αὐτῆς δὲ Γυώμων μέγας, ἢ τι ἔτερον ἀντὶ Γυώμονος ὑπεργάθη, οὕτω πηγυνόδω, ὡς τὴν μὲν τῷ Γυώμονος Πλευρὰν παραλληλον τῷ Ορίζοντι βή, ἀπτεμαι τῆς κορυφῆς α., τὴν δὲ βε· πρὸς ὁρθὰς ἵσχοδη. Εφεξῆς δὲ μετισάδω τὸ ἔργανον ἐπὶ Σημείον τῷ ε, κατὰ εδι, καὶ ιδη προσωτέρω, καὶ κιλ. Εἶπε γὰρ τῶν Παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον Πλευραὶ, καὶ Γωνίαι (8) ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, εἰκός γε συμπληρωμένα τῷ Παραλληλογράμμῳ τὸν μὲν αὐτὸν εἴησι τῇ βε, τὴν δὲ εν, τῇ βη, καὶ τὰς Γωνίας ὑδεν ἥττον· καὶ ἐπὶ τῶν ἀλλῶν Παραλληλογράμμων ὡσαύτως. Ή μὲν οὖν ὁρίζοντειος κειμένη Πλευρὴ τῷ Γυώμονος βα, δε, κτ. τὴν ὁρίζοντειον Γραμμὴν τῷ ὁργε λόρ καταμετρήσει, οὐ δὲ Κάθετος τὸ ὑπὲρ τὸν Ορίζοντα ὑψος αρ, τοσάκις λαμβάνομεναι διλοκότι, ἴσαι γε αἱ τῷ Οργάνῳ ἀλλεπάλληλοι μεταξάσεις καὶ ἐφαρμόσεις.*

κ. 125. 4. *Ἐγτεῦθεν δὲ καὶ ἀσρονομικῷ Τεταρτημορίῳ χρωμένοις, Πύργῳ ὑψος καταμετρεῖται τὸ αβ· ὅπε γχρ οὐ τῷ ὑψώματος Γωνίᾳ ἐν τῷ Τεταρτημορίῳ*

(1) καὶ. Βιβ. α. (2) ΑΞ. β. (3) καὶ. Βιβ. α. (4) δ. Βιβ. α. (5) καὶ. Βιβ. α. (6) ΕΞ ὑποδ. (7) λδ. Βιβ. α. (8) λδ. Βιβ. α.

ήμισεια ἐςὶν Οὐρανὸς τῷ κατὰ τὸ εἰπαράτηρεντι, ἀχθῆτω οὐδὲ πρὸς ὄρθας ἐπὶ τὸν Οὐρανόντα, ἵστηψίς τῷ ἄλλῳ τῷ ὄφελοι τὸ σώματος ἀνασύματι, καὶ διὰ τὸ ὄφελοι εἰς τῇ διβε παράλληλος (1), καὶ ἔσαι πάντως τὸ εἰδέδε Παραλληλόγραμμον ὄρθογώνιον (2), καὶ Πλευρὰ οὐ βούτη, Πλευρᾷ τῇ δε τὸ ἀνασύματος ἴση (3), καὶ θεῖση τῇ βούτῃ, ἥτοι τῇ τὸ παράτηρεντος ἀπὸ τὸ Πύργον ἀποσάσει. Εἴπι μὲν οὖν τὸ Τριγώνον αὗται, τῆς μὲν ὑπὸ αὗται Οὐρανὸς ὕσις (4), τῆς δὲ ὅπερ αειθήμισεις Οὐρανὸς (5) ὁμολογουμένης, ἔσαι δὴ καὶ οὐ υπὸ θεῶν (6) ἡμίσεια Οὐρανὸς, ἢτε θεοί, εἰταν οὐ τὸ παράτηρεντος ἀπὸ τὸ Πύργον ἀπόσασις, ἴση τῇ (7) θεοῖ, ἥτοι τῷ ὑπὲρ τὸν ὄφελον τὸ Πύργον ὑψώματι. Τῇ γενθα προσενείσις τῆς θεοῦ, ἴσης τῇ εδ., τῷ τὸ ὄφελον διλονότι ὑψώματι, παρέσαι τὸ ἔλον τὸ Πύργον ὑψωμα, αβ.

Ἐγενέντεν τελευταῖον καὶ Γεωδαιται Αὐγεῖ παραλληλογράμμον αδ., τὸ Ε. Χ. 126.

Χωρίον δῆσαι διχάζετιν. Εἴπιζευχθείσις γὰρ τῆς Διαγωνίας γε, ταύτης τε τὸ μεταιτάτε Σημεία ε (8) λιφθέντος, ἐποικιδύποτεν Εὔθεια, οἷα οὐ εἰς, διὰ τὸ Σημεία ε ἡγεμένη τὸ χωρίον διχάσεται. Τὸ γὰρ αβγ Τριγωνον (9) ἵσου τῷ γε, τὸ δὲ γένειον τῷ βεη. (διάτε τὰς ὑπὸ ιβε, καὶ θεγε (10) ἐναλλαξίς ἵσαις, καὶ τὰς ὑπὸ ιεβ, καὶ γεδ (11) τὰς κατὰ κορυφὴν, καὶ αὐτὰς ἵσαις, καὶ τὴν γε ἵσην (12) τῇ βε) τυγχάνει (13). Εἳαν οὖν τῷ Τραπεζίῳ αιγεγ, ἀντὶ Τριγώνος τὸ ιεβ, προοδῆς Τριγωνον τὸ γεδ, καὶ Τραπεζίῳ τῷ βεδ, ἀντὶ τῷ εγδ, τὸ ἵσον Τριγωνον ιεβ προοδῆς, ἔσαι τὸ μὲν αιδηγ Τραπέζιον, ἵσον τῷ Τριγώνῳ-αβγ, τὸ δὲ βηδ, τῷ βγδ. Αὐλάκ τὰ Τριγωνα ἵσαι. Αὐρα καὶ τὰ Τραπέζια. Ο. Ε. Δ.

Σ Χ Ό Λ Ι Ο Ν.

Ἐκ τέτευ δὴ τὸ Θεωρήματος καὶ τὸ δρισμῆ, ὅνπερ τὸ δευτέρῳ Βιβλίῳ προτατέον, εὑμαρῶς οὐ τὸ ὄρθογώνιο Παραλληλογράμμον ἐπιφέρεται καταμέτρησις· τὸ γὰρ τοιότευ τὸ χωρίον πολλαπλασιασμῷ τῶν δύο προστεχῶν Πλευρῶν αβ., καὶ βγ παράγεται. Οἶον ἐαν οὐ μὲν αβ ποδῶν ἦ τεττάρων, οὐ δὲ βγ ποδῶν ὀκτὼ, ἀγομένων ἐπὶ 8 τῶν 4, Παραγόμενον ἔσαι τὸ ποδῶν 32 ἀνθροσμα τετραγωνῶν, ὅφελον τὸ τὸ Οὐρθογώνιο χωρίον καταμετρεῖται.

