

B'. Ε'αν $\frac{A}{B} = \Gamma$, \therefore εσαι (1) $A:B::\Gamma:\Delta$. Λ'Αλλ' \therefore ειν (εξ υποθ.) $A:B::\Gamma:\Delta$, \therefore ειν αρα (2) $\Gamma:B::\Gamma:\Delta$ και επομένως (3) $B = \Delta$.

Γ'. Ε'αν $\frac{A}{B} < \Gamma$, \therefore εσαι $A:B < \Gamma:\Delta$ (4). εις δὲ (εξ υπ.) $A:B::\Gamma:\Delta$, αρα (5) $\Gamma:\Delta < \Gamma:B$. ενθεντοι τὸ Δ μείζου τὸ B (6), \therefore επομένως $B < \Delta$.

Πρότασις ΙΕ.

„Μέρος (α) πρὸς Μέρος (β) εἰν τῷ ὅμοιᾳ, εἰν ὡς ὅλου (Α) πρὸς ὅλου „(Β). καὶ ἐν γένει τὰ ὅμοια μέρη εἰσὶ πρὸς ἀλληλα ὡς τὰ ὅλα, εἴτε σύμμετορα τοῖς ὅλοις ταῦτα ἔη, εἴτ' ὅν τῷ ἀσυμμέτρῳ πρὸς αὐτὰ ἔχῃ.

Τωόντι Α'Ξιώματος δίκην ληπτέον τὸ τεθὲν ἀκριβῶς ἐφιεάνεσι, τί εἰ τὸ τὰ μέρη ὅμοια εἶναι· ὅρα Ορ. Ζ'.

„Ο' δὲ Εὐκλείδης ὅτῳ προτίθει τὴν Πρότ. τὰ μέρη τοῖς ὠσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον.

Σχόλιον.

Ε'αν τὰ ὅμοια μέρη γρ., λι., ἀπὸ τῶν ίδιων ὅλων αβ., ζε. ἀφαιρεθῆ, καταλείψει μέρη ὅμοια τὰ αγ., ζλ., ὁ καذ' αὐτὸν δῆλον εῖσι.

Πρότασις Ις.

„Ε'αν τέσσαρα Μεγέθη ἀνάλογον ἔη ($A:B::\Gamma:\Delta$), \therefore ἐναλλαξ ἀνάλογον εἶσαι ($A:\Gamma::B:\Delta$).

Κείθω τὰ B καὶ Δ ἐλάσσονα τῶν A καὶ Γ . εἰ γὰρ ἵσται, καذ' αὐτὸν δῆλοι (εξει γὰρ τότε τὰ ἵσται A καὶ B πρὸς τὰ ἵσται Γ καὶ Δ) (7), τὸν αὐτὸν λόγον, ὡς εἶναι $A:\Gamma::B:\Delta$). ἐπειδὴ τοίνυν (εξ υποθ.) $A:B::\Gamma:\Delta$, ἔσονται διὰ τὸν Ζ'. Θρισμ. Β καὶ Δ τῶν ὅλων A καὶ Γ μέρη ὅμοια. Ενθεντοι διὰ τὴν ἀνωτ., ὃν ἔχει λόγον πρὸς ἀλληλα τὰ ὅλα A καὶ Γ , τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ τὰ μέρη τὰ ὅμοια B καὶ Δ , τετέσιν $A:\Gamma::B:\Delta$.

Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον, καὶ εἰς τὰ ἄγεμενα A καὶ Γ , τῶν ἐπομένων B καὶ Δ ἐλάσσονα τεθῆ, ἐπειδὴ $A:B::\Gamma:\Delta$, ἔσονται (8) A καὶ Γ μέρη ὅμοια τῶν ὅλων B καὶ Δ , καὶ ἐπομένως (9) $A:\Gamma::B:\Delta$.

(1) Ζ. τε εἰ. (2) ΙΑ. τε εἰ. (3) Θ. τε εἰ. (4) Η. τε εἰ. (5) Σχόλ. ΙΔ. τε εἰ.
(6) Ι. τε εἰ. (7) Σχόλ. τῆς Ζ. τε εἰ. (8) Ορ. Ζ. τε εἰ. (9) ΙΕ. τε εἰ.

Σ χόλοις.

Εάν οὖτε Α : Β :: Γ : Δ, εἶπαι οὐ ανάπταλιν Β : Α ; ιΔ : Γ. Καθ' αὐτὸ δὲ δῆλον.

Παρὰ Εὐκλείδη δὲ Πορίσματος ἔχει χῶραν τῆς Δ'. Προτ., ὅπερ ἐκεῖνος τῇ καθ' ἡμᾶς Μενόδω περιττῆς ὄσμις, ἐνταῦθα κείσθω.

Πρότασις ΙΖ.

„Εάν οὐ γέγονεν (αβ) πρὸς ἐπόμενον (γβ), οὐδὲ οὐ γέγονεν ἔτερον „(ζι) πρὸς ἐπόμενον ἔτερον (λι), εἶπαι οὐ ἐν διαιρέσει οὐ (αγ) οὐ περοχή „τὸ πρώτευ οὐ γέγονεν ὑπὲρ τὸ ἐπόμενον αὐτῷ, πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον (γβ), „οὗτος οὐ (ζλ) περοχή τοῦ δευτέρου οὐ γέγονεν ὑπὲρ τὸ ἐπόμενον αὐτῷ, πρὸς „τὸ αὐτὸ ἐπόμενον τὸ δεύτερον (λι).“

Ταύτην ὁ Στοιχειώτης ὥτῳ προτίθησι· εἰς τούτην οὐ γέγονεν αὐτόνοις οὐ γέγονεν, οὐ διαιρεθέντα ανάλογου εἶπεν.

Καὶ αὗτη δὲ Αἴσιώματος δίκην ἔχει ληφθῆναι· Εάν γάρ τὰ ὅλα αβ, ζι τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον πρὸς τὰ χ θετόν, καὶ εἰ μέρη τῶν ὅμοια ἀφαιρεθῆ, τὸν αὐτὸν ἔξει πρὸς τὰ χ θετόν λόγον, οὐ εἶχε πρότερον· τοτέσιν οὐ αβ οὐ απομειωθεῖσα, εἶπαι οὐδὲν οὔτου πρὸς τὴν χ, ὥσπερ οὐ οἱ ζι ὅμοιας απομειωθεῖσα ἔχει πρὸς τὴν λύ, τότο δέ εἶπεν διάτησις οὐ Πρότασις· ἐπειδὴ γάρ τιθεται αβ : γβ :: ζι : λι, εἴσονται (ι) γβ οὐ λι μέρη ὅμοια τῶν ὅλων αβ οὐ ζι, τὰ δὲ αγ οὐ ζλ εἶπαι τὸ ὅλα, ἀφ' ὧν τὰ ὅμοια μέρη ἀφήρηται· ἀλλὰ γάρ τὰ ὅλα τὸν αὐτὸν οὐκ ἔχοντα λόγον πρὸς γβ οὐ λι, τοιγαρεῖν οὐ αγ οὐ ζλ (ἄτινα εἰς τὰ ὅλα αὐτὰ, ἀφ' ὧν τὰ ὅμοια μέρη ἀφήρηται), τὸν αὐτὸν οὐ μετὰ τὴν αφαιρεσθαι οὕτων λόγου πρὸς γβ οὐ λι, τοτέσιν οὖτι διὰ αγ : γβ :: ζλ : ζι.

Αλλαγή.

Ἐπειδὴ αβ : γβ :: ζι : λι, ἀριθμός (2) γβ οὐ λι μέρη ὅμοια εἰς τῶν ὅλων αβ οὐ ζι. Εὐθεντοι οὐδὲν ἀπὸ τῶν ίδιων ὅλων ἀφαιρεθῆ, καταλείψει (3) μέρη ὅμοια τὰ αγ, ζλ τῶν αβ, ζι· διὸ (4) αβ : ζι :: αγ : ζλ· διὸ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον οὐ αβ : ζι :: γβ : λι, ἀριθμός (5) αγ : ζλ :: γβ : λι, καὶ ἐναλλαξ αγ : γβ :: ζλ : λι· Ο. Ε. Δ.

Πρότασις ΙΗ.

„Εάν οὖτε οὐ γέγονεν (αγ) πρὸς ἐπόμενον τὸ ἐαυτόν (γβ), οὐ οὐ γέγονεν

(1) Ορ. Ζεύς σ. (2) Ορ. Ζεύς σ. (3) Στοιχείων σ. (4) Η.Ε. τὸ σ. (5) Η.Ε. τὸ σ.

„έτερον (ζλ) πρὸς ἐπόμενον τὸ ἔαυτε (λι), ἔσαι δὴ καὶ ἐν συνθέσει (αγ „σὺν βγ) τὸ πρῶτον ὑγάμενον σὺν τῷ ἐπόμενῳ αὐτῷ, πρὸς τὸ αὐτὸν ἐπό- „μενον (γβ), ὥσπερ (ζλ σὺν λι) τὸ δεύτερον ὑγάμενον σὺν τῷ ἐπόμενῳ „αὐτῷ, πρὸς αὐτὸν τὸ ἐπόμενον (λι).

Οὐδὲ Εὐκλείδης ταῦτην ὅτω προτίθεται· ἐὰν διηρημένα Μεγέθη ἀνάλο- „γιν ἦ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσαι.

