



Α'ΝΔΡΕ'ΟΤ ΤΑΚΟΤΕΤΓΟΤ ΜΕΤΑ' ΣΗΜΕΙΩ' ΣΕΩΝ ΤΟ"Τ ΟΥΓ' ΣΤΩΝΟΣ.

Τῶν σοιχείων τῆς Γεωμετρίας.

ΒΙΒΛΙΟΝ Α'.

Ἐπισήμης ἔργον, τὸ ἐξ ἐνυοιῶν τινων ἀπλάζερων, αἷς ἐνίκει ὁ Διημιερούδες τῇ λογικῇ Φύσει, ἐπιφέρειν ὅ,τι μὴ πρότερον ἔγνωσε· κάκτετε ἔτερον αὖθις, ως βαθμίδα ὥσπερ προῦφεςικέναι πρὸς τὴν ἐψομένην, ἢεὶ τὴν γυνώσιν, ἵτις ἡγήσατο. Γένοιτο γὰρ ἂν τῷ τοιεῖδε λόγῳ ἀκριβῶς ἔχομένοις, ἀπὸ τῶν ἐλαχίσων τε καὶ αὐτὰ πλετάντων τὸ γυνώριμον, ἀλωτὰ τῇ γυνώσει ῥαδίως, καὶ αὐτὰ τὰ λίαν ἀφανῆ καὶ δυσκάτοπτα. Ταύτην δέ τοι τὴν Ε' πισήμακις συνίθη τε καὶ προσῆκεσσαν Μέθοδον, ώς ἐκ ἀνηνύτως, αἵς ἡ περὶ τὸ Ποσόν ὑπόκειται Θεωρίᾳ, πρὸ τῶν ἄλλων ἡσπάσαντο εἰσηγήσεις, πάντες ἴσασιν, ὅσοι τῆς κατ' αὐτὰς μελέτης καὶν ἄκροις δακτύλοις ἔγειραντο. Μαρτυρήσειε δὲ ἂν τῷ λεγομένῳ καὶ μόνῃ (μηδὲν ἐπιὸν ἢδη λέγειν περὶ τῶν ἄλλων εἰδῶν τῆς Μαθήσεως) ἡ Γεωμετρία, ἀπὸ τῶν προδηλοτάτων ἐπ' αὐτὰ δὴ τὰ ἀδηλότατα ἐν βραχχεῖ ἀναφερομένη, καὶ ἐπὶ τὰ πάνυ ὑψηλάτε καὶ ποπτα ἀπὸ τῶν λίαν ταπεινῶν, αὐτίκα μάλα ἰπταμένη μετάρσιος. Προκαταβάλλονται γὰρ ἐν αὐτῇ ἀπλάζαται τινες, καὶ δᾶσαι νοηδῆναι Αρχαὶ, αἵς λόγῳ μετέχων καὶ οὗ, οὐδεὶς ἱδέως ἐκ ἀν συνανέσειεν. Εἰς δὲ τοις ὑποτίθεται ταύτη ὃδε συγχωρεῖται ὅλως ὃδὲν, ὅ,τι μὴ λογισμοῖς ἀπταίσοις ἀσφαλῶς εἴη ἐπιφερόμενον. Καρτεῖδεν τέως Θεωρήμασί τισιν, οἰασθεὶ μὲν αἰδησσόστε, καὶ γυνώσεως.

A

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΗΣ ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ ΠΕΤΣΙΟΥ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΩΔΙΚΑΝΟΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΗΣ ΕΠ. ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΛΟΓΟΤΥΠΟΥ

ὅτι πορρωτάτῳ ἀφιδρυμένοις, παντὸς δὲ λόγῳ, καὶ θαύματος ὑπερηφόρους, μετὰ τῆς ἀσφαλῆς καὶ ἀναμφίλεκτης τῆς πίσεως, τὸ πρὸς σαφήνειαν εἰλικρινές τε, καὶ διηκριβωμένου ἐπαυγάζει, ώς ὡκὺ ἄντις δαδίως ἐλπίσειν.

Αὐχῶν δὲ τῶν κατὰ τὴν Γεωμετρίαν Εἶδη τοῖς τὰ ἐφεξῆς. Οὐρσμοὶ, Αἴτιματα, Αἴξιματα· ὧν οἱ μὲν, τῶν ἐν χρήσει παραλιφθυσμένων εἰσὶ φωνῶν ἀναπτύξεις· τὰ δὲ, οἷς περὶ οὐ χαλεπῶς ὑπὸ τῶν εὗ ἐχόντων τὰς φρένας ἀπαιτείμενων, διδόμενα· τὰ δὲ, ἀτταὶ αὐτολαμπτῇ καταφανῆ πεφυκότα, τῶν κατὰ Φύσιν λόγῳ ποδιγέτῃ παρεπομένοις, κοινῇ παίζεσθε, καὶ σπεδαζεῖσθαι τοῖς πᾶσιν ἔξισται. Αὐτῶν δὲ τάτους αἱ Αἴποδεῖξεις εἰσὶν ἐχόμεναι, αἵ γε τῶν ἐν τοῖς Μαδίμασιν ἀληθεῖῶν, ταῖς κατὰ τὺς λογισμὸς ἀνάγκαις διαπισθμένων καὶ κρατυνομένων, καὶ ἄκουν ὑπενδοίη πειθεῖς, καὶ ὁ περιφανῆς τὸ θράσος καὶ τὴν ἀπόνοιαν. Καὶ τοίνυν πρῶτος ἥγεῖται ὁ περὶ Γραμμῶν λόγος, καὶ τῶν ποικίλων Γωνιῶν, ἀς, ἐφ' ἐν συνιθῆσαι συμεῖον ἐκεῖναι, ἀποτελεῖσιν. Εἴτ' ἐν ὅκτω ταῖς πρώταις Προτάσεσι, τὰ περὶ τῶν ἐπιπέδων Τριγώνων πραγματεύεται, ἀματεῖ καὶ τὴν τῶν ἐπιπέδων Γωνιῶν φύσιν προσεκτιδέμενος. Μεθ' ἀς, Γωνίας μὲν καὶ Γραμμὰς διχοτομεῖν, Καθέτες δὲ καθιέναιτε, καὶ ἀφιέναι μεθοδεύει. Εἴκεις δὲ τὰ λοιπὰ τῶν Τριγώνων πάθη, ναιμὴν καὶ τῶν Παραλλήλων Εὔθειῶν ἐφριγματεύει. Ε' πὶ τάτοις ὅσα περ τοῖς Τετραπλεύροις παρακολυθεῖν οὖθε, καὶ ἰδίᾳ τοῖς Παραλληλογράμμοις διασκέπτεται· καὶ δείκνυσθε τίνι δύποτε λόγῳ τὰ Πολύγυνα, καὶ ἀτακτοὶ τὸ χῆμα, εἰς Ορθογώνια ἀν ἀναχθεῖσιν, ἢ ἀπλῶς Παραλληλόγραμμα, ἢ καὶ Τρίγωνα, τὰ μᾶλλον ἐν τοῖς χήμασι κανονιζόμενά τε, καὶ γυνωριζόμενα. Τελευταῖον δὲ οὐραγεῖ τὸ Πυθαγόρειον διαβεβοιμένον Θεώρημα, καὶ τὸ ἐκείνον ἀντίστροφον.

Ορισμοί.

- a. Συμεῖον ἐσὶ τὸ ἐν τῷ μεγέθει ἀδιαίρετον. Ἕτοι τὸ μηδὲ τῇ ἐπινοίᾳ διαφεδύαι δυνάμενον. Εἴσι δέ πως παντὸς μεγέθες τὸ Συμεῖον ἀρχή, οἷς δὴ καὶ Μονὰς ἀριθμός.
- b. Γραμμὴ δὲ μέγεθος μόνου κατὰ μῆκος· μῆκος καὶ γὰρ ἀπλατές. Νοεῖται δὲ κατὰ Συμεῖον δοῦν ἀναφύεσθαι.
- c. Γραμμῆς δὲ πέρατα Συμεῖα.
- d. Εὔθειά Γραμμῆ ἐσὶν, ἢτις ἐξ ἵτε τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς Συμβοῖς κεῖται. Ηνώς οἱ Αὐχιμίδῃ ὀφίσαι· Εὔθεια Γραμμῆ ἐσὶν, ἢ ἐλαχίση τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχεσῶν, ἢτοι τῶν ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἐπὶ τὸ αὐτὸ Συμεῖον ἀχθῆναι δυναμένων.

Η" ὡς τῷ Πλάτωνι, ἵστα ἄκρα συνεπισκιάζει τὰ μέσα, ἐποπτεύεται ἀμέλει. Η" τὰ ἄκρα τοῖς μέσοις ἐπιπροσθεῖται.

Ο"ργανον δὲ τὸ εἰς καταγραφὴν Εὔθειας δεξιῶς ἔχον, ἐσὶν ὁ Κανὼν, Εὔθυγε, ἢ ὅν περ καὶ ἀσραβῆ, ἢ μὴ, τυγχάνοντα, ὅτως ἐπικρίνειν εἰώθασιν. Α"γεται μὲν κατὰ τὸν Κανόνα Γραμμή, καὶ παρ' αὐτὸν ἀντισραφέντα τὰ πέρατα, ωςετὸ δεξιτερὸν κατὰ τὸ ἀριστερὸν γενέσθαι, καὶ ἀνάπταλιν, δευτέρᾳ αὐθίς ἐπὶ περιφροδευτῆ. Πλάτ. Παρτῆς πρώτης. Εἰ μὲν οὖν ἀκριβῶς ἐκείνη προσεφαρμόζεται, εὐθὺς ὁ Κανὼν. Πλάτ. Παρτῆς οὖν, ἵκισθε διῆλον ὅτι. (ι)

Ε"πιφανεία δὲ ἐσὶ μέγεθος, ὁ μῆκος καὶ πλάτος μόνου ἔχει· καὶ δυεῖν ἄρα ε. πλευτεῖ δικαιστεων. Νοεῖται δὲ Γραμμῆς δοῦ φύεσθαι.

Ε"πιφανείας δὲ πέρατα Γραμμαῖ.

Ε"πίπεδον, εἰτὴν ἐπίπεδος Ε"πιφάνειά ἐσιν, ἵτις ἐξ ἵσθιας ἐφ' ἑαυτῆς Γραμμαῖς κεῖται. Η" ὡς ὁ Ήρων, ἐπίπεδος Ε"πιφάνειά ἐσιν, ἐφ' ἣς ἀπανταχθεῖ Εὔθεια ἔχει προσαρμοδῆναι. Φύεται γὰρ καὶ αὐτῇ ὁξ Εὔθειας δυεῖσης ἐπὶ εὐθείας· ἄλλως γὰρ καὶ καταγραφεῖν, καὶ ἐξ Εὔθειας δυεῖσης μὴ ἐπίπεδος Ε"πιφάνεια. Η", ἐπίπεδος Ε"πιφάνειά ἐσιν, ἵστα ἄκρα συνεπισκιάζει τὰ μέσα, θατέρῳ δηλούότι τῶν ἐπ' αὐτῆς εὐθὺς προιγυμένης περάτων ἐποπτεύσην. Η" ἐπίπεδος Ε"πιφάνειά ἐσιν οὐδὲ λαχίση τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχεσθαι. Εἰς δὲ κατάτων ὁ γῆς.

Τῷ μὲν δὲ Σώματος ἐνταῦθα, ἵτοι τῷ Στερεῷ δὲ Εὔκλειδης τὸν δρισμὸν εἰκαστός, ἔπω περὶ αὐτῷ ἐν τίτοις πραγματευσόμενος. Μήτις δὲ καὶ τάτῳ ἐφίοιτο, Σώμα μέγεθος ἐσὶ κατὰ μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ βάθος. Τρεῖς τοιγαννυν εἰσὶ διασάστεις τῷ Σώματι, δύο δὲ τῇ Ε"πιφανείᾳ, μία δὲ τῇ Γραμμῇ. Τῷ δὲ Σημείῳ ἀδεμίᾳ.