χ. 127.

(1) λα. Βιβ. α. (2) Ορ. λα. καὶ Πόρ. α. τῆς ἀνὰ χείρας. (3) λα. Βιβ. α. (4) κα. Βιβ. α. (5) Εξ ὑποδ. (6) Πόρ. ε. τῆς λαβ'. τῷ α'. (7) λα. Βιβ. α. (8) ε. Βιβ. α. (9) λα. Βιβ. α. (10) κα. Βιβ. α. (11) κα. Βιβ. α. (12) Εξ ὑποδ. (13) κα. Βιβ. α.

Πρότασις ΛΕ.

„Τὰ Παραδηλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς Βάσεως (αβ) ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς Παραδηλοῖς (αβ, γδ) ἵσα ἀδηλοῖς ἔστι.

π. 128. Εἴπει γὰρ αἱ αγ., βε Παραδηλοί εἰσιν, ἐμπίπτει δὲ εἰς αὐτὰς ἡ γδ, ἡ ὑπὸ αγη, τῇ ἔκτῃ ὑπὸ βεδ ἵση (1) ἔστιν. Εἰσὶ δὲ καὶ αγ. ἵση τῇ βε (2), αἵτε γε, οὐδὲ ἵσαι τῇ αὐτῇ τρίτῃ αβ, ἅρα καὶ (3) ἀδηλοῖς. Κοινῆς δὲ προσεδεῖσις τῆς εη, ἔσαι (4) γη ἵση τῇ εδ. Αὕτα τὸ αγη Τριγυωνού, τῷ βεδ Τριγυώνῳ (5) ἵσον ἔστι. Εἰὰν τοίνυν ἀφαιρεθῇ κοινῇ τὸ εθη Τριγυωνού, ἔσαι τὸ αγεθ Τριπέζιον ἵσον βεδη Τριπέζιῳ (6). Κοινῆ προς ενθείσιν τὸ αθβ, οὐ ἔσαι τὸ αγεβ, ἵσον (7) τῷ αιδβ. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις Λς.

„Τὰ Παραδηλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἵσων Βάσεων (βγ, ζη) ὄντα, οὐ „ἐν ταῖς αὐταῖς Παραδηλοῖς (αθ, βη) ἵσα ἀδηλοῖς ἔστι.

Η μὲν βγ ἵση τῇ ζη (8)· ἡ δὲ ζη τῇ εθ (9). Αὕτα βγ ἵση (10) τῇ εθ· εἰσὶ δὲ καὶ παραδηλοί (11). Αὕτα καὶ αἱ ταύτας ἐπιζευγνύσσαι βε, καὶ γθ, ἵσαι τε εἰσὶ (12) καὶ παραδηλοί, καὶ Παραδηλόγραμμον ἅρα τὸ βεδηγ (13). Πρὸς αὐτὸ δὲ τό, τε αβγδ, καὶ τὸ εδηδ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εἰσι Βάσεως, οὐ ἐν ταῖς αὐταῖς Παραδηλοῖς (14) εἰσιν. Εκάτερον ἅρα τῷ τρίτῳ ἵσον (15) ἔστι, καὶ ἀδηλοῖς (16) ἅρα· τὰ δέ εἰσιν ἐπὶ ἵσων Βάσεων, οὐ τ. Αὕτα τ. Ο. Ε. Δ.

Η μὲν οὖν ΚΕ'. οὐ Λς'. ἅμφω καθόλε πέσονται ἐν Προτά. Α': τῷ ι'. Βιβλίοις δεικνύμεναι.

Πορίσματα.

Α. Καν ἅρα εἰς ἅπειρου προεκτείνοιτο τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ὥτοι ἵσης Βάσεως Παραδηλόγραμμον, ἐν ταῖς αὐταῖς Παραδηλοῖς μένον, ἵσον ἐς ἀεὶ ἔσαι.

Β. Καὶ πόλεις ἡ χῶραι παραδηλόγραμμοί τε, οὐ ἴσομεγέθεις ἀδηλοῖς εἶναι ἀν χιλιοπλασίως τὴν Περίμετρον διαφέρεσσαι.

Γ. Καὶ Σχήματα ἴσοπερίμετρα ὅτι πλεῖστον τὰ Εμβαδὸν ποδῶντος διοίστεσσι.

Δ. Καὶ όδε ἀεὶ τὰ ἵσα (ὅ τῷ Κλαβίῳ ὑξιωταῖς (17)) ἐπὶ ἀδηλοῖς ἐφαρμόσεσσι.

(1) ι.ε. Βιβ. α. (2) λδ. Βιβ. α. (3) Α'ξ. α. (4) Α'ξ. β. (5) δ. Βιβ. α. (6) Α'ξ. γ. (7) Α'ξ. β. (8) Ε'ξ ὑποδ. (9) λδ. Βιβ. α. (10) Α'ξ. α. (11) Ε'ξ ὑποδ. (12) λγ. Βιβ. α. (13) ορ. λε. (14) Ε'κ κατ. (15) λε. Βιβ. α. (16) Α'ξ. α. (17) Α'ξ. β.

Σ χόλιον.

Ἐκ τῶν αὐτῶν δὲ Θεωρημάτων, οὐδὲ παντὸς Παραδημογράμματος γεζδ
ρᾶσαι ληφθήσεται καταμέτρησις, πολλαπλασιαζομένης ἐπὶ τῷ ὄψει τῆς Βάσεως. Τὸ γὰρ Εὔμβαδὸν τὴν Ορθογωνίαν γε, οἷς ὅντος (1) τῷ Παραδημογράμμῳ γε, παράγεται ψήφισμα πολλαπλασιαζομένης (2). διὰ βδ, ἵτοι τῆς ισης (3) 2.

Πρότασις ΔΖ.

„Τὰ Τεργυνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς Βάσεως ὄντα (βγ) οὐδὲ ταῖς αὐταῖς „Παραδημοίλοις (βγ, οὐδὲ), οἷσα ἀδημοίλοις εἰσὶ.

Ἐκβληθείσις τῆς αὐτῆς ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη κατὰ τὰ εἰς 2 Σημεῖα, διὰ μὲν τῷ β (4) Παραδημος ἕχθω πρὸς τὸν αὐτὸν βε, διὰ δὲ τῷ γ, Παραδημος πρὸς τὸν βδ οὐ γε.

