

σων. ἄρα καὶ τὸ Πρόσμα γιβα γενίτεται τέως παντὸς τῷ δοδέντος ἐλάττου (1). Τῶν ἄρα περιγεγραμμένων Προσμάτων (πολλῷ δὲ μᾶλλον τῆς Πυραμίδος Φυαζ, ὅτις μέρος θσα ἐσὶ τῶν περὶ αὐτὴν περιγραφομένων Προσμάτων) οὐ περοχῇ ὑπὲρ τὰ ἐγγεγραμμένα Πρόσματα, γενίτεται παντὸς δοδέντος ἐλάσσων· καὶ ἐπομένως τὰ ἐγγεγραμμένα Πρόσματα εἰς αὐτὴν τέως (2) τὴν Πυραμίδα ἀποτελευτῶντα λίξτιν. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις Ε.

κ. 431.

, Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸν ὄψεις θσαι Πυραμίδες, καὶ τριγώνυς ἔχεσαι Βάσεις,
,, πρὸς ἀπλύλας εἰσὶν ὡς αἱ Βάσεις (απρ., εσχ.).

Κείσθω δὴ τὰ ἵστα ὄψη τῶν Πυραμίδων εἶναι τὰ αφ., εψ., ὡς εἰς μέρη
τσα μεγέθει τε καὶ πλάθει τμηθέντων, καὶ διὰ τῶν κατὰ τὰς διαιρέσεις ση-
μείων, γενομένων τοιῶν παραλλήλων ταῖς Βάσεσι, νοεῖσθω ἐκατέρᾳ τῶν Πυ-
ραμίδων Πρόσματα ἐγγεγράφθαι τριγωνικὰ ἰσοπλαγῆ τε, καὶ ἴσοϋψη. Ήδη
μὲν οὖν ἐπεὶ τὰ Πρόσματα λα., ιε., ἴσοϋψη ὅντα ἐσὶν, ἐσαι τὸ λα Πρόσμα
πρὸς τὸ ιε., ὡς Βάσις (3) λέξι πρὸς Βάσιν ικ., τυτέσιν (4) ὡς Βάσις πρα πρὸς
Βάσιν σχε. Τὸν αὐτὸν τρόπον δεῖξω ἐκαῖσα τῶν Προσμάτων τῶν ἐν τῇ Πυρα-
μίδι πφαρ ἐγγεγραμμένων, εἶναι πρὸς ἐκαῖσα τῶν ἐν τῇ σφεχ, ὡς οὐ Βάσις
παρ πρὸς τὸν Βάσιν σεχ. Λόρα (5) καὶ ἄμα πάντα πρὸς ἄμα πάντα, ὡς Βά-
σις πρὸς Βάσιν· καὶ ἐπειδὴ αὐτὰ (6) ἀπολύγει τέως εἰς αὐτὰς τὰς Πυραμί-
δας, ἔσονται καὶ αὐταὶ (7) ὡς αἱ Βάσεις. Ο. Ε. Δ.

Η' μὲν οὖν ἀποδοθεῖσα δεῖξις ὑποτίθησι τὰς αφ καὶ εψ Πλευρὰς ίσαι
θσας, αὐτὰ τῶν Πυραμίδων τὰ ὄψη παρισῆν, καὶ ἐπομένως ταῖς Βάσεσι παρ,
σεχ εἶναι ὁρθάς. Τὰ ἵστα δὲ οὐ δεῖξις αὐτὴ δυνήσεται, καὶ ὅπως ἂν ἔχειν πλα-
γιασμῆ πρὸς τὰς Βάσεις αἱ ίσαι Πλευραὶ ὑποτεθεῖεν, νοεμένων δηλονότι ἀφ
ἐκατέρας τῶν κορυφῶν φ καὶ ψ καθέτων ἐπὶ τὰς βάσεις, καὶ τύτων εἰς ίση πλά-
θει τε καὶ μεγέθει τεμνομένων, καὶ διὰ τῶν διαιρέσεων ἐπιπέδων ἀγορεύων
παραλλήλων ταῖς Βάσεσιν, ἃ δὴ καὶ τὰς Εὔθετας φα., ψε διατεμῆσιν (8) εἰς
μέρη τοῖς ἐν ταῖς Καθέτοις ὅμοιά τε, καὶ ίσάριθμα· καὶ ἄττα καὶ Βάσεις Προσ-
μάτων γενήσονται ίσαριθμῶν τε καὶ ίσοϋψῶν, τῶν ἐν ἐκατέρᾳ τῇ Πυραμίδῃ ἐγ-
γεγραμμένων· διὸ δὴ καὶ τὸν αὐτὸν τρόπον τὰ τῆς δεῖξεως προελεύσεται, ὡς
εἴπερ αἱ Εὔθεται φα., ψε, ταῖς Βάσεσι παρ, σεχ κάθετοι εἰσιν.

(1) Μῆλον ἐκ τῆς Κ.Ε. τὸν ια'. (2) Ορ. ε. τὸν ιβ'. (3) Λ. Πόρ. τῆς. Ι.Σ. τὸν ιε'.
(4) Λημ. Α'. (5) Ι.Β. τὸν ι. (6) Μιὰ τὸ Λημ. (7) Καθέλε Πόροι. μέτα τὸν Β. τὸν ιβ'.
(8) Ι.Ζ. τὸν ια'.

Πρότασις 5.

„Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸν ὄφος ἔσαι Πυραμίδες, καὶ πολυγώνες ἔχεσαι Βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ Βάσεις (αβ, γζξ). α. 482.

Ἄναλυθωσαν αἱ Βάσεις εἰς τὰ α, β καὶ γ, ζ, ξ, Τρίγωνα, αἱ δὲ Πυραμίδες εἰς τριγωνικὲς Πυραμίδας· καὶ δὴ οἱ Πυραμίδες αὐτοὶ εἰς πρὸς τὴν Πυραμ. ξψ, ὡς (1) απρόσξ, καὶ οἱ Πυραμίδες βχ πρὸς τὴν Πυραμίδα ξψ, ὡς β (2) πρόσξ· Αὐταὶ Πυραμίδες ἀματα αὐτοὶ βχ, τετέσιν οὐδὲν αβχ πρὸς τὴν Πυραμίδα ξψ, ὡς α καὶ β ἀματα (3) πρὸς ξ. Παραπλησίω τῷ λόγῳ οἱ Πυραμίδες αβχ εἰς πρὸς τὴν γψ (5), ὡς α, β πρὸς γ· Αὐταὶ οὐδὲν αβχ (6) εἰς πρὸς τὰς τρεῖς ἀματα ξψ, ζψ, γψ, τετέσι πρὸς ἕλιν τὴν Πυραμίδα ξζγψ, ὡς α, β πρὸς ξ, ζ, γ. Ο. Ε. Δ.

Πόρισμα.

Ἐντεῦθεν ἐπεταί τὰς Πυραμίδας, ὃν οἶσαι αἱ βάσεις, καὶ τὰ ὄφη, ἵσταις ἀλλήλαις εἶναι.

Πρότασις 6.

„Πᾶσα Πυραμίδες τριγυμόριον εἰσὶ Πρόσματος, ἔχοντος τὴν βάσιν καὶ τὸ ὄφος ἵση,

Η^η κατ' Εὐκλείδην εἰπεῖν „πᾶν Πρόσμα τρίγωνον ἔχον Βάσιν, διαιρεῖται εἰς τρεῖς Πυραμίδας οἵσας ἀλλήλαις, τριγώνες βάσεις ἔχεσσας.

Εἴςω πρῶτον Πυραμίδες τριγυμοκή οὐ βιαγεῖται τὴν τε βάσιν καὶ τὸ ὄφος τῷ Πρόσματι βαγχεῖξ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βζ, αξ, αζ· τὰ τοίνυν Τρίγωνα βζγ, βζξ (7) οἵσα· Αὐταὶ οὐ πυραμίδες βζγα, τῇ πυραμίδι βξζα (8) οἵση· Διὰ τὴν αὐτὴν δὲ αἰτίαν καὶ οἱ Πυραμίδες ξεαζ οἵση εἰς τῇ Πυραμίδι ξβαζ, τετέσι τῇ Πυραμίδι βξζα, εἰσὶ γάρ ἀμφω οὐ αὐτή· τοίνυν καὶ αἱ βζγα καὶ ξεαζ οἵσαι εἰσί, καὶ αἱ τρεῖς ἄρα βζγα, ξεαζ, ξβαζ, ἥτοι βξζα, οἵσαι ἀλλήλαις εἰσί· καὶ ἐπομένως αἱ τρεῖς ἀματα τῆς μιᾶς, τετέσι τῆς βζγα εἰσὶ τριπλασίονες. Αὐταὶ μὲν αἱ τρεῖς συγκροτῶσι τὸ Πρόσμα βαγχεῖξ, τὸ ἄρα Πρόσμα τῆς Πυραμίδος βζγα, τετέσι (9) τῆς βιαγεῖται τριπλάσιον. Ο. Ε. Δ.

(1) Λιὰ τὴν ἀντ. (2) Λιὰ τὴν ἀντ. (3) Κα. τῇ ο. (4) Λιὰ τὴν ἀντ. καὶ τὸ Κα. τῇ ο. (5) Λιὰ τὰς ἁματ. (6) Κα. τῇ ο. (7) Λα. τῇ ο. (8) Πόρ. ἀντ. (9) Πόρ. ἀντ.

κ. 484.