Ε"πίπεδος Γωνίας ἐσὶν οὐδὲ Ε"πιπέδῳ δύο Γραμμῶν ἀπτομένων ἄλλήλων, η. καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κείμενων πρὸς ἄλλήλας τῶν Γραμμῶν κλίσις.

Γωνίαν ἄρα συναποτελεῖσιν αἱ δύο Γραμμαὶ βα, γα, ἄλλήλων μὲν ἀπτόμεναι κατὰ τὸ α, μηδαμῶς δὲ ἐπ' εὐθείας κείμεναι· ἵτοι μὴ μίαν Γραμμὴν συναποτελεῖσαι.

Πλευραὶ δὲ, εἰτὴν σκέλη τῆς Γωνίας εἰσὶν, αἱ συνιεώσαι τὴν Γωνίαν ε. γραμμαῖ.

Κορυφὴ δὲ τῆς Γωνίας ἐσὶ τὸ Σημεῖον α, καθ' ὅ τὰ σκέλη ἄλλήλοις συγκαστι.

(ι) Ε"πὶ τῷ ιγ. Λ' ξιάμη

224

Γωνία μία προκειμένη, ἐνὶ γράμματι κατὰ κορυφὴν κειμένω, πλειόνων δὲ ἐφ' ἐν σημεῖον κειμένων ἑκάσι, τρισὶ γράμμασιν ἐπιτυμαίνεσθαι εἴωθεν, ὃν τὸ ἐν μέσῳ τὴν τῆς Γωνίας κορυφὴν ὑποδεικνύειν ἐτάχθη, καί τοι καὶ πρὸς τῦτο, ἐν μόνου τῆς Γωνίας τοῖς σκέλεσιν ἀποχρόντεις παρεγγείμενον. Οὕτως ἡ ὑπὸ τῶν Γραμμῶν βαγ, γα περιεχομένη, ἢ τοῖς τρισὶ γράμμασι βαγ, εἰ-τοῦκα τῷ ἐγὶ μόνῳ α περιτυμαίνεται.

9c. S. 60.

Γωνίαι ἵσται, ἢ μᾶλλον ὅμοιαί εἰσιν, ὡς ἐπ' ἄλληλαις τῶν Κορυφῶν
ἐπίτιθεμεναι, καὶ αἱ Πλευραὶ συνεφαρμόζονται. Πρὸς γεγονότα Γωνιῶν,
τὰς Πλευρὰς ἴσται εἶναι, ἵκις αὐτοῖς.

Αγιτοι δὲ, ἦτοι ἀνόμοιοι, ὃν ἐὰν αἱ Κορυφαὶ ἀλλήλαις, καὶ Πλευραὶ τῇ
Πλευρᾷ ὡστὶ προτεπικείμεναι, οὐ λοιπὴ τῆς λοιπῆς ἔξισται. Εὔκείνη δὲ μετ-
ξων, ἡς Πλευρὰ ἡ ἐκπίπτησα. Αὕτη δὲ τῷ ὄρισμῷ ταῖς εὐθυγράμμαις (ὅραι
μοι ὄρ. 1γ.) Γωνίαις προσήκετον.

Α'πλα τοις αὐξομένων τῷ μήκει, ἢ μειομένων τῶν σκελῶν, οὐ Γωνία ἀνα-
εῖται μένει τε καὶ ἀμείωτος.

Ε'πει δὲ ἐν τῇ τῶν Γραμμῶν κλίσει Γωνίας ἡ φύσις κεῖται, οὐδὲ τῶν Γραμμῶν κλίσις ποσὸν ἡκ ἔσιν· οὐδὲ ἡ Γωνία ἕρα ποτέν τι ἔσαι. Εἴγε γάρ ἂν ἄλλως καὶ η Καμπυλότης, πρὸς ἣν ἐκείνη τοσθώ διενήνοχεν, ὅτῳ καὶ θραῦσις κάμψεως. Γ' τας τοίνυν σὺν Εὔκλείδῃ καὶ τοῖς ἄλλοις Γεωμέτραις τὰς Γωνίας ἀποκαλῆντες, ἀδεὶν, ὅτι μὴ τὸ ὄμοιον, καὶ ἐμφερὲς τῆς τῶν Πλευρῶν κλίσεως πρὸς ἄλληλας, καὶ τὸ ἀκριβὲς τῆς αὐτῶν τάτων προσεφαρμότεως ἐπ' ἄλληλας, τῇ τῆς Ισότητος κλίσει ὑποτυμαίνειν βαλόμενα. Α' οὐ πέρι τάτα μετὰ τὴν ισ'. Πρότ. τᾶ Γ'. Βιβλ. ἐντύχοις ἀν πλείστι.

Μή ποτε δὲ ἄρα αὐξέντεως τε καὶ μειώσεως δεκτικῆς οἵσης, καὶ τὸ ποσὸν τῆς Γωνίας παρέπεται; Εὐθεῖαι γὰρ δύο συνισταὶ ἀλλήλαις ἐφ' ἓν συμεῖον, πᾶς μὲν μείζονα, πᾶς δὲ ἐλάσσω τὴν πρὸς ἀλλήλας ἔχεσσαι νεῦσιν, αὐτόδευ καὶ μείζονα Γωνίαν συνιστῶν πεφύκασιν, οὐδὲ ἐλάσσουν. Ταύτητοι καὶ (ἐν ὁρισμ. 18. § 15.) μὲν Αἱμβλεῖα μείζων τῆς Οὐρανίας ὥρισαι. Οὕτε δὲ, οὐδὲ οὐρανίας ἐλάσσων. Καὶ δῆλον ἄρα ἐκ τάτων ὅτι συμβαίνει τὸ ποσὸν τῆς Γωνίας, καθ' ὃ τὴν πρὸς ἴσην ἀκίνει, καὶ πρὸς ἄνισον ἄνισος. Τῷ δὲ αὐτῷ λόγῳ καὶ οὐδὲ Καιπιλότης τὸ ποσὸν ἔοικεν ἐπιδέχεσθαι. Πᾶσα γὰρ Γραμμὴ, καὶ Επιφάνεια πᾶσα, Γραμμῆς εὐθείας καὶ ἐπιπέδης Επιφάνειας κατὰ τὸ μᾶλλον, οὐδὲ τούτου ἀπέχεσσαι, μείζονος ἢν εἴη πρὸς ἀλληλην, οὐδὲ τούτου ἐλάσσουν τυχῆσσαι τῆς κάμψεως.

α, β, γ

Γωνία Εὐθύγραμμος καλεῖται, όταν αἱ περιέχουσαι αὐτῇ Γραμμαὶ Εὐθεῖαι ὁστιν. Και πυλόγραμμος δὲ, όταν Καμπύλαι. Μίκτη δὲ, τῆς μὲν Εὐθείας

γόσις, τῆς δὲ Καμπύλης. (ὅρα τὰ ἐν τῷ μετά τὴν ι. τῇ γ. βιβλ. Πορέσματα.)

Οὐταν Εὔθεῖχ γυδ, ἐπ' Εὔθεῖαν αβ σαθεῖσαι, ἐπὶ μιδέτεραι κλίνῃ, ψ. 18. ς. II.
τὰς ἐφεξῆς Γωνίας ἵσας ἀλλήλαις ποιῆ (τὴν ὑπὸ αγδ τῇ ὑπὸ βγδ) ὁρδὴ ἐσὶν
ἐκατέραι τῶν ἵσων Γωνιῶν, καὶ ἡ ἐφεξηκεῖα Εὔθεῖχ γυδ, Κάθετος καλεῖται ἐφ'
ἥν ἐφέσικε.

Καὶ ἄλλως, ὁρδὴ Γωνία (ἡ ὑπὸ βαγ) ἐσὶν, οὐ περ ἐτέρωθεν ἀναφύεται ἵση (ἡ ὑπὸ γαδ) τῆς ἑτέρας τῶν Πλευρῶν (βα) προηγμένης. ς. 12.

Δύο Κανόνες πρὸς ὁρδὴν Γωνίαν συνεικότες, τὸν Γνώμονα συναποτελεῖσι, τὸν εἰς Πυθαγόραν σύρετιν, παρὰ Οὐρανίον (1) Κεφ. β. βιβλ. 9., ἀναφερόμενον ὄργανον. Εἰς δὲ τοταύτη τῆς ὁρδῆς Γωνίας ἡ δύναμις, πρόστεκτασκευὴν ἐν ἅπασι, καὶ καταμέτρησιν, καὶ μόρφωσιν, καὶ σηριγμὸν, ὡς μιδὲν μονογνάχι ἐκείνης ἄνευ ἐν τοῖς τοιάτοις περιγνεθαί. Τῇ δὲ δὴ Γνώμονος βάσιν ἡ ἐφεξῆς γινέσθω. Εἶπε τῆς τυχόσις εἰς κατὰ τὸ τυχὸν σημεῖον α., ἡ τῇ Γνώμονος Πλευρὰ αβ, προσεφαρμοζέσθω τῇ Γραμμῇ αε, διὸ δὲ διατέρας τῶν τῇ Γνώμονος Πλευρῶν ἀγέσθω Εὔθεῖα ἡ αγ. Εἴτα ἀντισρεφομένη τῇ Γνώμωνος πρὸς τὸ ζ, ἢν μὲν ἄμφω αὐτῇ αἱ Πλευραὶ ταῖς Εὔθείαις αγ, αζ ἐπ' ἀκριβὲς ἐφαρμόζοιντο, δεῖγμα τῦτο ἡμῖν ἔσαι σαφὲς τῆς τύτῳ εὐθύτητος. Οὐ δὲ λόγος ἐξ αὐτῇ τῇ id. ὄρισμῃ εὑδηλος.

Δ' μβλεῖα Γωνία (βαγ) ἐσὶν, ἡ μείζων Ορδῆς (ζαγ). ς. ς. 15.

ΟἜξεῖα δὲ (λαι) ἡ ἐλάσσων Ορδῆς ζκι. 15. ς. 16.

Σχῆμα ἐπίπεδον, ἐσὶν ἐπίπεδος Επιφάνεια, ὑπὸ μιᾶς, ἡ πλειόνων Γραμμῶν πανταχόθεν περιττεμένη.

Κύκλος ἐσὶ Σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς Γραμμῆς περιεχόμενον, ἡ καλεῖται Περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἐνὸς Σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ χώματος κειμένων (α) πᾶσαι αἱ προσπίπτησαι Εὔθείαι, ἵσαι ἀλλήλαις εἰστι.

Κέντρον δὲ τῷ Κύκλῳ τὸ Σημεῖον (α) καλεῖται.

Διάμετρος δὲ τῷ Κύκλῳ ἐσὶν Εὔθεῖα (ἡ βγ) διὰ τῆς Κέντρου ἡγμένη, καὶ περιττεμένη ἐφ' ἐκάτεραι τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τῷ Κύκλῳ Περιφερείας, ἵτις καὶ δίχα τέμνει τὸν Κύκλον. ὅπερ ἐκ τῆς ἀκριβῶς τῶν Ήμικυκλίων ἐπ' ἀλληλα ἐφαρμόσεως, ἐσὶν εὐδηλότατον.

Ημιδιάμετρος (ἢν Ακτῖνα καλεῖσιν) ἐσὶν ἡ Εὔθεῖα (αζ) ἡ ἀπὸ τῇ Κέντρῳ ἐπὶ τὴν Περιφέρειαν ἡγμένη.

(1) Vitruvius.

π. 18. κβ.

Ημικύκλιον δὲ ἐσὶ τὸ περιεχόμενον χῆμα (βλγ) ὑπό τε Διαμέτρῳ (βγ) καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης, ὑπ' αὐτῆς, τῷ Κύκλῳ Περιφερείᾳς, τατέσι τῆς Ημιπεριφερείας (βλγ).