Αὗδις Α' Ξιώματος δίκην καὶ αὐτη ληφθῆναι δύναται· Εἰὰν γὰρ δύο Με-
γέθη αγ καὶ ζλ, τὸν αὐτὸν πρὸς χ καὶ ψ λόγου ἔχοντα ἦ, καὶ ἐπαυξηθέντα
όμοιως, τυτέσιν ἀναλόγως τὰ αγ, ζλ πρὸς τὰ χ καὶ ψ αὐτὰ λόγου ἔξεστι
εἴτε τὸν αὐτὸν· ἀμέλειτοι καὶ φυξιδὲν τὸ αγ ἔσαι πρὸς τὸ χ, ὥσπερ δὴ καὶ τὸ
ζλ αὐξιδὲν ομοίως ἐσὶ πρὸς τὸ ψ. Οὐδὲν ἦν ἀλλ' ἦ τότο ή Πρότασις προτί-
θεται μὲν γὰρ αγ : γβ :: ζλ : λι, ἐὰν οὖν ταῖς αγ, ζλ προσεδω-
σιν αἱ γβ, λι, ἔσονται αἱ αγ, ζλ ομοίως, τυτέσιν ἀναλόγως ἐπιυξιμέναι
καὶ ἐπειδὴ τοίνυν αἱ αγ καὶ ζλ, ομοίως ἔχεται εἰσὶ πρὸς τὰς γβ, λι, καὶ μετὰ
τὸ ομοίως αὐξιδῆναι (τότε δὲ ἔσονται αβ, ζι) πρὸς τὰς αὐτὰς γβ, λι, ώ-
σαύτως ἔτι ἔξεστι, τυτέσιν ἔσαι αβ : γβ :: ζι : λι.

A λ λ ως.

Εἰπειδὴ αγ : γβ :: ζλ : λι, ἄρα (1) αγ : ζλ :: γβ : λι· ἄρα καὶ αγ +
γβ : ζλ + λι :: γβ : λι (2), τυτέσιν αβ : ζι :: γβ : λι· καὶ πάλιν ἐναλλάξ
αβ : γβ :: ζι : λι. Ο. Ε. Δ.

Πόρισμα Α'.

Εἰὰν ὑγάμενον (αβ) γέτερον ἐπόμενον (γβ), ως ὑγάμενος ἔτερον (ζι).
πρὸς ἐπόμενον ἔτερον (λι), ἔσαι καὶ τὸ πρῶτον ὑγάμενον (αβ) πρὸς (αγ), τὴν
ἥν ἔχει ὑπεροχὴν ὑπὲρ τὸ ἐπόμενον τὸ αὐτε (ψ), ὥσπερ τὸ ἔτερον ὑγάμενον
(ζι) πρὸς (ζλ), τὴν ἥν ἔχει ὑπεροχὴν ὑπὲρ τὸ ἐπόμενον τὸ ἔαυτε (λι).

Εἰπειδὴ γὰρ αβ : γβ :: ζι : λι, ἔσαι καὶ ἐν διαιρέσει (3) αγ : γβ :: ζλ : λι·
καὶ ἀνάπταλιν (4) βγ : γα :: ιλ : λζ· καὶ ἐν συνθέσει (5) βα : γα :: ιζ : λζ.

Τὸ δὲ ὅτις ἐπιχειρεῖν κατ' Α' ναυαροφήν λόγυα καλεῖται.

Καὶ παρὰ ταῦτα, ἐὰν ὑγάμενον (αγ) πρὸς τὸ ἐπόμενον αὐτῷ (γβ), ως
ὡς ἔτερον ὑγάμενον (ζλ) πρὸς τὸ ίδιον ἐπόμενον (λι), ἔσαι καὶ ἀλλον ἀνα-
ρροφής πρόπον, τὸ πρῶτον ὑγάμενον (αγ). πρὸς αὐτὸν τὸ πρῶτον ὑγάμενον,

(1) Ιε. τῇ ο. (2) ΙΒ. τῇ ο. (3) ΙΖ. τῇ ο. (4) Σχόλιον τῆς Ιε. τῇ ο. (5) ΙΒ. τῇ ο.

σὺ τῷ ἐπομένῳ αὐτῷ (αβ), ὡς τὸ ἔτερον, ἡγύμενον (ζλ) πρὸς αὐτὸ τὸ ἔτερον ἡγύμενον σὺν τῷ ἐπομένῳ αὐτῷ (ζι).

Καὶ γάρ αγ: γβ :: ζλ: λι· καὶ (1) ἀνάπταλιν βγ: γα: : ιλ: λζ· καὶ ἐν συνδέσει (2) βα: αγ: : ιζ: ζλ· καὶ πάλιν ἀνάπταλιν αγ: αβ: : ζλ: ζι.

Πόρσισμα Β'.

Εἰνι αγ: αβ: : ζλ: ζι, ἔσαι καὶ αγ: γβ: : ζλ: λι, καὶ αβ: γβ: : ζι: λι.

Ἐπειδὴ γάρ αγ: αβ: : ζλ: ζι, ἔσαι ἀνάπταλιν βα: γα: : ιζ: λζ· καὶ ὅτι διαιρέσει (8) βγ: γα: : ιλ: λζ· καὶ πάλιν ἀνάπταλιν αγ: γβ: : ζλ: λι· καὶ ἐν συνδέσει (4) αβ: γβ: : ζι: λι.

Ἄλλως γα: αβ: : λζ: ζι, ἔσαι ἀνάπταλιν βα: αγ: : ιζ: ζλ· καὶ κατ' ἀναρροφὴν (5) αβ: βγ: : ζι: ιλ. ὅπερ ἦν διάτερον οὐκ ἐν διαιρέσει (6) αγ: γβ: : ζλ: λι, ὅπερ ἦν διάτερον.

Πρότασις ΙΘ.

„Εἰν ἦ ὡς ὅλου (αβ) πρὸς ὅλου (ζι), ὅτας ἀφαιρεθὲν (γβ) πρὸς ἀφαιρεθὲν (λι), καὶ τὸ λοιπὸν (αγ) πρὸς τὸ λοιπὸν (ζλ), ἔσαι ὡς ὅλου πρὸς ὅλου.

Οὐλως ἐναργές ἔσι καθ' ἑαυτὸ τὸ λεγόμενον, ἔχει γεμήν διὰ τῶν προτεθέντων ἀποδειχθῆναι ὅτας ἐπεὶ αβ: ζι: : γβ: λι, ἔσαι καὶ ἐναλλάξ (7) αβ: γβ: : ζι: λι, καὶ κατ' ἀναρροφὴν λόγυ (8) αβ: αγ: : ζι: ζλ· καὶ πάλιν ἐναλλάξ αβ: ζι: : αγ: ζλ.

Αὐλως αβ: ζι: : γβ: λι· καὶ ἐναλλάξ (9) αβ: γβ: : ζι: λι, ὡς (10) γβ καὶ λι εἰσὶ μέρη ὅμοια τῶν ὅλων αβ: ζι: λι· ταύτη τοι καὶ ἐὰν ἀπὸ τῶν ἴδιων ὅλων ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπὰ (11) μέρη ὅμοια ἔσιν αγ καὶ ζλ· ἄρα (12) αβ: ζι: : αγ: ζλ.

Πρότασις Κ. καὶ ΚΑ.

Ἐν τῇ καθ' ἡμᾶς μεθόδῳ εἰσὶ περιτταί, κείνται γεμήν ἐν τοῖς Προσμασι τῶν ἐφεξῆς Προτ. ΚΒ. καὶ ΚΓ.

(1) Σχόλ. τῆς Ιερ. τῆς ι. (2) ΙΗ. τῆς ι. (3) ΙΖ. τῆς ι. (4) ΙΗ. τῆς ι. (5) Α'. Πόρ. ταύτ. (11) ΙΖ. τῆς ι. (7) Ιε. τῆς ι. (8) Α. Πόρ. τῆς ἀντ. (9) Ιε. τῆς ι. (10) Οφ. Ζ. τῆς ι. (11) Σχόλ. τῆς ΙΕ. τῆς ι. (12) ΙΕ. τῆς ι.

Πρότασις ΚΒ.

„Εάν $\bar{A} : B :: \bar{Z} : P$, καὶ $B : \Gamma :: P : R$, καὶ τῶς ἔφεξε, ἔσαι δὲ τὸ
„ώς Α πρῶτον πρὸς Γ ἔχατον, τότε Ζ πρῶτον πρὸς R ἔχατον.

Εἰφέρεται δὲ παρὰ Εὐκλ. τότε. Εάν γέ ὁ ποσαῖν Μεγέθη, καὶ ἄλλα αὖτοῖς ισα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δὲ τὸ εἰς τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσαι.

Καίδω δὴ τὰ Γ καὶ P ἐλάσσονα εἶναι τῶν B καὶ P (ἡ δὲ αὐτὴ δεῖξε καὶ μείζοναν ὑποτιθεμένων). Εἴπειδή (1) $B : \Gamma :: P : R$, ἔσαι τὰ Γ καὶ P, τῶν ὅλων B καὶ P (2) μέρη ὄμοια· καὶ ἐπεὶ τούνυν τὰ A καὶ Ζ, πρὸς τὰ B καὶ P τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔξει δὲ καὶ πρὸς τὰ Γ καὶ P, ἀλλὰ ἔσι τῶν B καὶ P μέρη ὄμοια, λόγου τὸν αὐτὸν, καὶ τῦτο τούνυν οἶου Α' ξίωμα ἔστιν· ἐὰν Μεγέθη δύο πρὸς ἕτερα δύο τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ πρὸς τὰ ὄμοια μέρη τύτων τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον.

„Εάν δὲ καὶ πλείονα τριῶν ἐκατέρωθεν Μεγέθη παρῇ, τῷ αὐτῷ τρόπῳ καὶ περὶ τῶν ἄλλων συλλογιζέσθαι.

Α' Δια. Εἴπειδή $A : B :: \bar{Z} : P$, ἔσαι (3) ἐναλλάξ $A : \bar{Z} :: B : P$. ἐπεὶ δὲ καὶ $B : \Gamma :: P : R$, ἔσαι καὶ ἐναλλάξ $B : P :: \Gamma : R$. ἄρα (4) $A : \bar{Z} :: \Gamma : R$, καὶ ἐναλλάξ $A : \Gamma :: \bar{Z} : R$.

Πρότασις μὲν Α'.