Α' Η' ἔει πυραμίδες ὅποιαι δήποτε, ἔχεσσα βάσιν τε καὶ ὑψός τὰ αὐτὰ σὺν τῷ Πρίσματι αεὶ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βγ., βξ., βε., καὶ γι., γη., γδ. Αὐτούτας οὖν τὸ μὲν Πρίσμα τὸ τριγωνικὸν Πρίσματα, τὸν δὲ Πυραμίδα εἰς τριγωνικὰς Πυραμίδας, ὅψει τὸ προτεφέν εἰκ τῆς ἀνωτέρω ἀποδεῖξεως. Εἴκασον γὰρ τῶν μερῶν τὴν πολυγωνίαν Πρίσματος, τριπλάσιον ἔει εἰκάσει μέρας τῆς πολυγωνίας Πυραμίδος (τατέσιν ἔκασον τριγωνικὸν Πρίσμα εἰκάσις τριγωνικῆς Πυραμίδος ἔει τριπλάσιον), καὶ ὅλον ἄρα τὸ πολυγώνιον Πρίσμα, ὅλος τῆς πολυγωνίας Πυραμίδος τριπλάσιον ἔει. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις Η.

κ. 485.

„Αἱ ὁμοιαι Πυραμίδες (Ξαγβ., κ. 21) ἐν τριπλασίαι λόγῳ εἰσὶ τῶν „ὁμολόγων πλευρῶν (αβ., δη.).

Ἐχέτωσαν Α'. τὴν βάσιν τρίγωνον, καὶ δὴ τῶν Παραλληλογράμμων αἱ διπλικαὶ πληρεμένων, ἐπὶ τέτων ἀνισάδω Παραλληλεπίπεδα τὰ αἱ, δλ., εἰν ὑψόματι τῷ τῶν Πυραμίδων, ἀττα, τῶν πυραμίδων ὁμοίων ὑποτιθεμένων, καὶ αὐτὰ ὁμοια (1) ἐσίν· ἀχθήτωσαν δὲ καὶ εξ, ρφ., καὶ διὰ τῶν εξ, γβ., καὶ τῶν ρφ., ν., τιμῆτεται (2) τὰ Παραλληλεπίπεδα εἰς Πρίσματα δύο ἀλλιάλοις ισα, ὡν ἐκάτερον χωρὶς τριπλάσιον (3) ἐσὶν ἐκκτέρας τῶν Πυραμίδων Ξαγβ., κ. 21· ὥσε ἐκάτερον ἀμα, τατέσιν ὅλα τὰ Παραλληλεπίπεδα αἱ, δλ., ἐξαπλάσια εἶναι τῶν Πυραμίδων. Αἱ τοίνυν Πυραμίδες τοῖς παραλληλεπιπέδοις ἀνάλογον εἰσὶν· ἀλλὰ τέτων ὁ λόγος (4) τριπλασίων ἐσὶ τῷ λόγῳ τῶν πλευρῶν αβ., δη., ἄρα κακείνων. Ο. Ε. Δ.

κ. 486.

Ως εἰπερ αἱ ὁμοιαι Πυραμίδες τῶν πολυγωνίων τύχωσιν, ἀναλυσάσωσαν εἰς τριγώνους αρ., βρ., γρ., καὶ ξκ., εκ., ζι., καὶ βᾶσα δειχθήσεται τὴν μὲν (5) αρ ὁμοίαν εἶναι τῇ ξκ., τὴν δὲ βρ τῇ εκ., τὴν δὲ γρ τῇ ζι.. Διὰ γὰρ τὰ ὁμοια Τρίγωνα (6) αἱ ξκ., καὶ μιρ., ψφκ (7), ἔει (8) δμ : μι :: ψυ : ψφ, καὶ μι : μρ :: ψφ : ψκ· ἄρα (9) δμ : μρ :: ψυ : ψκ, καὶ ἀνάπταλιν (10) μρ : μδ :: ψκ : ψυ· τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθήσεται καὶ μδ : ρδ :: ψυ : υκ, ἄρα (11) μρ : ρδ :: ψκ : υκ, καὶ (12) ὁμοια ἄρα ἐσὶ τὰ Τρίγωνα μρδ, ψκυ· ἔνθεντοι καὶ αἱ πυραμίδες αρ., ξκ αἱ ὑπὸ τῶν ὁμοίων Τριγώνων τῷ πλήθει ἵσων περιεχόμεναι, ὁμοιατ (13) εἰσὶν. Ωσαύτως διὰ τὰ ὁ-

(1) Θ. Ορ. ια'. (2) ΚΗ. τῷ ια'. (3) Διὰ τὴν ἀνωτ. (4) ΛΓ. τῷ ια'. (5) Εἰς τῆς Κ. καὶ Β. τῷ ια'. (6) Κ. τῷ ια'. (7) Ορ. Θ. τῷ ια'. (8) Ορ. Α. τῷ ια'. (9) ΚΒ. τῷ ια'. (10) Σχόλ. τῆς ΙΒ. τῷ ια'. (11) ΚΒ. τῷ ια'. (12) Β. τῷ ια'. (13) Ορ. Θ. τῷ ια'.

μοια Τρίγυωνα βὴ ε, ἢ γ τὸ ζ, δειχθήσεται τὰ Τρίγυωνα δχρ, υσκ, ὅμοια
ἀλλῆλοις εἶναι, καντεῦθεν τὸ τὸν Πυραμίδα βρούμοιαν τῇ εκ, καὶ τέως τὸ τὸν
γρούμοιαν τῇ ζε. Αὐτὸν διὰ τὸ Α' μέρος ὁ λόγος τῶν Πυραμίδων αρ. Ξκ,
τριπλασίων ἐσὶ τῷ λόγῳ τῆς ιμ πρὸς τὸν Φφ· καὶ ὁ λόγος τῶν Πυραμίδων
βρ, εκ, τριπλασίων ἐσὶ τῷ λόγῳ τῆς μχ πρὸς τὸν Φσ, τυτέσιν αὐθίς τῷ
λόγῳ ιμ πρὸς φψ· καὶ ὁ λόγος τῶν πυραμίδων γρ, ζε τριπλασίων ἐσὶ τῷ
λόγῳ χπ πρὸς στ, τυτέσιν αὐθίς τῷ ιμ πρὸς φψ· καὶ ἐπεὶ τοῖνυν ὁ λόγος
ἐκάσις πρὸς ἔχασμην, τριπλασίων ἐσὶ τῷ λόγῳ ιμ πρὸς φψ, καὶ ὁ λόγος ὥρα
(1) ἀπασῶν πρὸς ἀπάσας (τυτέσιν ὁ λόγος τῆς ἔλις Πυραμίδος αβγρ πρὸς
τὸν ὄλην Πυραμίδα ξεζκ) τριπλασίων ἐσαι τῷ λόγῳ τῆς πλευρᾶς ιμ πρὸς τὸν
πλευρὸν φψ. Ο. Ε. Δ.

Πόρισμα.

Καὶ ἐὰν ἄρα ὡσι τέτταρες Εὔθειαι συνεχῶς ἀνάλογουν, ἐσαι ή πρώτη πρὸς τὸν τετάρτην, ὡς ή ἐπὶ τῆς πρώτης Πυραμίδης πρὸς τὸν ἐπὶ τῆς δευτέρας ὄμοιαντε, καὶ ὄμοιως ἀναγυρεμένην. Καὶ ἐὰν ἄρα δεδομέναι ὡσι τῶν ὄμοιων πυραμίδων αβγρ, ξεζκ, αἱ ὄμόλογοι πλευραὶ μχ, Φσ, γενόμενων
(ὅρᾳ τὸ ἀνωτ. Σχῆμ.) συνεχῶς ἀνάλογουν τῶν μχ, Φσ, η, θ, ἐσαι Πυραμίδης ή αβγρ πρὸς Πυραμίδα τὸν ξεζκ, ὡς ή μχ πρὸς τὸν θ.

Πρότασις Θ.

„Τῶν ισων Πυραμίδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὑψεσι, καὶ ὡν
„ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὑψεσιν, ἐκεῖναι ισαι εἰσι.

Μέρος Α'. Εὑσωσαν πρῶτον αἱ ισαι Πυραμίδες τρίγυωνοι βαγξ, θνλ,
καὶ πληρωθέντῶν τῶν Παραλληλογράμμων βε, θρ, ἐπὶ τέτων ἀνισόθω Πα-
ραλληλεπίπεδα τὰ βζ, θφ· ἐσονται δὲ ταῦτα (ὡς ἐπὶ τῆς Η'. ἡμίν ἀποδέ-
δεικται) τῶν ἐξ ὑποθ. ισων Πυραμίδων ἐξαπλασίονα, καὶ ἐπομένως ἀλλῆλοις
ισα. Εἰσὶ δὲ τῶν Παραλληλεπιπέδων τέτων ὑψη τὰ βχ, θκ, ἀττα καὶ τῶν
Πυραμίδων, βάσεις δὲ αἱ βε, θρ διπλασίους (2) τῶν βάσεων τῶν Πυραμίδων
βγξ, θνλ, διὸ δὴ καὶ πρὸς ταῦτας ἀνάλογουν. ἐπειδὴ μὲν διὰ τὸν τὸν Παραλ-
ληλεπιπέδων ισότητα, ἐσιν ὡς βε πρὸς θρ, θτως (3) ἀντιερόφως θκ πρὸς βχ,
ἐσαι δύπλα καὶ βάσις βγξ πρὸς βάσιν θνλ, ὡς θκ ὑψος πρὸς βχ ὑψος. Ο. Ε. Δ.

Ως εἰπερ αἱ ισαι Πυραμίδες πολυγωνίες τὰς Βάσεις ἔχουσι, τῶν αὐτῶν

(1) ΙΒ. τῷ ε. (2) ΙΔ. τῷ δ. (3) ΙΔ. τῷ ι.

μενόντων ὑψῶν (1), μεταμορφίσθωσαν εἰς τριγύώνας, καὶ ἔσονται αὐται (2) ἐκείνης ισαι· ἀλλ' αἱ ἡτο μεταμορφωθεῖσαι Πυραμίδες, διὸ τὰ ἦδη δειχθέντα, ἀντιπεπόνθασι τὰς βάσεις καὶ τὰ ὑψη· ἅρα καὶ ὡσι πολύγυνοι αἱ Πυραμίδες, ἀντιπεπονθεῖσαι ἔξετι τὰς βάσεις τοῖς ὑψεσιν. Ο. Ε. Δ.