Γεννᾶται δὲ ὁ Κύκλος ὡδί. Εὐθεῖα (ἢ αβ), ἐὰν θάτερον (α) τῷ περάτῳ ἀκινητοῦ περιαχθεῖαι, ἢ μὲν τὸν Κύκλον ἀναφύσει, θάτερον δὲ τῶν ἐπ' αὐτῆς πέρος (β), τὴν Περιφέρειαν.

Αὐτοφύεται δὲ καὶ ἐν αὐτῇ τῇ γενέσει, παντὸς θαύματος οὗτῳ ἀξίᾳ οὐκαπαριζεται, τῆς μὲν Γραμμῆς, ὡς εἴρηται, περιαγυμένης, τῇ δὲ ἐτέρᾳ τῷ ἐπ' αὐτῆς περάτων ἀτρεμῆντος. Τὸ δὲ ὅτι ἀπαντᾷ τὰ συμεῖα, τὰ ἐπὶ τῆς Γραμμῆς τῆς γεννώσις, κατὰ τὸ αὐτὸ τῇ χρόνῳ περιόδῳς ἀνίσχει διαπεραίσυται, φύκιον τοιαχῶς προβλέψει κινήμενα. Τὸ δὲ ὅτι καὶ τὸν Κύκλον ὁρίζεται Περιφέρεια, ἐκ τῶν ἐγαντίων πως καὶ αὐτὴ δοκεῖ συγκριτεῖσθαι, καὶ ἄκρων ἄνευ μέσου λόγου ἔχόντων ἀμέλειτοι ἐκ πολλεῖς καρτᾶς, ὡν μεσιτεύει τὸ εὐθές, οἵα περ καὶ τὸ ἴτον μεταξὺ μείζονος καὶ ἐλάσσονος. Οὐ δέ καὶ μᾶλλον ἀντὶς θαυμάτειεν καὶ πλάτες παντὸς ἀμοιράσις τῆς Γραμμῆς, ἢ ταῦτα δὴ ταυτία παρασυμβέβηκεν. Εἰ πὶ τάτοις οὖν καὶ Αριστότελης λίαν θαυμάσας ἐγένετο. Αὐτὰς γάρ μακρῷ ταῦτα ὑπερπάλει τῷ θαύματι, ἣ περὶ Κύκλῳ, φύτῃ συνάμα τοῖς Κυλινδρικοῖς καὶ Διατύλιοις εἰδέσθαι, τύποις ἡμῖν ἐκδοθεῖση κατὰ τὸ αχνβ. Φυσικῆς τοιούτης Μαθηματικῆς Διαλέξει, ὑπραγματευσάμεθα. Λί δὲ καὶ μέτιδι βεληνεῖς ἐν ἐκείνοις.

Τὸν Περιφέρειαν οἱ ἀπὸ τῶν Μαθημάτων, εἰς 360 (ἢ Μοίρας καλῶσι) μερίζειν εἰώδατι, διὸ τὸ ἐν ταῖς χρήσεσι πάντως τῷ Αριθμῷ περιδέξιον. Τὸ δὲ Ημιπεριφέρειαν εἰς 180. Τὸ δὲ Τεταρτημόριον εἰς 90.

κγ.

Εὐθύγραμμα Σχύματά ἐσι τὰ ὑπὸ Εὐθεῶν περιεχόμενα.

κδ.

Τρίγωνον, ἢ Τρίπλευρον, τὸ ὑπὸ τριῶν Εὐθεῶν περιεχόμενον. Πρὸς δὲ τοῦ τῶν λοιπῶν ἀπάντων εὐθυγράμμων Σχύματων ἀπλάνσατον ὃν, ἐκεῖνα πέφυκεν ἀναλύεσθαι.

π. 19. κι.

Τρίγωνον Γρόπλευρον ἐσὶ τὸ τρεῖς ἵστας ἔχον Πλευράς.

π. 20. κι.

Γροσκελές δὲ τὸ τὰς δύο μόνας.

π. 21. κι.

Σκαληγὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίστας ἔχον Πλευράς.

π. 22. κι.

Ορθογώνιον Τρίγωνον ἐσὶ τὸ ἔχον ὁρθὴν Γωνίαν.

π. 23. κι.

Αὐτοβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀυτοβλεπτὴν Γωνίαν.

π. 24. κι.

Οξυγώνιον δὲ τὸ καὶ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον Γωνίας.

π. 25. κι.

Ταῦ δὲ Τετραπλεύρων Σχύμάτων Ορθογώνιον ἐσὶ, τὸ καὶ τὰς τέτταρες

Γωνίας ἔχον δρῆσαι, καὶ ὅπ τε ἀκολύθεις, καὶν ἵσαι ἔχῃ τὰς Πλευράς, καὶν τε εἰ μή. καλεῖται δὲ τό β'. καὶ Εὐτερόμηκες. Εὔκεινο δέ,

Τετράγυωνον τὸ Γεόπλευρόν τε καὶ Οὐρανούγωνον, καὶ ταύτη δέ τοι καὶ Γ' σο. λβ. χ. 26. γώνιον. Αὕταν οὖν Τετράγυωνον ἐσὶν Οὐρανούγωνον, φιλήν δὲ ἀνάπταλη.

Ρόμβος δὲ, ὁ Γεόπλευρος μὲν, καὶ Γεογώνιον δέ.

λγ.

Ρόμβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίου Πλευράστε καὶ Γωνίας ἵσαι ἀλλήλαις λδ. χ. 27. ἔχον, ὃ καὶ Γεόπλευρον ἐσὶν, γὰρ τὸ Γεογώνιον.

Παραλλήλογραχιμού δὲ ἐσὶν, ἐπερ αἱ ἀπεναντίου Πλευραὶ, (αβ, γγ) καὶ λε. χ. 28. (ββ, αγ) εἰσὶ παραλλήλοι. Τὶ δὲ τὸ παραλλήλως εἶναι, ἔχόμενα δριθήσεται.

Αὕταν οὖν Οὐρανούγωνον Εὐτερόμηκες καὶ Τετράγυωνον, ἐσὶ Παραλλήλογραχιμού, ἀνάπταλην δὲ ὑδαιμῶς. Οὐμοίως δὲ καὶ Ρόμβοι, καὶ Ρόμβοειδῆ Παραλλήλογραχιμα, ἀνάπταλην δὲ ὑδαιμῶς.

Παραλλήλοι εἰσὶν Εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἴσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη, οἵσοις ἀλλήλων φένται ἀπέχονται διασύνησται.

Τὰ δὲ ἵσα διασύματα διὰ τῶν μεταξὺ Καθέτων λαμβάνεται. Ταύτη τοις πατῶν τῶν ἐπὶ ἑτέρων αβ τῶν δύο Παραλλήλων, καθέτων πλ., ἵσων ἀλλήλαις ἴστων, Παραλλήλοι αἱ αβ, γγ Εὐθεῖαι εἰρήσονται. Εὐθεῖας οὖν τῆς λπ, ἐπ' Εὐθεῖαν τὴν αβ Καθέτη, δὲ αὐτῆς φένται πρὸς Κάθετον ἀγομένης, τὸ πέρας λ, τὴν γγ Παραλλήλου διαγράφεται. Οὕτωτοι καὶ αἱ Παραλλήλοι τὴν γένεσιν ἴσχυστι.

Ἐν τέτοις ἀλλ' οὖν τὸν Στοιχειωτὸν, Παραλλήλως Εὐθεῖς δρισάμενον,, τὰς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἴσαις, καὶ ἐκβαλλομένας ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ μηδέτερα δὲ συμπίπτεις ἀλλήλαις, αἵτιάσαιτο τυχὸν ἄντις ὡς δρισμὸν ἀποδεδωκότα ἐπίποντες ἔχοντα, τῇ τε Υπερβολῇ καὶ Κουχοειδεῖ πρὸς Εὐθεῖαν παραβαλλομέναις, καὶ δυσὶν ἵσαις Παραβολαῖς ταῖς περὶ τὸν αὐτὸν ΑΞωνα, πρὸς ἀλλήλας, καὶ πλείστιν ἀλλαις γραμμαῖς τὸν νοῦν προσέχων, αἱς ἐπ' ἄπειρον μὲν προεκβαλλομέναις, καὶ φένται ἔγγιον ἐπὶ, παντὸς διδέντος, ἐλάσσονι διασύματι γινομέναις, γάρ τε συμπίπτειν ποτὲ ἀλλήλαις συμβαίνει, γάρ τοι μὴν παραλλήλως εἶναι, παρὰ τὸ μηδὲ ἐπίσης ἀφίσασθαι. Αὐτὸς γάρ τοτε δέ ἐπὶ τῶν Εὐθεῶν καθ' αὐτὸν γνώριμον ἐσὶ, τὸ διεσάναι δὲ ἵση, ἐπεὶ οὐ συνίσται. Γένοιτο γάρ ἄν καὶ ταύτας τυχὸν, γίνεσθαι μὲν φένται καὶ φένται μᾶλλον ἔγγιος, συμπίπτειν δὲ ἐφ' ἐν ὑδαιμῶς ὑδέποτε. Ωσε καὶ καλῶς τὴν τῆς παραλλήλαις τῶν Γραμμῶν φύσιν, διὰ παρ Εὐκλείδη δρισμὸς ἕστικεν ἀναπτύσσειν. Αὐλὰ γάρ ἐπερος ὑποτυχῶν, αἵτιας ἄν τῆς περὶ τάττες ὅλης, τὸν

ἄνδρα ἀπίλλαξεν. Οὐδὲ γάρ αὐάγκη τὸς ἐν τοῖς Μαθήμασιν ὁρισμὸς, μὴ πραγματιώδεις ὄντας, ὀνοματώδεις δὲ μόνον, τὸν φύγιν τῷ ὁριζομένῳ ἐπ’ ἀκριβὲς ἀναπτύσσειν. Εὐθείας Εὐθείας προτειπὼν Παραλλήλως, τὰς ἐπ’ ἅπειρον μὲν ἐφ’ ἑκάτερον ἐκβαλλομένας ἐν τῷ αὐτῷ ἐπικέδῳ, ἐπὶ μηδέτερᾳ δὲ συμπιπτάσις, ἐμμένων δὲ καὶ ἐφεξῆς φεὶ ταύτῃ γε τῇ συμασίᾳ τῶν Παραλλήλων, μᾶλλον δὲ, καὶ τὸ μόναις ταῖς Παραλλήλοις, καὶ ἐπίσης ἀλλήλων ἀφεσώσας προσιδιάζον ἐν ταῖς Εὐθείαις, διὰ τῷ ὁρισμῷ παραδέμενος, τὸ πάντα δικαίαν τὴν δίκιην, δῆλον ὅτι δικάζεται.

κ. 30. λξ. Παραλληλογράμμις τε, καὶ παντὸς Τετραπλεύρου Διάμετρος, ἢ τοι Διαγώνιος, ἐσὶν ἡ διὰ τῶν ἀπεναντίον Γωνιῶν ἡγεμένη Εὐθεία (αβ)

λη. Τὰ ὑπὸ πλειόνων ἡ τετσάρων Εὐθειῶν περιεχόμενα, Πολύπλευρά τε ἐσὶ, καὶ Πολύγωνα.

κ. 32. λε. Γωνία δὲ ἔκτὸς χήματος Εὐθυγράμμις ἐσὶν, οὐ συνισταμένη, Πλευρᾶς ἔξω τῷ Σχῆματος ἐκβαλλομένης. Τοιαῦται εἰσὶν αἱ ὑπὸ γραμμῶν, καὶ ηγεμόνες. Τοσταυ τοίνυν ἔκτὸς Γωνιῶν Σχῆματα ἐκαίσον δεκτικὸν ἀν εἴη, ὅποσιν, καὶ ἔντὸς εὑμοιρεῖ καὶ Πλευρῶν.