Κάντεῦθεν ἡ παραλειφθεῖσα τῷ Τακτεῖῳ Κ'. ἔχει ἐπενεχθῆναι. Εἰσωσαι γὰρ πιλικότητες τρεῖς A, B, Γ, τρισὶν ἄλλαις Ζ, Π, R αὐτόλογοι ἔχουσαι, σύνδυο λαμβανόμεναι, τῦτο δέ ἔστι $A : B :: \bar{Z} : P$, καὶ B : R :: Π : R ἐὰν οὖν ἡ A μείζων ἡ τῆς Γ, ἔσαι δὲ καὶ Ζ μείζων τῆς R, καὶ ἐὰν ιση, ισως καὶ ἐὰν ἐλάσσων, ἐλάσσων. Κατὰ γὰρ τὸν ἐν χερσὶ Πρότ. Α : Γ :: Ζ : R, καὶ ἐναλλάξ $A : \bar{Z} :: \Gamma : R$. ἄρα διὰ τὴν ΙΔ'. τῷ παρόντος Βιβλίῳ δῆλον τὸ προτελέν.

Πρότασις μὲν Β'.

Εἴπειδή δὲ $A : B :: \bar{Z} : P$, ἔσαι καὶ ἐν συνδέσει (5) $A + B : B :: \bar{Z} + P : P$. ἔσι δὲ $B : \Gamma :: P : R$, ἄρα διὰ τὴν ἐν χερσὶ Πρότ. ἔσαι $A + B : \Gamma :: \bar{Z} + P : R$.

(1) Εἴ. ὑποδ. (2) Ορισ. Ζ. τετ. 1. (3) Ιε. τετ. 1. (4) ΙΔ. τετ. 1. (5) ΙΕ. τετ.

Π : P . καὶ παραπληγοῖς ἐν διαιρέσει (1) Συλλογιζομένων, ἔσαι A — B :
Γ :: Ζ — P : R.

Πρότασις ΚΓ.

„Εάν οὖς A πρῶτου πρὸς B δεύτερον, ὅτῳ Ζ πρῶτου πρὸς Π δεύτερον, καὶ οὓς B δεύτερον πρὸς Γ τρίτον, ὅτῳ τρίτον τὸ τυχὸν P πρὸς τὸ πρῶτον Ζ, ἔσαι διὰ στοιχείων τεταραγμένως, ως A πρῶτου πρὸς Γ τρίτον, ὅτῳ Ρ τρίτον πρὸς Π δεύτερον.

Εκφέρεται δὲ ὑπὸ τῆς Στοιχειωτῆς αὗτη οὕτως. Εάν οὖς τρία Μεγέθη, οὓς αὐτοῖς ἵσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, οἱ δὲ τεταραγμένη αὗτῶν οὖς ἀναλογία, ως διὰ στοιχείων τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσαι.

Ως B ἔχει πρὸς Γ, ὅτῳ η (2) Π πρὸς ἄλλο ὅποιον τὸ Σ δύναται εχειν. Ήδη μὲν οὖν ἐπειδὴ B : Γ :: P : Ζ (3), καὶ πάλιν B : Γ :: Π : Σ (4), ἔσαι καὶ P : Ζ :: Π : Σ (5)· καὶ τοίνυν ως ἐναλλάξ (6) P : Π :: Ζ : Σ. Εἶτα ἐπειδὴ (ἐξ ὑποθ.) Ζ : Π :: Α : B, ως Π : Σ :: B : Γ (ἐκ κατ.), διὰ στοιχείων (6) Ζ : Σ :: Α : Γ· δέδεικται δὲ P : Π :: Ζ : Σ, ἥρα (7) P : Π :: Α : Γ.

Καλεῖται δὲ τοῖς Γεωμέτραις οὖς τοιαύτη ἀναλογία Τεταραγμένη.

Πρότασις ΚΔ.

Κείθω Μεγέθη τρία A, B, Γ, πρὸς τρία P, Ζ, Π ἀνάλογον σύνδυο λαμβανόμενα, ἄλλα τεταραγμένως, τυτέσιν ἔσω A : B :: Ζ : Π, καὶ B : Γ :: P : Ζ. Εάν οὖν τὸ A μεῖζον οὖς τὸ Γ, ἔσαι διὰ στοιχείων τὸ P μεῖζον τὸ Π, καὶ οὖν ισον, ισον, καὶ οὖν ἐλασσον, ἐλασσον. Κατὰ γὰρ τὴν οὐρανοῦ Πρότοις Α : Γ :: P : Π, καὶ ἐναλλάξ Α : P :: Γ : Π· ἥρα διὰ τὴν ΙΔ'. τῆς παρόντος δῆλον τὸ προτελέν. Λύτη δέ οὖν οὖς παραλειφθεῖσα ΚΑ'.

Πρότασις ΚΔ.

„Εάν οὖς A πρὸς B, ως Γ πρὸς Ζ, ως Ι πρὸς B, ως Λ πρὸς Ζ, ἔσαι ως οὓς Α σὺν Ι πρὸς B, ὅτῳ Γ σὺν Λ πρὸς Ζ.

Ταύτην ὁ Στοιχειωτής ὅτῳ προβάλλεται. Εάν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, ως τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ ως πέμπτον πρὸς δεύ-

(1) ΙΖ. τῇ ί. (2) Δξ. τὸ πρὸ τῷ Α. τῇ ί. (3) Εξ ὑποθ. (4) Εκ κατ. (5) ΙΑ. τῇ ί. (6) ΙΣ. τῇ ί. (7) Διὰ τὴν ἀντ. (8) ΙΑ. τῇ ί.

, τερον τὸν αὐτὸν λόγου, καὶ ἔκτον πρὸς τέταρτον· καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἔξι λόγου, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Εἶπειδὴ (ἐξ ὑποθ.) Ι:Β::Λ:Ζ, ἔσαι καὶ (1) ἀνάπαλιν Β:Ι::Ζ:Λ· ἀλλ' (ἐξ ὑποθ.) ἔσιν Α:Β::Γ:Ζ, καὶ Β:Ι::Ζ:Λ, ἦρα (2) διὰ ισά Α:Ι::Γ:Λ. Καὶ τοιγαντεῖν (3) συνθέσει καὶ ΑΙ:Ι::ΓΛ:Λ· ἀλλ' ἔσιν (4) Ι:Β::Λ:Ζ, παλινύπρη διὰ ισά (5) ΑΙ:Β::ΓΛ:Ζ.

Πρότασις ΚΕ.

„Εὰν τέσσαρα Μεγέθη (αβ, γδ, ι, λ) ἀνάλογον ἦ, τὸ μέγιστον „(αβ) καὶ τὸ ἐλάχιστον (λ), τῶν λοιπῶν (γδ, ι) μείζονα ἔσι.

κ. 311. Κείσθω αβ:γδ::ι:λ, καὶ ἀπὸ τῆς μεγίστης αβ λιφθάτω απὸ ισον τῷ ι; ἀπὸ δὲ τῆς γδ λιφθάτω γράπτων τῷ ἐλαχίσῳ λ, καὶ ἔσαι ὅλου αβ πρὸς ὅλου γδ, ὡς τὸ ἀφαιρεθὲν απὸ πρὸς τὸ ἀφαιρεθὲν γράπτων τῷ λοιπὸν (6) πβ πρὸς τὸ λοιπὸν οδόν, ὡς ὅλου αβ πρὸς ὅλου γδ· ἀλλ' (7) αβ μείζου τῆς γδ, ἦρα καὶ πβ μείζου τῆς οδοῦ. Ήδη δὲ ἐπεὶ οὐ μὲν απὸ ἐλήφθη ἵση τῇ ι, οὐ δὲ γράπτη τῇ λ, ἔσαι καὶ απὸ σὺν λ, τῷ ι σὺν γράπτων. Εὰν ἦρα τῷ απὸ σὺν λ προσεδῆται τὸ μείζον πβ, τῷ δὲ ι σὺν γράπτων προσεδῆται τὸ ἐλαττον οδόν, ἔσαι τὸ ὅλου απὸ σὺν λ, μείζου τῆς οδοῦ σὺν γράπτων. Ο. Ε. Δ.

Πρότισμα.

κ. 312. Εάν οὖτις τέσσαρα Μεγέθη Α, Β, Γ ἀνάλογον, τὸ ἐκ τῶν ἄκρων ἡμιάνθροισμα, τῆς μέσης μείζον ἔσαι· ἐπεὶ γάρ (8) Α:Β::Β:Γ, ἔσαι (9) τὸ ἐκ τῶν ἄκρων Α καὶ Γ ἡδροισμα μείζον, οὐ τὸ Β διὰ λιφθάτων, καὶ ἐπομένως τὸ ἡμιάνθροισμα (10) τὸ ἐκ τῶν ἄκρων μείζον ἔσται τὸ Β ἀπαξ λιφθάτων.

Αἱ δὲ ἐπόμεναι Προτάσεις ἀχι τῆς Εὔκλειδος ἔσαι, ἀλλ' ἐκ τῶν τῆς Πάππω τῆς ἀλεξανδρέως καὶ ἐξ ἄλλων λαμβανόμεναι, διὰ τὸ πολὺ τῆς χρήσεως ταῖς Εὔκλειδείοις εἰώθασι παρασυνάπτεσθαι.

Πρότασις Κε.

„Εὰν πρῶτον (Α) πρὸς δεύτερον (Β) μείζονα λόγου ἔχῃ, οὐ τρίτον (Γ)

(1) Σχόλ. τῆς Ιερ. τῆς ι. (2) ΚΒ. τῆς ι. (3) ΙΗ. τῆς ι. (4) Εἴκ. ὑποθ. (5) ΚΒ. τῆς ι. (6) ΙΘ. τῆς ι. (7) Εἴκ. ὑποθ. (8) Ορ. Η. τῆς ι. (9) Διὰ ταύτης τὴν Πρ. (10) Αἴκ. ι. τῆς ι.

„πρὸς τέταρτον (Ζ), ἔξει καὶ ἀνάπταλιν δεύτερον (Β) πρὸς πρῶτον (Α) ἐλάσσονα λόγου, ἢ τέταρτον (Ζ) πρὸς τρίτον (Γ).