Γ' σα οὖν ἀδημοίλοις εἰσὶ τὰ γαστρί, οὐ βδγ (5) Παραδημογράμμα. Καὶ εἰς τῷ μὲν γαστρὶ οὐδὲν, τὸ Τεργυνον (6) γαστρί, τῷ δὲ βδγ οὐδὲν, τὸ Τεργυνον βδγ· τὰ δὲ τῶν ισων οὐδὲν (7) οἷσα εἰσίν. Αὖρα τὰ βαγγ, οὐ βδγ Τεργυνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς Βάσεως κτ. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις ΔΗ.

„Τὰ Τεργυνα τὰ ἐπὶ τῶν ισων Βάσεων ὄντα (βγ, εξ), οὐδὲ ταῖς αὐταῖς Παραδημοίλοις (βξ, αδ), οἷσα ἀδημοίλοις εἰσί.

Ἐκβεβλήθω οὐδὲν ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, καὶ διὰ μὲν τῷ β ἕχθω οὐ βη Παραδημος τῇ γα (8), διὰ δὲ τῷ 2, ἕχθω οὐ δειπνος Παραδημος τῇ εδ. Εἴπει οὖν οἷσα τὰ Παραδημογράμμα βισσού, οὐ εδειπνος (9), εἰς δὲ αὐτῶν οὐδὲν (10) τὰ Τεργυνα βαγγ, οὐ εδειπνος τὰ ἄρα (11) βαγγ οὐ εδειπνος οἷσα ἀδημοίλοις εἰσί. Ο. Ε. Δ.

Καὶ αὗται δὲ αἱ Προτάσεις εἰν τῇ Α' τῷ εἰ. Βιβλία καθάλε κείσονται.

Σ χόλιον.

Τὰ αὐτὰ δὲ κάντασθα ἐπὶ τῶν Τεργυνών συμπιεστέον, ἢ φεύγασσιν ἀγωτέρω (12) ἐπὶ τῶν Παραδημογράμμων οἵμην συσημείωται.

(1) λα. βιβ. α. (2) Σχόλ. τῆς ΛΔ. τῷ α. βιβλ. (3) Ορ. λα. (4) λα. βιβ. α.
(5) λα. βιβ. α. (6) λα. βιβ. α. (7) Α' ξ. ε. (8) λα. βιβ. α. (9) λα. βιβ. α. (10)
λα. βιβ. α. (11) Α' ξ. ε. (12) Πόρ. μετὰ τὴν λα.

Πόρισμα.

κ. 133.

Εντεῦθεν δὲ καὶ Τρίγωνον τὸ τυχὸν χωρίου αβγύ ἐπὶ τῶν ἀγρῶν ῥῆσα τοῖς Γεωδαιταῖς διχάζεται, τῆς μὲν Βάσεως αγ γίχα τεμνομένης, Εὔθειας δὲ τῆς βδ ἐπιζευγνυμένης. Τὰ γὰρ αβδ, καὶ δβγ Τρίγωνα ἰσοῦψῆτε ὅντα, καὶ οἵσας ἔχοντα τὰς Βάσεις (1), οἵσαι ἀλλήλοις ἐσὶ, διὰ τὴν ἀγωτέρω.

Πρότασις ΛΘ.

„Τὰ ισα Τρίγωνα (βαγ, βδγ) τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς Βάσεως (βγ) καὶ „, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἐν ταῖς αὐταῖς Παραλλήλοις (βγ, αδ) εἰσί.

Εἰ μὴ γὰρ, εἴςω Παράλληλος ἡ αε, προιγυμένης (2) βδ, ἢ γῆν ἡ αξ, καὶ ἐπιζευχθήτω ἡ εγ, ἢ γῆν ἡ ζγ (3). Καὶ εἴςας ἄρα τὸ βεγ, ἢ τὸ βζγ ισον (4) τῷ βαγ. Αὖλαὶ καὶ τὸ βδγ ισον (5) τῷ βαγ. Αὖρα (6) τὸ βεγ, ἢ τὸ βζγ ισον εἴςας τῷ βδγ· τὸ ὅλον τῷ μέρει, ἢ γῆν τὸ μέρος τῷ ὅλῳ. Τὸ δὲ ἀδύνατον (7)· οὐδέν ἡ αε ἄρα ὑπὲρ τὴν αδ, οὐδέν ἡ αξ ὑπὸ τὴν αδ Παράλληλος ἐσι τῇ βγ. Καὶ Παράλληλος ἄρα ἡ αδ. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις Μ.

„Τὰ ισα Τρίγωνα (βαγ, δεξ) τὰ ἐπὶ τῶν ισων Βάσεων (βγ, δξ) δγ. „τα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἐν ταῖς αὐταῖς Παραλλήλοις εἰσί.

κ. 135.

Εἰ μὴ γὰρ, ἵχδω (8) διὰ τὴν Παράλληλος ἡ αδ, προεκβληθείσης τῆς δε κατὰ τὸ δ, ἡ ακ, καὶ ἐπεζεύχθω (9) ἡ δξ, ἢ γῆν ἡ κξ· καὶ εἴςας ἄρα τὸ δδξ, ἢ τὸ δκξ ισον (10) τῷ βαγ. Αὖλαὶ καὶ τὸ δεξ εἴςιν ισον (11) τῷ βαγ. Αὖρα (12) τὸ δδξ, ἢ γῆν τὸ δκξ ισον εἰς τῷ δεξ, τὸ ὅλον τῷ μέρει, ἢ γῆν τὸ μέρος τῷ ὅλῳ· τὸ δὲ ἀδύνατον (13). Οὐδέν ἡ αδ ἄρα, οὐδέν ἡ ακ, ἢ δέ εἶτέρατις, ἀλλ' ἡ μόνη ἡ αε Παράλληλος εἰσι πρὸς τὴν βξ. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις ΜΑ.

„Ἐὰν Παραλλήλογραμμον (τὸ αβγδ) Τριγώνῳ (τῷ βεγ) Βάσιν τε ἔχῃ „τὴν αὐτὴν (βγ), καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς Παραλλήλοις γῇ (αε, βγ), διπλάσιον εἴςας „τὸ Παραλλήλογραμμον τῷ Τριγώνε.

(1) Εκ Κερ. (2) Λα. Βιβ. α. (3) Αιτ. α. (4) λξ. Βιβ. α. (5) Β'ξ θνο. (6) Α'ξ. α. (7) Α'ξ. δ. (8) Λα. Βιβ. α. (9) Αιτ. α. (10) λη. Βιβ. α. (11) Β'ξ θνο. (12) Α'ξ. α. (13) Α'ξ. δ.