Γραμμὴ, Γωνία, Σχῆμα διχάζεσθαι, οὐ δίχα τέμνεσθαι λέγεται, εἰὰν εἰς μέρη δύο ἵστα ἀλλήλοις, τάτων ἐκαίσον μὲν διαιρέμενον. Παραπλησίως δὲ καὶ τριχάζεσθαι, οὐ τρίχα τέμνεσθαι λέγεται, τὸ εἰς τρία ἀλλήλοις ἵστα διαγεμόμενον. Καὶ σύτως ἐφεξῆς.

Αἱ τῇ ματα.

Αἵτημα ἐσὶν, ὅπερ, ὅτι διδίως ἔχει τελεῖσθαι, αὐτόθεν δῆλον τυχάνει. Ητίδω τοίνυν.

α. Αἴπο παντὸς Σημείου, ἐπὶ πᾶν Σημεῖον, εὐθείαν Γραμμὴν ἀγαγεῖν.

β. Καὶ πεπερασμένην Εὐθείαν, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ’ εὐθείας ἐκβάλλειν.

γ. Καὶ παντὶ Κέντρῳ καὶ Διασήματι Κύκλου γράφεσθαι.

Αἱ ξιώματα.

Αἱξίωμα ἐσὶν ἔννοια κοινὴ, καθ’ αὐτὴν τὸ γυνώριμον ἔχεσθαι.

α. Τὰ τῷ αὐτῷ ἵστα, καὶ ἀλλήλοις ἐσὶν ἵστα. Καὶ τὰ θατέρως τῶν ἵσων μὲν ζον, οὐ ελαττον, καὶ θατέρως πάντως.

β. Καὶ εὖν ἵστοις ἵστα προσεδῆ, τὰ ὅλα ἐσὶν ἵστα.

γ. Καὶ εὖν ἀπὸ ἵσων ἵστα ἀφαιρεδῆ, τὰ καταλειπόμενα ἐσὶν ἵστα.

δ. Καὶ εὖν ἀνίστοις ἵστα προσεδῆ, τὰ ὅλα ἐσὶν ἀνίστα.

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἵσται ἀφαιρεθῆ, τὰ λοιπὰ ἔσιν ἄνιστα.

Καὶ τὰ τῦ αὐτῆς, ἢ τῶν ἵσων ὑμίση, ἀλλήλοις ἔσιν ἵσται. Καὶ τὰ τῦ αὐτῆς, ἢ τῶν ἵσων διπλάσια, ἵσται ἀλλήλοις ἔσται. Καὶ τὰ τριπλάσια δὲ, καὶ τὰ τετραπλάσια ὠσαύτως. Οὐ μόνος δὲ καὶ τῶν ἀνίσων τὰ ὑμίση, ἢ διπλάσια, ἢ τριπλάσια, ἢ καὶ ἄνισται ἔσται.

Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἵσται ἀλλήλοις ἔσται. ὅπερ ὥκ οὐδεῶς ὁ Κλέβιος ἀντισφέρει παρεβιάσατο, ψευδὲς ὅν ὅτι καθόλει τὰ ἵσται ἐπ' ἄλληλα ἐφαρμόζει. Τὰ γὰρ ἀνόμοια τῶν Μαγεθῶν, καὶν ἵσται γέ, ὥκ εἰσὶν ἐφαρμόζοντα. Εἴ τοι οὖν πρὸς τῷ ἵσται, λιφθῆ καὶ τὸ ὄμοιον, ἔξει δὴ χῶραν τὸ ἀντίστροφον· καθ' ὃ καὶ ὑμῖν κείσθω τὸ ἔξις.

Εὔθειαι ἵσται ἐπ' ἄλληλας ἐφαρμόζεσθαι. Καὶ Γωνίαι εὐδύγραμμοι ὠσαύτως. Καὶ Κύκλοι δὲ ἵσται ὄντες ἐπ' ἄλληλες ἐφαρμόζεσθαι. Καὶ τῦ αὐτῆς, ἢ ἵσται Κύκλων Περιφέρειαι ἵσται, ἢτοι τόξα, ἐπ' ἄλληλας ἐφαρμόζεσθαι. Καὶ Τετράγωνα, ἢ ἔτερα ὅποιαδηποτεν Σχήματα, διμοιά τε καὶ ἵσται ὄντα, ἐπ' ἄλληλα ἐφαρμόζει.

Καὶ τὸ ὅλον τῦ μέρες μεῖζον αὐτῆς ἔσται. ἵσται δὲ ἀπαστι τοῖς αὐτῆς μέρεσιν ἀμα λιφθεῖται.

Καὶ πᾶσαι αἱ ὁρθαὶ Γωνίαι ἵσται ἀλλήλαις εἰσται.

Τὸ γεμὴν παρὰ Εὐκλείδῃ ια'. τῶν ΑΞιωμάτων, ὅτι ἐὰν εἰς δύο Εὔθετας „(αβ, γδ) Εὔθεια ἐμπίκτεσσα (ιι) τὰς ἐντὸς, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη Γωνίας „(ὑπὸ βλπ, γπλ) δύο Ορθῶν ἐλάσσονας ποιῆ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται „, Εὔθειαι ἐπ' ἄπειρον συμπεσθεῖται ἀλλήλαις, ἐφ' ὃ μέρη εἰτίν αἱ τῶν δύο Ορθῶν ἐλάσσονες Γωνίαι" ἐπεὶ μηδέν τι σαφέσερον ἔστι τῷ δεικνυμένῳ τῷ αὐτῷ Εὐκλείδῳ ἐν Προτ. καθ'. , ὡς ἀμέλει, „, ἐὰν αἱ (ὑπὸ βλπ, γπλ) Γωνίαι δυστί „, Ορθαῖς ὡσιν ἵσται, αἱ Εὔθειαι (αβ, γδ) ὀδέ ποτε συμπεσθεῖται. Ταύτητοι τῆς τῶν ΑΞιωμάτων τάξισται σὺν Γεμίνῳ, καὶ Πρόκλῳ, καὶ τοῖς ἀλλοῖς τῶν Γεωμετρῶν, καὶ αὐτοὶ ἐκσυρίττομεν. Οὐδὲ γὰρ ὁδὸς ΑΞιωμα τὸ τοιότον, ἀλλὰ Θεώρημα ἀντικρυς, ὅπερ ὑμῖν μετὰ τὴν λγ'. τῷ ἀνὰ χεῖρας Βιβλίος δειχθῆσθαι, τῷ λς'. εἰς τῦτο ὁρισμὸς ὑπεργύγοντος. Τότε δὲ τὰ ἐφεξῆς δύο ἀντεισαγαγεῖν ἔδοξεν, οἵς ἐκ τῦ ὁρισμὸς τῆς Παραλλήλιας αὐτίκα μάλα τὸ ἀληθὲς ἐπιλάμπει. Εἶσω τοῖνυν ΑΞιωμα τὸ ἐπόμενον.

Τῶν Εὔθειῶν αἱ Παραλλήλοι κοινῇ χρῶνται Καθέτω. τυτέσιν ἢ πρὸς τὴν ἑτέραν τῶν Παραλλήλων Κάθετος, αὐτὸς τύτο ἔστι καὶ πρὸς τὴν ἑτέραν.

Καὶ Κάθετοι δύο (λξ, πι), ἀπὸ τῶν Παραλλήλων μέρη ἵσται ἐκατέρας ἐκκτέρωθεν (τὰ λπ, ξι) ἐναπολαμβάνεσται.

Τὸ μὲν παρὰ Εὐκλείδη ταῦτα. ΑἽξιμα (καί τοι ἡ μικρὰ τεῖνον εἰς ἀπόδειξιν τῶν ἄλλων παρέπεται ταῖς Παραδίλλοις παθήματα, ὥλως τε δὲ καὶ παντὶ τῷ προσέχοντι ἄλις καταφανῶς ἔχον) εἰκὸς τὸν ὄρισμὸν ἀνωτέρῳ τῶν Παραδίλλων μετακινήσαντα, κἀκείνῳ ἔτερον ἀντεισεγκόντα, καὶ τοῦτο ἐντεῦθεν τὸν Συγγραφέα μετασκευάσασι, καὶ τὴν ἀνωτέρω δύο Αἴξιματα, ἃτε δὴ τῷ κατ' αὐτὸν ὄρισμῷ τῶν Παραδίλλων μᾶλλον συγγενῆ, καὶ οἰκεῖα τυγχάνοντα, ἀντικαταστῆσαι.

εγ. Δύο Εὐδεῖαι χωρίον ἢ περιέχεται· τριῶν τελάχιστον εἰς τῦτο ἀπαιτεμένων.
ιδ. Δυσὶν Εὐδείαις Τμῆμα κοινὸν ἔχει· καὶ πᾶσαι αἱ Εὐδεῖαι κατὰ Σημεῖον ὑπὸ ἄλλήλων πεφύκασι τέμνεσθαι.

κ. 34. Οὗν τῇ αφ Εὐδείᾳ ἐμπεσθεῖσα ἡ ψῆφος, καὶ ἐκβληθεῖσα, ἔμενεν κατὰ τὴν διαχωρίσει, ἀλλ' ἐπὶ τὸ εὖ, ὡς ἔκεινη τὴν αφ, κατὰ Σημεῖον μόνον τὸ διατέμνειν. Τυτὶ δὲ τὸ Αἴξιμα τῇ ἐννοίᾳ τῆς Εὐδείας προσέχεσθαι, ἐσὶν ἐκδηλώτατον· μᾶλλον δὲ, καὶ ἐξ αὐτῆς τῇ ὄρισμῃ τῆς Γραμμῆς, τῆς μήκες μόνα ἀπλατεῖς γῆταις, σαφές ὅτι ἀπαγαπαῖ οἱ Γραμμαί, καὶ τε Εὐδεῖαι τύχωσι, καὶ τε Καμπύλαι, καὶ συμμίγδην Εὐδεῖκι τε ἄμα καὶ Καμπύλαι, διὸ ἄλλήλων ἔσται, κατά γε Σημεῖον τὰς τοιαύτας ποιόμεναι ἔσονται.

Ἐπειδὴ δὲ εἰσὶν οἱ τῶν ἐπὶ λεπτότητι ἔαυτες μακριζόντων, ἐν τῷ φιλοσοφεῖν περιττοὶ, δινατὴν ἔγγυηται τὴν τῶν Γραμμῶν κατάτι μέρος ἔαυτῶν σύμμιξιν, ἔδοξε δὴ τέτοις χαρισμάτερας, εἰς τύμφανές ερον πειράσσασι προσνεγκεῖν τὸ Αἴξιμα.

κ. 35. Καὶ δὴ ἔχέτωσαν εἰς δυνατὸν, Εὐδεῖαι δύο αφ, δύο Τμῆμα κοινὸν τὸ αδ. καὶ άλλας καὶ Κέντρῳ τῷ δι γεγράφθῳ Κύκλος, τέμνων τὰς Εὐδείας κατὰ βέλγον· καὶ Τόπον δείξειας. Ξου εἰλιγμῷ τὸ βέλγον τῷ βέλγῳ, καὶ νοείσθω ἔγμένη ἡ Εὐδεῖα ζεῖ.

Ημικύκλιον. Αἱ τοίνυν Εὐδεῖαι γε, καὶ ζεῖ τὴν αὐτὴν ὅλως ἔλαχον θέσιν πρὸς τὴν αὐτοτέταρτην βέλγον. Αἴλαμψήν ἡ Εὐδεῖα γε συνάμα τῇ βέλγῳ, κοινὸν λέγονται ἔχειν Τμῆμα τὸ ἀπότηςδιαδαστα. Αἴρα καὶ ἡ Εὐδεῖα ζεῖ, κοινὸν ἔχει μετὰ τῆς βέλγου τὸ Τμῆμα δα. Καὶ ἔστι μέτρου βέλγου ἄρα ταῖς τρισὶν Εὐδείαις γε, βέλγοι, ζεῖ, κοινὸν Τμῆμα τὸ δα.