Μέρος Β'. Εἳναι αἱ βάσεις τριγυνικαὶ ὡσιν, ἐπεὶ ἦδη τίθεται βγέξ: Νυλοῦ: Νη: βα., ἔσαι καὶ βεβεθεῖσαι: Νη: βα. ὡσε τὰ Παραλλήλεπίπεδα βζ, θφ (3) ισαι εἰσί, καὶ ἐπομένως καὶ τὰ τέτων ἑκτημόρια ἀλλήλοις ισαι εἰσὶ, τατέσιν αἱ πυραμίδες βαγέξ, θηνλ. Ο. Ε. Δ.

Εἳναι δὲ Πυραμίδει πολυγυνίας τὰς βάσεις ἐχόσαις, ἀντιπεπονθεῖσαι ὡσιν αἱ βάσεις τοῖς ὑψεσι, μεταμορφίσθωσαν ἐκεῖναι εἰς βάσεις τριγύωνας (4) τὰς βγέξ, θηλ, ισαις ταῖς πολυγύνοις, καὶ ἔσαι δὴ βγέξ πρὸς θηλ, ὡς Νη πρὸς βα. Οὕτω δέ τοι αἱ τριγυνικαὶ Πυραμίδες, κατὰ τὰ δεδειγμένα, ἔσονται ισαι· τριγυρῆν καὶ πολύγυνοι Πυραμίδες, αἱ ταῖς τριγυνικαῖς (5) ισαι εἰσὶ, καὶ αὐταὶ ἀλλήλαις ἐκ τῆς ἀκολόθου ἔσονται ισαι.

Π ο ρίσ μ α τ α.

Τὰ κατὰ τῶν Πυραμίδων ἀποδειχθέντα ἐν Προτ. σ', καὶ Η', καὶ Θ', αὐτὰ ταῦτα προσήκουτα ἔσι καὶ οἵσισδιποτε Προσμάτοι, διὸ τὸ ταῦτα (6) τριπλασίονα εἶναι τῶν Πυραμίδων, τῶν βάστιν τε καὶ ὑψος τὰ αὐτὰ ἐχόστων.

Α. Τὰ ίσοϋψη Προσμάτα αναλόγως ἔχει ταῖς βάσεσι, τῦτο γάρ δὴ περὶ τῶν Πυραμίδων ἐδείχθη Πρ. σ'.

Β. Τῶν ὄμοιών Προσμάτων ὁ λόγος τριπλασίων ἔσι τῦ τῶν ὄμολόγων πλευρῶν· τῦτο γάρ δὴ περὶ τῶν Πυραμίδων ἐδείχνυτο ἐν Προτ. Η', καὶ δοθεισῶν τοίνυν τῶν ὄμολόγων πλευρῶν τῶν ὄμοιών Προσμάτων, εὑρεθήσεται τῶν Προσμάτων αὐτῶν ὁ πρὸς ἀλληλα λόγος, ὃν τρόπον ἀνωτ. καὶ περὶ τῶν Πυραμίδ. ἐλέγυτο (7).

Γ. Τῶν ίσων Προσμάτων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὑψεσι, καὶ οἵσι δὲ ἀντιπεπόνθασιν, ἐκεῖνα ισα· τὸ αὐτὸ γάρ καὶ περὶ τῶν Πυραμ. δέδεικται Πρ. Θ'.

Θαυμάζειν δέμοι ἔπεισιν, ὅτι ταῦτα ὁ Εὐκλείδης παρέδραμε, ἀλλ τῶν περὶ τὰ εὐθύγραμμα Στερεὰ θεωρημένων ἔσι τὰ κυριώτατα.

(1) ΚΒ. τῷ σ'. (2) Πόρ. τῆς σ'. Πρότ. τῷ ιβ'. (3) ΛΔ. τῷ ια'. (4) ΚΒ. τῷ σ'.
(5) Πόρ. τῆς σ'. τῷ ιβ'. (6) Ζ. τῷ ιβ'. (7) Πόρ. τῆς Η.

Σ χόλιον Α'.

Εἴ τῶν ἄχρι τοῦ δε ἀποδειχθέντων ἐπαχθήσεται ἡ καταμέτρησις οἵων-
δύποτε Προσμάτων καὶ Πυραμίδων.

Τὸ γάρ τοις σερεὸν τῆς Προσμάτος παράγεται, ὑπό γε τῆς ὕψους ἐπὶ τὴν
Βάσιν πολλαπλασιαζομένη· τὸ δὲ τῆς Πυραμίδος, ὑπὸ τῆς τριτυμορίας τῆς ὕψους
ἐπὶ τὴν βάσιν πολλαπλασιαζομένη.

Εἴ τοι οὐ πολλαπλασιαζομένη τῆς Προσμάτος ὕψος τεθῇ ποδ. εἶναι 5, ἢ δὲ Βάσις ἡ 25 ποδ.
τετραγ., πολλαπλασιαζομένη τῶν 25 διὰ τῶν 5, ἀνακύψει πόδ. 125
κυβικοὶ, ἐξ ᾧ τὸ τῆς Προσμάτος σερεὸν συγκεντόταται.

Εἴσω γὰρ δὴ Προσμάτη πολύγωνον τὸ αὐτό, οὗ τῇ βάσει αε, νοεῖσθω ἵσον **καὶ** 488.
τὸ Τετργώνου βαγ, εἰφ' ὃ Προσμάτη τὸ βετοῦψὲς τῷ αὐτῷ ἔσονται οὖν (1)
τὰ βετοῦψα, αὐτὸς Προσμάτη ἀλλήλοις ἴσα. Αὐτὰς τὸ βετοῦψα παράγεται (2) ὑ-
πὸ τῆς κατ' αὐτὸν ὕψους αε, διὰ τῆς βάσεως βαγ πολλαπλασιαζομένη· ἄρα καὶ
τὸ αὐτὸς Προσμάτη, ὑπὸ τῆς κατ' αὐτὸν ὕψους (ὅπερ ἵσον τίθεται τῷ τῆς Προσμάτος
βετοῦψα) παράγεται διὰ τῆς βάσεως αε πολλαπλασιαζομένη.

Κάντεῦθεν δὲ, καὶ ἐκ τῆς Ζ'. δῆλον καὶ θάτερον· τότο δὲ ἦν ὅτι τὸ σερεὸν
τῆς Πυραμίδος συνίσταται ὑπὸ τῆς τριτυμορίας τῆς ὕψους πολλαπλασιαζομένη διὰ
τῆς βάσεως.

Σ χόλιον Β'.

Η τῆς κολύρες Πυραμίδος αβγεσο καταμέτρησις ἔκτε τῆς ὕψους γε, καὶ **καὶ** 489.
τῶν παραλλήλων βάσεων αβγ, ξεσε, καὶ τῶν ἐπ' αὐταῖς ὁμολόγων Πλευρῶν
βγ, σε.

Γνα ληφθῆ τὸ εἰς ὕψος τῆς ἐπίποντος μέρους εσξε, διὰ τὴν ὁμοιότητα
τῶν Τριγώνων βγγ, σεγ, εἴαι βγ: σε :: γγ :: εε, καὶ ἐν διαιρ. βγ — σε =
σε :: γγ — εε :: εε. καὶ δοθεισῶν τοίνυν τῶν βγ, σε, καὶ γε, εὑρεθήσεται ἡ
εε. καὶ αὕτη μὲν ἡ δεῖξις τὸ ὕψος ὑποτίθησι κάθετον ὃν τῇ Πλευρῇ τῆς
πυραμίδος εἰς ταυτὸ συμπίπτειν. Αὐτὸν ὅπως ἂν καὶ πίπτειν ὑποτεθείη καὶ Κά-
θετος, τὸ ἐπίπεδον ξεσε (προεκβληθὲν εἰ δέοι), τότε ὕψος τῆς Πυραμίδος, καὶ
τὴν πλευρὰν αὐτῆς γε ὁμοίως τομεῖ, ὡς φει εἶναι βγ — σε :: σε, ὡς τὸ
τῆς κολύρες ὕψος Πυραμίδος, πρὸς τὸ τῆς μέρους ὕψος τῆς ἐπίποντος. Καὶ τά-
τα τοίνυν τῆς ὕψους οὔτως εὑρεθέντος τὰ τριτυμόρια, τῇ βάσει ἐπιπολλα-

(1) Α. Πάρ. ταύτ. (2) Σχόλ. Α. τῆς Μ. τῆς πε.

πλασιαθέν τῇ ἐλάτσονι ξεῖν, δώσει τὸ σερεὸν τῷ μέρες ξεῖν τῷ ἐλλείποντος. Ήν δὲ τῷ ὕψει τῷ ἐλλείποντος μέρες τῆς κολάρας Πυραμίδος προσεδή, τὸ ὕψος αὐτῆς τῆς κολάρας τόγε ὅν, παρέσαι δὴ τὸ τῆς ὀλορχερᾶς Πυραμίδος ὕψωμα, οὐ τὸ τριτυμόριον ἐπὶ τῇ μείζονι βάσει αβγ γεπιπολαπλασιαθέν, τῆς ὅλης πυραμίδος παρέξει τὸ σερεὸν, ἀφ' ἦ, τῷ ἐλλείποντος ἀφαιρεμένη, τὸ τῆς Κολάρας μόνον ὑπολειφθήσεται.

Λῆμμα πρὸς τὴν ἐφεξῆς Ι'.

