νος ἐν μέσοις ἐκκεῖσθαι, ὁ μὲν Α΄. πρὸς τὸν Β΄. ὅρον μείζονα τὸν λόγον ἔξει, ἢ ὁ τρίτος πρὸς τὸν Δ΄.

Ἐὰν δὲ αἱ μὲν τοῦ ἐλάσσονος Ὀρθογωνίου Πλευραὶ ἐν ἄκροις, αἱ δὲ τοῦ μείζονος ἐν μέσοις, ἔσται ὁ τοῦ Α΄. πρὸς τὸν Β΄. ὅρον λόγος ἐλάσσων, ὁ δὲ τοῦ Γ΄. πρὸς τὸν Δ΄. μείζων.

Σχόλιον.

Ἀλλ' ἐνταῦθα καὶ τὸ θρυλλούμενον ἐκεῖνο τοῦ Πτολεμαίου Θεώρημα, ὡς ἐν „ὁτῳοῦν Τετραπλεύρῳ, ὃ ἂν εἰς Κύκλον ἐγγεγραμένον ᾖ, τὸ ὑπὸ τῶν Δια„γωνίων αγ καὶ βδ περιεχόμενον Ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τοῖς δυσὶν Ὀρθογω„νίοις τοῖς ὑπὸ τῶν ἀντιθέτων τοῦ Τετραπλεύρου Πλευρῶν, οἷον αβ καὶ γδ, „ἢ αδ καὶ βγ, ὡς ἐκ τῆς δε δὴ καὶ τῶν πρὸ ταύτης δειχθέντων ἐξηρτημένον, πρόδηλον ἂν εἴη προθέσθαι καὶ δεῖξαι.

χ. 371. Συνεστάσθω γὰρ ἡ ὑπὸ βαε ἴση τῇ ὑπὸ γαδ· Διὰ γὰρ ταύτας τὰς ἐκ κατασκευῆς ἰσουμένας, καὶ τὰς ὑπὸ αβε, αγδ, τὰς διὰ τὸ τῇ αὐτῇ Περιφερείᾳ αδ βεβηκέναι ἴσας (1) ἀλλήλαις, ἔσται τὰ Τρίγωνα αβε, αγδ ἀλλήλοις (2) ὅμοια, καὶ ὅτως αβ : βε : : αγ : γδ· καὶ ἑπομένως (3) Ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων αβ × γδ, ἴσον ἔσται τῷ Ὀρθογωνίῳ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων αγ × βε. Παραπλησίως διὰ τὰς ὑπὸ βαε, γαδ ἴσας ἐκ κατασκ. Γωνίας, κοινῆς προσθείσης τῆς ὑπὸ γαε, ἔσται ἡ ὑπὸ βαγ ἴση τῇ ὑπὸ εαδ. Διὰ δὲ τὰς ὑπὸ αδε, αγβ, τὰς τῇ αὐτῇ Περιφερείᾳ αβ βεβηκείας καὶ διὰ τοῦτο (4) ἴσας, ἔσται τὰ Τρίγωνα (5) αδε, αγβ ὅμοια, καὶ αδ : δε : : αγ : βγ. Ἔνθεντοι καὶ (6) Ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων αδ × βγ = Ὀρθογωνίῳ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων αγ × δε· Ἀλλὰ τὰ Ὀρθογώνια αγ × βε, καὶ αγ × δε, ἴσα ἐστὶ (7) τῷ Ὀρθογωνίῳ αγ × βδ. Ἄρα τὸ Ὀρθογώνιον αγ × βδ τὸ ὑπὸ τῶν Διαγωνίων, ἴσον ἐστὶ τοῖς δυσὶν Ὀρθογωνίοις τοῖς ὑπὸ τῶν ἀντιθέτων Πλευρῶν, τῷ τε ὑπὸ αβ × γδ, καὶ τῷ ὑπὸ αδ × βγ. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις ΙΖ.

„Ἐὰν τρεῖς Εὐθεῖαι (αβ, ζλ, βγ) ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων (αβ, βγ) περιεχόμενον Ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης (ζλ) Τε„τραγώνῳ.

---

(1) Κλ. τοῦ γ΄. (2) Θ. Πόρισμ. τῆς ΛΒ. τοῦ α΄. (3) Διὰ τὴν ἀνὰ χεῖρας. (4) Κλ. τοῦ γ΄. (5) Θ. Πόρ. τῆς ΛΒ. τοῦ α΄. (6) Διὰ τὴν παρόδεσιν. (7) Α. τοῦ β΄.

„Καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον Ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ „τῆς μέσης Τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς Εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Μέρος Α'. Τῇ μέσῃ ζλ ληφθήτω ἴση ἡ ξ· καὶ ἐπειδὴ καθ' ὑπόθεσιν αβ : ζλ :: ζλ : βγ, ἡ δὲ δὴ ξ = ζλ, ἔσται καὶ αβ : ζλ :: ξ : βγ· Ὥστε (1) τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων αβ × βγ Ὀρθογώνιον ἴσον τῷ Ὀρθογωνίῳ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων ζλ × ξ, τουτέστι τῷ Τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ ζλ. κ. 372.

Μέρος Β'. Δείκνυται ὁμοίως ἐκ τοῦ δευτέρου μέρους τῆς ἀνωτέρω.

Π ο ρ ί σ μ α τ α.

Ἐκ δὲ δὴ ταύτης, καὶ τῆς ΙΓ'. εὔδηλον ἐστὶν, ὡς ἐὰν ἐν Κύκλῳ Κάθετος ἡ ζγ ἐπὶ τῆς Διαμέτρου καθῇ αβ, τὸ ὑπὸ αγβ Ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζγ Τετραγώνῳ. Ὅρα τὸ ἐν τῇ ΙΓ'. Σχῆμα. Α'.

Κἀντεῦθεν πρὸς τὴν δοθεῖσαν αβ, τὸ ἀπὸ τῆς δοθείσης ζλ Τετράγωνον ζξ ῥᾴδιον παραβαλεῖν, εὑρόντας τὴν πρὸς τὰς αβ καὶ ζλ τρίτην ἀνάλογον βγ (2), καὶ ἐκ τῆς δοθείσης καὶ τῆς εὑρεθείσης, Ὀρθογώνιον (3) τὸ ὑπὸ αβγ συνήσαντας. Τοῦτο γὰρ ἔσται τῷ δοθέντι Τριγώνῳ ζξ (4) ἴσον, πρὸς τὴν δοθεῖσαν αβ ἤδη παραβεβλημένον. Β'.

Κἀνθένδε δήλη ἔτι ἡ Μέθοδος τοῦ τὸν δοθέντα λόγον αβ πρὸς ζλ περαιτέρω προαγαγεῖν, ἤτοι τοῦ δυεῖν δοθεντῶν αβ καὶ ζλ τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν· ἐὰν ἀμέλει τις τὸ ἀπὸ τοῦ ἑπομένου ζλ Τετράγωνον πρὸς τὸ ἡγούμενον αβ παραβάλῃ· τρίτην γὰρ ὅτω λήψεται ἀνάλογον τὴν βγ. Ἐὰν δὲ ἐπὶ ἀριθμῶν δοθῇ τις λόγος ὁποιοσοῦν, ὁ τρίτος ἀνάλογος εὑρεθήσεται, πολλαπλασιασθέντος τοῦ ἑπομένου καθ' ἑαυτὸ, καὶ τοῦ ἐντεῦθεν ἀνακύψαντος τῷ πολλαπλασιασμῷ διὰ τοῦ ἡγουμένου διαιρεθέντος· Τὸ γάρ τοι πηλίκον (5) ἔσται ὁ ζητούμενος τρίτος ἀνάλογον. Γ'.

Ἐντεῦθεν δ' αὖθις καὶ Γραμμὴν ἀπρόσβατον, ἧς θάτερον τῶν περάτων ἂν εἴη προσβάσιμον, καταμετρεῖν διδασκόμεθα. Ἔστω γὰρ ἀπρόσβατος Εὐθεῖα ἡ γζ, καὶ προαγέσθω πέρατος ἄνευ πρὸς τὸ Α. Ἀγέσθω δὲ ἀπὸ τοῦ γ Σημείου καὶ Κάθετος ἡ γβ, καὶ πρὸς ὁποῖον ἂν δόξῃ τῶν ἐπὶ τῆς Καθέτου Σημείων β Γνώμων ἐφηρμόσθω, ἤτοι Γωνία ὀρθὴ συνεστάθω ἡ ὑπὸ αβζ, ὡς δι' ἑτέρας μὲν τῶν Πλευρῶν βζ τὸ τῆς δοθείσης πέρας ζ, δι' ἑτέρας δὲ τῆς βα τὸ Σημεῖον τῆς αὐτῆς προαχθείσης διοπτάνεσθαι. Εἶτα μετρείσθω ἡ προσβατὴ Δ. κ. 373.

(1) Διὰ τὴν ἀνωτέρ. (2) ΙΑ. τοῦ α'. (3) Σχόλ. τῆς Μς. τοῦ α'. (4) Διὰ τὴν ἀνωτέρ. (5) Δῆλον ἐκ τῆς ΙΖ. τοῦ ε'. καὶ τοῦ β'. Πορ. τῆς Ις. τοῦ ε'.

αγ, καὶ ἐκ τῆς ἐφεξῆς ἀναλογίας σαφὴς ἔσται (1) ἡ ἀπρόσβατος αγ : γβ : : γβ : γζ. Ἐὰν οὖν τὸ Τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς γβ διὰ τῆς αγ διαιρεθῇ, τὸ πηλίκον (2) δώσει τὴν ζητουμένην Εὐθεῖαν γζ. Ο. Ε. Ε.

Ἐντεῦθεν τέως καὶ ἣν δοθῇ Ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ αγ καὶ γβ, τῶν τμημάτων τῆς δοθείσης αβ, ἴσον τουτέστι τῷ Τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς γζ (ὅρα τὸ Σχῆμ. τῆς ΙΓ'. Προτ.), ἥτις μὴ μείζων εἴη τῆς ἡμισείας τῆς αβ, ῥᾴδιον ἔσται ἐξευρεῖν τὰς τοῦ Ὀρθογωνίου Πλευρὰς αγ καὶ γβ. Τουτέστι τὴν δοθεῖσαν αβ οὕτω διελεῖν ἐξέσται κατὰ τὸ γ, ὡς τὸ Ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῶν αὐτῆς τμημάτων αγ, γβ, ἴσον εἶναι τῷ Τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς δοθείσης Εὐθείας γζ, ἥτις μὴ μείζων εἴη τῆς ἡμισείας τῆς αβ. Ἐπειδὴ γὰρ ἡ δοθεῖσα γζ (διὰ τὴν ἐν χερσὶ Πρότασιν) μέση ἀνάλογος ἐστὶ μεταξὺ τῶν αγ καὶ γβ, ἅτινά ἐστι τὰ τμήματα τῆς δοθείσης αβ, τὸ ἐνταῦθα Πρόβλημα εἰς ταυτὸ φέρει ἐκείνῳ, οὗπερ ὑπετέθη ἡ λύσις ἐν τῷ Σχολίῳ τοῦ Β'. Πορίσματος τῆς ΙΓ'. Προτάσεως τοῦ παρόντος Βιβλίου.

Σχόλιον Α'.

κ. 374. „Ἐὰν Τριγώνου οὐτινοσοῦν (3) τοῦ αβγ, ἡ κατὰ κορυφὴν Γωνία ὑπὸ βαγ „δίχα τμηθῇ τῇ Εὐθείᾳ δα, ἥτις τὴν Βάσιν βγ τέμνουσα εἴη, κατὰ τὰ „Τμήματα βδ καὶ δγ, ἔσται ἡ διαφορὰ τῶν Ὀρθογωνίων, τοῦ τε ὑπὸ τῶν Πλευ„ρῶν αβ καὶ αγ, καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν Τμημάτων τῆς Βάσεως βδ καὶ δγ, ἴση τῷ Τε„τραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς αδ τῆς διχοτομούσης τὴν ὑπὸ βαγ Γωνίαν· τουτέστιν „Ὀρθογώνιον ὑπὸ βαγ — Ὀρθογωνίου ὑπὸ βδγ = αδ^{2}.