γυγκα, Ημικύκλιον. Λιφθάντω οὖν αὐδίς Τόξον τὸ ζεῖ, ἵστον τοῖς πρότερον βέλγοι, καὶ γυγκα, ημικύκλιον καὶ νοείσθω ἔγμένη Εὐδεῖα ιδ. Καὶ δῆλον αὐδίς, ὡς αἱ Εὐδεῖαι βέλγοι, ιδ., τὴν αὐτόν αποτέμνεται τὴν ἔλαχον θέσιν πρὸς τὸν ζεῖ. Αἴλλον δέδεικται τὴν βέλγον μετὰ τῆς ζεῖ, κοινὸν ἄρα ἔσται καὶ ταῖς Εὐδείαις ιδ., ζεῖ, Τμῆμα τὸ δα.

Διαμέτρον. Οὐκάνταν αἱ τέτταρες ιδηίαι Εὐδείαι, γε, βέλγοι, ιδ., ζεῖ, Τμῆμα κοινὸν ἔχεται τῷ αὐτῷ Κύκλῳ τὸ δα. Καὶ τὸν αὐτὸν ὅλως τρόπον, διὸλης τῆς τῷ Κύκλῳ Περιφερείας, Τόποια ισα (όρος). Ξων ληφθέντων τοῖς προτέροις ἵστοις, βάθιον ἄν εἴη δεῖξαι, πάσας ἄμα τὰς

κυκλόδεν ήγυμένας Εὐθείας, Τιμῆμα ἔχεταις κοινὸν τὸ δα. Τιλικῆτον οὐγ τὸ
ἄτοπον ἔφεται, δισσὰς, τεθέντος, Εὐθείας τὴν τε γῆ, καὶ βῆ, κοινὴ Τιμῆμα-
τος εύμοιρεῖν. Λ’ δύνατον ἄρα Εὐθείας δύο κοινὸν Τιμῆμα κεκτῆσαι.

Τῷ δὲ τεθέντι Α’Ξιώματι, καὶ οὐδὲ πᾶσα τῇ κατὰ τὰ Σχολασμάτα τε-
θρυλλημένων, ἐρείριζαι λόγυα, τῷ ἐκ Σημείων ὅλως ἀδιαιρέτωντε, καὶ ἀριθμῷ (Α’ξ. 2.)
ώρισμένων, μηδὲν ἔχειν τῷ Μεγεθῶν συγκεῖσαι, ὡδὶ δεικνῦντος. Συγκεισθω
εἰ δυνατὸν, Μεγεθη ἐκ σημείων περὶ δὲ τὸ αὐτὸν Κέντρον νοείσθωσαν γεγραμ-
μέναι, ὅποσαιτεν δόξῃ, Κύκλων Περιφέρειαι· τεθείσα δὲ τὴν ἀπασῶν ἐξω-
τάτην, ἵτοι τὴν μεγίσην, ἐκ δέκα μυριάδων Σημείων συνεσάναι, ἀφ’ οὗ ἐκά-
σα ἐπὶ τὸ κοινὸν Κέντρον ήγυμέναι νοείσθωσαν Γραμμαὶ εὔθεικι.

Ἐκ μὲν οὖν τῇ ἀναπτυχθέντος Α’Ξιώματος, ἀσφαλὲς ὅτι ὑδατῆ αἱ Εὐ-
θεῖαι ἔκειναι συναγαμίγνυνται, οὐδὲ πρὸν, οὐ πρὸς αὐτὸν Κέντρον ἀφικέονται,
ἀλλήλαις συνίσσονται. Ταύτητοι καὶ πᾶσαι τὰς ἐν μέσῳ Περιφερείας διήκνυσαι, ἐν
ταύταις Σημεῖα, τοῖς ἐν τῇ ἐξωτάτῳ ἐπισημανθεῖσι πάντως ἴσταριθμα. Ως
καὶ ἐξ ἴσταριθμῶν Σημείων ἀπαται αἱ ὁμόκεντροι Περιφέρειαι συγκεκρότυνται,
καὶ ἐκ τῷ ἀκολέθε, αἱ πᾶσαι ἀλλήλαις ἔσται εἰσὶν· οὕτω δέ τοι, ὡς τὴν ἐπὶ
τῷ ὑποκειμένῳ τῷδε Χάρτε καταγεγραμμένην, μηδέντι τῆς τῷ Στερεώματος
Περιφερείας τὸ μέγεθος ἀπολείπεσθαι. Καὶ ἀλλαις οὖν ἀριθμὸν μονονάντη
βεβικεῖαις Α’ποδείξεσι τῆς τοιᾶς δε κατακλυζομένης ἀπάτης, μίαν δὴ ταύτην
πρὸ τῶν πολλῶν ἐνταυθὶ παραδέσθαι ἡξίωται, ἀτε δὴ πανταχοῦ περιαδομένην,
καὶ ἐκ τῷ προτεθέντος Α’Ξιώματος ἀμέσως ἐξηρτυμένην.

Τῶν ἕστων Κύκλων αἱ Διάμετροι ἔσται ἀλλήλαις εἰσὶ. Καὶ αἱ τέτων δὲ
Ημιδιάμετροι, εἰτὲν αἱ Α’κτῖνες, δμοίως. Καὶ εἰὰν Κύκλων δύο αἱ Α’κτῖνες, εἰ-
τὲν αἱ Διάμετροι ἔσται ὥστι, οἱ Κύκλοι ἔστοι εἰσὶ. Ταῦτα δὲ καὶ ἐπὶ Τετραγύώνων
Πλευραῖς τε καὶ Διαμέτροις, καὶ ὅποιωντεν ἄλλων Σχημάτων ὁμοίων τε καὶ ἕστων
ταῖς ὁμολογύσαις Πλευραῖς τε, καὶ Διαμέτροις. (περὶ οὗ ἐν τῷ ια’. δρ. τῷ Ε’.
Βιβλ., καὶ ὁρισμ. α’. τῷ σ’.) παραπλησίως κρατεῖ· καὶ ἀνάπταλιν.

Καὶ οὐ τῷ μείζονος δὲ Κύκλῳ Διάμετρος μείζων, καὶ οὐ τῷ ἐλάσσονος ἐλάσ-
σων, καὶ ἀνάπταλιν. Ωσταύτως δὲ καὶ ἐπὶ Τετραγύώνων Πλευραῖς τε καὶ Διαμέτροις,
καὶ ὅποιωντεν ἄλλων Σχημάτων ὁμολόγοις Πλευραῖς τε, καὶ Διαμέτροις τὰ αὐτὰ
ἡξίωται· καὶ ἀνάπταλιν.

Τῶν Προτάσεων αἱ μέν τι προβάλλεσθαι ποιητέον, καὶ καλλύνται Προβλή-
ματα· αἱ δὲ μόνη τῇ Θεωρίᾳ ἐφηρεμεῖσι, καὶ Θεωρήματα ἐπιλέγονται.

Πραγματεύεται δὲ τοτὲ τὸ πρῶτον Βιβλίον, τὰ περὶ τῶν πρωτίσων

κ.) Τὸ ἄραι
βπω, ἵσου τῷ
γκω· τὸ ὄ-
λον τῷ μέ-
ρει. Οὐ περά-
δύνατον.

α. 36.

τοῖς Τριγώνοις τε, καὶ Παραλληλογράμμοις παρεπομένωι παθῶν. Εὐ ω̄ δὲ
Προτάσεις ἐπισημότεραι εἰσιν αἱ ἐφεξῆς. ΔΕ. ΑΖ. ΜΑ. ΜΔ. ΜΕ. ΜΖ.

Πρότασις Α.

„Ἐπὶ τῆς δοδούσης Εὔθείας (αβ) πεπερασμένης, Τρίγωνον ισόπλε-

„ρου συζήσαθαι.

κ. 37.

Κέντρῳ μὲν τῷ α, Διατίματι δὲ τῷ αβ (1) Κύκλος γεγράφθω ὁ γύρος.
Καὶ Κέντρῳ μὲν τῷ β, Διατίματι δὲ τῷ αὐτῷ βα, Κύκλος γεγράφθω ὁ
αὐλός. Καὶ ἀπὸ τῆς γ Σημείου, καθ' ὃ τόμνυθτιν ἀλλήλες οἱ Κύκλοι, ἐπεξεύχ-

θωσαν Εὔθεία (2) αἱ γα, γβ.

Φημὶ δὴ τὸ συνεῖδος Τρίγωνον εἶναι ισόπλευρον. Ή γὰρ αγ Εὔθεία,
τῇ (3) τῇ αβ· ἀλλὰ καὶ ἡ βγ τῇ τῇ βγ (4). Αὐταὶ αἱ αγ, βγ τῇ τῇ (5) ἀλ-

λήλαις εἰσίν. Αἱ τρεῖς ἄρα τῆς Τρίγωνος Πλευραὶ ισαι ἀλλήλαις εἰσί. Τὸ ἄρτι
αὐτὸς Τρίγωνον καὶ (6) ισόπλευρόν ἔστι, καὶ ἐπὶ τῆς δοδούσης πεπερασμένης
Εὔθείας συνέσαται τῇ αβ. Οὐπερ ἔδει ποιῆται.

Πρότασις Β.

„Πρὸς τῷ διοδέντι Σημείῳ (α), τῇ δοδούσῃ Εὔθείᾳ (εξ) ισην Εὔθείαν
„δέοθαι.

κ. 38.

Εἰλήφθω δὴ τῷ Διαβότῳ διάσημα τὸ εξ (7)· καὶ μετίχθω ἀπὸ τῇ α ἐπὶ τὸ δ. Καὶ ἔσαι πάντως ἡ ἀχθεῖσα (8) Εὔθεία αδ, ιση τῇ δοδούσῃ (9) εξ.

Ἀλλως.

κ. 39.

Ἐσω τὸ μὲν δοδέν Σημεῖον τὸ α, οὐ δὲ δοδεῖσα Εὔθεία οὐ εξ, καὶ ἐπε-

ξεύχθω ἀπὸ τῷ α Σημείον ἐπὶ τὸ ε (10) Εὔθεία οὐ αε. Καὶ συνεζήσω ἐπ' αὐ-

τῆς Τρίγωνον ισόπλευρον (11) τὸ αβε.

Καὶ ἐκβεβλήθωσαν ἐπ' εύθείας ταῖς βα, βε (12) Εὔθείαι αἱ αλ, εδ. Καὶ Κέντρῳ μὲν τῷ ε, Διατίματι δὲ τῷ εξ (13),

Κύκλος γεγράφθω ὁ μηδ. Καὶ πάλιν (14) Κέντρῳ μὲν τῷ β, Διατίματι δὲ τῷ

βγ, Κύκλος γεγράφθω ὁ νέος.

Ἐπεὶ οὖν τὸ ε Σημεῖον, Κέντρον ἔστι τὸ μηδενὸς Κύκλος, ιση ἔστιν (15) οὐ εξ
τῇ εν. Καὶ πάλιν ἐπεὶ τὸ β, Κέντρον ἔστι τὸ νέος Κύκλος (16), ιση ἔστιν οὐ βο-

(1) Αἴτ. γ. (2) Αἴτ. α. (3) Ορ. η. (4) Ορ. η. (5) Αἴτ. α. (6) Ορ. α. (7) Αἴτ. γ. (8) Αἴτ. α. (9) Αἴτ. α. (10) Αἴτ. α. (11) α. Βιβ. α. (12) Αἴτ. β. (13) Αἴτ. γ. (14) Αἴτ. γ. (15) Ορ. η. (16) Ορ. η.