Εἶπειδὴ γὰρ τίθεται τὸ Α μείζονα λόγου ἔχον πρὸς τὸ Β, ἢ τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ, τὸ Α πάντως (1) πρὸς τι τὸ BX, ὃ μεῖζον ἔσαι (2) τὸ Β, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὅν τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ· καὶ ἀνάπταλιν τοίνυν, ἔσαι BX : Α :: Ζ : Γ· ἀλλὰ BX ἔστι πρὸς Α ἐν ἐλάσσονι λόγῳ (3) ἢ BX πρὸς Α, ἢ (4) BX : Α < Ζ : Γ.

Σ χόλον.

Τὸ δ' αὐτὸ παραπλητίως δειχθύσεται καὶ περὶ τῆς ἐλάσσονος ἀναλογίας· τετέσιν εἰσὶ BX πρὸς Α ἐλάσσονα λόγου ἔχη ἢ Ζ πρὸς Γ, ἔξει δὲ ἀνάπταλην Α πρὸς BX μείζονα λόγου ἢ Γ πρὸς Ζ.

Πρότασις ΚΖ.

„Εὖτε Α πρὸς BX μείζονα λόγου ἔχη ἢ Γ πρὸς Ζ, καὶ ἐναλλάξ Α πρὸς Γ μείζονα λόγου ἔξει ἢ BX πρὸς Ζ.

Εἶπειδὴ δὲ λόγος Α πρὸς BX μείζων τίθεται τῷ λόγῳ Γ πρὸς Ζ, ἔσαι (5) δὲ λόγος Α πρὸς ἄλλο τι BX (όπερ ἔξει ἀνάγκης μείζον ἔσαι (6) τὸ BX), ἵτος τῷ λόγῳ Γ πρὸς Ζ· καὶ τοίνυν ἐναλλάξ (7) ἔσαι Α : Γ :: BX : Ζ· ἀλλὰ BX πρὸς Ζ ἔστιν ἐν μείζονι λόγῳ (8) ἢ BX πρὸς Ζ, ἢ (9) Α : Γ > BX : Ζ.

Σ χόλον.

Ωσαύτως δὲ δειχθύσεται καὶ περὶ τῆς ἀναλογίας τῆς ἐλάσσονος.

Πρότασις ΚΗ.

„Εὖτε αβ πρὸς βγ μείζονα λόγου ἔχη ἢ βι πρὸς ιλ, καὶ ἐν συνδέσει αγ πρὸς βγ μείζονα λόγου ἔχει ἢ βλ πρὸς ιλ.

Εἶπειδὴ τίθεται αβ, βγ ἐν μείζονι λόγῳ τυγχάνειν ἢ βι πρὸς ιλ, ἢ αγ ἐτερούτι (10) τὸ ξβ (οἱ καὶ ἀνάγκη ἐλαττον εἶναι (11) τῷ αβ) ἔστι πρὸς βγ, ὡς βι πρὸς ιλ· καὶ τοίνυν ἐν συνδέσει (12) ξγ πρὸς βγ, ὡς βλ πρὸς ιλ· ἢ αγ (13). αγ : βγ > βλ : ιλ.

(1) Διὰ τὸ Αξ. τὸ πρὸ τῆς Α. τὸ ε. (2) Ι. τὸ ε. (3) Η. τὸ ε. (4) Σχόλ. τῆς ΙΑ. τὸ ε. (5) Διὰ τὸ Αξ. τὸ πρὸ τῆς Α. τὸ ε. (6) Ι. τὸ ε. (7) Ιξ. τὸ ε. (8) Ηεπτές ε. (9) Σχόλ. τῆς ΙΔ. τὸ ε. (10) Αξ. τὸ πρὸ τῆς Α. τὸ ε. (11) Ι. τὸ ε. (12) Η. τὸ ε. (13) Η. τὸ ε. καὶ Σχόλ. ΙΔ. τὸ ε.

Σ Χόλιον.

Τὸ δὲ αὐτὸ παραπλησίως ἀποδειχθήσεται καὶ περὶ τῆς ἀναλογίας τῆς ἐλάσσονος.

Πρότασις ΚΘ.

„Εἰὰν αγ πρὸς βῃ μείζονα λόγου ἔχῃ οὐ δὲ πρὸς ιλ, οὐδὲ διαιρέτος αβ πρὸς βῃ, μείζονα λόγου ἔχει οὐ δὲ πρὸς ιλ.

x. 315.

Εἴπειδη τίθεται αγ πρὸς βῃ μείζονα λόγου ἔχει οὐ δὲ πρὸς ιλ, οὐδὲ τοιούτη πάντως (1) τὸ ξυ (οὐ δὲ ἐλαττον εἶναι ἐπάναγκες (2) τὸ αγ) ἔσαι πρὸς βῃ, ὡς δὲ πρὸς ιλ· καὶ τοίνυν ἐν διαιρέσει (3) ἔσαι ξβ: βῃ: ζι: ιλ· ἅρα (4) αβ: βῃ > ζι: ιλ.

Σ χόλιον.

Τὸ αὐτὸ παραπλησίως δειχθήσεται καὶ περὶ τῆς ἀναλογίας τῆς ἐλάσσονος.

Πρότασις Δ.

„Εἰὰν αγ πρὸς βῃ μείζονα λόγου ἔχῃ οὐ δὲ πρὸς ιλ, κατὰ λόγον ἀναεροφήν, αγ πρὸς αβ ἐλάσσονα λόγου ἔξει οὐ δὲ πρὸς ζι.

x. 316.

Εἴπειδη αγ πρὸς βῃ ἐν λόγῳ μείζονι ἔστι οὐ δὲ πρὸς ιλ, ἔσαι ἐν διαιρέσει. (5) αβ πρὸς βῃ, ἐν λόγῳ μείζονι οὐ δὲ πρὸς ιλ· ἅρα ἀνάπταλιν γβ πρὸς βῃ (6) ἔστι ἐν ἐλάσσονι λόγῳ οὐ λι πρὸς ιζ· ἅρα ἐν συνδέσει (7) γα πρὸς βᾳ ἐν λόγῳ ἐλάσσονι ἔστι οὐ λι πρὸς ιζ.

Σ χόλιον.

Τὸ αὐτὸ παραπλησίως ἀποδείκνυται καὶ περὶ τῆς ἀναλογίας τῆς ἐλάσσονος· τετέσιν ἐὰν αγ πρὸς αβ ἐλάσσονα λόγου ἔχῃ οὐ δὲ πρὸς ζι, ἔξει οὐ κατ’ ἀναεροφήν τῷ λόγῳ αγ πρὸς βῃ μείζονα λόγου οὐ δὲ πρὸς ιλ.

Πρότασις ΔΑ.

„Εἰὰν αβ πρὸς γ μείζονα λόγου ἔχῃ οὐ δὲ πρὸς ι, καὶ γ πρὸς λπ

(1) ΑΞ. τὸ πρὸ τῆς Α. τῷ ι. (2) Ι. τῷ ι. (3) ΙΖ. τῷ ι. (4) Η. τῷ ι.. Σχόλιον ι. (5) Σιὰ τὴν ἀντ. (6) Κζ. τῷ ι. (7) ΚΗ. τῷ ι.

„μείζονα λόγου ἔχι ἢ πρὸς σ., καὶ οὕτως ἐφεξῆς, ἔσαι δὲ οὐκαὶ τὸ „πρῶτον αβ., πρὸς τὸ ἔχατον λπ μείζονα λόγου ἔχον, ἢ τὸ πρῶτον ζ „πρὸς τὸ ἔχατον σ.

Εἴπειδη αβ.: γ>ξ:ι, ἔτερον ἄρα (1) τὸ ξβ (όπερ εξ ἀνάγκης (2) Χ. 317. ἐλαττον ἔσαι τῷ αβ) ἔσι πρὸς γ ως ζ πρὸς ι· ψ εἴπειδη γ:λπ>ι:σ, ἄρα τὸ γ πρὸς ἔτερον τι (όπερ εξ ἀνάγκης μείζον ἔσαι τῷ λπ) τὸ λρ, ἔσαι ως τὸ πρὸς τὸ σ, ως ψ δὲ οὐκέτι (3) ξβ:λρ::ζ:σ· ἄρα ξβ πρὸς λπ μείζονα λόγου ἔχει (4) ἢ ζ πρὸς σ· ἄρα αβ πρὸς λπ (5) πολλῷ μείζονα λόγου ἔξει ἢ ζ πρὸς σ.

Σ χόλιον.

Τὸ δὲ αὐτὸ παραπλησίως δειχθήσεται ψερὶ τῆς ἐλάσσονος ἀναλογίας.

Πόρισμα.

Εἰ δὲ τῆς ἀποδείξεως τῆςδε τῆς Προτάσεως φανερὸν, ὅτι ἐὰν αβ πρὸς γ μείζονα λόγου ἔχι ζ πρὸς ι, ψ γ:λρ::ι:σ, ψ πρῶτον αβ πρὸς ἔχατον λρ μείζονα λόγου ἔξει, ἢ πρῶτον ζ πρὸς ἔχατον σ· ο παραπλησίως ἀληθές ἔσι ψ εἰπεῖ τῆς ἐλάσσονος ἀναλογίας.

Πρότασις ΑΒ.

„Εὰν αβ πρὸς γ μείζονα λόγου ἔχι ι:πρὸς σ, ψ γ πρὸς λπ „μείζονα ι:ζ πρὸς ι, ἔσαι ψ δὲ οὐκέτι τεταραγμένως αβ πρὸς λπ μείζονα λόγου ἔχον, ι:ζ πρὸς σ.

Παραπλησία ἔσιν η ἀπόδειξις τῇ ἀνωτέρῳ, πλὴν ὅτου ἀντὶ τῆς ΚΒ' ληπτέον τὴν ΚΓ'.

Σ χόλιον.