Γεγράφθω γὰρ Κύκλος περὶ τὸ Τρίγωνον αβγ, καὶ προσκεβλήθω ἡ αδ, ὥστε εἰς τὴν Περιφέρειαν προσπεσεῖν κατὰ τὸ ε· καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς εγ ἐν τῷ Τριγώνῳ αεγ, διὰ τοῦ Σημείου δ ἀχθήτω πρὸς τὴν Βάσιν εγ παράλληλος ἡ δζ· ἔσται γοῦν τὰ αδζ καὶ αεγ Τρίγωνα (4) ὅμοια. Ἀλλὰ γὰρ διὰ τὰς ὑπὸ βαδ, εαγ (5) τὰς ἴσας, καὶ τὰς ὑπὸ αβδ, αεγ, τὰς ἐν τῷ αὐτῷ Τμήματι αβεγ, καὶ ἑπομένως καὶ αὐτὰς (6) ἴσας, καὶ τὰ Τρίγωνα αβδ, αεγ, καὶ αὐτά (7) ἐστιν ὅμοια, τὰ ἄρα Τρίγωνα αβδ, αδζ ὅμοια ἐστί, καὶ αβ : αδ : : αδ : αζ· Ταύτητοι διὰ τὴν ἐν χερσὶ Πρότασιν τὸ βαζ Ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ αδ Τετραγώνῳ· ἀλλ' (8) αδ : αζ : : δε : ζγ, ἄρα αβ : αδ : : δε : ζγ·

(1) Α. Πόρ. τῆς Η. τοῦ ς'. (2) Διὰ τὸ ἀνωτ. Γ. Πόρ. (3) Ὅρα Ἀριθμητ. καθολ. Σελ. 103. τῆς Α' ἐκδόσ. (4) Α. Πόρ. τῆς Δ. τοῦ ς'. (5) Ἐξ ὑποθ. (6) Κα. τοῦ γ'. (7) Θ. Πόρ. τῆς ΛΒ. τοῦ α'. καὶ τὴν Δ. τοῦ ς'. (8) Β. τοῦ ς'.

Καὶ (1) Ὀρθογών. βα × ζγ = Ὀρθογ. αδε = (2) Ὀρθογωνίῳ βδγ. Ἀμφω δὲ τὰ Ὀρθογώνια, τό,τε ὑπὸ βαζ, καὶ τὸ ὑπὸ βα × ζγ, τουτέστι (3) τὸ ὑπὸ βαγ = αδ² + βδγ. Καὶ ἀφαιρεθέντος τοίνυν ἑκατέρωθεν τοῦ Ὀρθογωνίου βδγ, ἔσται βαγ — βδγ = αδ². Ο. Ε. Δ.

Πόρισμα.

Ἐὰν τοῦ εἰς τὸν Κύκλον ἐγγεγραμμένου Τριγώνου αβγ ἡ κατὰ κορυφὴν Γωνία α δίχα τμηθῇ δι' Εὐθείας τῆς αε τῆς Κύκλῳ μὲν τῷ αὐτῷ ἐνηρμοσμένης, τὴν δὲ Βάσιν κατὰ τὸ δ τεμνούσης, ἔσται βα : αδ : : εα : αγ. Τὰ γὰρ βαδ, εαγ Τρίγωνα ὅμοια ἐστὶν, ὡς ἐκ τοῦ προληφθέντος Σχολίου καταδηλον ἐστί.

Σχόλιον Β'.

Καὶ τοῦ ἐφεξῆς δὲ Προβλήματος, τοῦ ἐν τοῖς Σφαιρικοῖς οὐκ ἀχρήστου τυγχάνοντος, ἐκ τῶν προαποδεδειγμένων ληφθείη ἂν ἡ ἐπίλυσις. Ἔστι δὲ τὸ Πρόβλημα τοιοῦτον.

„Κύκλου δοθέντος τοῦ ζδμ, διὰ δυοῖν Σημείων β καὶ γ τῶν ἐν αὐτῷ, „Περιφέρειαν Κύκλου ἑτέρου ἀγαγεῖν, ἥτις ἂν τὴν τοῦ δοθέντος Κύκλου Περι„φέρειαν δίχα τέμνοι.

Διὰ τοῦ Κέντρου α καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν δοθέντων Σημείων β, ἀχθήτω Εὐθεῖα μὴ πεπερασμένη βαμε· ἀχθήτω δὲ ἀπὸ τοῦ Κέντρου α Κάθετος αδ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βδ· Ἐν δὲ τῷ Τριγώνῳ αβδ, διὰ τὴν ὑπὸ βαδ Ὀρθὴν, ἔσται ἡ ὑπὸ αβδ (4) ὀξεῖα· Ἐπὶ δὲ τῆς βδ ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ δε, ἥτις διὰ τὰς ὑπὸ αβδ, βδε, τὰς δυεῖν Ὀρθῶν ἴσας (5) ἐλάσσονας, διατεμεῖ τὴν μὴ πεπερασμένην βαμε, οἷον κατὰ τὸ ε. Διὰ μὲν οὖν τῶν Σημείων β γ ε, ἐὰν Κύκλος γραφῇ ὁ βγε (6), λέγω ὅτι τελεωθήσεται τὸ ζητούμενον. 375.

Ἀχθήτω γὰρ ἡ τοῦ ἤδη καταγραφέντος Κύκλου βγε ὑποτείνουσα, διὰ τοῦ Κέντρου α τοῦ δοθέντος Κύκλου χωροῦσα, καὶ ἐφ' ἑτέρας τῶν Περιφερειῶν τομῆς η, δηλ. ἡ ηαφ. Ἀχθήτω δὲ καὶ ἡ τοῦ δοθέντος Κύκλου ζδμ Διάμετρος ηαζ διὰ τῆς αὐτῆς τῶν Περιφερειῶν τομῆς η.

Ἐπειδὴ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς Γωνίας τοῦ Τριγώνου βδε, ἡ Κάθετος ἤχθη δα ἐπὶ τῆς Βάσεως βε, ἔσονται (7) αβ, αδ, αε ∺. Ὅθεν δὴ διὰ τὴν παροῦσαν

(1) Ις. τοῦ ς'. (2) ΛΒ. τοῦ γ'. (3) Α. τοῦ β'. (4) Ε. Πόρ. τῆς ΛΒ. τοῦ α'. (5) Σχόλ. τῆς ΛΑ. τοῦ α'. (6) Ε. τοῦ δ'. (7) Α. Πόρ. τῆς Η. τοῦ ς'.

Πρότ. Ὀρθογών. βαε = αδ^Τ, τουτέστι διὰ τὰς τοῦ δοθέντος Κύκλου ζδμ ἴσας Ἡμιδιαμέτρους αδ, αη, αζ, ἔσται τὸ Ὀρθογών. βαε = Ὀρθογ. ηαζ. Ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ Κύκλῳ δρε, αἱ Εὐθεῖαι βε, ηφ ἀλλήλας τέμνουσι κατὰ τὸ α, ἔσται (1) Ὀρθογ. δαε = Ὀρθογ. ηαφ· Ὥστε τὸ Ὀρθογ. ηαζ = Ὀρθογ. ηαφ· καὶ ἑπομένως (2) αζ = αφ, τά,τε Σημεῖα ζ καὶ φ συμπεσοῦνται, καὶ τόγε τόξον ζη (3) τῷ τόξῳ ζμη ἴσον ἐστί. Ο. Ε. Ε.

Σχόλιον Γ.

κ. 376. Ἐν ὁτῳοῦν Κύκλῳ, οὗ Διάμετρος ἡ αβ, καὶ τῶν τόξων αγ, αδ, ὀρθὰ Ἡμίτονα ἐστὶ τὰ γε, δζ, Ἡμίτονα δὲ πλάγια τὰ αε, αζ, Ὑποτείνουσαι δὲ αἱ αγ, αδ, ἔσται αε πρὸς αζ ὡς αγ^Τ : αδ^Τ. Τουτέστι τὰ πλάγια τῶν Ἡμιτόνων εἰσὶν ὡς τὰ Τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν Ὑποτεινουσῶν.

Ἀχθεισῶν γὰρ τῶν βδ, βγ, ἔσονται (4) βα, αγ, αε ∺· καὶ (5) παραπλησίως βα, αδ, αζ ∺, ἄρα (6) βα × αζ = αδ^Τ, καὶ βα × αε = αγ^Τ· Ἀλλὰ (7) αε : αζ : : βα × αε : βα × αζ, ἄρα αε : αζ : : αγ^Τ : αδ^Τ.

Πρότασις ΙΗ.

„Ἀπὸ τῆς δοθείσης Εὐθείας (ρσ), τῷ δοθέντι Πολυγώνῳ εὐθυγράμ„μῳ (βπ) ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον Εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

κ. 377. Τὸ δοθὲν Πολύγωνον βπ εἰς Τρίγωνα ἀναλύσας, ἐπὶ τῆς δοθείσης Εὐθείας ρσ, ποίησον Γωνίας (8) τὰς ρ καὶ ξ ἴσας ταῖς Γωνίαις β καὶ α· συμπεσοῦνται δὲ (9) αἱ Πλευραὶ κατὰ τὸ χ· Πάλιν ἐπὶ τῆς χσ σύστησον Γωνίας τὰς υ καὶ ι ἴσας ταῖς Γωνίαις τ καὶ γ, καὶ συνελεύσονται αἱ Πλευραὶ κατὰ τὸ ψ· Λέγω κτ.

Ἐπειδὴ γὰρ αἱ Γωνίαι ρ καὶ ξ ἴσαι ταῖς β καὶ α ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ αἱ ε καὶ κ (10) ἴσαι ἔσονται ἀλλήλαις. Ἐπειδὴ δὲ (11) καὶ υ καὶ τ συνισοῦνται, ἔσται καὶ ὅλη ἡ ευ = ὅλῃ τῇ κτ. Ὡσαύτως δὲ ἐπεὶ ξ καὶ ι = ταῖς α καὶ γ ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ ἡ ὅλη ξι τῇ ὅλῃ αγ ἴση ἔσται. Καὶ ἐπειδὴ αἱ υ καὶ ι ταῖς τ καὶ γ ἴσαι εἰσὶ, καὶ αἱ (12) ψ καὶ π ἴσαι ἔσονται ἀλλήλαις· Τὰ ἄρα Πολύγωνα ρψ καὶ βπ ἰσογώνια ἐστί· Λοιπὸν οὖν δεῖξαι, ὅτι καὶ

(1) ΛΕ. τοῦ γ'. (2) Α. τοῦ ς'. (3) Ὀρ. Κ. τοῦ α'. (4) Β. Πόρ. τῆς Η. τοῦ ς'. (5) Διὰ τὸ αὐτό. (6) Διὰ τὴν ἀνὰ χεῖρας. (7) Α. τοῦ ς'. (8) ΚΓ. τοῦ α'. (9) ΙΖ. Πόρ. τῆς ΛΒ. τοῦ α'. καὶ τὸ Σχόλ. τῆς ΛΑ. τοῦ αὐτοῦ. (10) Θ. Πόρ. τῆς ΛΒ. τοῦ α'. (11) Ἐκ κατασ. (12) Θ. Πόρ. τῆς ΛΒ. τοῦ α'.

τὰς Πλευρὰς ἀνάλογον· ρσ : σχ :: (1) βζ : ζλ· καὶ πάλιν σχ : σψ :: ζλ : ζπ (2). Ἄρα καὶ δι' ἴσου (3) ρσ : σψ :: βζ : ζπ, κτ.

Πόρισμα.

Ἐντεῦθεν δὴ καὶ τὰς Γεωγραφικὰς, καὶ Χωρογραφικὰς, καὶ Γεωδαιτικὰς πίνακας, καὶ τὰς ἀγρῶν, καὶ χωρῶν, καὶ οἰκοδομημάτων ἰχνογραφίας διαγράφειν μεθοδευόμεθα· Οὐδὲν γὰρ ἄλλο οἱ τῶν τοιούτων καταγραφεῖς ποιοῦντες εἰσὶν, ἢ τὰ μεγάλα τῶν Σχημάτων πρὸς τὰ βραχύτερα μὲν, ὅμοια δὲ ἀνάγοντες· τοῦτ' ὅπερ ἡ ἐν χερσὶ Πρότασις ποιεῖν ὑποτίθησι.

Πρότασις ΙΘ.

„Τὰ ὅμοια Τρίγωνα (Χ, Ψ) ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων „(τουτέστι τῶν τὰς ἴσας Γωνίας ὑποτεινουσῶν) Πλευρῶν αγ καὶ ζι.

Τουτέστιν ἐὰν (4) ᾖ αγ : ζι :: ζι : απ τρίτην, τὸ Τρίγωνον Χ ἐστὶ πρὸς τὸ Τρίγωνον Ψ, ὡς αγ πρώτη πρὸς απ τὴν τρίτην ἀνάλογον. Ὅρα τὸν Γ'. Ὁρισμ. τοῦ Ε'. Βιβλίου. κ. 378.