„Αἴ τε Πυραμίδες καὶ τὰ Πρόσματα, τὰ τοῖς Κώνοις καὶ τοῖς Κυλίνδροις εἰς ἄπειρον ἔγγυραφόμενα, εἰς τὰς Κώνας αὐτῶς καὶ τὰς Κυλίνδρας ἀποτελευτῶσι. Δείκνυται ὥσπερ τὸ Λῆμμα τὸ πρὸ τῆς Β'. Προτάτεως, διά τε τῆς σ. Προτ. δηλούντι, καὶ τῷ Α' Πρόσμ. τῷ μετὰ τὴν Θ'. εἶπερ ἀμέλει καθάπερ ἐν ἀκείνοις τὰ τῷ Κύκλῳ ἔγγυεγγραμμένα ἐπίπεδα, ὅτως ἐν τάτοις τάστε Πυραμίδας καὶ τὰ Πρόσματα, ἀττα ἐπὶ τῶν τοιέτων ἐπίπεδων, ώς ἐπὶ βάσεων ἐφίσαμενα ἦ, ἀπό τε τῶν Κώνων καὶ τῶν Κυλίνδρων ἀφαιρεθείη.

Πρότασις Ι.

„Πᾶς Κῶνος Κυλίνδρας τρίτου μέρος ἐστὶ, τῷ τὴν αυτὴν Βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἵστον.

α. 490. Εἰπὶ τῆς Βάσεως γλ., ἔγγυεγγραμμένου νοείσθω Πολύγωνον κανονικὸν ὅποσωνεν πλευρῶν, καὶ ἐπ' αὐτῷ ώς ἐπὶ Βάσεως, τῷ μὲν Κώνῳ Πυραμίδης, τῷ δὲ Κυλίνδρῳ Πρόσμα. καὶ ἔσαι δὴ (1) ἡ Πυραμίδης τριτυμόριον τῷ Πρόσματος. Εἳν δὲ αὗδις ἔγγυραφῇ τῷ Κύκλῳ Πολύγωνον διπλάσιον τὰς πλευρὰς, ἐπ' αὐτῷ δὲ τῷ Πολυγώνῳ ἔγγυραφῇ Πυραμίδης μὲν τῷ Κώνῳ, Πρόσμα δὲ τῷ Κυλίνδρῳ, ἔσαι αὗδις ἡ Πυραμίδης τριτυμόριον ὥστε τὸ Πρόσμα. τεθέντω δὲ γενήσεται ἐς φύσιν. Καὶ ἐπεὶ φύν αἱ μὲν Πυραμίδες εἰς τὸν Κῶνον (2), τὰ δὲ Πρόσματα εἰς τὸν Κύλινδρον ἀποτελευτῶσιν, ἔσαι δὴ ἡ Κῶνος τριτυμόριον τῷ Κυλίνδρῳ (3). Ο. Ε. Δ.

Συχόλιον.

Σημειωτέον δὲ, ώς αὕτη τε καὶ αἱ μετ' αὐτὴν δύο Προτάσεις, ὁ μόνοις τοῖς ὄρθοῖς Κώνοις τε καὶ Κυλίνδροις, ἀλλὰ καὶ τοῖς ὄπωσιν πλαγύοις ἀνήκ-

(1) Ζ. τῷ ιβ'. (2) Μιὰ τὸ ἀντ. Λῆμμα. (3) Μιὰ τὸ πεδόντος Πόρισμ.

σαι εἰσὶν, εἰ καὶ τὰ σχήματα ὁρθὲς μόνον παρίσησιν· ἐπιφέρονται γὰρ ἐξ ᾧ ἔχεσι πάθη αἴτε Πυραμίδες, καὶ τὰ Πρόσματα, οὐ τὰ ὁρθὰ μόνα, ἀλλὰ καὶ τὰ οἰονδήτινα τρόπου πλαγιάζοντα.

Πρότασις IA.

„Οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸν ὄφος (βαζ., πήρ.) ὄντες Κῶνοι καὶ Κύλινδροι, πρὸς
„ἀλλήλας εἰσὶν, ὡς αἱ βάσεις (γλ., σε).
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΦΡΑΓΚΟΦΑΝΗΣ

α. 491.

Αἱ Πυραμίδες, αἱ τοῖς ισοῦψέσι Κῶνοις ἐγγεγραμμέναι, εἰσὶν (1) ὡς αἱ βάσεις. Α' Μ' αἱ Πυραμίδες εἰς τὰς Κώνας τέως ἀποτελευτῶσιν (2). Ὅρα καὶ οἱ Κῶνοι (3) εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις. Εἶπειδη δὲ οἱ τῶν Κώνων Κύλινδροι, τῶν τὴν αὐτὴν Βάσιν ἔχοντων, καὶ ὄφος ίσον, τριπλάσιοι εἰσὶν, ἔσονται δῆπε καὶ αὐτοὶ ὡς αἱ βάσεις. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις ΙΒ.

Τὸν αὐτὸν δὲ δειχθήσεται τρόπου, καὶ τὰ Πρόσματα, καὶ τὰς Κυλινδράς, ὡν ίσον τὸ ὄφος, τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγου ταῖς βάσεσι· μᾶλλον δὲ καὶ ὅποιαδή ποτε Σώματα κυλινδροειδῆ, ἀλλήλοις ισοῦψι, ήλίκα δηλ. ἐξ ὅποιων ἐπιπέδων, ἐπὶ τῷ αὐτῷ ποδαπλασιαζομένων ὄφει παραγόμενα, εἶναι πρὸς ἀλλήλας ὡς αἱ βάσεις. Ωσαύτως δὲ καὶ περὶ τῶν Πυραμίδων καὶ τῶν Κώνων τῶν ισοῦψῶν, ναιμὴν καὶ τῶν ὅποιωνδή ποτε Κωνοειδῶν συλλογιζέον.

Πρότασις ΙΒ.

„Οἱ δμοίοι Κῶνοι καὶ Κύλινδροι (βαζ., πψ.) πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίαις λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι Διαμέτρων (βζ., πρ.).

Οὕτα τὰ ἐν τῇ Ι'. καὶ ΙΑ'. Προτ. Σχήματα.

Ταῖς τῶν ὁμοίων Κώνων βάσεσιν ἐγγεγράφθω Πολύγωνα κανονικὰ ὅμιλνυμα, καὶ διὰ τῆτο ὁμοία (εἰ δὲ διὰ ὁμοίοις Κῶνοι τῶν σπαληγῶν τύχωσιν, φέτω ταῖς κατ' αὐτὰς βάσεσι τὰ Πολύγωνα ἐγγεγράφθω, ὡς τὴν κλίσιν τῶν Αἴξονων τὴν αὐτὴν ἔχειν θέσιν, ὡς πρὸς τὰς πλευράς, ή τὰς Γωνίας ἐπατέρευτῶν Πολυγώνων); ἐπὶ δὲ τατωὶ τῶν Πολυγώνων Πυραμίδες ἀνεισάθωσαν τοῖς Κῶνοις ἐγγεγραμμέναι· λέγω δὴ ὅτι καὶ αὐταὶ δμοίαι ἔσονται, διὸ δεῖξαι οὐ δυσχερές· ὡς ε τέτων ὁ λόγος τριπλασίων ἀν εἰν (4) τῷ λόγῳ τῶν Πλευρῶν

(1) ε. τῷ ιβ. (2) Μημικα τὸ πρὸ τῆς Ι. (3) Κανόλη Πόρισμα (4) Η. τῷ ιβ.

βλ., πε, τετέσι (1) τῇ λόγῳ τῶν Διαμέτρων βζ, πρ. Εὐθευτοί ἐπεὶ αἱ Πυραμίδες (2) εἰς τὰς Κώνους ἀποτελευτῶσιν, ἔσαι ὁ τῶν Κώνων λόγος (3) τριπλασίων τῇ λόγῳ τῶν Διαμέτρων βζ, πρ. Ο. Ε. Δ.

Περὶ δὲ τῶν Κυλινδρῶν ὅδεν ἦττον σαφὲς τὸ λεγόμενον, ὃν οἱ Κῶνοι τὸ τρίτον μέρος εἰσί.

Πόρισμα.

Προαγομένῳ δὲ τῷ λόγῳ τῶν Διαμέτρων βζ, πρ., τῷ ἐν ταῖς βάσεσι τῶν ὄμοιων Κώνων, ἢ Κυλινδρῶν, διὰ τῶν ὅρων η, θ, ω̄ς εἶναι βζ: πρ.: η : θ, ἔσαι (4) ω̄ς βζ πρὸς θ, ὅτας ὁ Κώνος βαζ πρὸς τὸν Κώνον πψ, καὶ ὅτας ὁ Κύλινδρος βι μ πρὸς τὸν Κύλινδρον φι.

Πρότασις ΙΓ.

„Ἐὰν Κύλινδρος (βι) ἐπιπέδῳ τηιδῇ παραλλήλῳ ὅντι (τῷ φλ) τοῖς ἀπεναντίοις ἐπιπέδοις (βπ, γι), ἔσαι ω̄ς ὁ Κύλινδρος (βλ) πρὸς τὸν Κύλινδρον (φι), ὅτας ὁ Αἴξων (αξ) πρὸς τὸν Αἴξονα (ξζ).“

Δείκνυται ω̄ς ἡ Α'. τῇ ζ'.

Τὸ δὲ Θεώρημα όχι ἥκιςα καὶ περὶ τῆς Επιφανείας ἀληθεῦσον ἔστι.