Επιζευχθείσης τῆς αγ (1), τὸ βαγ Τρίγωνος (2) ἵσου τῷ βεγ. Α' Δά **α.** 136.
τὸ αβγδ (3) διπλάσιον τῆς βαγ, ἄρα (4) καὶ τῆς βεγ. Ο. Ε. Δ.

Πορίσματα.

Τὸ ἄρα ἐπὶ τῆς ἑτέρως τῶν τῆς Παραλληλογράμμων Πλευρῶν ὡς ἐπὶ Βά- **Α.** **α.** 137.
σεως αβσυνεδός, οὐκέπὶ τὴν ἀπεναντίον ἐκείνη γε Πλευρὰν τῇ κορυφῇ ε προσ-
πίπτον αεβ Τρίγωνον, ἡμίσειά ἐσι τῆς Παραλληλογράμμων αβδγ.

Καὶ ἔαν ἀπὸ τῆς μεσαιτάτης Σιμεία γ, μιᾶς τῶν Πλευρῶν αβ τῆς Πα- **Β.** **α.** 138.
ραλληλογράμμων, ἐπὶ τινα τῶν ἐφ' ἔτερα τὰ μέρη Γωνιῶν δ, ἐπιζευχθεῖη ἡ
γδ, Τρίγωνον συζήσεται τὸ γδβ, τῆς Παραλληλογράμμων τεταρτημόριον.

Συστάτως δὲ καὶ τὸ ἐπὶ τῆς ἡμίσειας τῆς Πλευρᾶς ὡς Βάσεως, ἐπὶ τὴν Γ'. **α.** 139.
ἀπεναντίον περιτύμοριον, τεταρτημόριον ἐσι τῆς Παραλληλογράμμων Τρί-
γωνον.

Σχόλιον.

Ἐκτε τῆς προκειμένης, καὶ τῆς προσημένης τῇ Λεξ. **Σχολίῳ**, φανερὸν **α.** 140.
ὅτι παντὸς Τρίγωνος αβγ τὸ Εὐμβαδὸν παράγεται πολλαπλασιασμῷ τῇ ὑψε
βδ διὰ τῆς ἡμίσειας τῆς Βάσεως αγ, ἢ γεν πολλαπλασιασμῷ τῆς Βάσεως αγ,
διὰ τῆς ἡμίσειας τῆς ὑψε βδ. Καὶ ἔαν ἄρα δοῦῃ μία. ἡτοι τῆς Τρίγωνος Πλευ-
ρᾶ, οὐ προσέτι τὸ τῆς αὐτῆς ὑψος, τυτέσιν ἡ ἀπὸ τῆς ἀπεναντίον Γωνίας ἐπὶ
τὴν δοθεῖσαν Πλευρὰν, ἦν γε δέη προαχθεῖσαν Κάντετος, δόδιον ἐσαι τὴν
ἀκριβῆ τῆς Τρίγωνος λαβεῖν κατακέτησιν. Οἶον ἔαν ἡ μὲν Βάσις αγ ποδῶν ἡ
100, τὸ δὲ ὑψος βδ ποδῶν δὸς εἰπεῖν 85, πεπολλαπλασιάδω 50 διὰ 85,
καὶ προκύψοι 4250 Πόδες τετράγωνοι, ὑφ' ὧν τὸ Εὐμβαδὸν τῆς αβγ Τρίγωνος
συναπαρτίζεται. Τὸ δὲ δὴ ὑψος, ἡτοι ἡ Κάντετος βατῆ μὲν ὅντος τῆς Τρίγωνος,
ὑδὲν ἡττον ἢ αἱ Πλευραὶ, μηχανικῶς ἡμῖν ἐπιγνωσθεῖσαι, αβάτε δὲ, γυσ-
ματρικῶς διὰ τῆς ΙΒ. καὶ τῆς ΙΓ'. Βιβλίον (ὡς ἐν τῷ ἐκεῖσε **Σχολίῳ**)
ἐσαι κατάδηλον.

Ἐπὶ τῆς ὁρθογωνίας Τρίγωνος, τὸ ὑψος θατέρως τῶν περὶ τὴν ὁρθὴν Γω-
νίαν Πλευρῶν ταυτίζεται. Εὐθευτοι καὶ ταύτης ἡ ἡμίσεια τῇ ἑτέρῳ ὅλῳ πολ-
λαπλασιασθεῖσα, τὸ Εὐμβαδὸν τῆς Τρίγωνος παρέξεται.

(1) Μή. α. (2) λ.β. Βιβ. α. (3) λ.β. Βιβ. α. (4) Α'ξ. 50

Πρότασις ΜΒ.

„Τῷ δοθέντι Τριγώνῳ (αγν) ἵσου Παραλληλόγραμμον (δεξ) συνή-
„σαθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ Γωνίᾳ (δ).“

κ. 141. Βάσιν τὸν αβ δίχα τεμῶν (1) κατὰ τὸ δ, καὶ πρὸς τῷ δ Σημεῖῳ τῇ δο-
θείσῃ Γωνίᾳ δ, οἰσιν θέμενος (2) τὴν ὑπὸ εδβ, ἀγαγώντε διὰ μὲν β Πα-
ραλληλού τῇ δε, διὰ δὲ γ Παραλληλού (3) τῇ αβ, ἔξεις τὸ δεξ Πα-
ραλληλόγραμμόντε, καὶ ἐν Γωνίᾳ ἵσῃ τῇ δοθείσῃ (4) συνεπός, καὶ δὴ καὶ
(ἐπιζευχθείσης τῆς (5) γδ) διπλάσιον (6) τῷ Τριγώνῳ βγδ· κάντευθεν καὶ
ἵσου (7) τῷ βαγ, διπλασίον καὶ αὐτῷ (8) τῷ βγδ πεφυκότι.

Πόρισμα.

κ. 142. Δοθέντι τῷ αγν Τριγώνῳ ἔξεις λαβεῖν καὶ ἵσου Ορθογώνιον, ἀχ-
θείσης μὲν διὰ γ Παραλλήλε (9) τῇ αβ, δίχα δὲ τημθείσης τῆς αβ (10)
κατὰ τὸ ζ, καὶ ἀπὸ τῷ β Καθέτε (11) ἀχθείσης τῆς βε· τὸ γὰρ ὑπὸ
ζβ, καὶ βε ἔσαι τὸ ζητέμενον.

Πρότασις ΜΓ.

„Παντὸς Παραλληλογράμμου (αβγδ) τῶν περὶ τὴν Διάμετρον (αγ)
„Παραλληλογράμμων (ηζ, εδ), τὰ Παραπληρώματα (κβ, κδ) ἵσα ἀλλή-
„λοις ἔσι.