Τὸ δὲ αὐτὸ παραπλησίως ἀποδειχθήσεται ψερὶ τῆς ἐλάσσονος ἀναλογίας. Καὶ ἐκ ταύτης δὲ τῆς Προτάσεως Πόρισμα παραπλήσιον τῷ ἀπὸ τῆς ἀνωτέρω Προτ. εἰπιφέρεται.

(1) Αξ. τὸ πρὸ τῆς Α. τῷ ι· (2) Ι. τῷ ι· (3) ΚΒ. τῷ ι· (4) Η. τῷ ι· (5) Διὰ τὴν αὐτήν.

Πρότασις ΛΓ.

„Εάν ὅλον (αβ) πρὸς ὅλον (ζι) μείζονα λόγου ἔχῃ, ἢ ἀφαιρεθέν
„(γβ) πρὸς ἀφαιρεθέν (λι), ὅλον πρὸς ὅλον ἐλάσσονα λόγου ἔξει, ἢ
„λοιπὸν (αγ) πρὸς λοιπὸν (ζλ).

Επειδὴ αβ πρὸς ζι μείζονα λόγου ἔχει ἢ γβ πρὸς λι, ἔσαι ἐναλλάξ (1)
αβ πρὸς γβ ἐν μείζονι λόγῳ ἢ ζι πρὸς λι· ἄρα κατὰ ἀναρροφήν (2) αβ πρὸς
αγ ἐν ἐλάσσονι ἔσαι, ἢ ζι πρὸς ζλ· ἄρα καὶ ἐναλλάξ (3) αβ πρὸς ζι, ἐν ἐλάσ-
σονι λόγῳ ἔσαι ἢ αγ πρὸς ζλ.

Σχόλιον.

Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον, καὶ ἐὰν ὅλον πρὸς ὅλον ἐλάσσονα λόγου ἔχῃ, ἢ
ἀφαιρεθέν πρὸς ἀφαιρεθέν, ὅλον πρὸς ὅλον μείζονα λόγου ἔξει, ἢ λοιπὸν
πρὸς λοιπόν.

Πρότασις ΛΔ.

„Εάν οἱ λόγοι (Α:Γ, καὶ Ε:Ζ) ὡσὶ τῶν ισων λόγων (Α:Β, καὶ
„Ε:Ζ) διπλασίονες, ἢ τριπλασίονες, καὶ ἐφεξῆς, οἵτινες ἔσονται καὶ αὐτοί.

Επειδὴ γὰρ τῆς λόγων Α:Β διπλασίων ὁ Α:Γ, ἔσαι (4) Α:Β::Β:Γ· διὰ τὸν αὐτὸν δὲ λόγου Ε:Ζ::Ζ:Ζ, ἀλλ' (5) Α:Β::Ε:Ζ, καὶ Β:Γ::Ζ:Ζ (καὶ γὰρ Β:Γ::Α:Β::Ε:Ζ::Ζ:Ζ), διὰ τούτων (6) Α:Γ::Ε:Ζ.

Πρότασις ΛΕ.

„Εάν οἱ ισοι λόγοι (Α:Γ::Ε:Ζ) διπλασίονες ὡσιν, ἢ τριπλασίονες,
„καὶ ἐφεξῆς, τῶν λόγων Α:Β καὶ Ε:Ζ, ἔσονται καὶ οὗτοι ἀλλήλοις οἵτινει.

Εἰ μὴ γὰρ ἔσω ως Α πρὸς Β, ὥστας Ε πρὸς ἀλλοτι τὸ Φ, ὅπερ ἀνισουν
ἄν εἴη τῆς Ζ, καὶ ἔσω ως Ε:Φ::Φ:Χ· καὶ ἐπεὶ τούτων τῶν ισων λόγων Α:
Β καὶ Ε:Φ διπλασίονες εἰσιν οἱ λόγοι Α:Γ καὶ Ε:Χ, καὶ ὁ λόγος Ε:Χ
ἴσος ἔσαι (7) τῷ λόγῳ Α:Γ, τετέσιν (εἰς ὑποθ.) τῷ λόγῳ Ε:Ζ· ἀλλ' οὐν
(8) ισα τὰ Ζ καὶ Χ, οὐκέν καὶ τὰ μέσα Ζ καὶ Φ ισα ἔσαι· ἀρχαί Α:Β::Ε:Ζ.
Ο. Ε. Δ.

Εἰ τῆς ἀντιφατικῆς ὁρθῶς συνεπεράνθη ἢ ἀπόφαντις.

(1) ΚΖ τῆς ι. (2) Α. τῆς ι. (3) ΚΖ. τῆς ι. (4) Ορ. Ι. τῆς ι. (5) Εξ ὑποθ.
(6) ΚΒ τῆς ι. (7) Διὰ τὴν ἀνωτ. (8) Θ. τῆς ι.

ΜΕΡΟΣ Β'.

Ο κατ' Εὐκλείδην διὰ τῶν Ποδαπλασίων Ορισμὸς τῶν ἴσων λόγων ἀποδείκνυται καὶ προτίθεται, καὶ δείκνυται τὸ μᾶλλου ἄμεσον, καὶ εὑχερέσερον γνώρισμα τῆς τῶν λόγων Ἰσότητος.

Τὰ τῶν Α' καλογιῶν σοιχεῖα, μεθόδῳ (εἰ μὴ ἀπατώμεθα) προχειροτέρᾳ εἰπιγνωμένοις, λοιπὸν ἡμῖν, ὅ τὸ Β'. ἦν τῶν ὑπερχυμένων, πληρῶσαι. Εὐταῦθε τοίνυν (τὸ ὑπὸ μηδενὸς εἰς τόδε γενόμενον) ἀποδείξομεν, μηδὲν ὅ, τι μὴ καθ' αὐτὸ τῇ ἐναργείᾳ τῇ κατὰ φύσιν φωτέες εἴσι συμφωνὲς λαμβάνοντες, ὡς λόγοι δύω ἀλλήλοις ἰσοι εἰσὶν, ὅτε τὰ ὁποιαδήποτε Ἰσοποδαπλάσια τῶν ἡγεμένων, τοῖς τῶν ἐπομένων Ἰσοποδαπλάσιοις παραβαλλόμενα, ἵστι ἡ ἄμα μείζονα εἰσὶν, ἢ ἄμα ἐλάσσονα, ἢ ἄμα ἴσα. Οὐ δὴ τῆς δείξεως χαλεπῆς τε ὅσης καὶ διεξοδικῆς, ὡς ἐξ αὐτῶν τῶν πραγμάτων ἔσαι φανερὸν, ἤ τις ἄντις ἐπιγνοίη πρωθυπέρως πως τὸν Εὐκλείδην χωρῆσαι, τὸν ἐκ τῆς ἀναποδείκτε εἰς τόδε ταύτης ἰδιότητας τῶν ποδαπλασίων, ἡς ἡ ἐπιφορὰ ὅτως ἀσαφής οὖσα τυγχάνει, καὶ τῆς τῶν λόγων Ἰσότητος τοστον ἀπέχεται, ὡς ἐκ γνωρίσματος πρώτως τε καὶ βασιμωτάτε τῶν ἴσων λόγων, ἐπὶ τὴν τέτων θεωρίαν ὁρμησάμενον.

Λῆμμα Α'.

„Εἶσω Α:Β::Γ:Ζ· κείσθω δὲ τῶν ἡγεμένων Α καὶ Γ, ὁποιαδήποτε „Γσοποδαπλάσια τὰ Ι καὶ Π, τυτέσιν ἥτοι διπλάσια, ἢ τριπλάσια καὶ ἐφεξῆς, „εἶσω δὲ καὶ τῶν ἐπομένων Β καὶ Ζ, ὁποιαδήποτε Γσοποδαπλάσια τὰ Λ καὶ Ρ. „Εἶσαι δὲ δὴ Ι:Α::Π:Ρ, ἥτις εἶναι ἡ Δ'. τῇ παρόντος Βιβλίος, ἡ ἐν „τῷ Α'. μέρει παραλειφθεῖσα.

Ἐπειδὴ γὰρ Α:Β::Γ:Ζ, καὶ Ι τὸ διπλάσιον τῇ Α ἔσαι πρὸς τὸ Β, ὡς τὸ Π τὸ διπλάσιον τῇ Γ ἔστι πρὸς τὸ Ζ, καὶ Ι τὸ τριπλάσιον τῇ Α ἔσαι πρὸς τὸ Β, ὡς τὸ Π τὸ τριπλάσιον τῇ Γ ἔστι πρὸς τὸ Ζ, καὶ τοῦτο ἐς ἀπειρον, ὅπερ ἀδενὸς ἥττον Λέξιωματος αὐτολαμπτές ἔσι καὶ αὐτόπισον. Εἶπει οὖν Ι:Β::Π:Ζ, ἔσαι καὶ Γ πρὸς Λ τὸ διπλὸν τῷ Β, ὡς Π πρὸς Ρ τὸ διπλὸν τῷ Ζ, καὶ ὅτως ἐς ἄπειρον, ὅπερ αὐθις ἀδενὸς τῶν Λέξιωμάτων δεύτερον εἰς συγγειαν· δῆλον ἄξει τὸ προτελέν.

Α' Λως. Ε' κ τῶν Προτ. Ιε'., ΙΕ'., ς ΙΑ'. τᾶ ἐ.

Ε' πειδὴ Α : Β :: Γ : Ζ, ἐναλλάξ Α : Γ :: Β : Ζ· ἀλλὰ (ΙΕ') Α : Γ : Ι : Π, ς Β : Ζ :: Λ : Ρ· ἅρα διὰ τῆν ΙΑ'. Ι : Π :: Λ : Ρ, καὶ ἐναλλάξ Ι : Δ :: Π : Ρ.

Λ Ἡ μ μ α Β.

,, Ε' ἀντὰ Μεγέθη Α ς Β κοινὸν ἔχη μέτρου τὸ Γ, ἔσαι τὸ Α τοσάκις λαμβανόμενον, ὁσάκις ἔσι τὸ Γ ἐν τῷ Β, οὐσον τῷ Β τοσάκις λαμβανομένης ὁσάκις ἔσι τὸ Γ ἐν τῷ Α.