Ἐὰν γὰρ ὁ Αἴξων ξζ εἰς ὅσταδή ποτε μέρη ίσα διαιρεθῆ, καὶ διὰ τῶν διαιρέσεων ἐπίπεδα ἀχθῇ ταῖς βάσεσι φλ, γι παραλληλα, διαιρεθῆ δὲ καὶ ὁ Κύλινδρος, καὶ δὴ καὶ ἡ κυλινδρικὴ Επιφάνεια φι, εἰς μέρη ίσαριθμα τοῖς εἰς ἀπερόντας οἱ Αἴξων ξζ διήριται, ὃν ἔκαπον ἐντὶ τῶν τῇ ξζ ἀξονος μερῶν ἀντὶ ἀξονος ἔχοι, ἔσονται οἱ ίσοϋψεῖς Κύλινδροι, καὶ ἐκ τῇ ἀκολάθῳ, οἱ εἰς ὃς διήριται ὁ Κύλινδρος φι (5), ω̄ς αἱ Βάσεις, τετέσιν ἀλλήλοις ίστοι. Οὕτι δὲ δὴ καὶ αἱ κυλινδρικαὶ Επιφάνειαι, εἰς αἵς ἡ τῇ φι Κυλινδρος Επιφάνεια διαιρεῖται, ίσαι καὶ αὗται ἀλλήλαις εἰσὶ, φανερὸν ἐκ τῆς ἀκριβῆς ἐφαρμόσεως, εξ οὗ ὅδεν ἤττον καὶ ἡ τῶν Κυλινδρῶν ίσότης ἐλέγυχεται. Τοιγαρῆν δὲ Κύλινδρος, καὶ ἡ κατ' αὐτὸν Επιφάνεια, εἰς μόρια κατατέμνεται τοῖς εἰς ἀπερόντας οἱ Αἴξων ξζ ὄμοια. Εἴην τοίνυν καὶ ἀπὸ τῇ Αἴξονος ξζ, τὸ τῇ Αἴξονος ξζ ὑποτεθὲν μόριον ἀφαιρεθῆ ὀσάκις ἀν ἐξῆ, διὰ δὲ τῶν σημείων τῶν ἐπιζευγυνόντων τὰ μόρια, ἐπίπεδα ἀχθῇ τοῖς ἀπεναντίον βπ, φλ παραλληλα, πρόσδηλον ὅτι τοσάκις ἐν τῷ ἡγεμένῳ Αἴξονι αξ, τὸ μόριον τῇ ἐπόμενῳ Αἴξονος ξζ περιεχόμενον.

(1) Β. Πόρ. τῆς Α. τῇ ιβ'. (2) Λῆμ. τὸ πρὸ τῆς Ι. τῇ ιβ'. (3) Πόρ. καρόλη. (4) Ορισμ. Ι. τῇ ι. (5) Ι.Α. τῇ ιβ'.

κείσεται, ὅσάκις ἐν τῷ ἡγεμένῳ βλ. Κυλίνδρῳ, ἢ τῇ κυλινδρικῇ Εὐπιφανείᾳ, τὸ ὄμοιον μόριον τῷ ἐπομένῳ Κυλίνδρῳ, ἢ τῇς κυλινδρικῆς Εὐπιφανείας φί. Αὔρα
ὁ Αἴξων αξ(ι) ἐπὶ πρὸς τὸν Αἴξονα ξε, ὡς ὁ Κύλινδρος βλ. πρὸς τὸν Κύλιν-
δρον φί, ἢ ως ἡ κυλινδρική Εὐπιφάνεια βλ. πρὸς τὴν κυλινδρικήν Εὐπιφάνειαν
φί. Ο. Ε. Δ.

Σ Χ Ό Λ : Ο ν.

Η δὲ Πρότασις οὐδὲν ἥττον χώραν ἔχει καπὶ τῶν πλαγίων Κυλίνδρων,
ἢ ἐπὶ τῶν ὄρθων. Καὶ π' ἐκείνων γάρ τὰ τῷ Αἴξονος μόριᾳ ξε, ὅμοιαν ἔχεσι
τὴν ἐπὶ τὰς ίδιας Βάσεις κλίσιν, ἐν τοῖς Κυλινδροίσι, εἰς ἀνατατέμνεσθαι ὑπο-
τίθεται ὁ Κύλινδρος φί ὑπὸ τῶν ἐπιπέδων τῶν ταῖς βάσεσι παραλλήλων. Ταύ-
τητοι όμως τὰ τυχόντα ἐντεθέντα ἀλλήλοις προσεφαρμόσει, ότι τῷ τε Κυλίν-
δρῳ παρατηταί, ότι τάτου ἔστι αἱ Εὐπιφάνειαι, μόρια ἔσαι ὅμοια τῷ τε Κυλίν-
δρῳ, ότις κατ' αὐτὸν Εὐπιφανείας φί, τοῖς μορίοις τῷ Αἴξονος ξε ισάριθμα.
καὶ ἐπομένως ἀπὸ τῷ Κυλίνδρῳ, ἢ τῇς κυλινδρικῆς Εὐπιφανείας βλ., τοσάκις
ληφθῆναι δυνάμεναι, ὅσάκις όμως τὰ τῷ Αἴξονος μόριᾳ τῷ ξε, ἀπὸ τῷ αἴξονος ξε·
Εὐθεῖτοι ή αὐτῇ ὅλως ἔσαι ἀπόδειξις ότι τῷ Κυλίνδρῳ μὴ ὄρθη, πλαγιωτέρε
δὲ τυγχάνοντος.

Π ο ρ ι σ μ α.

Κάντεῦθεν τῷ Κυλίνδρῳ διὰ ἐπιπέδων τεμνομέναι παραλλήλων ταῖς βάσεσι,
ἔσαι τὰ μέρη βλ., φί, τοῖς αὐτῶν ὑψεστιν ἀνάλογον. Εἴ τοι γάρ ὁ Κύλινδρος
τῶν ὄρθων όμως, τὸ πρᾶγμα καθ' αὐτὸ δῆλον, τὰ γάρ ὑψη ὅτως αὐτὰ τῷ Αἴ-
ξονος τυγχάνει τὰ Τμήματα αξ, ξε· εἰ δὲ δὴ πλάγιος, ἀγέέδω Εὐθεῖα
ταῖς βάσεσι κάθετος, ότι φαινερὸν ὅτι ὅμοιως τῷ Αἴξονι όμως αὐτῇ ὑπὸ τῷ παραλ-
λήλε ταῖς βάσεσιν ἐπιπέδεις κατατμηθήσεται (2). Καὶ ἐπομένως ἐπεὶ τὰ μέρη
βλ., φί εἰσιν (3) ώς τὰ Τμήματα τῷ Αἴξονος, ἔσονται δὴ όμως τὰ Τμήματα
τῆς Καθέτε, τυτέσιν ώς τὰ αὐτῶν ἐκείνων ὑψη. Ο. Ε. Δ.

Π ρ ο τ α σ : ΙΔ.

Οἱ ἐπὶ ἵσων Βάσεων (ηθ, μπ) ὄντες Κῶνοι τε όμως Κύλινδροι, πρὸς ἀλ-
λήλες εἰσὶν ώς τὰ ὑψη (σξ, λψ).

Αὐτοτετμήσθω ἀπὸ τῷ ὑψηλοτέρῳ Κυλίνδρῳ αρ, Κύλινδρος ὁ αξ, ἔ-

(1) Μιὰ τὸ τῶν ἱσων λόγια γνώξεισθα. (2) ΙΖ. τῇ μα. (3) Μιὰ τὸ Σχόλ. τῆς παρίσ.

χων ὕψος τὸ λε ἴσου τῷ σζ, καὶ ὅτις οἱ Κύλινδροι αὗται, γι (1) ἔσονται ἴσοι· ἐπειδὴ δὲ ὁ Κύλινδρος αὗταις εἰς πρὸς τὸν Κύλινδρον αριθμόν, ως (2) λε πρὸς λψ, ἔσαι (ἐπεὶ λε (3) καὶ σζ ἔσαι εἰσιν) ως σζ πρὸς λψ. Ο. Ε. Δ.

Τὰ τοίνυν Κυλίνδρην γι πρὸς τὸν Κύλινδρον αριθμόν, ως ἔχει ἡ σζ πρὸς τὴν λψ, καὶ τὸ τριτυμόριον τῆς γι Κυλίνδρον, πρὸς τὸ τριτυμόριον τῆς αριθμόν, τυτέσιν (4) ὁ γεγονός πρὸς τὸν αψβ, ἔσαι ὁμοίως ως σζ πρὸς λψ.

Παρατηρητέου δὲ τοῖς νεανίσκοις, ως ἡ τῆς Προτάσεως τῆς δε απόδειξις, καὶ τοῖς Κώνοις τῷ τοῖς Κυλίνδροις, οἱ ἀντίκειτας εἰντῆς δροῦτις.

Πόρισμα.

Α'ΛΗΓΔΕΣ δὲ τὸ θεώρημα καὶ πρὸς τῶν Προτάστων, καὶ δὴ καὶ τῶν Πυρχμίδων, ἵτε ἀπόδειξις παραπλησιωτάτη. Α'λλὰ περὶ μὲν τῶν Προτάστων ἐκ τῆς Α'. Πορίσμ. τῆς Θ'. Προτ. τῆς ΙΒ' Βιβλίου, καὶ τῆς ΚΕ'. Προτ., καὶ ἐκ τῆς Α', Πορ. τῆς ΚΔ' τῆς ΙΑ'. Περὶ δὲ τῶν Πυρχμίδων ἐκ τύτων, καὶ τῆς Ζ' τῆς ΙΒ'.

Πρότασις ΙΕ.

„Τῶν ἴσων Κώνων καὶ Κυλίνδρων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ Βάσεις τοῖς ὕψεσι, καὶ ἀνάπαλιν.

η. 494. Δείκνυ. ὁμοίως τῇ ΛΔ' τῆς ΙΑ', εἶμην ὅτι, ἀντὶ τῆς ΛΒ'. καὶ ΚΕ'. τῶν ἐκτίσεων ἀναφερομένων, ληπτέον ὄντανθα τὸν ΙΑ' καὶ ΙΓ', ἢ τὴν ΙΔ' τὴν ΙΒ'.

Μέρος Α'. Ορθὴ πρᾶτον οἱ Κύλινδροι ὑποτιθέμενοι, ἐὰν ὥσπιν ἴστοις φεντεῖς, φανερὸν ὅτι αὐτοῖς καὶ αἱ Βάσεις (διὰ τὴν τῶν Κυλίνδρων καθ' ὑπόστητητα) ἔσονται (5) ἴσαι. Οὐδενὶ δὲ τὸ προπεδέν.