κ. 143. Τὰ γὰρ αδγ, καὶ αβγ Τριγωνα (12) ἀλλήλοις ἔσιν, ὡσαύτως δὲ
καὶ ηζγ ἵσου κηγ, καὶ αδκ ἵσου αεκ· ἐὰν οὖν ἀπὸ τῶν ἵσων ἀφέληται τὰ ίσα,
λοιπὸν τὸ κδ, λοιπῷ τῷ κβ (13) ἵσου ἔσαι.

Πρότασις ΜΔ.

„Παρὰ τὴν δοθεῖσαν Εὐθεῖαν (αβ) τῷ δοθέντι Τριγώνῳ (γ) ἵσου Πα-
ραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐν τῇ δοθείσῃ Γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ (δ).“

κ. 144. Συεισάθω Παραλληλόγραμμον (14) τὸ ηδ ἵσου τῷ δοθέντι Τριγώνῳ
γ, ἐν Γωνίᾳ δοθείσῃ τῇ ὑπὸ ηδη, καὶ προωχθήτω ἐπ' εὐθείας τῇ ιδ (15)
η δε ἵση (16) τῇ δοθείσῃ αβ. Εἴχαχθήτω δὲ καὶ η κη κατὰ τὸ συνεχές,

(1) Ι. Βιβ. α. (2) κγ. Βιβ. α. (3) λα. Βιβ. α. (4) Εκ κατ. (5) ΑΙτ. α. (6)
μα. Βιβ. α. (7) ΑΞ. ι. (8) λη. Βιβ. α. (9) λα. Βιβ. α. (10) ι. Βιβ. α. (11) ιβ.
Βιβ. α. (12) λδ. Βιβ. α. (13) ΑΞ. γ. (14) μβ. Βιβ. α. (15) ΑΙτ. β. (16) γ. Βιβ. α.

εἰ διὰ τῆς εἴχθω εἰς Παράλληλος (1) τῇ δη, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ (10) Σῇ, καὶ προεκβεβλήσθω ὡς εἰς συμπεσεῖν (2) τῇ καὶ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ λ. Καὶ διὰ τῆς λ. ἀχθήτω Παράλληλος (2) τῇ θε ἡ λμ., καὶ ταύτη συμπιπτέτωσαν αἱ ιδ., ζε προεκβληθεῖσαι κατὰ τὴν μ. (συμπεσεῖνται δὲ πάντως, ἀτε δὴ ἀπ' ἐλαττόνων, ἡ δύο Ορθῶν, τῶν ὑπὸ λθν., καὶ λζμ., μετὰ τῆς ὑπὸ ζλμ., ἐκβιβλόμεναι (3)). φυμὶ δὴ τὸ δι Παραλληλογραμμον εἶναι τὸ ζιτέμενον.

Καὶ γάρ τὸ δι ισον τῷ δι (4). ἀλλὰ δὲ ισον τῷ δοθέντι Τριγώνῳ (5) γ. Αὐταὶ καὶ δι, ισον (6) τῷ Τριγώνῳ γ. Συνέση δὲ καὶ Γωνία ἡ ὑπὸ θδη ιση (7) τῇ δοθείσῃ Γωνίᾳ δ. ἡ δὲ ὑπὸ θδε ιση τῇ θδη (8). Αὐταὶ καὶ ἡ ἐν τῷ παραβεβλημένῳ Παραλληλογράμμῳ Γωνία ὑπὸ θδε, ιση ἐσὶ τῇ δοθείσῃ (9) Γωνίᾳ δ. Ή δὲ Πλευρὴ δε, ιση (10) καὶ αὐτὴ τῇ δοθείσῃ Εὐθείᾳ αβ. Αὐταὶ κτ. Ο.Ε.Π.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τέτε φανερὸν, πῶς ἂν εἴη καὶ παρὰ τὴν δοθεῖσαν Εὐθείαν παραβαλεῖν ισοντε, καὶ ισογώνιον τῷ δοθέντι Παραλληλόγραμμον.

Σχόλιον.

Ἐκ τῆς Προτάσεως καὶ τῆς προσεδέντος Πορίσματος, τὸν γεωμετρικὴν Διαίρεσιν εἴλα τις ἐσὶ διδασκόμενα. Καθάπερ γάρ τὸν διὰ Πολλαπλασιασμῷ Παραγόμενον ἀριθμὸν, δίκην Ορθογώνια τινὸς εὐλόγως θεωρεῖμεν, οὐδὲ δύο αἱ τυχεῖσαι προσεχεῖς Πλευραὶ εἰσιν οἱ Παράγοντες (11), οὕτως ἡμῖν καὶ ἀντὶ μὲν Διαιρετέως τὸ Ορθογώνιον κείσεται, ἀντὶ δὲ τῆς Διαιρέτου καὶ τῆς Πηλίκας, αἱ περὶ ἐκάσην τῶν Γωνιῶν Πλευραὶ προσληφθήσονται. Εἶπει δὲ τὸν κείμενον Διαιρετέον ἀριθμὸν, διαφέρεστι τοῖς Διαιρέταις μερίζοντες, διαφέροντα καὶ τὰ Πηλίκα ποριζόμενα· διὰ τέτο δὴ Ορθογώνιον χωρίου δοθὲν, τῇ τυχεῖσῃ Εὐθείᾳ, ὡς Πλευρᾶς παραβαλεῖν δυνητόμενα, ἢ πρὸς ὄρθας ἐτέρατις ἐπικείσεται, ἀντὶ τῶν Πλευρῶν τῆς ἐτέρας. Οἷον ἔσω Ορθογώνιον τὸ αβ., ἐκ δυοκαὶ δεκατετραγώνων ποδῶν συνισάμενον, ἢ Πλευραὶ ἡ μὲν αγ τριποδιαία, ἡ δὲ αἱ τετραποδιαία. Εἶσω δὲ ισομέγενες Ορθογώνιον παρὰ Πλευρὰν διποδιαίαν (ἵτις ἀντὶ Μερισθεῖσαι) παραβαλεῖν, ὡς ἐντεῦθεν Πλευρὰν ὅτεραν ἀναφανῆναι, ἥτε ἂν ὡς Πηλίκου λογίζειτο. Εἶπι τῆς αἱ προαχθείσις εἰλήφθω

σ. 145.

(1) λα. Βιβ. α. (2) Αἴτ. α. (4) Θεόρ. πρὸ τῆς λβ'. (3) λα Βιβ. α. (4) Θεόρ. πρὸ τῆς λβ'. (5) μγ. Βιβ. α. (6) Εκ Καρ. (7) Αἴτ. α. (8) Εκ κατ. (9) μ. Βιβ. α. (10) Αἴτ. α. (11) Εκ κατ.