Ἐπειδὴ τὰ Χ καὶ Ψ ὅμοιά ἐστὶ, (5) βα : ιλ :: αγ : ιζ· Ἀλλ' ἐκ κατασκευῆς αγ : ιζ :: ιζ : απ, ἄρα (6) βα : λι :: ιζ : απ· Ἄρα (τῆς βπ ἐπιζευχθείσης) ἐπὶ τῶν Τριγώνων πβα καὶ Ψ, αἱ Πλευραὶ αἱ περὶ τὰς Γωνίας α καὶ ι τὰς (διὰ τὸν Ὁρισμ. τῶν ὁμοίων Τριγώνων) ἴσας, ἀντιπεπόνθασιν, ὥστε (7) τὰ παβ καὶ Ψ ἴσα ἐστίν· Ἀλλὰ τὸ Χ πρὸς τὸ πβα ἐστὶν (8) ὡς Βάσις αγ πρὸς Βάσιν απ, ἄρα καὶ Χ πρὸς Ψ, ὡς αγ πρὸς απ. Ο. Ε. Δ.

Πρότασις Κ.

„Τὰ ὅμοια Πολύγωνα (αβγδε, ζηθικ) διαιρεῖται Α'. εἰς τε ὅμοια Τρί„γωνα (Φ, Σ καὶ Π, Τ καὶ Ρ, Υ) καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος· Β'. καὶ ὁμόλογα „τοῖς ὅλοις· Καὶ Γ'. Πολύγωνον πρὸς Πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔ„χει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος Πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον Πλευρὰν (αβ, ζη), „τουτέστιν ἤπερ αἱ μεταξὺ τῶν ἴσων Γωνιῶν β, η, καὶ βαε, ηζκ ἔχουσι πρὸς „ἀλλήλας. κ. 379.

Μέρος Α'. Ἐπειδὴ τὰ Πολύγωνα ὅμοιά ἐστὶ (9), πάντως καὶ Γωνίαι·

(1) Δ. τοῦ ς'. (2) Διὰ τὴν αὐτήν. (3) ΚΒ. τοῦ ε'. (4) ΙΑ. τοῦ ς'. (5) Δ. τοῦ ς'. (6) ΙΑ. τοῦ ε'. (7) ΙΕ. τοῦ ς'. (8) Α. τοῦ ς'. (9) Δ. Ὁρ. τοῦ ς'.

καὶ τῶν ἐν τούτοις Γωνιῶν ἡ μὲν α ἴση τῇ ζ, ἡ δὲ β τῇ η, ἡ δὲ γ τῇ ϑ, ἡ δὲ δ τῇ ι, ἡ δὲ ε τῇ κ. Ἐπεὶ δὲ (1) αβ : βγ : : ζη : ηϑ, αἵτε β καὶ η Γωνίαι ἴσαι, δῆλον (2) ὡς ὅμοια ἐςὶ τὰ Τρίγωνα φ καὶ σ. Παραπλησίως ὅμοια δειχϑήσονται εἶναι καὶ τὰ Ρ καὶ Υ· Εἶτα ἐπεὶ αἱ ὑπὸ βγδ, ηϑι ὁλοχερεῖς, καὶ δὴ καὶ αἱ ἀπ' αὐτῶν ἀφαιρούμεναι ὑπὸ βγα, ηϑζ ἴσαι εἰσὶ, καὶ αἱ λοιπαὶ αγδ καὶ ζϑι ἴσαι δήπου ἔσονται· Ὡσαύτως δείξω καὶ τὰς ὑπὸ αδγ καὶ ζιϑ συνισῶϑαι ἀλλήλαις· ὥςε καὶ ἡ τρίτη (3) ὑπὸ γαδ τῇ τρίτῃ ὑπὸ ϑζι ἴση ἔςαι· Καὶ τοίνυν (4) καὶ τὰ π καὶ τ Τρίγωνα ὅμοια ἐςὶ καὶ αὐτά. Δῆλον ἄρα τὸ Α'.

Μέρος Β'. Ἐπειδὴ ὅμοια τὰ Φ καὶ Σ, ὁ λόγος τοῦ Φ πρὸς τὸ Σ διπλασίων (5) ἔςαι τοῦ λόγου τῆς γα πρὸς τὴν ϑζ. Διὰ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ὁ λόγος τοῦ Π πρὸς τὸ Τ διπλασίων ἔςαι τοῦ λόγου τῆς γα πρὸς τὴν ϑζ· Ἄρα (6) Φ : Σ : : Π : Τ· Ὡσαύτως δείξω Π : Τ : : Ρ : Υ· Τοιγαροῦν (7) ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων Φ πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων Σ, οὕτω πάντα ἅμα τὰ ἡγούμενα Φ, Π, Ρ πρὸς πάντα τὰ ἑπόμενα Σ, Τ, Υ ἅμα, ὅπερ ἐςὶν, οὕτω τὸ Πολύγωνον πρὸς τὸ Πολύγωνον. Ο. Η. τὸ Β'.

Μέρος Γ'. Ὁ λόγος τοῦ Φ πρὸς τὸ Σ (8) διπλασίων ἐςὶ τοῦ λόγου αβ πρὸς ζη. Ἀλλ' ὁ λόγος τοῦ Πολυγώνου πρὸς τὸ Πολύγωνον φϑάσας ἐδείχϑη ἴσος τῷ λόγῳ τοῦ Φ πρὸς τὸ Σ· ἄρα καὶ ὁ λόγος τοῦ Πολυγώνου πρὸς τὸ Πολύγωνον διπλασίων ἐςὶ τοῦ λόγου τῆς αβ πρὸς τὴν ζη. Ο. Η. τὸ Γ'.

Π ο ρ ί σ μ α τ α.

1'. Ἅπαντα τὰ κανονικὰ τῶν Σχημάτων, οἷα τὰ ἰσόπλευρα Τρίγωνα, καὶ τὰ Τετράγωνα, καὶ τὰ Πεντάγωνα, κξ: εἰσὶ πρὸς ἄλληλα ἐν λόγῳ διπλασίονι τῶν Πλευρῶν. Τὰ γὰρ κανονικὰ πάντα ἀλλήλοις ὅμοια, ὡς δῆλον ἐκ τοῦ Α'. Ο'ρ. τοῦ ς'.

Β'. Καὶ ἐὰν ὦσι τρεῖς Εὐϑεῖαι ἀνάλογον, ἔςαι ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ὡς τὸ τυχὸν ἐπίπεδον Σχῆμα (εἴτε Τρίγωνον ἦ, εἴτε Τετράπλευρον, εἴτε Πολύγωνον ὁποιονοῦν) τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης, πρὸς τὸ ὅμοιον Σχῆμα καὶ ὁμοίως καταγεγραμμένον τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Ἡ γοῦν ἔςαι τῶν ἀναλόγων Εὐϑειῶν ἡ Α'. πρὸς τὴν Γ'., ὡς ὁποιονοῦν τῶν ἐπιπέδων Σχημάτων τὸ ἀπὸ τῆς Β'. πρὸς τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως καταγεγραμμένον τὸ ἀπὸ τῆς Γ'. Κατὰ γὰρ τὸν Ι'. τοῦ Ε'. Ο'ρισμὸν, τῶν τριῶν ἀναλόγων ἡ Α'. ἐςὶ πρὸς τὴν Γ'. ἐν λόγῳ διπλα-

(1) Διὰ τὸν αὐτόν. (2) ς'. τοῦ ς'. (3) Θ. Πόρ. τῆς ΑΒ. τοῦ α'. (4) Δ. τοῦ ς'. (5) Διὰ τὴν ἀνωτέρω. (6) ΛΔ. τοῦ ε'. (7) ΙΒ. τοῦ ϑ'. (8) Διὰ τὴν ἀνωτέρω.

σίονι τῆς Α΄. πρὸς τὴν Β΄., ἢ τῆς Β΄. πρὸς τὴν Γ΄. Ὅθεν διὰ τὴν ΙΘ΄. καὶ τὴν παροῦσαν Κ΄. δῆλον τὸ προτεθέν.

Γ΄. Ἐὰν ἐφ' οἱοισδήποτε Σχήμασιν ὁμοίοις, αἱ Πλευραὶ αβ, ζη (ὅρα τὸ Σχ. τῆς Προτ.) αἱ μεταξὺ τῶν ἴσων Γωνιῶν δῆλαι ὦσι, καὶ ὁ λόγος ὁ τῶν Σχημάτων ἔσται κατάδηλος. Οἷον ἔστω αβ δυοῖν ποδῶν, καὶ ζη πόδ: ἕξ, καὶ γινέσθω 2 : 6 : : 6 : 18. Ἔσται γάρτοι τὸ ἔλαττον (1) τῶν Σχημάτων πρὸς τὸ μεῖζον ὡς 2 πρὸς 18, τουτέστιν ὡς 1 πρὸς 9· Ἐξευρίσκεται δὲ ὁ τρίτος ἀνάλογον ἀριθμὸς (2), τοῦ δευτέρου τῶν δοθέντων καθ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζομένου, καὶ τοῦ γινομένου διὰ τοῦ Α΄. διαιρουμένου.

Δ΄. Ἐκ τῆς αὐτῆς δὲ ταύτης Προτάσεως καὶ ἡ ἀρίστη μέθοδος ἐπιφέρεται, τοῦ τὸ δοθὲν ὁποιονοῦν εὐθύγραμμον Σχῆμα προσαύξειν, ἢ ἀπομειοῦν κατὰ λόγον τὸν δοθέντα.

κ. 380. Οἷον ἐθελήσας Πενταγώνου οὗ Πλευρὰ ἡ αβ, ἕτερον συστήσασθαι πενταπλάσιον Πεντάγωνον, μεταξὺ τῶν ὅρων τοῦ δοθέντος λόγου αβ πρὸς βγ εὑρὲ (3) μέσην ἀνάλογον τὴν βχ, καὶ ἀπ' αὐτῆς ποίησον (4) Πεντάγωνον τῷ δοθέντι ὅμοιον· τὸ γὰρ τοιοῦτο πενταπλοῦν ἔσται τοῦ δοθέντος.

Διὰ γὰρ τὸ Β΄. Πόρ. τῆς ἐν χερσὶ, τὸ ἀπὸ τῆς αβ Πεντάγωνον ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βχ, ὡς ἡ αβ πρώτη πρὸς τὴν βγ τρίτην.

Ἤδη δὲ ἐπεὶ καὶ ὁ τῶν Κύκλων λόγος διπλασίων ἐστὶ τοῦ λόγου τῶν Διαμέτρων, ὡς δειχθήσεται ἐν τῇ Β΄. Προτ. τοῦ ΙΒ΄. Βιβλίου, αὕτη ἡ πρᾶξις καὶ πρὸς τοὺς Κύκλους αὐτοὺς ἐπαρκέσει.

Ε΄. Τῶν ὁποιωνοῦν ὁμοίων Σχημάτων εἰδὼς τὸν λόγον, εἴσῃ δὴ καὶ τὸν λόγον ὃν ἔχουσιν αἱ τούτων Πλευραὶ, αἱ μεταξὺ τῶν ἴσων Γωνιῶν προτεινόμεναι. Αὗται γὰρ ἐν ὑποδιπλασίονι λόγῳ εἰσὶ πρὸς ἀλλήλας τοῦ ὃν ἔχει τὰ Σχήματα.

Οἷον ἔστω τὸ Φ, Π, Ρ πρὸς τὸ Σ, Τ, Υ (ὅρα τὸ Σχ. τῆς Κ΄.) ὡς 4 πρὸς 9. Μεταξὺ δὲ 4 καὶ 9 ἀριθμὸς μέσος ἀνάλογον εὑρεθήτω ὁ 6, ὃ τελεῖται (5) τῆς Τετραγωνικῆς ὑπεξαγομένης ῥίζης ἀπὸ τοῦ ἀριθμοῦ 36 = 4 × 9. Καὶ ἐπειδὴ 4, 6, 9 ∺, τὰ δέ τοι Σχήματα Φ, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ εἰσὶ πρὸς ἄλληλα ὡς 4 πρὸς 9, ἔσονται αἱ ἐκείνων ὁμόλογοι Πλευραὶ (6) ὡς 4 πρὸς 6, ταυτὸν εἰπεῖν ὡς 2 πρὸς 3.