τῇ βν. Α'λλ'. ἀπ' αὐτῶν αἱ βα καὶ βε, οἵσαι ἀδιήλαις εἰσί. (1) Λοιπὴ ἄρα
ἡ αο, λοιπῆ τῇ εν (2) ἵση ἐσί. Ε'δειχθη δὲ καὶ ἡ εξ ἵση τῇ εν· καὶ ἡ αο
ἄρα (3) ἵση τῇ εξ. Πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι Σημεῖῳ τῷ α, τῇ δοθεῖσῃ Εύ-
θείᾳ τῇ εξ, ἵση Εὐθείᾳ κεῖται ἡ αο. Ο. Ε. Π.

Πρότασις Γ.

, Δύο δοθεῖσῶν Εὐθείων ἀνίσων, ἀπὸ τῆς μείζους (αβ) τῇ ἐλάσσου (γ)
, ἵση Εὐθείᾳ ἀφελεῖν.

Λαβων τῷ Διαβήτῃ (4) τὸ Διάσημα τῆς ἐλάσσους γ, μετάσησον ἐπὶ κ. 40.
τὴν μείζουα, ἀπὸ τᾶς α ἐπὶ τὸ ε.

Η^η Ο^ουτω.

Καίδω πρὸς τῷ α Σημεῖῳ, τῇ γ Εὐθείᾳ, ἡ αδ ἵση (5)· καὶ Κέντρῳ μὲν κ. 41.
τῷ α, Διασήματι δὲ τῷ αδ (6), Κύκλος γεγράφθω ὁ δξ. Ι"ση οὖν ἡ ας τῇ
αδ. (7) Α'λλὰ καὶ ἡ γ τῇ αδ (8) ἐσὶν ἵση. Α"ρα δὲ ας ἵση τῇ γ (9). Δύο
ἄρα δοθεῖσῶν Εὐθείων ἀνίσων, ἀπὸ τῆς μείζους αβ, τῇ ἐλάσσου γ ἵση
ἀφήρηται ἡ αε. Ο. Ε. Π.

Πρότασις Δ.

, Ε'αν δύο Τρίγωνα (φ, ψ) τὰς δύο Πλευρὰς ταῖς δυσὶ Πλευραῖς ισας κ. 42.
, ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρα (ἴτοι τὴν μὲν βα τῇ ζλ, τὴν δὲ γα τῇ ιλ) καὶ τὴν
, Γωνίαν (α) τῇ Γωνίᾳ (λ) ἵσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ισων Εὐθείων περιεχόμε-
, νην· καὶ τὴν Βάσιν (βγ) τῇ Βάσει (ζι) ἵσην ἔξει, καὶ τὸ Τρίγωνον (φ) τῷ
, Τριγώνῳ (ψ) ισου ἔσαι, καὶ αἱ λοιπαὶ Γωνίαι ταῖς λοιπαῖς Γωνίαις ισαὶ ἔ-
, σονται ἑκατέρα ἑκατέρα (ἴτοι ἡμέν βα τῇ ζ, ἡ δὲ γ τῇ ι) ὑφ' αἵαὶ ισαι
, Πλευραὶ ὑποτείνεται.

Ἐπιτιθεμένα γάρ τῷ Τριγώνῳ ψ ἐπὶ τῷ Τριγώνῳ φ, αἱ Πλευραὶ λζ,
λι ἀκριβῶς ἐφχριμότεστι ταῖς ισαῖς (10) Πλευραῖς αβ, αγ, ὥτως ὥσε τὰ τρία
Σημεῖα τὰ, λ, ζ, ἐπιπεπτεῖν ἐπὶ τοῖς τρισὶν α, β, γ. Α"ρα καὶ ἡ Βάσις
ζι ὅλη, ἐπὶ Βάσεως τῆς βγ ὅλης ἐπιπεσεῖται. Α'λλὰ καὶ αἱ Γωνίαι ζ, β,
ώσχύτως δὲ καὶ αἱ, γ· καὶ ὅλα τὰ Τρίγωνα ἐπ' ἀδιηλα ἐφχριμόσει. Καὶ πάγ-
τα ἄρχ ισα (11) ἔσαι.

(1) Εκ Κατασκ. (2) Α'ξ. γ. (3) Α'ξ. α. (4) Ατ. γ. (5) β. Βιβλ. α. (6)
Ατ. γ. (7) Ζρ. η, (8) Εκ Κατασ. (9) Α'ξ. α. (10) Α'ξ. η. (11) Α'ξ. δ.

Σ Χ Ό Λ Ι Ο Υ.

Παραπλησίω δὲ λόγῳ καὶ τὸ ἐφεξῆς Θεώρημα, ὃ πιοντά πόδας ἡ χρῆσις, ἔξεσαι δεῖξαι.

„Εἰ ἀν δύο Τριγώνων (φ, ψ) αἱ Πλευραὶ βγ, καὶ γινομέναι ταῦτας τὰς Πλευρὰς Γωνίαις (ἀμέλειτοι αἱ β καὶ γ, ταῖς ζ καὶ ι) οἵσαι,, ὁσιν, ἕκατέρα ἕκατέρᾳ· καὶ τὸ ἄλλα πάντα, καὶ αὐτὰ τὰ Τριγώνα οἵσαι ἀλλήλοις ἔξεσαι.

x. 43.

Εἴπει γάρ αἱ Γωνίαι β καὶ γ, οἵσαι εἰσὶ ταῖς Γωνίαις ζ καὶ ι, εἰ ἀν τὴν Πλευράν ζι ἐπιθῆς, ἐπὶ τῆς οἵσης αὐτῇ Πλευρᾶς βγ, αὗται ἐπ' ἄλληλας (1) ἐφαρμόσασθιν. Οὕτω δέ τοι διὰ τὴν ισότητα τῶν Γωνιῶν ζ, β, καὶ ι, γ, καὶ ή ζλ ἐπιπεσεῖται (2) ἐπὶ τὴν βα, καὶ ή ιλ ἐπὶ τὴν γα. Εἴπιπεσεῖται δὲ ἄρα καὶ τὸ Σημεῖον λ ἐπὶ τὸ Σημεῖον α, (ἐκπεσὸν γάρ την α, καὶ αἱ πλευραὶ ζλ, ιλ ταῖς Πλευραῖς βα, γα ἐπικείστουται) καὶ ἀκριβῶς ἄρ' ὅτω τὰ πάντα ἐφαρμόζοντα, (3) οἵσαι ὄξαι.

Π Ρ Ο Τ Α Σ Ι Σ Ε.

„Τῶν Γοστκελῶν Τριγώνων αἱ πρὸς τὴν Βάσιν Γωνίαι (α, γ) οἵσαι ἀλλήλαις εἰσί.

x. 44.

Νοείσθω δὴ τὸ Τρίγωνον αβγ διε κείμενον, τῇ γεμήν θέσσι ἀντεπραμένου ΓΒΑ. Εἴπει τοίνυν ἐν τοῖς δυσπὶ Τριγώνοις αβγ, καὶ ΓΒΑ, η μὲν αβ Πλευρὴ ὑποτίθεται οἵση τῇ ΓΒ, η δὲ γβ τῇ ΑΒ, καὶ η Γωνία β τῇ Γωνίᾳ Β· καὶ η πρὸς τὴν Βάσιν Γωνία α, τῇ Γωνίᾳ Γ, οἵτοι τῇ γ (η αὐτῇ γάρ εἰσιν) οἵση (4) ἔσθιν. Ο. Ε. Δ.

Α΄ Λ Λ ω ξ.

„Τῶν Γοστκελῶν Τριγώνων αἱ πρὸς τὴν Βάσιν Γωνίαι οἵσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν οἵσων Εὔθετῶν, καὶ αἱ ὑπὸ τὴν Βάσιν οἵσαι ἀλλήλαις εἰσί.

x. 45.

Τὸ Γοστκελῖς αβγ προσεκβεβλήθωσαν ἐπ' εὐθείας τῶν αβ, αγ, αἱ βγ, γα. Καὶ εἰλίφθω ἐπὶ μὲν τῆς βδ τυχὸν Σημεῖον τὸ ζ, καὶ ἀφηρήθω ἀπὸ τῆς μείζονος αε, τῇ ἐλάσσονι αζ, οἵση η αι (5), καὶ ἐπεζεύχθωσαν (6) αἱ ζγ, ηβ.

(1) Α΄ξ. η. (2) Α΄ξ. η. (3) Α΄ξ. ξ. (4) δ. Βιβ. η. (5) γ. Βιβ. αι. (6) Α΄η. η.

Επεὶ οὖν ἔσιν ἡ μὲν αζ, ιση τῇ αι (1), ἡ δὲ αβ, τῇ αγ (2), καὶ Γωνίας
δὲ κοινὴ ἔσιν ἡ περιεχομένη ὑπὸ ζαι· καὶ Βάσις ἄρα (3) ἡ ζγ, Βάσει τῇ βη
ἰση ἔσι, καὶ τὸ αζγ Τριγωνον, τῷ αιβ Τριγώνῳ, καὶ ἡ ὑπὸ αγζ τῇ ὑπὸ αβη, καὶ
ἡ ὑπὸ αζγ τῇ ὑπὸ αιβ. Αλλὰ ἔσι δὴ καὶ λοιπή ἡ βζ, λοιπῇ τῇ γη (4) ιση.
Εδείχθη δὲ καὶ ἡ ζγ, ιση τῇ βη, καὶ ἡ ὑπὸ βζγ τῇ ὑπὸ γνβ ιση· καὶ τὰ λοι-
πὰ ἄρα ἀφαιρεθῶσιν ἀπὸ τῶν αγζ, καὶ αβη τῶν ισων δεδειγμένων, ἔσαι καὶ
λοιπή (6) ἡ ὑπὸ αγβ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ αβγ ιση, αἵ πρὸς τὴν Βάσιν εἰσίν.
Αλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ζβγ, καὶ ὑπὸ βγη (τῶν πάντων ἐν αὐτοῖς τοῖς Τριγωνοῖς ισων
δειχθέντων) ισαι καὶ αὐται ἀλλήλαις εἰσὶν, αἵ ὑπὸ τὴν Βάσιν εἰσί. Τῶν ἄρα
κοσκελῶν Τριγώνων αἱ πρὸς τὴν Βάσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὴν Βάσιν καὶ. Ο. Ε. Δ.

Πόρισμα.

Άρρον τὸ Ισόπλευρον Τριγωνον, ἔσι καὶ Ισογώνιον.

Πρότασις.

„Εὰν Τριγώνα (αβγ) αἱ δύο Γωνίαι (α καὶ γ) ισαι ἀλλήλαις ὥσι, καὶ αἱ
„Πλευραὶ (αβ, βγ) αἱ ὑπὸ τὰς ισας Γωνίας ὑποτείνεται, ισαι ἀλλήλαις
„ἔσονται.

Νοείσθω δίς τὸ Τριγωνον κείμενον, τῇ γυμνῇ δέσει ἀντεξομιμένου, αβγ,
ΓΒΑ. Τῆς οὖν Πλευρᾶς γα, ἔξισταμένης τῇ Πλευρῇ ΓΑ, καὶ τῆς Γωνίας α
τῇ Γ, καὶ τῆς γ τῇ Α, καὶ τὰ λοιπὰ πάντα ισα (7) ἔσαι. Καὶ δὴ καὶ ἡ Πλευ-
ρὰ αβ τῇ Πλευρῇ ΓΒ, ἦτοι τῇ γβ. (ἡ αὐτῇ γάρ ἔσιν) Ο. Ε. Δ.

π. 46.

Άλλως.