Γραμμή διποδιαία ἡ εδ., παρό μὲν παραβεβλήθω (1) Οὐρανώντον τὸ εὑ ίσον τῷ αβ. Οὕτω γὰρ ἡμῖν καὶ ἡ ἑτέρα τῇ Οὐρανώντες Πλευρὰ προκύψει ἡ εἰ ἐξαποδικία, ἥτις ἔσαι Πηλίκον τὸ ζητήμενον. Εἴπειδη δὲ διὰ τὰ Παραλληλόγραμμα βδ αι, αἱ Εὐθεῖαι βδ, αεὶς εἰσὶ ταῖς Εὐθεῖαις εδ., ζι (2) ἑκατέρη ἑκατέρᾳ, εἰς Πρᾶξιν ἀλις ἔσαι, ἐχὺν ἐπὶ τῆς γυβ προκχθείσις λιφθῆ ἡ βδ διποδιαία, καὶ διὰ τῶν Σημείων δὲ καὶ εἰ χρῆ Εὐθεῖα ἡ δε κατὰ τὸ συνεχὲς προσιβαλλομένη, ὡςε συμπεσεῖν (3) τῇ Εὐθείᾳ γα κατὰ τὸ συνεχὲς προσιβαλλομένη ἐπὶ τὸ ζ. ἔσαι γὰρ ἡ αἱ Εὐθεῖα ἡ ζητεμένη. Τὸ δὲ τῆς τοιασδε Διαίρεσεως εἶδος Παραβολὴ ἵκεσε, τῇ Οὐρανώντες χωρίς αβ (ἢ τῇ ίσῃ ἐκείνῳ) παρὸ τὴν Εὐθείαν βδ (ἢτοι τῇ ίσῃ εδ) παραβαλλομένη. Τάτα δὲ ἔνεκα καὶ ἡ Διαίρεσις Παραβολὴ τὰ πολλὰ ἐξωνόμασαι τοῖς ἀρχαιοτέροις Γεωμετραῖς, οὐ καὶ τὴν διὰ Κανόνος καὶ Διαβήτω Γεωμετρικὴν κατασκευὴν, τῆς ἐν ἀριθμοῖς δὲ ἐπιλογισμῶν τελευτένις, προσφυεσέραν φούτο τυγχάνειν καὶ κρείττονα.

Πρότασις ΜΕ.

„Τῷ δοδέντι Εὐθυγράμμῳ (βαγ) ίσον Παραλληλόγραμμου συγίσταθαι,
„πρὸς τὴν δοδεῖσαν Εὐθείαν (ιπ) καὶ ἐν τῇ δοδεῖσῃ εὐθυγράμμῳ Γωνίᾳ (δ).

σε 146.

Αὐταλελύθω τὸ Εὐθύγραμμον, εἰς Τρίγωνα ὅτα ἂν οἴοντε οἱ, τὰ φ, χ, ψ· παρὰ δὲ τὴν δοδεῖσαν Εὐθείαν ιπ (4) Παραλληλόγραμμον παραβεβλήθω τὸ ιυ, ἐν τῇ κατὰ τὸ ι Γωνίᾳ ίσῃ τῇ δοδεῖσῃ δ, ίσον τῷ Τριγώνῳ φ. Ωσαύτως παρὰ τὴν οὐ παραβεβλήθω τὸ οσ ίσον τῷ Τριγώνῳ χ, καὶ παρὰ τὴν τσ τὸ τω, ίσον τῷ Τριγώνῳ ψ. Φημὶ δὴ ὅτι τὸ ιω Παραλληλόγραμμον ἔσι τὸ ζητήμενον. Εἴπειοῦν ἡ ὑπὸ υρτ, ίση τῇ κατὰ τὸ ι, ίσαι γὰρ ἄμφω τῇ δοδεῖσῃ (5), ἡ δὲ κατὰ τὸ ι καὶ ὑπὸ ιρυ δυσὶν Οὐραῖς (6) ίσαι εἰσὶ, καὶ αἱ ὑπὸ ιρυ, καὶ υρτ δυσὶν Οὐραῖς (7) ίσαι ἔσονται, καὶ ἐπομένως αἱ ιρ καὶ τε (8) ἐπ' εὐθείας ἔσονται κείμεναι. Παραπλησίως δὲ δειχθήσονται καὶ αἱ ρτ, καὶ λτ ἐπ' εὐθείας κείμεναι, ὡςε μίαν εἶναι Εὐθείαν τὴν ιλ. Πάλιν αἱ ὑπὸ τρυ, καὶ συρ (9) δυσὶν Οὐραῖς ίσαι εἰσίν. Αὐλαὶ καὶ αἱ ὑπὸ τρυ καὶ ιρυ δυσὶν Οὐραῖς ίσαι ἐδείχθησαν, ἐὰν ἀρχ κοινὴ πέφαιρεθῆ ἡ ὑπὸ τρυ, ἔσαι ἡ ὑπὸ συρ (10) ίση τῇ ὑπὸ ιρυ. Κοινὴ προσήφθω ἡ ὑπὸ ρυπ, καὶ ἔσονται αἱ ὑπὸ ιρυ καὶ ρυπ, ίσαι ταῖς ὑπὸ συρ, καὶ ρυπ (11). Αὐλαὶ ἐκεῖναι δυσὶν Οὐραῖς (12)

(1) Διὰ τὸ ἀντ. Πόρισμα. (2) Λθ. Βιβ. α. (3) Πόρ. α τῇ Σχολίῳ τῇ μετὰ τὴν
ΛΛ. Πρότ. (4) μδ. Βιβ. α. (5) ΑἘξ. α. καὶ ἐκ Κατ. (6) καὶ. Βιβ. α. (7) ΑἘξ. β. (8)
ιδ. Βιβ. α. (9) Εἰς κατ. καὶ καὶ. Βιβ. α. (10) ΑἘξ. γ. (11) ΑἘξ. β. (12) καὶ. Βιβ. α.