ς΄. Κἀντεῦθεν εὐθύνειν ἐστὶ τοὺς ἀπαιδεύτως οἰομένους, τοὺς τῶν ὁμοίων Σχη-

(1) Β. Πόρ. ταύτης. (2) Γ. Πόρισμ. τῆς ΙΖ. τοῦ ς΄. (3) ΙΓ. τοῦ ς΄. (4) ΙΗ. τοῦ ς΄. (5) Δῆλον ἐκ τῆς ΙΖ. τοῦ ς΄. (6) Πόρ. Β. τῆς παρόσ.

μάτων λόγυς ἐπίσης χωρεῖν τοῖς λόγοις τῶν ἐν ἐκείνοις Πλευρῶν. Ἐὰν γὰρ δυοῖν ᾖ μόνον Τριγώνων ὁμοίων, ἀλλὰ καὶ Τετραγώνων, Πενταγώνων, Ἑξαγώνων, κξ: (ἢ καὶ Κύκλων), αἱ Πλευραὶ (εἴτ' οὖν αἱ Διάμετροι) ὦσι πρὸς ἀλλήλας ὡς 2 πρὸς 1, τὰ Σχήματα αὐτὰ, τυτέςι τὰ ὑπὸ τῶν Σχημάτων περιειλημμένα χωρία ἔσονται ὡς 4 πρὸς 1· Καὶ ἐὰν αἱ Πλευραὶ ὦσιν ὡς 3 πρὸς 1, τὰ Σχήματα ἔςαι ὡς 9 πρὸς 1, ἐν διπλασίονι δηλονότι λόγῳ τοῦ τῶν Πλευρῶν ἢ τῶν Διαμέτρων· Εἰσὶ γὰρ 4, 2. 1 ∺· ὁμοίως δὲ καὶ 9, 3, 1 ∺.

Σχόλιον.

κ. 381. Ἐπειδὴ τῶν Τετραγώνων Ε, Κ ὁ λόγος διπλασίων ἐςὶ τοῦ λόγυ τῶν Πλευρῶν ξρ, συ, ταύτηι τοι ὁ λόγος ὁ διπλασίων τῶν ξρ φέρε καὶ συ, διὰ τοῦ λόγυ ξρ^{T} πρὸς συ^{T} συνεχῶς εἴωθεν ἐπισημαίνεσθαι. Οἷον ἐὰν ἐπὶ τῶν Πλευρῶν ξρ καὶ συ, συςαθῶσιν ὁποιαδήποτε Σχήματα, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα, ἐπειδὴ αὐτὰ ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων Πλευρῶν ξρ, συ, ἔσονται πρὸς ἄλληλα ὡς Τετράγωνον τὸ Ε πρὸς Τετράγωνον τὸ Κ, ὅπερ ἐςιν ὡς ξρ^{T} : πρὸς συ^{T}.

Πρότασις ΚΑ.

„Τὰ τῷ αὐτῷ Εὐθυγράμμῳ (γ) ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ὅμοια (α, β) εἰσί.

κ. 382. Δῆλον ἐκ τοῦ Α'. Ὁρισμ. τοῦ ς'., καὶ τοῦ Α'. Ἀξιώμ. τοῦ Α'., καὶ τῆς ΙΑ'. τοῦ Ε'.

Ἐπειδὴ γὰρ τό,τε α καὶ τὸ β, ἑκατέρῳ δηλονότι τῷ Σχήματι τῷ αὐτῷ γ ὁμοίω ἐςὸν, ἑκατέρῳ δήπου ἔσεσθον τῷ αὐτῷ καὶ ἰσογωνίῳ ἀνάλογον ἔχοντε, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας Γωνίας Πλευρὰς ταῖς τοῦ γ· Καὶ ἰσογωνίω ἄρα τῷ α καὶ β Τριγώνω καὶ ἀλλήλοιν, καὶ ἀνάλογον ἔχοντε τὰς περὶ τὰς ἴσας Γωνίας Πλευρὰς, καὶ δὴ καὶ ὁμοίω.

Πρότασις ΚΒ.

„Ἐὰν τέσσαρες (ἢ πλείυς) Εὐθεῖαι (ζι, λπ, καὶ ξρ, συ) ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν Εὐθύγραμμα ὅμοιά τε, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα (Α, Β, καὶ Ε, Κ) ἀνάλογον ἔςαι· καὶ ἀνάπαλιν

„Κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν Εὐθύγραμμα (Α, Β, καὶ Ε, Κ) ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὗται αἱ Εὐθεῖαι (ζι, λπ, καὶ ξρ, συ) ἀνάλογον ἔσονται.

κ. 383. Ἡ δεῖξις τοῦ Α', Μέρυς ἐκ τῆς ΛΔ'. τοῦ Ε'. ἐςὶ σαφής· Ἐπειδὴ γὰρ

οἱ λόγος Α : Β καὶ Ε : Κ (1) εἰσὶ διπλασίονες τῶν λόγων ζι : λπ καὶ ξρ : συ· οἱ δὲ (2) ἴσοι, κἀκεῖνοι ἄρα.

Τὸ δέ τοι Β'. Μέρος, καὶ αὐτὸ δῆλον ἐκ τῆς ΛΕ'. τοῦ Ε'. Ἐπειδὴ γὰρ ἴσοι οἱ λόγοι ὅ,τε Α : Β καὶ ὁ Ε : Κ· διπλασίονες δὲ (3) οὗτοι εἰσὶ τῶν λόγων ζι : λπ καὶ ξρ : συ, ἔσονται δὴ καὶ ἐκεῖνοι ἀλλήλοις ἴσοι.

Πορίσματα.

Κἀντεῦθεν τὴν ἀρχὴν οἶδεν ἡ μέθοδος τοῦ πολλαπλασιάζειν τε, καὶ διαιρεῖν τὰς ῥίζας τὰς τετραγωνείας. Ἐὰν γὰρ ἐπ' ἀλλήλαις πολλαπλασιασθῶσιν αἱ ποσότητες, αἷς τὰ ἐπίσημα τῶν ῥιζῶν προσῆπται, τῷ δέ τοι γινομένῳ ἐπισημειωθῇ τὸ τῆς αὐτῆς ῥίζης Σημεῖον, τῶν δοθεισῶν ὅτω ῥιζῶν ἀνακύψει τὸ παραγόμενον. Οἷον κείσθωσαν $\sqrt{5}$ καὶ $\sqrt{3}$, ἃς χρὴ ἐπιπολλαπλασιάσαι, φημὶ δὴ ὡς τὸ γινόμενον ἐστὶ $\sqrt{15}$· ὅρος γὰρ δὴ πολλαπλασιασμοῦ οὗτος, τὸ τὴν μονάδα εἶναι πρὸς τὸν πολλαπλασιάζοντα (φέρε 1 : $\sqrt{3}$), ὡς ὁ πολλαπλασιαστέος ($\sqrt{5}$) πρὸς τὸ παραγόμενον. Ὥστε διὰ τὴν ἀνὰ χεῖρας Πρότασιν, τὸ ἀπὸ μονάδος Τετράγωνον ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, ὡς τὸ ἀπὸ τοῦ πολλαπλασιαστέου πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ παραγομένου. Τοῦτο δέ ἐστιν, εἴπερ ἀντὶ τοῦ Παραγομένου ἀριθμῶ τεθῇ τὸ π, ἔσται 1 : 3 :: 5 : π^{T}· ἀλλ' 1 : 3 :: 5 : 15, ἄρα $\pi^{T} = 15$, καὶ ἑπομένως $\pi = \sqrt{15}$. Α'.

Αὖθις εἰ δέοι $\sqrt{15}$ διελεῖν διὰ $\sqrt{5}$, πηλίκον ἔσται $\sqrt{3}$, διαιρουμένου δηλονότι τοῦ 15 διὰ 5, καὶ πρὸ τοῦ πηλίκου 3 τοῦ ἐπισήμου τῆς ῥίζης προτασσομένου· ὅρος γὰρ διαιρέσεως τὸν διαιρέτην ἔχειν πρὸς τὸν διαιρετέον, ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ πηλίκον· Ὥστε διὰ τὴν παροῦσαν Πρότασιν, τὸ Τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ διαιρέτου, ἐστὶ πρὸς τὸ Τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ διαιρετέου, ὡς τὸ ἀπὸ μονάδος Τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ πηλίκου. Τουτέστιν ἐὰν ἀντὶ τοῦ πηλίκου τεθῇ λ, ἔσται 5 : 15 :: 1 : λ^{T}· ἀλλὰ 5 : 15 :: 1 : 3, ἄρα $\lambda^{T} = 3$, καὶ ἑπομένως $\lambda = \sqrt{3}$.

Ἐὰν εὐθεῖα Γραμμὴ αβ τμηθῇ ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ, τὸ Ὀρθογών. τὸ ὑπὸ τῶν Τμημάτων αγ, γβ περιεχόμενον, μέσον ἀνάλογον ἐστὶ μεταξὺ τῶν ἀπὸ τῶν Τμημάτων αὐτῶν Τετραγώνων. Καὶ πάλιν τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης αβ καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν Τμημάτων αγ, ἢ γβ περιεχόμενον Ὀρθογώνιον, μέσον ἀνάλογον ἐστὶ μεταξὺ τῶν Τετραγώνων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ὅλης αβ, καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ εἰρημένου Τμήματος αγ ἢ γβ. Καταγραφέντος γὰρ ὡς ἐπὶ Διαμέτρου τῆς Β'. κ. 384.

(1) ΙΘ. καὶ Κ. τοῦ ς'. (2) Ἐξ. ὑποθ. (3) Διὰ τὰς ἀνωτ.

αβ, τοῦ Ἡμικυκλίου αζβ, καὶ ἀχθείσης ἐπὶ τὴν Διάμετρον Καθέτου τῆς γζ, ἐὰν πληρωθῇ τὸ ὀρθογώνιον Τρίγωνον αζβ, εὔδηλον ὅτι (1) αγ : γζ :: γζ : γβ, ἄρα διὰ ταύτην αγ^{Τ} : γζ^{Τ} :: γζ^{Τ} : γβ^{Τ}. Τουτέστιν (2) αγ^{Τ} : αγβ :: αγβ : γβ^{Τ}.

Ἀλλὰ γὰρ (3) βα : αζ :: αζ : αγ· ὥστε βα^{Τ} : αζ^{Τ} :: αζ^{Τ} : αγ^{Τ}. Ἄρα (4) βα^{Τ} : βαγ :: βαγ : αγ^{Τ}. Τον αὐτὸν δὲ δήπου τρόπον καὶ αβ^{Τ} : αβγ :: αβγ : βγ^{Τ}.

Πρότασις ΚΓ.

„Τὰ Ἰσογώνια Παραλληλόγραμμα (Χ, Ψ) λόγον ἔχει τὸν συγκείμε-„νον ἐκ τῶν Πλευρῶν (τουτέστι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν λόγων τῶν Πλευ-„ρῶν αγ : γβ, καὶ λγ : γζ).

κ. 385. Ὅπερ ἐστὶν, ἐὰν γένηται γβ : Ξ :: λγ : γζ, ἔσται (5) Χ : Ψ :: αγ : Ξ. Ὅρα τὰ ἡμῖν ἀποδεδειγμένα Βιβλ. Ε'. Μέρ. Γ'. Ἀριθ. ΙΓ', καὶ τὰ ἐν Ὁρ. Ε'. τοῦ ς'. Βιβλίου.

Κείσθωσαν γὰρ αἱ αγ, γβ οὕτως ἐπ' εὐθείας, ὥστε τὰς ἴσας Γωνίας ὑπὸ αγλ, βγζ ἐπὶ τὰ ἀντίθετα τῆς αβ Εὐθείας ἀφορᾷν, καὶ οὕτως (6) ἔσονται αἱ γλ, γζ ἐπ' εὐθείας καὶ αὐταὶ κείμεναι.

Συμπιπτέτωσαν οὖν αἱ ιλ, σβ κατὰ τὸ π· Καὶ τοίνυν τὸ Χ Παραλληλόγραμμον (7) ἐστὶ πρὸς τὸ Παραλληλόγραμμον Ρ, ὡς αγ πρὸς γβ, τὸ δὲ Ρ πρὸς τὸ Ψ (8) ὡς λγ πρὸς γζ (τουτέστιν ὡς γβ πρὸς Ξ). Ὥστε (9) δι' ἴσου Χ : Ψ :: αγ : Ξ. Ο. Ε. Δ.

Πορίσματα.