Εἰ μὴ γάρ, ἔσω ἐτέρα, οἷον ἡ αβ, μείζων τῆς αγ, καὶ ἀφηρίσθω ἀπὸ
τῆς αβ, τῇ ἐλάσσονι αγ, ιση (8) ἡ βδ, καὶ ἐπεξεύχθω (9) ἡ δγ. Επεὶ
οὖν ιση ἔσιν ἡ δβ τῇ αγ (10), δύο δὴ αἱ δβ, βγ, δυσὶ ταῖς αγ, γβ, ισαι
εἰσὶν ἐκατέρα ἐκατέρῃ, καὶ Γωνία ἡ ὑπὸ δβγ, τῇ ὑπὸ αγβ (11) ἔσιν ιση.
Βάσις ἄρα ἡ δγ, Βάσει τῇ αβ (12) ιση ἔσι· καὶ τὸ αγβ τῷ δβγ Τριγώνῳ
ἴσου ἔσαι, τῷ ἐλάσσονι τὸ μείζον· ὅπερ ἀτοπον. Άρα κτ.

π. 47.

(1) Κατασκ. (2) Ε'ξ ὑποδ. (3) δ. Βιβ. α. (4) Α'ξ. γ. (5) δ. Βιβ. α. (6) Α'ξ. γ.
(7) Σχόλ. τῆς δ. (8) γ. Βιβ. α. (9) Διτ. α. (10) Ε'κ κατ. καὶ ὑποδ. (11) Ε'ξ ὑποδ.
(12) δ. Βιβ. α.

Πόροι συμμαχίας.

Τὸ ἄραι Γεωγώνιον Τρίγωνον, ἐνὶ καὶ Γεόπλευρον.

Πρότασις Ζ.

„Επὶ τῆς αὐτῆς Εὐθείας (αβ) δυσὶ ταῖς αὐταῖς Εὐθείαις (αγ, γβ)
„ἄλλαι δύο Εὐθείαι (αβ, δβ) οἰσται ἑκατέραις ἑκατέραις καὶ συναδήσονται πρὸς
„ἄλλων καὶ ἄλλων Συμείων (γ καὶ δ) ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη (τὰ κατὰ γ καὶ δ), τὰ
„αὐτὰ πέρατα ἔχονται (α καὶ β) ταῖς ἐξ ἀρχῆς Εὐθείαις.

x. 48.

Εἰ γάρ, επιζευχθείσης τῆς γδ (1) ἔσαι ή ὑπὸ αγδ, οἱ τῇ ὑπὸ (2)
αδγ. Μείζων ἄρα ή ὑπὸ αδγ, τῆς ὑπὸ δγβ. (3) Πολλῶν ἄραι ή ὑπὸ γδβ,
μείζων τῆς ὑπὸ δγβ. Λόγων καὶ ιση (4), οἱ σων ὑποτιθεμένων τῶν βγ, βδ, δ-
περ ἀδύνατον. Αὕτη ἐπὶ τῆς αὐτῆς κτ. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις Η.

„Εὰν δύο Τρίγωνα (αβγ, δεγ) τὰς δύο Πλευρὰς, ταῖς δυσὶ Πλευραῖς
„οἰσις ἔχη (τὰς αβ, αγ ταῖς δε, δγ) ἑκατέραν ἑκατέρα, ἔχη δὲ καὶ τὴν
„Βάσιν (βγ) τῇ Βάσει (εγ) οἱσην· καὶ τὴν Γωνίαν τῇ Γωνίᾳ οἱση (τὴν ὑπὸ¹
„βαγ, τῇ ὑπὸ εδγ) τὴν ὑπὸ τῶν οἰσων Εὐθειῶν περιεχομένην.

x. 49.

Εφαρμοσάσης γάρ τῆς βγ ἐπὶ τὴν οἱσην (5) εγ, καὶ αἱ αβ, αγ εφαρμό-
στην ἐπὶ τὰς εδ, δγ. Εἰ μὴ γάρ, συναδήσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς Εὐθείας,
δυσὶ ταῖς αὐταῖς Εὐθείαις, ἄλλαι δύο Εὐθείαι οἰσται ἑκατέραις ἑκατέραις, πρὸς
ἄλλων καὶ ἄλλων Συμείων ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχονται, διπερ (6)
ἀδύνατον. Εφαρμόστην ἄρα· ὡς ε καὶ ή ὑπὸ βαγ, ἐπὶ τῇ ὑπὸ εδγ εφαρμό-
σαι, καὶ (7) οἱση αὐτῇ ἔσαι. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις Θ.

„Τὴν δοδεῖται εὐθύγραμμον Γωνίαν (βαγ) δίχα τεμεῖν.

x. 50.

Εἰλίφθω ἐπὶ τῆς αβ τυχὸν Συμεῖον τὸ δ, καὶ ἀφηρήσθω ἀπὸ τῆς αγ
τῇ αδ (8) οἱση ή αε. Καὶ ἐπεζεύχθω (9) ή δε. Καὶ συνεσάσθω ἐπὶ τῆς δε, Τρί-
γωνον (10) Γεόπλευρον τὸ δεγ· καὶ ἐπεζεύχθω (11) ή δγ. Λέγω δὴ ως αῦ-
τη τὴν ὑπὸ βαγ δίχα τεμεῖ.

(1) *Αἴτ. α.* (2) *ε. Βιβ. α.* (3) *Αἴτ. α.* (4) *ε. Βιβ. α.* (5) *Α'ξ. η.* (6) *ξ. Βιβ. α.*
(7) *Αἴτ. ξ.* (8) *γ. Βιβ. α.* (9) *Αἴτ. α.* (10) *α. Βιβ. α.* (11) *Αἴτ. α.*

Καὶ γὰρ δικ., διὶς ἰσαι ταῖς εἰς, εἰς (1). ή δὲ Βάσις αἱ κοινή· ή ἄρω ὑπὸ διαιτησι (2) τῇ ὑπὸ ζει. Δίχα ἄρα (3) τέτμηται ή ὑπὸ βαγ. Ο. Ε. Π.

Πόρισμα.

Εἴ τέττα δῆλον πῶς ἀν εἰς 4, ἢ 8, ἢ 16, ἢ καὶ. ἰσαις ἀλλήλαις ή δοθεῖσαι Γωνία τέμνεσθαι ἔχοι τῶν ήμίσεων δῆλονότι ἐφεξῆς ὑποδιχαζομένων.

Σχόλιον.

Οὐδεὶς ὀδέπωτε τῦν οἵος ὥφει μέθοδον ὑποδέοιται, καθ' ήν Κύκλῳ τε, καὶ Εὐθείᾳ χρωμένοις, εἴη ἀν τὴν δοθεῖσαν Γωνίαν εἰς ἰσαις ὀσασδηποτεν ὑποτέμνειν. Οὐγειὴν Πάππος, καὶ ὁ Αρχιμήδης Γραμμάς τινας τῶν Καμπύλων, οὗτον τὴν Τετραγωνίζεται, καὶ τὴν Σπειροειδῆ, εἰς τᾶτο συντελύσας εἰσήνεγκαν· ἀν ὁ πρῶτος καὶ Γωνίαν τετριχοτόμηκε Βιβλ. δ. Προτ. λα., τῇ Χπερβολῇ καχρημένος, διὰ διὰ τῆς Παραβολῆς, ἢ καὶ διὰ τῆς Κογχοειδῆς διανύσαι διάδιον.

Μηχανικῶς δὲ εἰς ὀσασδηποτεν ἰσαις τὴν δοθεῖσαν Γωνίαν τεμεῖς, ἐὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς (α) τῆς Γωνίας, ὡς ἀπὸ Κέντρου, Κύκλῳ τόξον ὑπὸ τῶν τῆς Γωνίας σκολῶν ἐναπολαμβανόμενον καταγράψῃς, καὶ τῦτο εἰς ὀσα δηποτοῦν ἀν δόξῃ, μέρη ἀλλήλοις ἰσα διέληγε. Οὐτω γὰρ ἀν αἱ ἀπὸ τῇ Κέντρου α., διὰ τῶν κατὰ τὰς διαιρέσεις Σημείων ἐξισθαι Εὐθεῖαι, εἰς μέρη ἴσαριθμάτε καὶ ἴσαληλα, τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον Γωνίαν διαμερίσειαν.

Πρότασις Ι.

„Τὴν δοθεῖσαν Εὐθείαν πεπερασμένην (αβ) δίχα τεμεῖν.

Συνεπάθω ἐπ' αὐτῆς ἵστοπλευρον Τρίγωνον (4) τὸ αγν. (ὑπεργύσεις δ' ἀν ὀδὲν ἦττον καὶ τὸ Γροσκελές) δίχα τε ή πρὸς τῷ γ Γωνία τετμήσθω (5) τῇ Εὐθείᾳ γδ. Φῆμι δὴ ὡς τῇ αὐτῇ, καὶ ή αβ κατὰ τὸ δ διχαδήσεται.

I^οσων γὰρ ὃσῶν ἀλλήλαις τῶν αγ, γβ, κοινῆς δὲ τῆς γδ, ἰσης δὲ τῆς ὑπὸ αγδ, τῇ ὑπὸ δγβ (6), καὶ Βάσεις αδ, βδ ἰσαι (7) ἀλλήλαις ἔσονται. Δίχα ἄρα τέτμηται (8) ή δοθεῖσα αβ. Ο. Ε. Π.

Αρκέσει δὲ κατὰ τὰς Πράξεις, Κέντροις τοῖς α καὶ β, Κύκλῳ δύο καταγράψαι, τέμνονταις ἀλλήλαις κατὰ ε, καὶ ζ, καὶ τὴν (9) εἰς ἐπιζευγνύαι.

α. 51.

α. 52.

α. 53.

(1) Κατασ. (2) η. Βιβ. α. (3) Ορ. μ. (4) α. Βιβ. α. (5) η. Βιβ. α. (6) Εκ μάτης.
(7) δ. Βιβ. α. (8) Ορ. μ. (9) Αγρ. α.

Πρότασις ΙΑ.

„Τῇ δοθεῖσῃ Εὐθείᾳ (αβ) ἀπὸ τῆς πρὸς αὐτῇ δοθέντος Σημείου (γ), πρὸς „ορθὰς Γωνίας εὐθεῖαν Γραμμὴν ἀγαγεῖν.

κε. 54.

Εἰλίφθω ἐπὶ τῆς αβ τυχὸν Σημείου τὸ δ, καὶ κείσθω ἵση τῇ γδ ὑγε (1), καὶ ἐπὶ τῆς δε Τρίγωνου ἰσόπλευρον συνεσάνθω (2) τὸ δξε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γ (3). Φημὶ δὴ ταύτην πρὸς ορθὰς ἄχθαι.

Γ' σαι γάρ (4) μὲν δξ τῇ γ, οὐδὲ γδ τῇ γε, οὐδὲ γξ κοινή. Αὖρ' ξν (5) καὶ οὐ πό δυξ, ἵση τῇ υπὸ γγε· εἰσὶ δὲ ἐφεξῆς. Αὖρα (6) ορθή ἔσιν ἑκατέρα. Ο. Ε. Π.

Επίταξις κατὰ ταύτην, καὶ τὴν ἐφεξῆς Πράξεων ἡμῖν υπεργίσει.

Πρότασις ΙΒ.

„Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν Εὐθείαν ἀπαιρον (αβ), ἀπὸ τῆς δοθέντος Σημείου (γ) „οὐ μή ἔσιν ἐπὶ αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν Γραμμὴν ἀγαγεῖν.

κε. 55.

Κέντρῳ μὲν τῷ γ, Κύκλος γεγράφθω, τέμνων τὴν δοθεῖσαν κατὰ τὰ η καὶ Σημεῖα, οὐ εξη· καὶ δίχα τετμήσθω οὐ ει κατὰ τὸ δ· (7) καὶ ἐπεζεύχθω (8) οὐ γδ· Φημὶ δὴ ταύτην εἶναι τὴν Ζηταμένην.