Περιεχόμενο γὰρ δὴ καθ' ὑπόδ. τὸ Γ ἐν τῷ Β τετράκις, ἐν δὲ τῷ Α ἑξάκις, ὡς εἶναι μὲν τὸ Β = 4Γ , εἶναι δὲ τὸ Α = 6Γ . Τοιγαρεῦν 6Γ (τυτέσι τὸ Α) ἐπιπολλαπλασιαθὲν τῷ 4 (τυτέσι τοσάκις λιφθὲν, ὁσάκις τὸ Γ ἔσιν ἐν τῷ Β), δώσει δὴ 24Γ . ὥσαύτως δὲ ς τὸ 4Γ (τυτέσι τὸ Β) ἐπιπολλαπλασιαθὲν τῷ 6 (τυτέσι τοσάκις λιφθὲν, ὁσάκις τὸ Γ ἔσιν ἐν τῷ Α), δώσει δὴ 24Γ . Τὸ ἅρα Α τοσάκις λαμβανόμενον, ὁσάκις τὸ Γ ἔσιν ἐν τῷ Β, τῷ Β τοσάκις λαμβανομένω, ὁσάκις τὸ Γ ἔσιν ἐν τῷ Α, οὐσον ἔσι.

Θ εώρη μ α Α'.

π. 319.

,, Ε' αὐ ὁ λόγος αβ πρὸς ζι μείζων ἢ τῷ λόγῳ λ πρὸς φ, τοιαῦτα δυνατὸν λιφθῆναι τῶν ἡγεμένων αβ καὶ λ Ἰσοπολλαπλάσια, τοιαῦτα δὲ ,, Ἰσοπολλαπλάσιακ τῶν ἐπομένων ζι ς φ, ὡς τῷ πολλαπλασίῳ τῷ ἡγεμένῳ ,, (αβ) τῷ μείζονος λόγῳ, ὑπερέχοντος τὸ πολλαπλάσιον τῇ ἐπομένῳ (ζι). ,, τὸ τῷ ἡγεμένῳ (λ) τῷ ἐλάσσονος λόγῳ πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχειν τὸ ,, πολλαπλάσιον τῷ ἴδιῳ ἐπομένῳ (φ).

Ε' σω ὁ λόγος αβ πρὸς ζι μείζων τῷ λόγῳ λ πρὸς φ, ἔσωσται δὲ ς αβ ς λ οἱ τῶν λόγων μείζονες ὄροι. Ε' πεὶ τοίνυν αβ πρὸς ζι μείζονα λόγου ἔχει ἢ λ πρὸς φ, ἐτερόν τι τὸ φ ἔξει πρὸς τὸ ζι, τὸν αὐτὸν λόγον (Ι) ὃν τὸ λ πρὸς τὸ φ· καὶ ἐπειδὴ ὁ λόγος φ : ζι τῷ λόγῳ λ πρὸς φ ισος ἔσι, ἐτέδη δὲ ὁ λόγος αβ πρὸς ζι μείζων τῷ λόγῳ λ πρὸς φ, ἔσαι ς ὁ λόγος αβ πρὸς ζι μείζων τῷ λόγῳ φ πρὸς ζι, ς ἐπομένως αβ μείζον ἔσι τῷ φ, ἢ δὴ πάντα καθ' αὐτὰ δῆλα ἔσι· τοίνυν ἀπὸ τῷ αβ δυνατὸν λιφθῆναι τὸ αγ οὐσον τῷ φ, ς ἔσαι αγ : ζι : λ : φ. Α' φαιρεῖσθω τοιγαρεῦν τὸ λοιπὸν βγ ἀπὸ αγ, ὁσάκις ἀν ἔξη, οἷον τρίς, εἴτα τετραγήδω τὸ αγ εἰς τοσαῦτα ἵστα μέρη, φέρει

(Ι) Αξ. τὸ πρὸ τῆς Α. τᾶ ἐ.

εξ, εἰς δὲ ἐκ τάτων ἐν λιφθῆναι ἄγε ἔχοι πλεονάκις ἀπὸ τῆς ζι, ἢ βγὰ ἀπὸ αγ, οἶον τετράκις, καὶ λοιπὸν ἔσω τὸ ξι, ὅπερ ἕλαττον ἔσαι ἐνὸς μορίων τοῦτο δὲ δυνατὸν εἶναι καθ' ἀύτό τε δῆλον, καὶ ἐκ τῆς Α'. τῆς Ι'. Βιβλίον ἐπιφερόμενον ἐσὶ, τῆς τῶν Αὐτολογιῶν μηδαμῶς ἐξηρτυμένης τῶν δὲ δὴ μορίων ἐκείνων τὸ Μεγεθός ἔσω Π.

Ἐπεὶ τοιγχθεν τὸ Η κοινόν ἐσι μέτρον τῶν Μεγεθῶν αγ, ζεῖ καὶ τὸ αγ τοσάκις λιφθέν, ὀσάκις τὸ π ἐγχωρεῖ ἐν τῷ ζεῖ, τυτέσι τετράκις, οὗτον ἐσὶ τῷ ζεῖ τοσάκις λιφθέντι, ὀσάκις τὸ π ἐνεσιν ἐν τῷ αγ, τυτέσιν ἐξάκις. Εἴτα εἰπειδὴ τὸ λοιπὸν ξι ἐνὸς μορίων ἕλαττον ἐσὶ, τυτέσι τῷ π, ἔσαι τὸ ξι τοσάκις λαμβανόμενον, ὀσάκις τὸ π ἐσιν ἐν τῷ αγ, τυτέσιν ἐξάκις ἕλαττον εἰπέτι τῷ αγ. Εἴτι εἰπειδὴ τὸ βγ ἡττονάκις ἀφαιρεθῆναι δύναται ἀπὸ τῆς αγ, ἢ τὸ π ἀπὸ τῆς ζι (ὑπετέθη γὰρ τὸ μὲν βγ ἀπὸ τῆς αγ ἀφαιρεῖσθαι ἔχειν τρὶς, τὸ δὲ π ἀπὸ τῆς ζι τετράκις), πρόδηλόν ἔσιν ὡς τὸ βγ τοσάκις λαμβανόμενον, ὀσάκις ἐσὶ τὸ π ἐν τῷ ζι, τυτέσι τετράκις, μεῖζον ἔσαι τῷ αγ, καὶ ἐπομένως πολλῷ μεῖζον ἢ τὸ ξι λαμβανόμενον ἐξάκις, ὅπερ ἀνωτέρῳ ἐδείχθη ἕλαττον ὃν τῷ αγ. Αὖλαιν ἐδείχθη ὅτι τὸ αγ τετράκις, καὶ τὸ ζεῖ ἐξάκις λαμβανόμενα ἵστα ἐσὶν, ἐὰν ἄρα τῷ αγ τετράκις λαμβανομένῳ προσεδή τετράκις τὸ βγ, καὶ τῷ ζεῖ ἐξάκις λαμβανομένῳ προσεδή τὸ ξι ἐξάκις, ἔσονται τὰ 4 αγ καὶ 4 βγ, τυτέσι τὰ 4 αβ, μεῖζονα τῶν 6 ζεῖ καὶ 6 ξι, τυτέσι τῶν 6 ζι. ἐπειδὴ δὲ τὰ 4 αγ ἵστα ἢ τοῖς 6 ζεῖ, ἔσαι τὰ 4 αγ ἐλάσσονα τῶν 6 ζι. ἀλλ' ἐτίθετο ἀνωτέρῳ αγ:ζι::λ::ρ, ἄρα (διὰ τὸ Α'. Λῆμ.) τὰ 4 λ ἐλάσσονά ἐσι τῶν 6 ρ· καὶ ἐλύφθη ἄρα τῶν ἡγεμένων αβ καὶ λ τὰ Γσοπολαπλάσια, τυτέσι τὰ τετραπλάσια, καὶ δὴ καὶ τῶν ἐπομένων ζι καὶ ρ τὰ Γσοπολαπλάσια, ἢ τοι τὰ ἐξαπλάσια, καὶ μὴν ἐδείχθη ὅτι τὸ πολλαπλάσιον τῷ ἡγεμένῳ αβ (τυτέσι τὰ 4 αβ) ὑπερέχει τὸ πολλαπλάσιον τῷ ἐπομένῳ ζι (τυτέσι τὸ 6 ζ), τὸ δέ τοι πολλαπλάσιον τῷ ἡγεμένῳ λ (ὅπερ ἐσὶ 4 λ) ωχ ὑπερέχει τὸ πολλαπλάσιον τῷ ἐπομένῳ ρ (τυτέσι τὸ 6 ρ). Ο. Ε. Δ.

Θεώρημα Β.

,, Εἰ ἀν τῶν ἡγεμένων (α, γ) δποιαῖν Γσοπολαπλάσια, ὅποιοιτεν τῶν ἐπομένων (β, ζ) Γσοπολαπλάσιοι, ἢτοι ἀμα ἵστα ἢ, ἢ τάτων ἀμα μεῖζονα, ἢ ἐλάσσονα, ὁ λόγος (α:β) τῷ λόγῳ (γ:ζ) ἵσος ἔσαι.

Εἰ γὰρ μὴ, ἀλλ' ἔσω ὁ λόγος α:β>γ:ζ. Διὰ δὲ τὸ ἀνωτέρῳ Θεώρημα, τοιαῦτο ἀττα μὲν τῶν ἡγεμένων αὐτὸν γ, τοιαῦτο ἀττα δὲ τῶν ἐπομένων α.

νων λαβεῖν ἔνι ισοποδλαπλάσια, ὡς τὸ τῇ ἡγεμένῳ ποδλαπλάσιον ὑπερέχον τὸ ποδλαπλάσιον τῇ ἐπομένῳ β, τὸ διατέρῳ ἡγεμένῳ γ ποδλαπλάσιον ἕκαστα ὑπερέχειν τὸ ποδλαπλάσιον τῇ ἐτέρῳ ἐπομένῳ 2. ἅτοπον δὲ ὡς τὴν ὑπόθεσιν περιτρέπον. Αὕρει κτ.