α'. Ἐκ ταύτης οὖν καὶ τῆς ΛΔ' τοῦ Α'. δῆλον, ὅτι τὰ Τρίγωνα τὰ μίαν (οἷον τὴν πρὸς τῷ γ) ἴσην Γωνίαν ἔχοντα, λόγον ἔχει συγκείμενον ἐκ τῶν λόγων τῶν Πλευρῶν αγ : γβ, καὶ λγ : γζ τῶν περὶ τὰς ἴσας Γωνίας.

β'. Ὅτι τὰ Ὀρθογώνια, καὶ δὴ (10) καὶ τὰ ὁποιαδήποτε Παραλληλόγραμμα, λόγον ἔχει συγκείμενον ἐκ τῶν λόγων Βάσεως πρὸς Βάσιν, καὶ ὕψους πρὸς ὕψος. Ὡσαύτως δ' ἄντις εἰσβαλεῖν ἔχει καὶ περὶ τῶν Τριγώνων (11) τῶν τε ὀρθογωνίων καὶ ὁποιωνοῦν ἄλλων.

---

(1) Α. Πόρ. τῆς Η. τοῦ ς'. (2) Α. Πόρ. τῆς ΙΖ. τοῦ ς'. (3) Β. Πόρ. τῆς Η. τοῦ ς'. (4) Διὰ τὴν ΙΖ. τοῦ ς'. (5) Διὰ τὸν Ε'. Ὁρισμ. τοῦ ς'. (6) ΙΓ. ΙΔ. τοῦ α'. (7) Α. τοῦ ς'. (8) Διὰ τὴν αὐτήν. (9) ΚΒ. τοῦ ε'. (10) ΛΕ. καὶ Λς. τοῦ α'., καὶ Ὁρ. Γ. τοῦ ς'. (11) Ὁρισμ. Γ. τοῦ ς'. καὶ ΛΖ. καὶ ΛΗ. τοῦ α'.

Δῆλον δὲ καὶ ὅπως ἡ τῶν Τριγώνων καὶ τῶν Παραλληλογράμμων ἀναλογία παρίσταται. Ἔστωσαν γὰρ Παραλληλόγραμμα τὰ Χ καὶ Ψ, καὶ τούτων Βάσεις αἱ αγ, γβ, ὕψη δὲ τὰ γλ, γζ. Καὶ γινέσθω (1) ὡς γλ ὕψος, πρὸς ὕψος τὸ γζ, οὕτω τῶν Βάσεων ἡ ἑτέρα γβ πρὸς Ξ. Ἔσται γὰρ δὴ τὸ Παραλληλόγραμμον Χ πρὸς τὸ Παραλληλόγραμμον Ψ, ὡς αγ πρὸς Ξ.

Πρότασις ΚΔ.

„Παντὸς Παραλληλογράμμου (στζ) τὰ περὶ τὴν Διάμετρον (αβ) Παραλ-„ληλόγραμμα (γλ, ξι), ὅμοια ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις, καὶ ὁμοίως ἀ-„ναγεγραμμένα, ἀμέλειτοι τὰς ὁμολόγους Πλευράς, ἤτοι ἐπ' εὐθείας κειμέ-„νας, ἢ παραλλήλους γῶν ἔχοντα.

Διὰ τὴν ΚΖ'. τοῦ Α'. ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ ὑπὸ βγε, βσα, καὶ αἱ ὑπὸ βλε, βζα· Διὰ τὴν αὐτὴν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ γελ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ γιζ, τουτέστι (διὰ τὴν αὐτ.) τῇ ὑπὸ σαζ· ἡ δὲ δὴ κατὰ τὸ β καὶ τῷ ὅλῳ σζ, καὶ τῷ μέρει γλ κοινὴ ἴσα ἐστίν· Ὥστε τό,τε ὅλον σζ, καὶ τὸ μέρος γλ, ἰσογώνια ἀλλήλοις ἐστί. Λοιπὸν δ' ἂν εἴη καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας Πλευρὰς ἔχειν ἀνάλογον. κ. 386.

Ἐπειδὴ τοίνυν ἐπὶ τῶν Τριγώνων βγε, βσα, παράλληλός ἐστιν ἡ γε πρὸς τὴν σα, ἔσται (2) βγ : γε :: βσ : σα, καὶ γε : εβ :: σα : αβ. Ἐπειδὴ δὲ καὶ τοῖς Τριγώνοις ελβ, αζβ, ἡ ελ παράλληλός ἐστι πρὸς τὴν αζ, ἔσται εβ : ελ :: αβ : αζ, καὶ (3) δι' ἴσου ἄρα γε : ελ :: σα : αζ· Τὰ ἄρα (4) γλ καὶ σζ, τό,τε μέρος δηλαδὴ καὶ τὸ ὅλον ὅμοια ἐστί· Ὡσαύτως δὲ δείξω καὶ τὸ ξι ὅμοιον τυγχάνειν τῷ ὅλῳ σζ· Ἄρα (5) τὰ γλ καὶ ξι καὶ ἀλλήλοις ὅμοια ἐστί.

Ἐπεὶ δὲ καὶ τῶν Πλευρῶν αἱ ὁμόλογοι, ἤτοι ἐπ' εὐθείας κείμεναι εἰσὶν ὡς αἱ βγ καὶ βσ, εἴτε βλ καὶ βζ, ἢ γῶν πρὸς ἀλλήλας παράλληλοι εἰσὶν, ὡς αἱ γε καὶ σα, εἴτε ελ καὶ αζ, δῆλον ὅτι τὰ Παραλληλόγραμμα γλ καὶ σζ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἐστί. Καὶ τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ τὰ ξι καὶ σζ Παραλληλόγραμμα ὁμοίως ἀναγεγράφθαι, καὶ ἑπομένως καὶ τὰ γλ καὶ ξι, δειχθήσεται. Α. Η. Δ.

Σχόλιον.

Ἐξέσω δὴ τῇ ἐκτεθείσῃ προτάσει Προβλήματα δύω παρασυνάψαι,

(1) ΙΒ. τοῦ ς'. (2) Α. Πόρισμ. τῆς Δ. τοῦ ς'. (3) ΚΒ. τοῦ ε'. (4) Ὁρ. Α. τοῦ ς'. (5) ΚΑ. τοῦ ς'.

ἃ πολλὴν ἔχοντα ἐςὶν ἐν τοῖς Κωνικοῖς τὴν συντέλειαν· Τούτων τὸ μὲν Α΄. πρὸς τὴν Ἔλλειψιν τείνει, τὸ δὲ Β΄. πρὸς τὴν Ὑπερβολήν.

Πρόβλημα Α΄.

κ. 387. „Τριῶν δοθεισῶν Εὐθειῶν α, β, γ, ὧν ἡ τρίτη γ τῆς πρώτης α ἐλάσσων ἐςὶ, καὶ Ὀρθογωνίου τοῦ δεζη συςαθέντος ὑπό τε τῆς πρώτης α = δε, „καὶ τῆς δευτέρας β = εζ, τῇ δευτέρᾳ ἕτερον Ὀρθογώνιον παραβαλεῖν, εὖρος „ἔχον τῇ τρίτῃ γ ἴσον, καὶ ἐλλεῖπον Ὀρθογωνίῳ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως ἀναγε„γραμμένῳ, τῷ ὑπό τε τῆς πρώτης καὶ τῆς δευτέρας συςαθέντι Ὀρθογωνίῳ.

Ἀχθείσης τῷ Ὀρθογωνίῳ εκ τῆς Διαμέτρου δζ, ἀπὸ τῆς δε Πλευρᾶς, ἥτις τῇ πρώτῃ α ἴση ἐςὶν, ἀφαιρεθήτω εη ἴση τῇ τρίτῃ γ. Διὰ δὲ τοῦ η ἀχθήτω ηθ παράλληλος τῇ Πλευρᾷ εζ, συμπίπτουσα τῇ Διαμέτρῳ κατὰ τὸ θ. Διὰ δὲ τοῦ θ ἀχθήτω θι παράλληλος τῇ Πλευρᾷ δε, συμπίπτουσα τῇ εζ κατὰ τὸ ι· Λέγω δὴ ὡς οὕτως ἐτελέωθη τὸ ἐπιταχθέν· τὸ γὰρ ηειθ Ὀρθογών. τὸ ζητούμενον ἦν· Ἐὰν γὰρ προεκβληθῶσιν αἱ ηθ, ιθ, ὡς συντελεσθῆναι τὰ Ὀρθογώνια ιλ, ημ· ἐπεὶ τὰ εκ καὶ ιλ Ὀρθογώνια περὶ τὴν αὐτὴν Διάμετρον ὄντα ἐςὶν, ὅμοιά τε (1) ἔςαι ἀλλήλοις, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα. Συςαθέντος τοίνυν τοῦ Ὀρθογωνίου εκ ὑπό τε τῆς πρώτης α, καὶ τῆς δευτέρας β τῶν δεδομένων, ἤτοι τοῦ ὑπὸ δε καὶ εζ, παραβέβληται δὴ τῇ δευτέρᾳ εζ ἕτερον Ὀρθογώνιον· τοῦτο δὲ ἦν τὸ ηι ἔχον μὲν εὖρος τὸ ηε τῇ τρίτῃ γ ἴσον, ἐλλεῖπον δὲ Ὀρθογωνίῳ τῷ ιλ, ὁμοίῳ τε ὄντι καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένῳ αὐτῷ τῷ εκ, τῷ ὑπό τε τῆς πρώτης καὶ τῆς δευτέρας τῶν δοθεισῶν συςαθέντι. Ο. Ε. Π.

Πρόβλημα Β΄.

κ. 388. „Τριῶν δοθεισῶν Εὐθειῶν α, β, γ, καὶ Ὀρθογωνίου συςαθέντος τοῦ δεζη „ὑπό τε τῆς πρώτης α ἤτοι δε, καὶ τῆς δευτέρας β ἤτοι εζ, τῇ δευτέρᾳ ἕτερον „Ὀρθογώνιον παραβαλεῖν, εὖρος μὲν ἔχον τῇ τρίτῃ γ ἴσον, ὑπερέχον δὲ „Ὀρθογωνίῳ, ὃ ἂν ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον ᾖ, τῷ ὑπό τε τῆς „πρώτης καὶ τῆς δευτέρας συςαθέντι.

Ἀχθείσης τῷ Ὀρθογωνίῳ εκ τῆς Διαμέτρου δζ, προεκβεβλήσθω ἡ δε ἔς γε τὸ η, ὥςε εἶναι τὴν προσκειμένην εη τῇ τρίτῃ τῶν δοθεισῶν γ ἴσην· Καὶ διὰ τοῦ η ἀχθήτω ηθ τῇ Πλευρᾷ εζ παράλληλος, συμπίπτουσα τῇ Δια-

(1) Διὰ ταύτην τὴν ἐν χερσί.

μέτρῳ δζ προεκβληθείσῃ καὶ αὐτῇ κατὰ τὸ θ, καὶ συμπληρούσθω τὸ Ὀρθογώνιον ενθι· Φημὶ δὴ ὡς οὕτως ἔσται τετελεσμένον τὸ ἐπιταχθέν· προεκβληθεισῶν γὰρ τῶν θι, δκ, κζ, πληρωθέντων τε τῶν Ὀρθογωνίων ημ, λι, ἐπειδὴ τὰ εκ, λι Ὀρθογώνια περὶ τὴν αὐτὴν Διάμετρον ἐστὶν, ἔσονται (1) ὅμοιά τε ἀλλήλοις καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα. Ὥστε συστάντος τοῦ Ὀρθογωνίου εκ ὑπό τε τῆς πρώτης δε, καὶ τῆς δευτέρας εζ τῶν δεδομένων, τῇ δευτέρᾳ εζ Ὀρθογώνιον ἕτερον παρεβλήθη τὸ ηι, ᾧ εὖρος μὲν τὸ εη ἴσον τῇ τρίτῃ γ, ὑπεροχὴ δὲ ἡ κατὰ τὸ Ὀρθογώνιον λι, ὅπερ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον ἐστὶ τῷ Ὀρθογωνίῳ εκ, τῷ ὑπό τε τῆς πρώτης καὶ τῆς δευτέρας τῶν δοθεισῶν συσταθέντι. Ο. Ε. Π.

Πρότασις ΚΕ.

„Τῷ δοθέντι Εὐθυγράμμῳ (Β) ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι (Α) ἴσον „τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

„Τουτέστι δυοῖν εἰδῶν δοθέντων (Α καὶ Β), τρίτον παραβαλεῖν τῷ μὲν ἴσον „(οἷον τῷ Α), τῷ δ' ὅμοιον (οἷον τῷ Β).