Επιζευχθεισῶν γάρ καὶ τῶν ηγ, εγ, ἵσων τα οὔσῶν (9), αἱ μὲν ηδ, καὶ εδ ἵσαι ἀλλήλαις (10) εἰσὶν, οὐδὲ γδ κοινή. Αὖρ' οὖν καὶ οὐ πό ηδγ ἵσαι (11) τῇ υπὸ εδγ· ταύτη δέ τοι καὶ Ορθαί. (12) Καὶ Κάθετος ἄρα οὐ θγ, ἀπὸ τῆς δοθέντος Σημείου γ, κτ. Ο. Ε. Π.

Πρότασις ΙΓ.

„Ως ἀν Εὐθεία (ἢ αβ) ἐπὶ Εὐθείαν (τὴν γ)· ειθεῖσα, Γωνίας ποιῆσαι, ητοι δύο Ορθὰς, οὐ δυσὶν Ορθαῖς ἵσαις ποιήσειν.

κε. 56.

Εἰ μὲν γάρ ἵση οὐ πό γραμβα τῇ υπὸ αβδ, δύο Ορθαὶ (13) εἰσὶν. Εἰ δέ, ἄχθω ἀπὸ τῆς β πρὸς ορθὰς (14) οὐ βε. Αἱ ἄρα οὐ πό γραμβα, καὶ εβδ Ορθαὶ εἰσὶν. Επει οὖν οὐ πό γραμβα ἵση δυσὶ ταῖς υπὸ γραμβα, καὶ οὐ πό αβδ (15)· κοινῆ προσεθεῖσης τῆς υπὸ εβδ, ἕσονται (16) αἱ δύο οὐ πό γραμβα, καὶ οὐ πό εβδ, ἵσαι ταῖς τρισὶν υπὸ γραμβα, αβδ, εβδ. Πάλιν ἐπει οὐ πό δραμβα, δυσὶ ταῖς υπὸ δραμβα,

(1) γ. Βιβ. α. (2) α. Βιβ. α. (3) Αἴτ. α. (4) Ε'κ Κατ. (5) η. Βιβ. α. (6) Ορ. ιδ. (7) ι. Βιβ. α. (8) Αἴτ. α. (9) Ορ. ιη. (10) Ε'κ Κατ. (11) η. Βιβ. α. (12) Ορ. ιδ. (13) Ορ. ιδ. (14) ια. Βιβ. α. (15) Α'ξ. ι. (16) Α'ξ. β.

εβα ἴση ἐσί (1)· κοινῇ προσεδεῖσις τῆς ὑπὸ αβγ, ἔσονται αἱ ὑπὸ δβα,
αβγ, τρισὶ ταῖς ὑπὸ δβε, εβα, αβγ ἴσαι. (2) Αἱ δύο ἄραι ὑπὸ δβα, αβγ,
δυσὶ ταῖς ὑπὲ γβε, εβδ Ορθαῖς προδειχθεῖσαι, ἴσαι (3) εἰσιν. Ο. Ε. Δ.

Π ο ρ ἑ σ μ α τ α.

Ως εἰ γε Εὐθεῖαι πλείες μιᾶς, ἐπὶ τὴν αὐτὴν Εὐθεῖαν, κατὰ τὸ αὐτὸ Α'.
Σημεῖου συσκεψόσι, παραπλησίως ἐπέζαι δεῖξαι, ὅτε Γωνίας ποιῶσι δυσὶν
Ορθαῖς ἴσαις.

Καὶ ἐάν Εὐθεῖαι δύο αβ, η γδ, ἀλλήλαις τέμνωσι κατὰ τὸ ε, Γωνίας Β'.
ποιήσουσι τὰς πάσας τέτταρσιν Ορθαῖς ἴσαις. Δῆλον δὲ ἐκ τῆς Προτάσεως.

Καὶ αἱ περὶ τὸ αὐτό δὲ Σημεῖον Γωνίαι, αἱ πᾶσαι τέτταραις Ορθαῖς συγχροτήσιν· ὅπερ φανερὸν ἐκ τῆς δευτέρας Πορίσματος.

Π ρότασις ΙΔ.

„Εάν πρός τινι Εὐθείᾳ (γδ) η τῷ πρὸς αὐτῇ Σημείῳ (δ), δύο Εὐθεῖαι
„(αδ, βδ) μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς Γωνίας (αδγ, βδγ)
„δυσὶν Ορθαῖς ἴσαις ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ Εὐθεῖαι
„(αδ, βδ).

Εἰ μὴ γὰρ, ἔσωσαν ἐπ' εὐθείας, αἱ αδ, εδ· ἄραι (4) αἱ ὑπὸ αδγ, η
γδε δύο Ορθαῖς συναποτελεῖσθαι· Οπερ (5) ἄτοπον· ὑπετέλη γὰρ τὰς ὑπὸ¹¹
αδγ, η βδγ δυσὶν Ορθαῖς ἴσαις εἶναι.

α. 58.

Π ρότισμα.

Ἐντεῦθεν ἐπὶ τῶν Κατοπτρικῶν δείκνυται, τὴν τῷ Φωτὸς Ακτίνᾳ ἐν τῷ
ἀγακλαῖδαι, διὰ τῆς κατὰ τὴν ἀντανάκλασιν Γωνίας, η περὶ ίση ἐς φέλ η Γω-
νία τῆς ἐπιπτώσεως, ὅδον φέρεομει ἀπασῶν τὴν συντομωτάτην. Τῶν γαρ
ὑπὸ βεδ, αεὶ συνεξισθμένων ἀλλήλαις, αἱ Εὐθεῖαι αεὶ η εβ ἄμα λιγφθεῖσαι,
Εὐθειῶν τῶν τυχεσῶν, οἷον τῶν αεὶ η γε β ἄμα λιγφθεισῶν, εἰσὶν ἐλάσσο-
νες. Αἴποτε γὰρ τῷ Σημείῳ β, ἵχθω Κάθετος (6) η βγ, η γενέθλωσαν αἱ
βδ, γδ ἴσαι (7) ἀλλήλαις· ἵχθωσαν δέ ἐπιζευγμέναι (8) καὶ εγ, γγ.
Ἐπὶ μὲν οὖν τῶν Τριγωνών βεδ, η γεδ, τῆς μὲν δε κοινῆς γσης, τῶν δὲ βδ,
η δγ (9) ἴσων ἀλλήλαις γσης, τῆς τε ὑπὸ βδε, τῇ μπάγδε (10) συγεξισ-

α. 59.

(1) ΑἘ. 2. (2) ΑἘ. β. (3) ΑἘ. α. (4) Ηγ. Βιβ. α. (5) καὶ τῷ Ζ. Αξιώμ. (6)
β. Βιβ. α. (7) γ. Βιβ. α. (8) Αἴτ. α. (9) Εκ Καρ. (10) Οφ. α. (γενέθλ. α.)

μένης, καὶ τὰ λοιπὰ πάντα (1) ἴσαι ἔσαι. Εἶσαι δὲ ἡ βε, ἴση τῇ γε, καὶ ἡ ὑπὸ βεδ, ἴση τῇ ὑπὸ δεγ. Εἴ τοι οὖν ταῖς ἴσαις βε, γε, κοινὴ προσεδήλωση ἡ εἰς, ἔσονται (2) αἱ βε καὶ εἰς ἀμφὶ ληφθεῖσαι, ἴσαι ταῖς γε καὶ εἰς ἀμφὶ ληφθείσαις. Εἴ τοι δὲ καὶ αἱ ὑπὸ βεδ, αεὶς ἴσαι (3) ἀλλήλαις εἰσὶν, ἡ δὲ ὑπὸ βεδ φθᾶσα ἐδείχθη ἴση τῇ ὑπὸ δεγ· ἄρα (4) καὶ ἡ ὑπὸ αεὶς, ἴση ἔσαι τῇ ὑπὸ δεγ. Κοινῆ δὲ προσεδείσης τῆς ὑπὸ δεα, δύο αἱ ὑπὸ δεα καὶ δεγ, δυσὶ ταῖς ὑπὸ δεα καὶ αεὶς (5), ἔσονται ἴσαι. Αὐτοις μὲν αἱ ὑπὸ δεα, καὶ αεὶς δυσὶν (6) Οὐρανοῖς ἴσαι εἰσὶν· ἄρα καὶ ὑπὸ δεγ καὶ δεα, δυσὶν Οὐρανοῖς ἴσαι εἰσὶ. Καὶ ἐπομένως (διὰ ταύτην τὴν Πρότασιν) αἱ Εὐθεῖαι αε, εγ, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις, τατέσι· Εὐθεῖαι μίαν συνισῶσι τὴν γα, ἢτις ἴση ἐδείχθη δυσὶ ταῖς Εὐθείαις αε καὶ ἡ βε ἀμφὶ ληφθείσαις.

Ωσαύτως ἐπὶ τῶν Τριγώνων βδζ, γδζ ῥάδιον δεῖξαι, ἴσαις ἀλλήλαις εἰναι τὰς Εὐθείας βζ, καὶ γζ· καὶ προσεδείσης κοινῆς τῆς αζ, αἱ δύο βζ, αζ ἀμφ., ἴσαις ἔσονται δυσὶ ταῖς γζ, αζ ἀμφ. Αὐτοις μὲν ἡ γα, (ἴτοι αἱ δύο αε, εβ ἀμφ.) ἐλάσσων ἐσὶ τῶν αζ, καὶ γζ ἀμφ. (7) (ἴτοι τῶν αζ, ζζ ἀμφ.). Αἱ ἄρα Εὐθεῖαι αε, εβ, ἀμφὶ ληφθεῖσαι, ἐλάσσονες εἰσὶ τῶν δύο Εὐθείων αζ, ζζ ἀμφὶ ληφθεισῶν. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις ΙΕ.

„Εἴ τοι δύο Εὐθεῖαι (αβ, δγ) τέμνωσιν ἀλλήλας (κατά τι Σημεῖον τὸ ε),
„τὰς κατὰ κορυφὴν (ε) Γωνίας ἴσαις ἀλλήλαις ποιήσουσι.

π. 60. Τατέσι τὴν ὑπὸ αεγ τῇ ὑπὸ δεβ. καὶ τὴν ὑπὸ αεδ τῇ ὑπὸ βεγ. Εἴ τοι γὰρ ἡ αε ἐπ' Εὐθεῖαν τὴν δγ ἐφέσικεν, ἔσονται (8) αἱ ὑπὸ αεδ, καὶ αεγ δυσὶν Οὐρανοῖς ἴσαι. Πάλιν ἐπεὶ ἡ εγ, ἐπ' Εὐθεῖαν τὴν αβ ἐφέσικεν, ἔσονται (9) αἱ ὑπὸ αεγ, καὶ βεγ δυσὶν Οὐρανοῖς ἴσαι. Δύο ἄρα αἱ ὑπὸ αεδ, καὶ αεγ, δυσὶ ταῖς ὑπὸ βεγ, καὶ αεγ ἴσαι εἰσὶ. Καὶ ἀφαιρεθείσης κοινῆς τῆς ὑπὸ αεγ, ἔσαι (10) ἡ ὑπὸ αεδ ἴση τῇ ὑπὸ βεγ. Οὐρανοίς δὲ δείχθηται καὶ ἡ ὑπὸ αεγ ἴση οὖσα τῇ ὑπὸ βεδ. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις Μ.Α.

Ἐντεῦθεν οἱ τοῖς ἐλεφαντίνοις, καὶ διὰ τέτο ἐλασίκοις Σφαιριδίοις ἐν ταῖς Παιδιάς χρώμενοι, τὴν τῷ ἀντιπαλίσοντος Σφαιραντὸν ἀντικρύστανται παιδευέοντας.

(1) δ. Βιβ. α. (2) Άξ. β. (3) Καذ ὑπόδ. (4) Άξ. α. (5) Άξ. β. (6) ιγ. Βιβ. α.
(7) Ορ. δ. (8) ιγ. Βιβ. α. (9) Διὰ τὴν αὐτ. (10) Άξ. γ.