Εἰδὲ δὴ τύτων τὰ ὕψη ἀνίστως ἔχει, ἀπὸ τῆς μείζονος λψ ληπτέον τὸ λε, ἴσου τῷ πγ ἐλάσσονι, διὸ δὲ τῷ εἰς ἀκτέον τὸ ἐπίπεδον χειρόν, παράδημον πρὸς τὸ μπ· καὶ τότε δὴ ἡ Βάσις μπ εἰς πρὸς τὴν Βάσιν υπ (6), ως ἡ Κύλινδρος αὗταις πρὸς τὸν Κύλινδρον 23, τυτέσιν (ἐπεὶ οἱ Κύλινδροι αριθμός, 23, οἷοι εἰναι ὑποτιθενται) ως ὁ Κύλινδρος αὗταις πρὸς τὸν Κύλινδρον αριθμόν, τυτέσιν (7) ως τὸ ὕψος λε πρὸς τὸ ὕψος λψ· καὶ (διὰ τὰς λε καὶ πγ ἴσας ἔσταις) ἀντιστρόφως, ως τὸ ὕψωμα πγ πρὸς τὸ ὕψωμα λψ. Ο. Ε. Δ.

Α'λλ' ἔσωσται δὴ οἱ Κύλινδροι, ως ἀν βάλοιο πλάγιοι, ἀνισάδικωσαι δὲ ἐπὶ τῶν αὐτῶν Βάσεων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ ὅλῳ Κύλινδροι, ὄρθοι, καὶ πάτοις ἴσοι.

(1) ΙΑ. τῆς ιβ'. καὶ Σχόλ. Ι. τῆς ιβ'. (2) Πόρ. ἀντ. (3) Β' κατ. (4) Ι. τῆς ιβ'.
(5) ΙΑ. τῆς ιβ'. (6) αἰα. τὴν αὐτ. (7) ΙΑ. τῆς ιβ'.

(1) ἔσονται οἱ πλάγιοι· καὶ ἐπειδὴ οἱ ισοι Κύλινδροι ὁρθοὶ τυγχάνοντες, ἀντιπεπονθεῖσι ἔχοσι τὰς Βάσεις τοῖς ὑψεσι, καὶ οἱ πλάγιοι ἔσοι ὄντες, ὁμοίως καὶ αὐτοὶ ἀντιπεπονθεῖσονται. Ο. Ε. Δ.

Εἴπειδὴ δὲ καὶ οἱ ισοι Κῶνοι τῶν ισων (2) Κυλίνδρων, οἵς οἵσαι αἱ Βάσεις καὶ τὰ ὑψη, τριτυμόρια εἰσὶ, καὶ τύτοις ἄρα αἱ βάσεις τοῖς ὑψεσιν ἀντιπεπονθεῖσονται.

Μέρος Β'. Α' ἂλλα γὰρ ἔσω τῶν ὁρθῶν Κυλίνδρων τὰ ὑψη ἄνισα· ἀπὸ δὲ τῆς μείζονος λύφης, λιφθύτω τῷ ἐλάσσονι πρὸς ισον τὸ λε, καὶ διὰ τῆς ἀλυφθύτω ἐπίπεδου τὸ χέρι τῇ Βάσει παράλληλον· Οὐ μὲν οὖν Κύλινδρος αὗτος πρὸς τὸν Κύλινδρον (3), ὡς μπρὸς υπερτείνειν ἐξ ὑποδήματος. ὡς πγ (4), οὐ γάρ λε πρὸς λύφην, οὐδὲ (5) αὗτος αρρενεῖ ἄρρενος οὐδὲ οἱ Κύλινδροι (6) αρρενεῖς καὶ (7) ισοι εἰσὶ· Καὶ ἐπεὶ οἱ πλάγιοι τῶν Κυλίνδρων τοῖς ὁρθοῖς ισοι εἰσὶν, ὡν ίπα τὰ ὑψη καὶ Βάσεις (7)· καὶ ὅτοις ἄρα, εἰπερ αὐτοῖς ἀντιπεπονθεῖσον αἱ Βάσεις τοῖς ὑψεσιν, ισοι ἔσονται. Ο. Ε. Δ.

Οὔτε Κῶνοι τριτυμόρια ὄντες (8) τῶν Κυλίνδρων τῶν ισούψων τε καὶ ἐπὶ Βάσεων ισων, εἰγε αὐτοῖς ἀντιπεπονθεῖσον αἱ Βάσεις τοῖς ὑψεσιν, ἔσονται δὴ καὶ αὐτοὶ ἀλλήλοις ισοι. Ο. Ε. Δ.

Σ Χ Ό Λ Ι Ο Υ.

Εἴπει μηδὲ ἡμῖν ὁ Εὐκλείδης περὶ λόγων συνθέτει τὰ ἐν τοῖς Σώμασιν, ὑποθέμενος φέρεται, καὶ τέτοιοι διὰ βραχέων ἐνταῦθα δεῖξαι πρόργυρα ἃν εἶναι ἡγεμενία.

Α'. Κύλινδρος πρὸς Κύλινδρον, καὶ Πρόσμα πρὸς Πρόσμα, λόγου εἰσὶν ἔχοντα σύνθετον ἐκ τῶν λόγων τῶν τε Βάσεων, καὶ τῶν ὑψῶν.

Εἰσωσαν (όρα τὰ ἀνωτ. Σχήμα.) Κύλινδροι (3) καὶ αρρενεῖς, ἀπὸ δὲ τῆς ὑψηλοτέρου αρρενεῖς τῶν ισούψων αὐτόθεν δῆλον (9)) ἀποτετμήθωσαν, ισούψης ων τῷ (3). ἔπειτα δὲ καὶ ὡς Βάσεις υπερτείνειν βέλλονται πρὸς Βάσιν μπροσταῖς, ὅτως ζυγός χ, καὶ ὡς ὑψος γένος, ἢτοι βέλλονται πρὸς Βάσιν μπροσταῖς, ὅτως χ πρὸς ψ· Δεῖ δὴ δεῖξαι ὡς ὁ Κύλινδρος (3) ἐντὸς τὸν Κύλινδρον αρρενεῖς, ὡς ζυγός πρὸς τὸν ψ· ὁ γάρ Κύλινδρος (3) ἐντὸς τὸν Κύλινδρον αρρενεῖς, ὡς (10) οἱ Βάσεις υπερτείνειν Βάσιν μπροσταῖς, τετέσιν (11) ὡς ζυγός πρὸς ψ· δὲ Κύλινδρος (3) ἐντὸς τὸν Κύλινδρον αρρενεῖς, ὡς (12) βέλλονται πρὸς βέλλονται πρὸς Βάσιν μπροσταῖς, τετέσιν (13) χ πρὸς ψ· τοιγαρέν (14) δὲ ισες Κύλινδρος πρὸς Κύλινδρον, ὡς ζυγός πρὸς ψ.

(1) ΙΑ. τῷ ιβ. (2) Ι. τῷ ιβ. (3) Ι. τῷ ιβ. (4) Εὐκ. κατ. (5) ΙΑ. τῷ ιβ. (6) Θ. τῷ ι. (7) ΙΑ. τῷ ιβ. (8) Ι. τῷ ιβ. (9) ΙΑ. τῷ ιβ. (10) ΙΑ. τῷ ιβ. (11) Εὐκ. κατ. (12) ΙΑ. τῷ ιβ. (13) Εὐκ. κατ. (14) ΚΒ. τῷ ι.

Περὶ δὲ τῶν Προισμάτων ὡσαύτως δειχθῆσται, ἀλλ' ἐκ τῆς Α' Πορίσμ.
τῆς Θ', καὶ ἐκ τῆς Πορίσμ. τῆς ΙΔ' Προτάσ.

Β'. Καὶ Κῶνος δὲ πρὸς Κῶνον, καὶ Πυραμὶς πρὸς Πυραμίδα, λόγου ἔχει
συγκείμενον ἐκ τῶν λόγων Βάσεως πρὸς Βάσιν, καὶ ὑψὸς πρὸς ὑψός.

Εἰτὶ γὰρ τῶν τε (1) Κυλίνδρων, καὶ τῶν Προισμάτων τρίτημόρια.

Καὶ ταῦτα δέ πάντα ἐπὶ τῶν πλαγών Σωμάτων ὅχι ἕκινα χῶρα
ἔχει, ἢ ἐπὶ τῶν ὁρθῶν, ὡς ἐξ ὧν φθάσαντες ἔφιμων ἐσὶ δῆλον.

Πρότασις Ιερούλας ΙΙ.

**Αἱ Προτάσεις αὗται ἀπασῶν ἔσαι διεξοδικώταται πρὸς ὃδὲν συντελεῖσι,
ἢ πρὸς τὸ δι αὐτῶν τὴν ΙΗ'. Πρότασιν δείκνυοται, ἵνα αὗτοὶ εὐχερεσέρα τινὲς
μεδόσω ἀποδείξομεν.**

Δῆμος πρὸς τὴν ἐφεξῆς ΙΗ'.

„Οἱ Κύλινδροι οἱ εἰς τὸ Ήμισφαίριον ἐγγραφόμενοι, εἰς αὐτὸ τῷ
„καὶ ἀπολήγουσι.

α. 495.