„Καὶ πολλῶν δὲ δοθέντων εἰδῶν, οὐ χαλεπὸν παραβαλεῖν εἶδος πᾶσι „μὲν ἴσον, ἑνὶ δε τῷ τυχόντι ἐξ αὐτῶν ὅμοιον.

Ἐπὶ τῆς γζ πλευρᾶς τοῦ Εὐθυγράμμου Β, ᾧ τὸ ὅμοιον ζητούμενον ἐστὶ, συνεστάσθω Ὀρθογώνιον τὸ Π (2) ἴσον τῷ Β· εἶτα ἐπὶ τῆς ζτ (3) Ὀρθογώνιον τὸ Ρ ἴσον τῷ Α· Καὶ δῆλον ὅτι (4) γζ καὶ ζι ἐπ' εὐθείας κείμεναι εἰσί. Μεταξὺ δὲ τῶν γζ καὶ ζι μέση εὑρεθήτω (5) ἀνάλογος ἡ ζλ, καὶ ἐπ' αὐτῆς (6) Εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ δοθέντι Β· Ἔσται δὴ τοῦτο αὐτὸ καὶ ἴσον τῷ δοθέντι Α. κ. 389.

Ἐπειδὴ γὰρ ἐκ κατασκευῆς αἱ τρεῖς γζ, ζλ, ζι ἀνάλογον εἰσὶ, τὸ Εὐθύγραμμον Β ἐστὶ πρὸς τὸ αὐτῷ ὅμοιον, τὸ ἀπὸ τῆς ζλ (7), ὡς γζ πρὸς ζι, τουτέστιν (8) ὡς Π πρὸς Ρ· Καὶ ἐναλλὰξ τοίνυν ὡς Εὐθύγραμμον Β πρὸς Εὐθύγραμμον Π, οὕτως Εὐθύγραμμον τὸ ἀπὸ ζλ πρὸς Εὐθύγραμμον Ρ. Ἀλλὰ γὰρ ἐκ κατασκ. τὸ Β Εὐθύγραμμον ἴσον τῷ Π, ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ζλ, ὃ τῷ Β ὅμοιον ἦ, ἴσον τῷ Ρ, ἤτοι (ἐκ κατασκ.) τῷ δοθέντι Α. Ο. Ε. Π.

Πρότασις Κς.

„Ἐὰν ἀπὸ Παραλληλογράμμου (βδ) Παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ (τὸ

(1) Διὰ τὴν Πρότ. (2) ΜΕ. τοῦ α'. (3) Διὰ τὴν αὐτήν. (4) ΙΔ. τοῦ α'. (5) ΙΓ. τοῦ ς'. (6) ΙΗ. τοῦ ς'. (7) Β. Πόρ. τῆς Κ. τοῦ ς'. (8) Α. τοῦ ς'.

„ζν) ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ, καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν Γωνίαν ἔχον (τὴν α) αὐτῷ, „περὶ τὴν αὐτὴν Διάμετρον ἐςὶ τῷ ὅλῳ.

κ. 390. Ἐπεζεύχθωσαν αἱ αε, γε· καὶ εἰμὴ ἡ αεγ μία Διάμετρος ἐςὶ κοινὴ τῶν βδ καὶ ζν, ἔςω δὴ τοῦ βδ Διάμετρος Εὐθεῖα ἄλλη ἡ αηγ, τέμνουσα τὴν ζε κατὰ τὸ η· ἤχθω δὲ καὶ τῇ Εὐθείᾳ αζ παράλληλος ἡ ηθ. Τὰ τοίνυν Παραλληλόγραμμα ζθ καὶ βδ ἔσονται περὶ τὴν αὐτὴν Διάμετρον αηγ, καὶ ταύτῃ δέ τοι (1) καὶ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα· Καὶ ὥσπερ ἄρα βα πρὸς αδ (2), οὕτω τοι καὶ ζα πρὸς αθ· Ἀλλὰ γὰρ καὶ βα : αδ : : αζ : αν, ἐπεὶ τὰ βδ καὶ ζν ὅμοια (3) ἐςίν· ἄρα ζα : αθ : : ζα : αν. Ὅπερ ἄτοπον.

Π ο ρ ί σ μ α τ α.

κ. 391. Α. Ἐντεῦθεν δὴ τὴν σύνθεσιν τῶν κινήσεων, ἥτις ἐςὶν ἀναλογιζόμεθα. Κινείσθω γὰρ κατὰ τὸ αὐτὸ τοῦ χρόνου Σῶμα τὸ α, δυνάμει μὲν τῇ αζ πρὸς Εὐθεῖαν τὴν αζ, δυνάμει δὲ τῇ ασ πρὸς Εὐθεῖαν τὴν ασ (οὕτω δηλ. ὡς μόνη μὲν τῇ αζ δυνάμει μόνην Εὐθεῖαν βαίνειν ἂν τὴν αζ, μόνη δὲ αὖ τῇ ασ τὴν ασ, ἐν χρόνῳ τῷ δοθέντι), πληρούσθω δὲ τὸ Παραλληλόγραμμον ασβζ· Τῇ τοίνυν τῶν δυνάμεων εἰς ταυτὸ συνελεύσει, τὸ Σῶμα α τὴν Διαγώνιον αβ, κατὰ χρόνον τὸν δοθέντα φανερὸν ὅτι διελεύσεται. Γενήσεται γὰρ τῷ Σώματι α παραπλησίως τὰ τῆς κινήσεως, καθάπερ εἶγε, ἐν ᾧ ὁμαλῇ τῇ κινήσει ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὸ σ σπεύδει μεταφερόμενον, κατ' Εὐθεῖαν τὴν ασ, προεῖσι δὴ καὶ αὐτὴ ἡ ασ Εὐθεῖα, ἀεὶ παράλληλος ἑαυτῇ χωρήσα, κατὰ κίνησιν ὡσαύτως ὁμαλὴν ἐν τῷ αὐτῷ τοῦ χρόνου, τῷ ἐφ' ἑαυτῆς Σημείῳ α τὴν αζ Εὐθεῖαν περαίνουσα. Οὕτω γάρ τοι ἑκάτερος τῶν κινημάτων ὁ διορισμὸς, ὁ μὲν κατὰ σβ, ὁ δὲ κατὰ ζβ ἅμα διεσωθήσονται. Ταύτῃ τοι ἐν ᾧ τὸ Σῶμα α, ἐν πηλίκῳ τοῦ χρόνου (οἷον τεταρτημορίῳ) ἔςαι ἐπὶ τὸ ξ ἀφίξεται, τηλικοῦτον καὶ τῆς ασ (τουτέςι τεταρτημόριον) διεληλυθόμενον, ἐν τῷ αὐτῷ ἡ ασ ἐπὶ τὴν θέσιν ιγ μετενεχθήσεται, καὶ τὸ ἐπ' αὐτῆς Σημεῖον α τεταρτημόριον ἐπίσης διαδραμεῖται ἀπὸ τῆς Εὐθείας αζ, ἐν ἴσῳ (τεταρτημορικῷ δηλ.) τοῦ δοθέντος χρόνου τῷ Διαςήματι, ὥςε (4) εἶναι σα : αζ : : ξα : αδ· Οὗ χάριν καὶ τῆς ξλ παραλλήλου ἀχθείσης τῇ αζ, καὶ τεμούσης τὴν ιγ κατὰ τὸ ε, τὰ Παραλληλόγραμμα σζ καὶ ξ ὅμοια (5) τυγχάνειν ἀλλήλοις καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, τὸ δὲ Σῶμα α ἀφ' ἑκατέρας τῆς κινήσεως, ἐν πέρατι τοῦ αὐτοῦ τεταρτημορίου τοῦ δοθέντος χρόνου, ἐπὶ τὸ Σημεῖον ε ἀφικνεῖσθαι. Ἐπεὶ δέ τοι τὰ Πα-

(1) ΚΔ. τοῦ ς'. (2) Ὅρ. Α τοῦ ς'. (3) Κατ' ὑπό. (4) ΙΕ. τοῦ ε'. (5) Ὅρ. Α. τοῦ ς'.

ραλληλόγραμμα ταῦτα καὶ Γωνίαν ἔχει κοινὴν τὴν α, δυνάμει τῆς ἐν χερτὶ Προτάσεως, περὶ τὴν αὐτὴν Διάμετρον εἰσὶ τὴν αβ, τό,τε κατὰ τὸ ε γενόμενον Σῶμα ἐπὶ τῆς Διαγωνίου αβ ταύτης ἐςί. Καὶ τὸν αὐτὸν τοῦτον τρόπον τὸ Σῶμα, ἐν πηλικῷῦν ἄλλῳ τοῦ δοθέντος χρόνου μορίῳ, εὑρεθήσεταί που τῆς Εὐθείας αβ, κατὰ δὲ τὸ τοῦ χρόνου πέρας ἐν τῷ Σημείῳ κείσεται β. Ὥςε τῇ τῶν ὅτως ἐχουσῶν δυνάμεων συνελεύσει, τὸ Σῶμα α τὴν Διαγώνιον αβ βήσεται, καθ' ὃν ἂν χρόνον, μόνῃ μὲν τῇ ασ δυνάμει Εὐθεῖαν τὴν ασ, μόνῃ δὲ τῇ αζ τὴν αζ ἰδίᾳ ςαδιεύσεις.

Χωρείτω τοίνυν Σῶμα τὸ τυχὸν ἐν χρόνῳ τῷ τυχόντι Εὐθεῖαν τὴν δα, δυνάμει τῇ δα. Τὸ γοῦν αὐτὸ ἰσοχρονίως τὴν αξ = δα κατὰ τὸν αὐτὸν ἂν δήπου διορισμὸν χωρήσειεν, εἰμή τινι ἑτέρᾳ δυνάμει ἀπήγετο διειργόμενον· Ὥςε εἰ τὸ κατὰ τὸ α Σῶμα ἀπὸ τῆς κατὰ τὸν αξ διορισμὸν κινήσεως ἐκτρεπόμενον, ἐν χρόνῳ τῷ αὐτῷ Εὐθεῖαν τὴν αε διαγράφει, ἀχθείσης τῆς ξε καὶ τοῦ Παραλληλογράμμου ξι πληρωθέντος, φανερὸν (1) ὅτι τὸ Σῶμα τὴν αε Εὐθεῖαν ἀχθήσεται, τῇ συνελεύσει δυεῖν δυνάμεων, τῆς μὲν ἐνέσης δα ἡ αξ, τῆς δὲ ἐπιγιγνομένης αι τῷ Σώματι ὄντι ἐν τῷ α, κατὰ διορισμὸν τὸν τῆς Εὐθείας αι. Β'.

Διὸ καὶ ἀνάπαλιν, ἐάντι Σῶμα δυνάμει τῇ αβ διαγράφον εἴη Εὐθεῖαν τὴν αβ, παραπλήσιον ἂν εἴη, ὡς εἴγε καὶ τὴν αὐτὴν ἔβκινεν αβ ἐν χρόνῳ τῷ αὐτῷ, τῇ συνελεύσει δυεῖν δυνάμεων, αἱ ἀνάλογοι εἶεν ταῖς Πλευραῖς αζ, ασ Παραλληλογράμμου τινὸς τοῦ σζ, οὗ Διαγώνιος ἂν εἴη ἡ αβ, καὶ αἵτινες κατ' αὐτὰς τὰς Πλευρὰς αζ, ασ τύχοιεν διευθυνόμεναι. Γ'.

Ἐντεῦθεν δὴ μετὰ τοῦ περικλεοῦς Νεύτωνος εἰσβάλλομεν, ὡς τὰ ὑπὸ τῶν περὶ Κέντρα τινὰ ἀκίνητα τῶν δυνάμεων περιαγομένων Σωμάτων καταγραφόμενα χωρία, ἵςαται μὲν ἐν ἐπιπέδοις ἀκινήτοις, ἔςι δὲ καὶ τοῖς χρόνοις ἀνάλογον. Διαιρείσθω γὰρ δὴ ὁ χρόνος εἰς μέρη ἴσα, καὶ κατὰ μὲν τὸ Α'. τοῦ χρόνου μέρος διερχέσθω τὸ Σῶμα τῇ ἐνέσῃ οἱ δυνάμει Εὐθεῖαν τὴν αβ. Τὸ αὐτὸ οὖν Σῶμα, κατά γε τὸ Β'. μέρος τοῦ χρόνου, εἰ μηδὲν ἦν τὸ προσιςάμενον, εὐθὺ πρὸς τὸ κ ἐχώρησεν ἂν, Εὐθεῖαν καταγράψαν τὴν βκ ἴσην τῇ αβ, ὅτω δὴ ὥςε τῶν ἀκτίνων ἐπὶ τὸ κέντρον ἀχθεισῶν, ἴσα (2) εἶναι τὰ ἐμβαδὸν αβ, σβκ. Ἀλλὰ γὰρ τῷ Σώματι κατὰ τὸ β γεγονότι ἐπενεργείτω ἐπίκεντρός τις δύναμις προσβολῇ μιᾷ, ἀλλ' εὐτόνῳ, ἀπὸ μὲν τῆς βκ ἐκκλῖναι, τὴν δὲ βγ ἀχθῆναι αὐτὸ ἐπείγουσα· καὶ φανερὸν ὅτι τῆς ἐπικέντρου ἐνταῦθα δυ- Δ'. κ. 392

(1) Α. Πόρ. ταύτ. (2) ΛΗ. Βιβλ. α'.