ισας εἰσίν, ἄρα καὶ αὗται αἱ ὑπὸ συρ, καὶ ρυπ (1) δυσὶν Οὐραῖς ισαὶ εἰσί. Καὶ κείνται ἄρα ἐπ' εὑδεῖας, καὶ (2) αἱ πυ, καὶ συ. Ωσαύσως δὲ δεῖξω καὶ τὰς υσ, ωσ ἐπ' εὑδεῖας εἶναι κέιμένας, ὡςε καὶ τὴν πω μίαν Εὔδεῖαν εἶναι. Εἴπειδή γε
ἡ μὲν οἱ ιση τῇ πυ, ἡ δὲ φτ ιση τῇ υσ, ἡ δὲ τλ ιση τῇ σω (3): ἄρα καὶ
ὅλη ἡ ίλ (4) ιση ὅλῃ τῇ πω ἐσίγ. Αὐλακήν καὶ αἱ ὑπὸ λιπ καὶ ιπω δυσὶν Οὐρ-
αῖς ισαὶ (εἰσὶ γάρ αἱ ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰς αὐτὰ μέρη τῆς Παραλληλογράμμων)
(5) εἰσίν. Αὐραί ιδε καὶ πω παραλληλοι εἰσίν (6). Εἴδειχθησαν δὲ καὶ ισαὶ
αἱ ἄρα ιπ καὶ λω (7) καὶ ισαὶ, καὶ Παραλληλοι εἰσί· καὶ ἔσιν ἄρα τὸ πλ Πα-
ραλληλόγραμμον. Αὐλ' ἔσι δὴ τὸ μὲν φ Παραλληλόγραμμον ισον τῷ φ Τρι-
γώνῳ, τὸ δὲ χ τῷ χ, τὸ δὲ ψ τῷ ψ (8). Αὐραί καὶ τὸ ὅλον Παραλληλό-
γραμμον πλ, τῷ δλω Εὔδυγράμμῳ βαγ (9) ισον ἔσι. Παρεβλήθη δὲ τὸ
Παραλληλόγραμμον καὶ παρὰ τὴν δοθεῖσαν Εὔδεῖαν τὴν ιπ, καὶ ἐν Γωνίᾳ τῇ
κατὰ τὸ ι, ιση τῇ δοθεῖσῃ ιπ, γέγονεν ἄρα Ο. Ε. Π.

Σ χ ó λ ι ο ν.

Εἴ δὲ ταύτης τῆς Προτάσεως καταφανὲς, καὶ πῶς ἔσαι Παραλληλόγραμ-
μον ἐν τῇ δοθεῖσῃ Γωνίᾳ συζήσαθαι, ισον δυσὶν ἡ πλείστη Εὔδυγράμμοις
ἀμα ληφθεῖσι.

Π ό ρ ι σ μ α.

Εἴειδοι δὲ αὗτις καὶ τὴν ὑπεροχὴν εὐμαρῶς ἐντεῦθεν, καὶ Εὔδυγράμμῳ
Εὔδυγραμμον ὑπερέχεται τῷ μείζονι τὸ ἔλαττον· ἀμέλειτοι δὲν παρὰ τὴν
αὐτὴν Εὔδεῖαν ιπ, καὶ ἐν τῇ αὐτῇ Γωνίᾳ πιλ, ἐπὶ τὰς αὐτὰς μέρη παραβάλλοις
ἐκατέρῳ ισον Παραλληλόγραμμον· ὡς γάρ Παραλληλογράμμῳ τὸ μείζον ὑπε-
ρέχει τὸ ἔλαττον, η τῷ Εὔδυγράμμῳ διαφορὰ ἔσαι. Ο. Η. Ε.

Σ χ ó λ ι ο ν.

Κείσθω δὲ ἐνταῦθα καὶ τὸ ἐφεξῆς Πρόβλημα, ὡς πάνυ ὀφέλιμον ἐσόμε-
νον ἐπὶ Προάξει τῆς ἐν τῷ Β'. Βιβλ. ΙΔ'. Προτάσεως.

Π ρ ό β λ η μ α.

„Τῷ δοθέντι Τετραπλεύρῳ μὴ ὄρθογωνίᾳ (ε?) ισον Οὐρογώνιον κα-
ὶ ταγμένῳ.

(1) ΑἘ. α. (2) Ζ. Βιβ. α. (3) Λ. Βιβ. α. (4) ΑἘ. β. (5) Ζ. Βιβ. α. / (6)
ι. Βιβ. α. (7) Λγ. Βιβ. α. (8) Εἴ κατ. (9) ΑἘ. α. κ. 2.

κ. 147.

Α'ναλελύθω εἰς Τρίγωνα, Εὐθείας (1) ἐπιζευχθείσης τῆς αγ., τὸ δο-
δεῖν Τετράπλευρον. Α'πὸ δὲ τῶν ἀπεναυτίου Γωνιῶν, πρὸς ὄρθας ἥχθωσα
ἐπ' αὐτὴν αἱ βξ., ζὶ (1). καὶ δέχαται τετμήθω ἡ αγ. (3) κατὰ τὸ σ. ἀπὸ δὲ τῆς
σ., Κάθετος ἀχθεῖται ἡ σλ. (4) ἵση δυσὶ ταῖς βξ., καὶ ζὶ (5). Τὸ γῆν Ορθό-
γωνιον τὸ ὑπὸ λσ. καὶ σα., ἵσον ἔσαι τῷ δοδέντι Τετραπλεύρῳ βξ.

Η' δεῖξις σαφὺς ἐκ τῆς ΜΑ'. καὶ τῇ μετ' αὐτὴν Σχολίῳ, ἦν καὶ μετὰ τὴν
Α'. Πρότ. τῷ Β'. Βιβλ. διὰ τὴν ἐκεῖστε Πορίσματος εὑρήσεις ἐκτεθεί μένειν.)

Πρότασις Μς.

„Α'πὸ τῆς δοδείσης Εὐθείας (αβ) Τετράγωνον ἀναγράψαι.

Η' χθωσαν πρὸς ὄρθας ἀπὸ τῶν α καὶ β περάτων (6) ἵσαι τῇ δοδείσῃ
Εὐθεία (7) αβ., αἱ αγ., βε., καὶ ἐπεζεύχθω (8) ἡ γε. Εἶπει οὖν αἱ κατὰ α
καὶ β εἰσὶν (9) Ορθαὶ, Παράλληλοι (10) ἔσονται αἱ αγ., βε. ἀλλὰ καὶ ἵσαι
(11). Οὐκέν καὶ γε ἡ ἐπιζευγνύσα Παράλληλός ἔσι (12) πρὸς τὴν αβ., καὶ δη
καὶ ἵση, ὡςε τὸ Σχῆμα Ισόπλευρον· ἀλλὰ καὶ αἱ γ καὶ ε, ἀπὸ ἐναυτίου οὐ-
σαι, ταῖς β καὶ Γωνίαις ἵσαι (13) εἰσὶ, καὶ ἐπομένως Ορθαὶ. Α'ρα καὶ ὄρθο-
γωνιον τὸ Σχῆμα, ἢτοι (14) Τετράγωνον. Ο. Ε. Π.

Σχόλιον.

κ. 149.

Οὕτως εὐμαρῶς καὶ Ορθογώνιον συγέσεις ἐπὶ τῆς δοδείσης αβ., ὑπὸ¹
δυοῖν τῶν αβ. καὶ αγ. περιεχόμενον, τὰς αγ. καὶ βδ. ἵσαις τῇ δοδείσῃ πρὸς
ὄρθας ἀγαγών, καὶ τὴν γδ. ἐπιζεύξαις.