Εὐτῆς τῇ ἀποδείξει, οἷα καν ταῖς ἔξις, τῶν ἐν τῷ Ε'. Βιβλίῳ αἱ Προτάσεις παραλαμβάνουται αἱ αὐτοφανεῖς καὶ αὐτόπιστοι.

Θεώρημα Γ'.

„Εἰ τοιαῦτα μὲν τῶν ἡγεμένων (Ξ, Ρ), τοιαῦτα δὲ τῶν ἐπομένων „(Π, Σ) Γεωποδλαπλάσια λιφθῆναι δυνατὸν οὐ, ὡς τῇ ποδλαπλασίᾳ διατέρῳ τῶν ἡγεμένων (Ξ) τὸ τῇ ἐπομένῳ (Π) ποδλαπλάσιον ὑπερέχοντος, ποδλαπλάσιον μιδαμῶς ὑπερέχειν, ἔσαι ὁ λόγος (Ξ : Π), καθ' ὃν τὸ τῇ ποδλαπλάσιον μιδαμῶς ὑπερέχειν τὸ ποδλαπλάσιον τῇ ἐπομένῳ, μείζων διατέρῳ (Ρ : Σ).

Αὐτοῖς γάρ εἶναι τὰς τοιάς δε λόγις ἐτο κατασκευάζω. Εἰ γὰρ οἱσι, τὰ τῶν ἡγεμένων ὅποιαδήποτε Γεωποδλαπλάσια (ὡς ἐκ περιστάσεως σαφές ἐκ τῷ Α'. Λίμματος), τῶν ἐπομένων ὅποιωνδηποτέν Γεωποδλαπλασίων οὐδὲ μείζονα, οὐδὲ μικρόνα, οὐδὲ μικρά τέτοις ίσα. Περιτρέπει δὲ ταῦτα τὴν ὑπόθεσιν.

Τὸν δὲ δὴ λόγον (Ξ : Π), καθ' ὃν τὸ τῇ ἡγεμένῳ Γεωποδλαπλάσιον ὑπερέχον τίθεται, μείζονα τυγχάνειν, ὥδε πως δείκνυμι. Εἰ γὰρ μή, εἴς δὴ ὁ λόγος (Ρ : Σ) μείζων τῇ λόγῳ (Ξ : Π), ἦρος οὖν (κατὰ τὸ Α'. Θεώρ.) τοιαῦτα δὴ λιφθῆναι δυνατὸν τῶν ἡγεμένων Ρ καὶ Ξ Γεωποδλαπλασία, τοιαῦτα δὲ καὶ τῶν ἐπομένων Σ καὶ Π, ὡς τὸ τῇ ἡγεμένῳ Ρ τῇ κατὰ τὸν μείζονα λόγου ποδλαπλάσιον, ὑπερέχον τὸ ποδλαπλάσιον τῇ ἐπομένῳ Σ τόγε τῇ ἡγεμένῳ Ξ ποδλαπλάσιον, μή ὑπερέχειν τὸ ποδλαπλάσιον τῇ ἐπομένῳ Π. Οὔκων δὲ τοιαῦτα (ὅπερ ἐκ τῷ Α'. τῶν Θεωρημάτων εὐαπόδεικτον ἔσιν), ὡς τὸ ποδλαπλασία τῇ Ξ ὑπερέχοντος τὸ τῇ Π ποδλαπλάσιον, τὸ ποδλαπλάσιον τῇ Ρ μή ὑπερέχειν τὸ ποδλαπλάσιον τῇ Σ. Οὕτοις δέ τοιαῦτα τὰ τῆς ὑπόθεσεως.

Θεώρημα Δ'.

„Τῷ λόγῳ ἀλόγῳ τυγχάνοντος, ὥδεν οὐτῶν τῶν τῇ ἡγεμένῃ ποδ-

„λαπλασίων, ούδενὶ ὁτῷθν τῶν τὸ ἐπομένω πολλαπλασίων ἴσον ἂν εἴη.
„Ταύτῃ δέ τοι ἐν οἷς διὰ τῶν πολλαπλασίων ζητᾶται ἡ τῶν ἀλόγων ἀνα-
„λογιῶν ἰσότης, μοντέον μόνον τῶν πολλαπλασίων τὸ ἄμα τῆς ὑπερο-
„χῆς καὶ ἐλλείψεως.

Εἶτα δὴ λόγος ἀλογος Α : Β. Εἰπερ οὖν τὸ Α ποσάκις ληφθὲν,
ἰσωθῆναι εἶχε τῷ Β ποσάκις ληφθέντι, ὃς ὑφ' ἐκατέρᾳ ἵσην πηλικότητα
συσαθῆναι τὴν Ζ, ἐκάτερον ἂν Α καὶ Β ἢ ἂν τῷ αὐτῷ Ζ συμμέτορες ἔ-
χον, καὶ σύμμετροι ἂν ἦται, κατὰ τῆς ὑποθέσεως.

Ἐπειδὴ δὲ τῶν Θεωρημάτων τὸ Β'. ὑδὲν ἥττον τοῖς ἀλόγοις, ἢ τοῖς
λογικοῖς τῶν λόγων προσῆκον ἐσὶ, τῇ ἄμα ὑπεροχῇ τε καὶ ἐλλείψει, τῇ
ἄμα ἰσότητα προσιδέμενα σὺν τῷ Εὐκλείδει.

Τοῖς παρὰ τῷ Στοιχειώτε τὸν Ορισμοῖς Ε'. καὶ σ'. ὑποτιθεμένοις ὡδε
δειχθεῖσιν, ἀπασπι ἦδη αἱ ἐν τῷ Ε'. καὶ σ'. Βιβλίῳ ἀποδεῖξεις, ἔχεσθαι τὸ
ἔδραιον· καὶ δῆλον ἄρα ὡς τὸ τῆς ἄμας νοομένης ὑπεροχῆς, εἰτεν ἐλλεί-
ψεως τεκμήριον, ἀπτωμέως ἔχει εἰς διαγνώρισιν τῆς τῶν λόγων ἰσότητος,
ἢ χάρακος μέν τοι, ὑδὲ ἀμέσως, τῆς δὲ ἦν φθάσαντος παρεχόμενα δεκ-
τέως ὄρθως πρῶτον καταγοηθεῖσις.

Αἲλλα γὰρ ἐπεὶ τὸ διὰ τῶν πολλαπλασίων τεκμήριον καί τοι ἀσφα-
λὲς, πορρότερον γεμὴν ὅν τυγχάνει καὶ πεπλεγμένον, ἐτερον ἀντ' ἐκείνη
σαφέσατόν τε ἄμα καὶ ἐγγυτάτω ὅν, ἢ μοι ὑπέρχεται, προδίσομαί τε καὶ δεῖξω.

Θεώρημα Ε'.

„Ἐὰν τὰ ἐπόμενα (γζ, υπ), καὶ τῶν ἐπομένων ἕκαστον μέρος ὅμοιον
„(οὗτον δεκατημόριον, ἑκατοσιμόριον, χιλιοσιμόριον, καὶ ἥτως ἐφεξῆς πέ-
„ρατος ἄνευ), ἐν τοῖς ἡγεμένοις (αβ, ημ) ισαρθρικως φέρεται ὡσι περιεχόμενα,
„οἱ λόγοι (αβ πρὸς γζ, καὶ ημ πρὸς υπ) ίσοι ἔσονται.

Σεσημειώθω, ὅτι τὴν ισάριθμον ἑκατέρωστε περιοχὴν ἐκ τῆς ισαρθρικῆς
ἑκατέρωθεν ἀφαιρέσεως τεκμαιρόμενω.

Δείκνυ. Εἰ μὴ γῶν, ἔσαι τῶν λόγων ὁ ἐτερος, οἷον ὁ αβ πρὸς γζ,
μείζων τῷ λόγῳ ημ πρὸς υπ· καὶ δῆλον τοίνυν, ὅτι Εὔδεῖταις (οὗτον ἡ αδ)
ἐλάσσων τῆς αβ λόγου ἔξει πρὸς γζ, ὅν ημ πρὸς υπ· οὐδέν δὲ ἥττον
σαφές, ὅτι καί τι τῶν ἐπὶ τῆς γζ μορίων (οὗτον εἰπεῖν φέρεται τὸ τριακοσὸν),
ἐλαττον τῆς διαφορᾶς δβ· Εἶτα δὴ ἡ γε τριακοσὸν τῆς γζ, καὶ ἀφαιρεθήτω
ἀπὸ τῆς αβ ὀσάκις ἂν ἔξη, οἷον χιλιάκις, ἔσω δὲ ὅλον τὸ ἀφαιρεθέν αξ.

καὶ ἐπεὶ αὗται εἶναι τίθεται 1000 πρὸς ι τὴν γε, ἡ δὲ γῆ 30 πρὸς μονάδα τὴν γε, ἔσαι αὕτη : γῆ : : 1000 : 30.

κ. 320.