νάμεως πρὸς τὴν ἐνοῦσαν ὡς ἡ βγ πρὸς τὴν βκ ἐχούσης, τοῦ Παραλληλογράμμου βγδκ τὸ Σῶμα βήσεται τὴν βδ (1) τὴν Διαγώνιον, καὶ τοῦ δευτέρου χρονικοῦ παραῤῥεύσαντος μορίου, κείσεται κατὰ τὸ δ, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ μετὰ τοῦ προτέρου Τριγώνου σαβ. Ἀλλ' ἐπεζεύχθω ἡ σδ, καὶ τὸ χωρίον, τῆς ἀκτῖνος ἐπὶ τὸ κέντρον ἀχθείσης, τουτέστι τὸ Τρίγωνον σβδ (2) ἴσον ἔσται τῷ Τριγώνῳ σβκ, τουτέστι (3) τῷ Τριγώνῳ τῷ πρώτῳ σαβ. Παραπλησίῳ
κ. 393. τῷ λόγῳ ἐν τῷ τρίτῳ τοῦ χρόνου μορίῳ, τὸ Σῶμα ἀπὸ τοῦ δ ἐπὶ τὸ ε ἂν μεταχαίη τῇ αὐτῷ περιούσῃ δυνάμει κινούμενον, ὡς εἶναι τὴν δε ἴσην τῇ δβ· ἀλλ' εἴγε δύναμις ἐπίκεντρος, εἴτε μείζων, εἴτ' οὖν ἐλάττων ἐπενεργήσασα αὖθις κατὰ τὸ δ πρὸς τὸ σ ὤθοιεν, εὑρεθείη ἂν αὖθις τὸ Σῶμα ἐπί τι Σημεῖον θ τῆς θε παραλλήλου οὔσης τῇ σδ, τὴν Διαγώνιον ὁμοίως δθ κατὰ τὸ τρίτον τοῦ χρόνου διαπεραιούμενον· καὶ τῆς ἀκτῖνος θσ ἐπὶ τὸ κέντρον ἀχθείσης, ἔσται τὸ Τρίγωνον σθδ, ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου μετὰ τοῦ Τετραπλεύρου σαβδ, τῷ Τριγώνῳ σδε (4), καθὰ καὶ τοῖς λοιποῖς σβδ, σαβ ἴσον. Τὸν αὐτὸν δὴ τρόπον, τῆς ἐπικέντρου δυνάμεως κατ' ἀκολουθίαν ἐπιδρᾶν νοουμένης καὶ ἐπὶ τῶν Σημείων θ, ο, μ, ξ, τὸ Σῶμα ἐν ἑκάστῳ τῶν χρονικῶν μορίων τὰς Διαγωνίους θο, ομ, μξ διαδραμεῖται, τὰς ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου οὔσας, καὶ ἀεὶ τὰ Τρίγωνα τοῖς προτέροις Τριγώνοις ἴσα καταγραφήσεται, καὶ ὅτως ἐν ἴσοις μὲν τοῖς χρόνοις, ἐπιπέδῳ δὲ τῷ αὐτῷ, χωρία ἴσα διαπεραιωθήσεται, ὡς εἶναι τὰ ἀθροίσματα τῶν χωρίων σαθσ, σαξσ τοῖς τῶν χρόνων ἀνάλογον. Αὐξομένου τοίνυν τοῦ ἀριθμοῦ, καὶ μειουμένου τοῦ εὔρους τοῦ τῶν Τριγώνων ἐπ' ἄπειρον, ἡ τούτων ἐσχάτη περίμετρος αβδθομξκξ: Γραμμήτις ἔσται καμπύλη, ἀφ' ἧς τὰ ἐν τῷ ἀκινήτῳ ἐπιπέδῳ περιγραφόμενα χωρία, τοῖς χρόνοις ἀεὶ χωρήσει ἀνάλογον. Ο. Ε. Δ.

Ε'. Ἐντεῦθεν ἔτι μετὰ τοῦ αὐτοῦ Νεύτωνος ἐπιφέρομεν, πάντα τὰ κατὰ καμπύλην τινὰ κινούμενα Σώματα, καὶ τὰ περί τι Κέντρον οἷον τὸ σ χωρία (ὅρα τὸ ἀνωτ. Σχῆμα) τοῖς χρόνοις ἀνάλογον καταγράφοντα, ὑπό τινος ἐπικέντρου δυνάμεως ἐπὶ αὐτὸ δὴ τὸ Κέντρον σπευδούσης διηνεκῶς ἐπείγεσθαι. Ἐπειδὴ γὰρ τὸ Σῶμα τῇ ἐνούσῃ δυνάμει, ἴσας τὰς Εὐθείας αβ, βκ, ἐν ἴσοις τοῖς χρόνοις διαδιεύειν οἷον ἐστὶν, ἐπιζευχθεισῶν τῶν σα, σβ, σκ, ἴσα ἔσται (5) τὰ Τρίγωνα βσα, σβκ. Ἐπεὶ δέ τοι τὸ Σῶμα ἐξ ὑποθέσεως ἴσα τὰ ἐμβαδὸν σαβ, σδβ ἰσοχρονίως καταγράφει, συνεξισωθήσεται ἀλλήλοις καὶ τὰ Τρίγωνα σαβ, σδβ. Ταύτῃ τοι καὶ τὰ Τρίγωνα σβκ, σβδ ἴσα ἀλλήλοις

(1) Διὰ τὸ Α. Πόρ. ταύτ. (2) ΛΖ. τοῦ α'. (3) Λξ. Α. τοῦ α'. (4) ΛΖ. τοῦ α'. (5) ΛΗ. τοῦ α'.

ἔςαι, καὶ ὡς ἐπὶ τῆς βάσεως ἱςάμενα τῆς αὐτῆς σβ, τὰ Σημεῖα δ καὶ κ, ἐπὶ Εὐθείας κείμενα ἕξει τῆς αὐτῆς δη (1), ἥτις ἂν εἴη αὐτῇ τῇ βάσει παράλληλος. Ἔνθεντοι ἀχθείσης τῆς δγ Παραλλήλε πρὸς τὴν κβ, ἔσονται μὲν αἱ βκ, βγ τε Παραλληλογράμμε κγ Πλευραὶ, ἔςαι δὲ ἡ βδ Διαγώνιος. Ὥςε τὸ Σῶμα ἀπὸ τῆς Εὐθείας αβκ ἐκκλῖνον κατὰ τὸ Σημεῖον β, καὶ τὴν Διαγώνιον βδ καταγράφον, ἐν ᾧ ἂν χρόνῳ τὴν Πλευρὰν βκ διῆλθεν, εἰμή τις καινὴ αὐτῷ κατὰ τὸ β ὄντι ἐνεγίνετο δύναμις, ἐπειχθήσεται δὴ κατ' αὐτὸ τὸ β Σημεῖον (2) δυνάμει τῇ βγ, τῇ σπευδούσῃ ἐπὶ τὸ σ, ὃ τὸ κέντρον εἶναι τίθεται τῶν δυνάμεων· Καὶ ἕτως ἐφεξῆς κἂν τοῖς λοιποῖς τῶν Σημείων δ, θ, ο, μ, ξ. Ο. Ε. Δ.

Ἐπειδὴ τοίνυν ἐπὶ τε τῶν πρωτευόντων πλανητῶν συςήματος, τῶν ἀκτίνων πρὸς τὸν ἥλιον ἀγομένων, ἀεὶ τὰ χωρία τοῖς χρόνοις ἐςὶν ἀνάλογον, εἴα δή πε τοῖς ἀςρονομοῦσιν ἐςὶ προδηλότατον, φανερὸν ὡς οἱ πλάνητες πρὸς αὐτὸν τυγχάνεσι τὸν ἥλιον ἐπειγόμενοι δυνάμει διηνεκεῖ πρὸς τὸν φωςῆρα σπευδούσῃ. Ὡσαύτως δὲ καὶ περὶ τῶν δευτερευόντων ἐν πλάνησι συλλογιςέον, ὥς γε πρὸς τὰς αὐτῶν ἑκάςε προέχοντας.

Κείσθω τε Παραλληλογράμμε βγελ Διάμετρος ἡ βε, καὶ προεκβληθεισῶν τῶν γε, λε, γινέσθω Παραλληλόγραμμον τὸ αξει, τῷ Παραλληλογράμμῳ βλεγ ὅμοιόν τε, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον, διάμετρον ἔχον τὴν αε. Φημὶ δὴ ὅτι τῶν Παραλληλογράμμων γλ, ξι, αἱ Διάμετροι βε, αε ἐπ' εὐθείας κείμεναι εἰσί. Προεκβληθεισῶν γὰρ καὶ τῶν βγ, αξ, καὶ τῶν βλ, αι, πληρώσθω Παραλληλόγραμμον τὸ σζ· καὶ ἐπειδὴ (3) γε : ει :: λε : εξ, ἔςαι (4) καὶ γι : ιε :: λξ : ξε, καὶ (5) ἐναλλὰξ γι : λξ :: ιε : ξε, τετέςι (6) σα : αζ :: ξα : αι. Τὰ τοίνυν Παραλληλόγραμμα σζ, ξι, ἀλλήλοις τε (7) ὅμοια ἐςὶ, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, καὶ κοινὴν ἔχοντα Γωνίαν τὴν πρὸς τῷ α, ὥςε (8) καὶ περὶ τὴν αὐτὴν Διάμετρον ἔςαται. Ὡσαύτως δὲ δειχθήσεται καὶ τὰ σζ, γλ Παραλληλόγραμμα περὶ τὴν αὐτὴν εἶναι Διάμετρον καὶ αὐτά. Ὥςε δῆλον τὰς αε, εβ Διαμέτρες μέρη τῆς ὁλικῆς Διαμέτρε αβ τυγχάνειν, καὶ ἑπομένως ἐπ' εὐθείας κεῖσθαι. Ζ. κ. 394.

Η.

Ἐὰν Τρίγωνα δύω αξε, εγβ, τὰς δύω Πλευρὰς αξ, ξε, ταῖς δυσὶ Πλευραῖς εγ, γβ ἀνάλογον ἔχοντα, κατὰ μίαν Γωνίαν τὴν ὑπὸ ξεγ ὅτω συςαθῶσιν, ὡς τὰς ὁμολόγες Πλευρὰς παραλλήλες ἔχειν κειμένας, τε-

(1) ΛΘ. τῆ α΄. (2) Α. Πόρ. τῆς παρόν. (3) Ἐξ ὑποθ. (4) ΙΗ. τῆ ε΄. (5) Ις. τῆ ε΄. (6) ΛΔ. τῆ α΄. (7) Ὅρ. Α. τῆ ς΄. (8) Διὰ ταύτην τὴν ἐν χερσί.

τέςι τὴν μὲν αξ τῇ εγ, τὴν δὲ ξε τῇ γβ, ἕξει ϗ τὰς λοιπὰς τῶν Πλευρῶν αε ϗ εβ ἐπ' εὐθείας κειμένας. Προεκβληθεισῶν γὰρ τῶν ξε ϗ γε, ϗ ταύταις Παραλλήλων ἀχθεισῶν τῶν αι, βλ, πληρόσθω δὴ τὰ Παραλληλόγραμμα ξι, γλ, ἃ διὰ τὰς Παραλλήλες ξα, γι, βλ, ϗ αι, ξλ, γβ, ἔςαι (1) ἰσογώνια ϗ ὅμοίως ἀναγεγραμμένα, διὰ δὲ τὰς ἀνάλογον αξ : ξε :: εγ : γβ, ϗ ὅμοια (2). Ἔνθεντοι διὰ τὸ πρὸ τύτε Πόρισμα, ϗ τύτων αἱ Διαγώνιοι αε, εβ ἐπ' εὐθείας κείμεναι εἰσίν. Ο. Ε. Δ.