Ἐνώπιον μέγιστον τῶν ἐπὶ τῇ Ημισφαίριος Ημικύκλιον, καὶ τότε Η-
μιδιάμετρος οὐκ αὐτός, πρὸς ὁρθὰς ὅπῃ τῆς Διαμέτρου φυτεττοῦθω δὲ οὐ αὐτός εἰς
μέρη ἔσαι τὰ αἱ, μι, υψ., καὶ ἀχθεισῶν διὰ τῶν κατὰ τὰς διαφέσεις συμβολῶν
μ, ν, καθέτων κατατονάσις, ἐγγραφέσθω εἰς τὸ Ημικύκλιον Ορθογώνια ξύρι, εδδοσ-,
ῶν ἐπειτα ἔξω τῇ Κύκλῳ προσκραττομένων, νοείσθω περὶ τὸ Ημικύκλιον πε-
ριγραφόμενα Ορθογώνια ζυγοφ., λοβεῖ, πχδε., καὶ ἔσαι πάντα ισούψη. Αἱ
δὲ ὑπεροχαὶ τῶν περιγεγραμμένων ὑπὲρ τὰ ἐγγεγραμμένα, εἰσὶ τὰ ἐπίπε-
δα ζκ, λσ, χε, οδ, τρ, αἱ δὲ ἀμαλιφθέντα τὸ Ορθογώνιον ζυγοφ. συγ-
κροτεῖ. Εἴπειδη γὰρ χε = δσ, ἔσονται λσ, οδ, χε ἄμα, ισα τῷ Ορθο-
γώνιῳ λβ, τυτέσι τῷ ξρ. ἐνθειτοι ἐὰν ἐκατέρωθεν προσθῆσε τὰ ἐπίπεδα ζκ,
τρ, ἔσονται ἀμαλιφθέντα ζκ, λσ, χε, οδ, τρ, ισα τῷ Ορθογώνιῳ ζυγοφ.
Ηδη μὲν οὖν ἐὰν κοινῇ τὸ Ημικύκλιον μετὰ τῶν Ορθογώνιων περὶ τὴν Η-
μιδιάμετρον αὐτὸν μένεσται περιάγεσθαι, τὰ ἐγγεγραμμένα Ορθογώνια εδδοσ-,
Κυλίνδρος ἀποκυνίσθαι εἰς τὸ Ημισφαίριον ἐγγεγραμμένας, τὰ δὲ περιγε-
γραμμένα Κυλίνδρος περιγεγραμμένας, ἀλλήλοις τε ἐπικειμένας. Καὶ ὥσπερ δὲ
ἡ τῶν περιγεγραμμένων ὑπεροχὴ ὑπὲρ τὰ ἐγγεγραμμένα Ορθογώνια, οὐ
Ορθογώνιον τὸ ζυγοφ. οὐδὲ τῶν περιγεγραμμένων Κυλίνδρων ὑπεροχὴ

(1) I. καὶ Z. καὶ H. τῷ ΙΗ'.

ὑπὲρ τὰς ἐγγυηραμμένις, ὁ Κύλινδρος ἔσαι ὁ ἀπὸ τῆς Οὐρανογεωγίας θυ
χιϊσκόμενος· Αὐτῷ τὸ τοιάτια Κυλίνδρος ὑψός γενήσεται παντὸς δοθέντος
ἔλαττον· διὸ δὴ καὶ ὁ Κύλινδρος αὐτὸς παντὸς δοθέντος (1) καταβήσεται ἐλάσ-
σων, εἰ τῆς Διαμέτρου εἰς ἀεὶ πλείω πέρατος ἄνευ διαφραγμάτων, ὁ τῶν Οὐρ-
ανογεωγίων, κάντεῦθεν ὁ τῶν Κυλίνδρων ἀριθμὸς εἰς ἅπειρον πληθύνοιτο. Αὕτη
ἡ τῶν εἰς τὸ Ήμισφαίριον περιγραφομένων Κυλίνδρων (πολλῷ δὲ μᾶλλον ἢ
αὐτῷ τῷ Ήμισφαίριν, τῷ περιγραφομένων Κυλίνδρων μέρος τυγχάνει ὅν),
ὑπὲρ τὰς ἐγγυηραμμένις Κυλίνδρος ὑπεροχὴ, παντὸς δοθέντος μεγέθυς ἐλάσ-
σων τέως γενήσεται· Οὗτοι οἱ εἰς τὸ Ήμισφαίριον ἐς ἅπειρον ἐγγραφόμενοι
Κύλινδροι, εἰς αὐτὸν τῆτο τέως (2) καὶ ἀπολύγεσι. Ο. Ε. Δ.

$\Pi \circ \varrho : \sigma \mu \alpha.$

Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον ἀποδειχθῆσται, καὶ τὰς εἰς τὸν Κῶνον, ἢ τὸ
Κωνοειδὲς, ἢ τὸ Σφαιροειδὲς, καὶ ἐγγραφομένυς Κυλίνδρος, εἰς αὐτὰ ταῦ-
τα τὰ Σχήματα τέως ἀποτελευτᾶν.

Πρότασις ΙΗ.

„Αἱ Σφαιραὶ πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίᾳ λόγῳ εἰσὶ τῶν θεῶν Διαμέ- 96.
„τρων (βκ., φψ).

(1) *Δηλον* ἐκ τῆς ΙΔ. τὸν ἰδ. (2) *Οὐρ.* ζ. τὸν ἰδ. (3) *Α. Πόρ.* τῆς ΙΓ. τὸν ζ. (4) *Οὐρ.* Ι. τὸν ζ. (5) *ΔΕ.* τὸν ζ. (6) *ΚΒ.* τὸν ζ. (7) *Οὐρ.* Δ. τὸν ἰδ. (8) *ΙΒ.* τὸν ἰδ.

τοσος ἐσὶ τῷ λόγῳ τῷ μεταξὺ τῶν Διαμέτρων τῶν Σφαιρῶν βκ., ρψ (ώς γάρ φθάσας ἔδειξα τοι : χε :: γέ : εσ, τετέσι (1) βκ : ρψ, αἱ ἐσὶ τῶν γέ καὶ εσ (ἐκ κατασκ.) ἴσοπολλαπλάσια). ὁ ἄρα λόγος τῷ Κυλίνδρων γλ., χπ, τριπλασίων ἐσὶ τῷ λόγῳ τῶν Διαμέτρων βκ., ρψ. Ωσαύτως δὲ ἀποδεῖξομεν, καὶ τῶν λοιπῶν Κυλίνδρων ἔκαστου τῶν ἐν τῷ ἑτέρῳ τῶν Ημισφαιρίων ἐγγεγραμμένων, πρὸς ἕκαστον τῶν λοιπῶν τῶν ἐν θατέρῳ, τριπλασίου λόγου ἔχειν τῷ λόγῳ τῶν Διαμέτρων βκ., ρψ, ἄρα καὶ ὁ λόγος ἅμα πάντων πρὸς ἅμα πάντας (2), τριπλασίων ἐσὶ τῷ λόγῳ τῶν Διαμέτρων βκ πρὸς ρψ. Ἑγενόντοι ἐπεὶ τὰ τῶν Κυλίνδρων ἀθροίσματα, εἰς αὐτὰ τέως (3) τὰ Ημισφαιρία ἀπολήγεται, ὁ τῶν Ημισφαιρίων, καὶ ἐπομένως καὶ ὁ τῶν Σφαιρῶν λόγος, τριπλασίων ἐσαι (4) τῷ λόγῳ τῶν Διαμέτρων. Ο. Ε. Δ.

Πόρισμα.

Καὶ δῆλος ἄρα τῷ τῶν Διαμέτρων λόγῳ τυγχάνοντος, καὶ ὁ τῶν Σφαιρῶν αὐτῶν ἐσαι κατάδηλος. ὡς εἰπερ ἡ μὲν τῆς ἐλάσσονος Διάμετρος ἢ ποδιαία, ἡ δὲ τῆς μείζονος δεκαποδιαία, προαγομένη τῷ λόγῳ οἱ πρὸς 10 εἰς ὅρος τέτταρας, 1 : 10 :: 100 : 1000, ὡς ἔχει ὁ πρῶτος τῶν ὅρων οἱ πρὸς τὸν τετταρτον 1000, καὶ τοις ἐσαι ἡ ἐλάσσων Σφαῖρα πρός γε τὴν μείζονα.

Η τῶν Κώνων καὶ τῶν Κυλίνδρων, καὶ δὴ καὶ τῶν Σφαιρῶν καταμέτρησις ὑποτεθείσεται ἐν τῷ ἐφεξῆς Βιβλίῳ ἐκ τῶν τῷ Αρχιμήδῃ.

Σχόλιον.

Καθάπερ τὰ ὄμοια τῶν ἐπιπέδων Σχημάτων (5) διὰ μιᾶς μέσης, οὗτοι τὰ ὄμοια τῶν σερεῶν διὰ μέσων δυεῖν, κατὰ τὸν δοθέντα λόγον ἀνέσθαι, ἢ μειῶθαι πεφύκασι.

α. 497. Όίον ἐσω Σφαῖρα, ἢ κύβος, ἢ ἑτερόν τι Σῶμα ὁποιοῦν, οὔπερ ἀκτίς, ἢ πλευρὰ εἴη ἡ α, καίσθω δὲ καὶ λόγος ὁποιοσῦν ὁ α πρὸς β, οἷου διπλεῖς δεῖ δὴ τῷ δοθέντος Σῶμα καὶ διπλεῖν δεῖναι καὶ ὄμοιον.

Μεταξὺ τοίνυν τῶν ὅρων τῷ δοθέντος λόγῳ α καὶ β, εὑρεθήτωσαν δύο μέσαι ανάλογου χ καὶ ψ, ὡς ἐν τῷ Σχολίῳ τῷ μετὰ τὴν ΙΓ'. τῷ ε'. Βιβλ. ὑπεθέμενα. Η τοίνυν Σφαῖρα, ἡς Ημιδιάμετρος ἐσὶ χ, ἢ τὸ Σῶμα τὸ τῷ δοθέντι ὄμοιον, τὸ ἀπὸ τῆς Πλευρᾶς χ γιγνόμενον, διπλεῖν ἐσαι τῷ δοθέντος.

(1) ΙΒ. τῇ ε'. (2) ΙΑ. τῇ ε'. (3) Διὰ τὸ ἀντ. λῆπ. (4) Καθόλε πόρ. (5) 4. πόρ. τῆς Κ. τῇ ε'.