Πρότασις ΜΖ.

„Εὐ τοῖς ὄρθογωνίοις Τριγώνοις (αβγ) τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὄρθην Γω-
νίαν ὑποτεινάσης Πλευρᾶς (αγ) Τετράγωνον, ἵσον ἔσι τοῖς ἀπὸ τῶν
τὴν ὄρθην Γωνίαιν περιεχούσων Πλευρῶν (αβ, γβ) Τετραγώνοις.

κ. 150.

Ἐπεζεύχθωσαν (15) αἱ γ, βξ., καὶ ἥχθω βε (16) Παράλληλος τῇ αγ.
Ἐὰν οὖν ταῖς ὑπὸ αβ., ζαγ Ορθαῖς ὕσαις, καὶ ἵσαις, προσεδῆ κοινὴ ἡ ὑπὸ²
βαγ, ἔσονται αἱ ὅλαι (17) ὑπὸ αγ., ζαβ ἵσαι ἀλλήλαις. Εἰσὶ δὲ ἐπὶ τῶν

(1) Αἵτ. α. (2) ιβ. Βιβ. α. (3) ι. Βιβ. α. (4) ιβ. Βιβ. α. (5) γ. Βιβ. α. (6)
αα. Βιβ. α. (7) γ. Βιβ. α. (8) Αἵτ. α. (9) Εἴκ κατ. (10) κη. Βιβ. α. (11) Εἴκ κατ.
(12) λγ. Βιβ. α. (13) λθ. Βιβ. α. (14) Ορ. λβ. (15) Αἵτ. α. (16) λα. Βιβ. α. (17)
λξ. β.

Τριγύάνων ιγα, ότι βζ, ότι αί δύο Πλευραὶ αἱ ια, καὶ αγ, οἵσαι ταῖς δυσὶ Πλευραῖς βα (1) ότι αζ, αἱ περιέχουσαι τὴν ισην Γωνίαν ταῖς περιεχόσαις, ἑκατέραι ἑκατέραι· ἄρα τὰ Τρίγυαν ιγα, καὶ βζα (2) ισα ἀλλήλοις ἔσι. Ταῦτα δὲ ἐπεὶ μετὰ τῶν Παραλληλογράμμων αβλι, ότι ψαζε, ύφεσικεν ἐπὶ τῆς αὐτῆς Βάσεως αι, ότι αζ, ότι εἰσὶ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς Παραλλήλοις ταῖς αι, γλ, ότι ταῖς αδ, βθ, τῶν Παραλληλογράμμων (3) αὐτῶν ήμεση ἔσι. Τὰ ἄρα Παραλληλόγραμμα αβλι, ότι ψαζε (4) ισα ἀλλήλοις ἔσι. Τῷ δὲ αὐτῷ λόγῳ Εὐθείων ἀχθεισῶν τῶν αφ, ότι βρ, δείξομεν ότι τὰ Παραλληλόγραμμα εγ, καὶ βφ, ισα ἀλλήλοις ὅντα. Τὸ δόλον ἄρα αρ, δυσὶ τοῖς βι, ότι βφ ισον ἔσαι. Ο. Ε. Δ.

Εὐλόγηση τὸν λόγον Παραλληλού εἶναι τῇ ια, ὅτοι τὰς λβ, ότι γβ ἐπ'
εὐθείας κειμένας ἀλλήλαις Εὐθείαν μίαν συναποτελεῖν. Τέτο δὲ δῆλον (5)
τῶν ὑπὸ λβα, ότι αβγ Ορθῶν μσῶν καθ' ὑπόθεσιν.

Πορίσματα.

Ορθογώνιε ἄρα καὶ Γοσκελεῖς τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτείνουσης τὴν ὁρθὴν Γωνίαν α.
Τετράγωνον, διπλάσιον τῦ ἀπὸ τῦ σκέλες.

Καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Διαγωνίας, διπλάσιον τῦ ἀπὸ τῆς Πλευρᾶς τῦ Τε- β.
τραγώνια.

Καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραπλάσιον τῦ ἀπὸ τῆς ήμισείας. Εἴπι γάρ Γ. # 96.151.
 τῦ ισοσκελεῖς Ορθογώνιε αβγ ἀπὸ τῆς ὁρθῆς Γωνίας β Καθέτε αχθείσης
 τῆς βθ (6), ή ὑπὸ εβγ ήμισειά ἔσιν Ορθῆς. ἀλλὰ ότι ή ὑπὸ βγα ήμισεια ότι
 αὐτή (7) ἔσιν Ορθῆς. Τὸ ἄραι βεγ Γοσκελές (8) ἔσιν. ἔσι δὲ ότι ορθογώ-
 νιον (9). Αὔρα τὸ ἀπὸ βγ Τετράγωνον, διπλάσιον ἔσι (10) τῦ ἀπὸ εγ Τε-
 τραγώνια. Α' δέ η εγ ήμισειά ἔσι (11) τῆς αγ, τότε ἀπὸ τῆς ὅλης αγ,
 διπλάσιον τῦ ἀπὸ βγ, ότι τὸ ἀπὸ βγ διπλάσιον τῦ ἀπὸ τῆς ήμισείας τῆς
 ὅλης, (12) ὅτοι τῦ ἀπὸ τῆς εγ. Τὸ ἄραι ἀπὸ αγ Τετράγωνον τῆς ὅλης, δι-
 πλάσιον ὃν τῦ διπλασίονος, τετραπλάσιον ἔσι τῦ ἀπὸ τῆς ήμισείας εγ. Ο. Ε. Δ.

**Καὶ Καθέτε δὲ ἀπὸ τῦ ε Σημείε αχθείσης ἐπὶ τὴν βγ Πλευράν, ὡσαύ-
 τως δειχθήσεται τὸ ἀπὸ τῆς Διαγωνίας αγ, ὀκταπλάσιον εἶναι τῦ ἀπὸ τῆς** α.
 *

(1) Ορ. λβ (2) δ. Βιβ. α. (3) μα. Βιβ. α. (4) Α'ξ. ε. (5) εδ. Βιβ. α. (6)
 Διὰ τὸ Α'. τῶν ἐν τῷ Σχολ. τῷ μετὰ τὴν Κε. (7) ε. ότι λβ. Βιβ. α. (8) ε. Βιβ. α.
 (9) Βιβ. κατ. (10) Τῶν αὐτων. Πόρ. Α'. (11) Διὰ τὸ Α'. τῶν ἐν τῷ ἐμείντι Σχολ.
 (12) Τῶν αὐτων. Πόρ. Α'.