Τὸ δὴ Πόρισμα τῦτο τὴν ΛΒ'. τῦ ς'. ἡμῖν παρίςητιν, ἣν τῦ Συγγραφέως ὑπερδραμόντος, αὐτοὶ ἐκ τῆς ἐν χερσὶ ταύτης Κς', ϗ τῦ Ζ'. τῶν μετ' αὐτὴν Πορισμάτων, ἀμέσως ἐπιφερομένην ἀποκαταςῆσαι ἐνταῦθα ἐδικαιώσαμεν.

Πρότασις ΚΖ.

„Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν Εὐθεῖαν (αβ) παραβαλλομένων Παραλ-
„λήλογράμμων (αδ, αζ), ϗ ἐλλειπόντων εἴδεσι Παραλληλογράμμοις (γε,
„ιθ) ὁμοίοις τε, ϗ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας (τῆς αβ) ἀναγρα-
„φομένῳ (αδ), μέγιςον ἐςὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον Παραλ-
„λήλόγραμμον (αδ), ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι (γε).

ϰ. 395. Παραβεβλήθωσαν παρὰ τὴν Εὐθεῖαν αβ δίχα τετμημένην κατὰ τὸ γ, Παραλληλόγραμμα τό,τε αγδλ, ϗ ὁποιονῦν ἄλλο τὸ αιζη, ἐλλείποντα εἴδεσι Παραλληλογράμμοις, τὸ μὲν γβεδ, τὸ δὲ ιβθζ, ὁμοίοις τε ϗ ὁμοίως κειμένοις τῷ αδ, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ· Λέγω δὴ ὅτι τὸ Παραλληλόγραμμον αδ τῦ Παραλληλογράμμε αζ μεῖζον ἐςί.

Τῆς δὲ δὴ Προτάσεως ταύτης δύω ἂν εἶεν αἱ διαφοραί, ἤτοι γὰρ τῦ Παραλληλογράμμε αζ ἡ Βάσις αι τῆς αγ ἡμισείας μείζων, ἢ γῆν ἐλάσσων.

Κείσθω δὴ μείζων (ὡς ἐπὶ τῦ ἀνωτ. καταγραφέντος Σχήματος)· Καὶ ἐπειδὴ τὰ Παραλληλόγραμμα γε, ιθ, κοινὴν ἔχει Γωνίαν τὴν ὑπὸ γβε, εἶτ' οὖν τὴν ὑπὸ ιβθ, ὅμοιά τε (3) ϗ ὁμοίως κείμενα ἐςὶν, εἰσὶ δή πε (4) ϗ περὶ τὴν αὐτὴν Διάμετρον βζδ· Διὸ προεκβληθείσης τῆς ιζ ἐπὶ τὸ κ, ἔςαι τὸ γζ = τῷ (5) ζε· Κοινῇ γῦν προσεθείσθω τὸ ιθ, ϗ ἔςαι γθ = ιε· Ἀλλὰ διὰ τὴν δίχα κατὰ τὸ γ τετμημένην αβ, ἔςιν ηγ = γθ (6), ἄρα καὶ ηγ = ιε· Προσεθείσθω κοινὸν τὸ γζ, ϗ ἔςαι αζ = γζ + ιε·

(1) ΚΖ. τῦ α'. (2) Α. Ο'ρ. τῦ ς'. (3) Ἐξ ὑποθ. (4) Διὰ τὴν ἀνωτ. (5) ΜΓ. τῦ α'. (6) Λς. τῦ α'.

ἀλλὰ γε (τετέςιν (1) αδ, διὰ τὰς ἴσας Βάσεις αγ, γβ) μεῖζον τῆς γζ+ ιε, ἄρα αδ μεῖζον τῆ αζ.

Ἀλλ' ἔςω δὴ ἡ αι ἐλάσσων τῆς αγ· Καὶ ἐπειδὴ τὰ Παραλληλόγραμμα γε, ιθ, κοινὴν ἔχει Γωνίαν τὴν ὑπὸ γβε, εἶτ' οὖν τὴν ὑπὸ ιβθ, καὶ ὅμοια (2) ἐςὶ καὶ ὁμοίως κείμενα, περὶ τὴν αὐτὴν (3) Διάμετρον ἐςὶ βδζ· Ἀχθήτω τοίνυν ἡ Διάμετρος, καὶ καταγραφήτω τὸ Σχῆμα, καὶ διὰ τὰς ἴσας αγ, γβ (4) ἴσαι ἔσονται αἱ λδ, δε· Ὅθεν δὴ καὶ τὰ Παραλληλόγραμμα (5) ηδ, δθ ἴσα καὶ αὐτὰ ἔςαι. Ὥςε τὸ Παραλληλόγραμμον δθ ἐςὶ τῆ Παραλληλογράμμῳ ηκ μεῖζον· Ἀλλαμὴν (6) δθ = δι, ἄρα τὸ δι μεῖζον ἐςὶ τῆ ηκ· Κοινῇ προςεθείσθω τὸ ακ, καὶ ἔτω τὸ Παραλληλόγραμμον αδ τῆ Παραλληλογράμμῳ αζ μεῖζον ἔςαι. κ. 396.

Πάντων τοίνυν τῶν παρὰ τὴν Εὐθεῖαν παραβαλλομένων Παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι Παραλληλογράμμοις, ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιςον ἐςὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον Παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι. Ο. Ε. Δ.

Π ό ρ ι σ μ α.

Ἔςω παρὰ τὴν αὐτὴν Εὐθεῖαν αβ παραβεβλημένα Παραλληλόγραμμα τὰ αζ, ατ, ἐλλείποντα Παραλληλογράμμοις τοῖς ιθ, πρ, ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ αδ ἢ γε, τῷ παρὰ τὴν ἡμίσειαν τῆς αβ, οὕτως ἀλλ' οὖν ὥςε εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν Εὐθειῶν ιβ + πβ = αβ, τετέςιν ὥςε εἶναι απ = ιβ, καὶ γι = γπ· Φημὶ δὴ ὅτι τὰ Παραλληλόγραμμα αζ, ατ ἴσα ἐςί. Α'. κ. 397.

Διὰ γὰρ τὰς ἴσας αγ, γβ, καὶ τὰς ἴσας ὁμοίως πγ, γι, ἔσονται καὶ (7) ην = νθ, καὶ ξν = νζ. Καὶ ἐπὶ τῆ Τριγώνῳ ζξτ, διὰ τὰς Εὐθείας νδ, δΛ τὰς ταῖς Πλευραῖς τξ, ζξ Παραλλήλους, ἔςαι (8) ζδ = δτ, καὶ ξΛ = Λτ· Ἔνθεντοι διὰ τὴν τῶν Βάσεων ἰσότητα (9) ἔςαι νλ = νε, καὶ νΛ = νκ, καὶ ἑπομένως ξλ = ζε = (10) ζγ = (11) ξγ, καὶ 2ξλ, τετέςι ξΓ = 2ξγ, τετέςι ξι· Κοινῇ προςεθείσθω τὸ αξ, καὶ ἔςαι ατ = αζ. Ο. Ε. Δ.

Ἐὰν παρὰ τὴν Εὐθεῖαν αβ παραβληθῇ Παραλληλόγραμμα ἴσα τὰ Β'.

(1) Διὰ τὴν αὐτ. (2) Διὰ τὴν ὑπόθ. (3) Διὰ τὴν ἀνωτ. (4) ΛΔ. τῆ α'. (5) Λς. τῆ α'. (6) ΜΓ. τῆ α'. (7) Διὰ τὴν ΛΔ. τῆ α'. (8) Β. τῆ ς'. (9) Λς. τῆ α'. (10) ΜΓ. τῆ α'. (11) Λς. τῆ α'.

ατ, αζ, ἐλλείποντα Παραλληλογράμμοις ιθ, πε, τῷ Παραλληλογράμμῳ αδ, εἶτ' οὖν γε, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ ἀναγραφομένῳ ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις, ἔςαι ιβ + πβ = αβ, τουτέςιν απ = ιβ. Προσκβληθείσης γὰρ τῆς ικ ἐπὶ τὸ μ, διότι (1) ατ = αζ, ἀφαιρεθέντος τοῦ κοινοῦ αξ, ἔςαι τὸ ητ = πζ = (2) θμ· ἄρα (3) καὶ ηξ = ζθ, καὶ (4) ἑπομένως απ = ιβ.

Πρότασις ΚΗ.

„Παρὰ τὴν δοθεῖσαν Εὐθεῖαν (αβ), τῷ δοθέντι Εὐθυγράμμῳ (γ) ἴσον „Παραλληλόγραμμον (αι) παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει Παραλληλογράμμῳ „(ξν) ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι (δ). Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον Εὐθύγραμμον (γ), „ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ (ς) μεῖζον εἶναι (τοῦ αη) τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμι„σείας (τῆς αβ δηλ.) παραβαλλομένη, ὁμοίων ὄντων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμι„σείας παραβαλλομένου (αη), καὶ τοῦ ἐλλείμματος τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας (εζ), „καὶ τοῦ (δ), ᾧ δεῖ ὅμοιον (ξν) ἐλλείπειν τ, Παραλληλογράμμου.

κ. 398. Δίχα τετμήσθω ἡ αβ κατὰ τὸ ε, καὶ ἐπὶ τῆς αε (6) συνεςάσθω τῷ δοθέντι Παραλληλογράμμῳ δ ὅμοιον Παραλληλόγραμμον τὸ αη, καὶ πληρούσθω τὸ Παραλληλόγραμμον αζ· οὕτω δὲ ἔςαι καὶ τὸ εζ τῷ αη, καὶ ἑπομένως τῷ δοθέντι δ ὅμοιον· ἔςαι δὲ τὸ αὐτὸ εζ τῷ αη καὶ ὁμοίως κείμενον καὶ ἴσον· Ἐπεὶ δέ τοι ὡς ὁ διορισμὸς βούλεται, τὸ αη οὐκ ἔλαττον ἐςὶ τοῦ Εὐθυγράμμου γ, ἔςαι δή που ἤτοι ἴσον αὐτῷ ἢ αὐτοῦ μεῖζον· Καὶ εἰ μὲν αη = γ, ἐγένετο ἤδη τὸ ζητηθέν· Παρὰ γὰρ τὴν δοθεῖσαν Εὐθεῖαν αβ, τῷ δοθέντι Εὐθυγράμμῳ γ ἴσον παρεβλήθη Παραλληλόγραμμον τὸ αη, ἐλλεῖπον εἴδει Παραλληλογράμμῳ τῷ εζ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι δ.

Εἰ δὲ τὸ αη Παραλληλόγραμμον τοῦ Εὐθυγράμμου γ μεῖζον εἴη, εὑρεθήτω δὴ (7) ἡ ὑπεροχὴ τοῦ αη ἢ τοῦ εζ ἡ ὑπὲρ τὸ γ· καὶ τῇ μὲν ὑπεροχῇ ἴσον, τῷ δὲ εζ ὅμοιόντε καὶ ὁμοίως κείμενον συνεςάσθω (8) Παραλληλόγραμμον τὸ κλ, κοινὴν ἔχον Γωνίαν μετὰ τοῦ εζ τὴν πρὸς τῷ η· καὶ οὕτω τὰ Παραλληλόγραμμα εζ, κλ, περὶ τὴν αὐτὴν Διάμετρον ηιβ (9) εἰσί. Προσκβληθήτω δὴ ἡ κι πρὸς τὸ μ καὶ ν, ἡ δὲ λι πρὸς τὸ ξ, καὶ ἔςαι τὰ Παραλληλόγραμμα ξν, εζ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον ηβ, καὶ ἑπομένως (10) ὅμοια, ὥςε (11) καὶ τὸ ξν ὅμοιον ἐςὶ τῷ δοθέντι δ· Ἐπειδὴ δὲ κλ ἐςὶν ἡ ὑπεροχὴ τοῦ

(1) Ἐξ ὑπ. (2) ΜΓ. τοῦ α'. (3) Α. τοῦ ς'. (4) ΛΔ. τοῦ α'. (5) Διὰ τὴν πρὸ ταύτ. (6) ΙΗ. τοῦ ς'. (7) Διὰ τὸ Πόρ. τῆς ΜΕ. τοῦ α'. (8) Διὰ τὴν ΚΕ. τοῦ ς'. (9) Κς. τοῦ ς'. (10) ΚΔ. τοῦ ς'. (11) ΚΛ. τοῦ ς'.