Τὰ γὰρ ὄμοια Σώματα, ὃν αἱ ἡμίδιάμετροι, ἢ γῆν αἱ πλευραὶ εἰσὶν
αἱ χ., ἐν λόγῳ εἰσὶ τριπλασίονι τῷ (1) λόγῳ αἱ πρὸς χ., τετέσιν ἐν τῷ
αὐτῷ (2) λόγῳ, ὃν ἔχει αἱ πρὸς β.

Καὶ τῦτο ἄρα ἐκεῖνο τὸ πολυπλόκον πρόβλημα ἐσὶν, ὁ Διηλιακὸν
ἴκεσσε παρὰ τᾶ ἐν Δύλῳ Α' πόλλους, ὃς τοῖς Α' θηγαλοῖς τότ' ἀν τῷ ἐπισκή-
ψαντος λοιπῇ ἀπαλλαχθῆσθαι ἔχρησεν, ἐπειδὴν αὐτῷ τὸν βωμὸν κυβι-
κὸν ὅντα τὸ Σχῆμα διπλασιάστειν, ὡς Οὐαλέριος ὁ Μάξιμος Βιβλ. Η'. Κεφ.
ΙΒ'. παρέδωκεν, ἐν σίς τὸν Πλάτωνα παρέσησι, τὰς τὸν βωμὸν ἐπὶ τάτῳ κομι-
σαμένης, ὡς τὸν Εὔκλειδην ἀπελθεῖν κελεῦσαι, ἢ μᾶλλον ὡς τὸν Εὔδοξον,
ὅτῳ Μηναγίῳ σεσημείωται ἐν τοῖς εἰς Διογένην τὸν λαέρτιον Βιβλ. Β'.
Τίμ. ος. Εἰδέτις ἀκριβέστερα ἐφίεται μαθεῖν περὶ τε τῆς ἀφορμῆς τῷ Προ-
βλήματος, οὐ τῆς τῷ αὐτῷ ἐπιλύσεως, οὐ τῶν ἐπιτημοτέρων τῷ τὰς δύο μέ-
σας ἀνάλογουν, ἐν δυσὶ δεδομέναις ἀκρότυτιν ἐξευρίσκειν, μεθόδων, κατὰ
τὴν τῶν πάλαι γεωμετρικῶν ἐπίνοιαν, μετιτέα αὐτῷ πρὸς τῶν ἄλλων τὰ
τῷ Ερατοδένες περὶ τῷ διπλασίασμῷ τῷ Κύβῳ, τὰ σὺν τοῖς ἄλλοις τῶν αὐτῷ
συγγραμμάτων ἐν τέλειπε τῶν τῷ Αράτῳ, ἐν Οξεονίῳ τύποις ἐκδεδομένα
κατὰ τὸ αχοβ. καὶ τὰ Οὐϊτρυνία Αρχιτεκτονικά Βιβλ. Θ'. Κεφ. Γ'. καὶ
τὰ Πλευτάρχη περὶ τῷ δαιμονίᾳ τῇ Σωκράτῃ, ἐν τοῖς ιδικοῖς κατὰ τὴν ἐν
Φραγκοφρετίῳ ἐκδοσιν σελίδῃ φοδ'. καὶ τὰ τῷ Πάππῳ ἐν τῇ συλλογῇ τῶν
Μαθηματικῶν Βιβλ. Γ'. Προτ. Ε'. καὶ τὰ τῷ Εὐτοκίᾳ (ῶν ἀγωτ. ἐν τῷ Σχολ.
τῷ μετὰ τὴν ΙΓ'. τῷ σ'. ἐμνήσημεν) ὑπομνήματα εἰς τὸν Αρχιμήδην περὶ
Σφαιρικὲ οὐ Κυλίνδρῳ ἐν Θεωρίματ. Α'. Βιβλ. Β'.

Μεταξὺ οὖν δυοῖν ἀξιωμῶν δοθέντων, μέσης δύο ἀνάλογουν λαβεῖν ἔσαι
ῶδεπως· τὰ τῷ προτέρῳ τῶν ἄκρων Τετράγυωνον, διὰ τῷ δευτέρῳ πολλαπλα-
σιαζέοντω, οὐ τῷ παραγομένῳ ἡ ῥίζα η Κυβικὴ ἐξαιρεσίδω, ἀλλις καὶ γὰρ ὁ
τῶν δύο μέσων πρότερος ἔσαι· εἶτα τὸ Τετράγυωνον τῷ ὑπέρεβε τῶν ἄκρων
διὰ τῷ προτέρῳ πολλαπλασιαζέοντω, οὐ οὗτῳ τῷ παραχθέντος η Κυβικὴ ῥίζα
ἐξαιρεσίσα, τῶν μέσων παρέξει τὸν δεύτερον· οἷον ἀριθμοὶ προκείσθωσαν
ὅτε $8 \times 8 = 64$ διὰ τῶν 27 , οὐ μεταξὺ δύο μέσων δέον εὑρεῖν. Πεπολλαπλασιάσω δὲ $8 \times 8 = 64$ διὰ τῶν 27 , οὐ ἀνακύψει 1728 , οὐ ῥίζα Κυβικὴ 12 τῶν δύο μέ-
σων ὁ πρῶτος. Εἶτα πεπολλαπλασιάσω $27 \times 27 = 729$ διὰ 8 , οὐ προκύψει
 5832 , οὐ ῥίζα Κυβικὴ 18 τῶν δύο μέσων ὁ δεύτερος· καὶ γὰρ $8, 12, 18,$

(1) Μιὰ τὴν Η'. καὶ τὸ Β'. Πόρ; τῆς Θ'., οὐ διὰ τὴν ΙΒ'. καὶ ΙΗ'. τῷ ιβ'. (2) Ορ-
λ. τῷ σ'.

27 ἵνα καὶ ἐν γένει, εἰ μεταξὺ α καὶ ε μετότυτας δύο δέοι λαβεῖν τὰς μὲν
γ, ἔσαι μ = $\sqrt{a^T s^3}$, καὶ ἔσαι ν = $\sqrt{s^T a^3}$.

Επειδὴ γὰρ τὸ ὑπὸ α καὶ ε ὁρθογώνιον, μέσον (1) ἔσιν ἀνάλογον
τῶν ἀπ' αὐτῶν Τετραγώνων, ἔσαι δὴ a^T , αε, s^T ἵνα. Α' χρήτωσαν οὖν
τὰ τρία ταῦτα ἐπίπεδα ἐπὶ τὸ αὐτὸν ὄψος τὸ α, καὶ ἀναφυῆσονται (2) ε-
ρεὶ συνεχῶς ἀνάλογον τὰ a^K , $a^T s$, $s^T a$ ἵνα. Α' χρήτωσαν δὲ πάλι
τὰ αὐτὰ ἐπίπεδα ἐπὶ ὄψος τὸ ε, καὶ ἔσονται $a^T e$, $s^T a$, s^K ἵνα. τὰ ἕρε
τέτταρα σερεὶ a^K , $a^T e$, $s^T a$, s^K συνεχῶς ἀνάλογον εἰσὶ, καὶ ἐπομένως
αἱ τύτων κυβικαὶ βίζαι α, $\sqrt{a^T s^3}$, $\sqrt{s^T a^3}$, ε συνεχῶς (4) ἀνάλογον
εἰσὶ καὶ αὐταί· καὶ ἐπεὶ ἔξι ὑποδ. α, μ, γ, ε ἵνα, ἔσαι μ = $\sqrt{a^T s^3}$,
καὶ γ = $\sqrt{s^T a^3}$.

Εἳναν δὲ ὁ Α'. ὅρος οὗτος, ἐξαιρεθείσης τῆς Κυβικῆς βίζης ἀπὸ τῆς ἐτέ-
ρης τῶν ἀκρων, ληφθήσεται τῶν δύο μεσοτύτων ἡ προτέρα, τὸ δ' ἀπὸ ταύ-
της Τετράγωνου, ἔσαι τῶν δύο μέσων ἡ ὑσίρα· ἐὰν γὰρ οὗτος α = 1, ἔσαι
 $a^T = 1$. ἐνθεντοι $a^T e = 1 \times s = e$, καὶ $\sqrt{a^T s^3}$ (τυτέσι μ) = $\sqrt{s^3}$:
καὶ τὸν αὐτὸν τρόπον $\sqrt{s^T a^3}$ (τυτέσι ν) = $\sqrt{a^3} = (5) \sqrt{s^3} \times \sqrt{s^3}$.

Οἶνον μεταξὺ εἰς καὶ 125, μέσοι ἀριθμοὶ εἰσὶν οἱ 5 καὶ 25· ἔσι γὰρ
 $\sqrt{125^2} = 5$, καὶ $5 \times 5 = 25$: εἰσὶ δὲ Ι, 5, 25, 125 ἵνα. ἐνθεντοι
ἐὰν ἀντὶ τῆς δοθέντος Κύβης τεθῇ Ι, ληφθήσεται ἡ τῆς Κύβης Πλευρὴ, δι-
ὰν διπλάσιος οὗτος τῆς δοθέντος, τῆς τῆς δυαδικῆς ἀριθμοῦ Κυβικῆς βίζης ἐξαιρε-
μένης· ὃ καθ' αὐτὸν μὲν εὑδηλον ἔσιν, φάγεται καὶ ἔκείνη ἐπιφερόμε-
νον, διτοι $\sqrt{2^3}$ ἔσι τῶν μεταξὺ εἰς καὶ τῶν μέσων ὁ πρότερος.

(1) Β. Πόρ. τῆς ΚΒ. τῆς ζ. (2) ΑΒ. τῆς ια'. (3) Σχόλ. τῆς Αξ. τῆς ια'. (4) Σχόλ.
Α. τῆς ΛΓ. τῆς ια'. καὶ ΑΕ. τῆς ζ. (5) Πόρ. τῆς ΛΖ. τῆς ια'.