Ηδη οὖν ληφθήτω καὶ ἀπὸ τῆς υπὲρ μέρος τὸ νόμοιον τῷ ληφθέντει γε, ὥλικον τριακοσίου· καὶ ἐπεὶ καθ' ὑπόθεσιν αἱ γε καὶ νόμοιοι τοῖς ἄλλοις ἀντίστοιται, οἷον χιλιάκις, καὶ αὐτὴ δὴ ἡ νόμος ἀπὸ τῆς αβὸς δισάκις ἕξην ἀφήγηται, οἷον χιλιάκις, καὶ αὐτὴ δὴ ἡ νόμος ἀπὸ τῆς αβὸς χιλιάκις ἀντίστοιται. Επεὶ δέ τοι τὸ ὅλον ἀφαιρεθὲν οὐκ ἔστι 1000 πρὸς ι τὴν νόμον, καὶ υπὲρ εἰς 30 πρὸς τὴν αὐτὴν νόμον, ἔσαι δὴ αὕτη : υπὸ : 1000 : 30, τατέσιν ὡς αὕτη πρὸς γῆν. Ηδη δὲ τῆς γε ἀφαιρεθείσης δισάκις ἕξην ἀπὸ τῆς αβὸς, καὶ καταλιπότης τὴν ξβ., τῆς τε ξβ. ἐλάσσονος ὅταν τῆς γε ὑποτιθεμένης, ἡ γε τριακοσιμόριον ὅσα τῆς γῆς ἐλάσσων ἐλήφθη τῆς δβ. τοιγαρεῦν ἡ ξβ. πολλῷ ἐλάσσων τῆς δβ., ὡς εἰς αὕτη μείζων τῆς αδ., καὶ ἐπομένως αὕτη : γῆ > αδ. : γῆ. ἐτίθετο δὲ αδ. : γῆ : : ημ. : υπ., ἅρα αὕτη : γῆ > ημ. : υπ., τατέσι πολλῷ μείζων τῆς ημέρας υπὸ ἀτοπού δὲ, ἐδείχθη καὶ γὰρ αὕτη : γῆ : ημ. : υπ.. Αδύνατου ἅρα τὰς δοθέντας λόγυς αβὸς γῆς καὶ πρὸς υπὲρ εἶναι ἀνίστας, ὡς εἰσὶ εἰσὶν. Ο. Ε. Δ.

Θεώρημα 5.

„Εἰ ἂν ἦτοι τὰ ἐπόμενα (γῆ, υπ.), ἡ τῶν ἐπομένων ὁποιαδήποτε μόρια ὁμοια (οἷον δεκατημόρια), μὴ ἰσαρθρωτές ἐν τοῖς ἡγεμόνοις (αβ., ημ.) περιεχόμενα ἢ, οἱ λόγοι (αβ. : γῆ, καὶ ημ. : υπ.) ἄνιστοι ὔσονται, καὶ τίτων μείζων, καὶ τὸ τὰς ἐπομένις μόριον πλεονάκις ἐμπεριέχεται.

κ. 321.

Εἶσω δὴ περιεχόμενον τὸ γε, δεκατημόριον φέρετε τὴν γῆν, ἐν τῷ αβῷ χιλιάκις, καὶ ἔσω αὕτη 1000 πρὸς ι τὴν γε, τὸ δὲ λοιπὸν ξβ. ἐλαττον τῆς γε. Εἴτα δὴ νόμος δεκατημόριον τῆς υπὲρ περιεχέσθω ἐν τῷ ημέρα 997 καὶ, ὡς εἴη τὸ ημέρα 997 πρὸς ι τὴν νόμον, καὶ δῆλον ὡς τὸ λοιπὸν καὶ ἐλαττον τῆς νόμου, καὶ γε τοῦ ημέρα 1000 καὶ τὸ μεῖζον τῆς ημέρας. Λόλα γὰρ ἔσω ηστε 1000 πρὸς ι τὴν νόμον, καὶ ἐπεὶ αὕτη εἰς 1000 πρὸς ι τὴν γε, καὶ ηστε 1000 πρὸς ι τὴν νόμον, καὶ δὴ καὶ γῆ 10 πρὸς γε, καὶ υπὲρ 10 πρὸς νόμον, ἔσαι αὕτη : γῆ : : ημ. : υπ., ἅρα αβ. : γῆ ἐν μεῖζον λόγῳ, ἢ περ ηστε : υπ., καὶ ἐπομένως ἐν πολλῷ μεῖζον, ἢ ημέρα πρὸς υπ.. Ο. Ε. Δ.

Καὶ ἔσιν ἅρα ἡμῖν ἀναμφίρισον καὶ διδόνον γοηθῆναι τεκμήριον, πρὸς τὴν τῶν ἴσων τε καὶ ἀνίσων λόγων ἐπίκρισιν. Εἴτε οὖν καὶ πάσας, ὁπόσαι μὴ αὐτόπιστοι εἰσὶν, ἔχοιμεν ἀντὶ τὰς τῆς Ε'. Βιβλίον Προτάσεις, ἃς διὰ Γραπτολαθρίσων ὁ Στοιχειώτης ἐπεχείρησεν, ἀποδεῖξαι, εἰμὴ πρόσθετης ἔτεσθαι τοῖς μηδητιώσιν ἐγνώσκειμεν, κατὰ τὴν ἐν τῷ Α. μέρει μέθοδον αὐτὰς μπονέσθαι.

ΜΕΡΟΣ Γ.

**Περὶ τῶν κατὰ τὰς λόγιες Παρονομασῶν, καὶ τέτων Ἀλγορίθμων,
καὶ Συνδέσεως.**

§. Α'.

Διαίρεσις τῶν λόγων.

Διαιρεῖται δὴ πρὸ πάντων ὁ λόγος εἰς λογικὸν καὶ ἄλογον, ώς εἰρηται ἐν Ορ. Δ., ὃ δὲ λογικὸς εἰς τὸν κατ’ ἰστότητα καὶ ἀνιστότητα, ὃς καὶ ὑποδιαιρεῖται εἰς τὸν κατὰ τὴν μείζονα ἀνιστότητα, ἵνα τὸ ἡγεμενὸν μείζον τῷ ἐπομένῳ, καὶ εἰς τὸν κατ’ ἐλάσσονα ἀνιστότητα, ἵνα τὸ ἡγεμενὸν ἔλαττον τῷ ἐπομένῳ.

Τῇ δὲ δὴ λογικῇ λόγῳ τῇ κατὰ τὴν μείζονα τῶν ἀνιστότητων εἶδι πέντε. Οὐ μὲν γάρ Πολλαπλάσιος, ὃ δ’ Επιμόριος, ὃ δ’ Επιμερής, ὃ δὲ πολλαπλάσιος Επιμόριος, ὃ δὲ πολλαπλάσιος Επιμερής.

Καὶ Πολλαπλάσιος μὲν, ὅτε ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα τῶν ὅρων πλεονάκις περιέχων ἐσὶν, οἷον δις, τρὶς, τετράκις, καὶ τοιούτους, ὃς καὶ φερωνύμως ἀπὸ τῆς περιοχῆς διπλάσιος ἀκύρει, καὶ τριπλάσιος, καὶ τετραπλάσιος, καὶ τοιούτους.

Επιμόριος δὲ λόγος, ὅτε ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα τῶν ὅρων ἀπαξ περιέχει, καὶ μόριόντι τῶν ἐν αὐτῷ, οἷος ὁ λόγος 3 πρὸς 2, ἢ 6 πρὸς 4, ὃς καλεῖται καὶ Ημιόλβιος· ὁ γάρ τοι μείζων τὸν ἐλάσσονα ἀπαξ περιέχει, καὶ τέταντι μείζειαν· καὶ ὁ λόγος 4 πρὸς 3, ἢ 16 πρὸς 12, ὃς καὶ Επίτριτος λέγεται, τῷ μείζονος τὸν ἐλάσσονα ἀπαξ, καὶ τέταντι πρὸς τριτυμόριον περιέχοντος, καὶ ἐτοις ἐφεξῆς.

Λόγος δὲ ἐπιμερής ἐσὶν, ὅτε ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα τῶν ὅρων ἀπαξ περιέχει, καὶ τέταντι μέρη μὴ μόριον συναποτελεῖται. Τοιοῦτος ὁ λόγος 8 πρὸς 5, καὶ 14 πρὸς 10, τὸ γάρ 8 περιέχει τὸ 5 ἀπαξ, καὶ ἔτι πρὸς 3, ἀτινάκις ἐσὶ τρία πεμπτυμόρια τῇ αὐτῇ ἀριθμῷ 5, ἀπερ ἀμαρτιώντα μόριον ἐν τῷ πενταδικῇ ἀδαμῶς δίδωσιν· ὥστα τὸ 14 περιέχει τὰ 10 ἀπαξ, καὶ δις 2, τατέσι δύο πεμπτυμόρια τῇ ἀριθμῷ 10, ἀττα ἀμαρτιώντα (ἴτοι 4) ἔντι μόριον τῷ 10 ἄκιντα συναποτελεῖται. Προσετέθη τοῦτο τὸ μόριον μὴ συναποτελεῖν, εἰη γάρ ἀντίπερον ἀδικίας ὁ λόγος Επιμόριος.

Λόγος δὲ πολλαπλάσιος ἐπιμόριος ἐσὶν, ὅτε ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα

πλεονάκις περιέχει, οὐ ἔτι πρὸς αὐτῆς μόριον, οἶος ὁ λόγος 5 πρὸς 2, οὐ τοι πρὸς 4 κατ.

Δόγος δὲ πολλαπλάσιος ἐπιμερής ἐσιν, ὅτε ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα πλεονάκις περιέχει, οὐ ἔτι μέρη τῆς αὐτῆς, μηδέν τι μόριον συναποτελεῖται· τοιότος ὁ λόγος 8 πρὸς 3, οὐ 16 πρὸς 6, κατ.

§. Β'.

Περὶ Παρονομαῖς τῷ λόγῳ τῷ λογικῷ.

Παρονομαῖς τῷ λογικῷ λόγῳ ἐσιν, ὁ σαφῶς τε οὐ εὔκρινῶς ἐκδηλῶν τὴν θατέρῳ τῶν ἀριθμῶν διέσιν πρὸς θάτερον, ἀμέλειτοι ὁ γάτως ἔχων πρὸς τὴν μονάδα, ὡς ὁ μείζων τῶν ὅρων πρὸς τὸν ἐλάσσονα, οὐ παραδεικνὺς ὁσπέκτικος ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα περιέχει, ἦ (ὁ ταυτὸν ἐσιν) ὁσάκις ὁ ἐλάσσοναν ἐν τῷ μείζονι περιέχεται. Τῷ γενν λόγῳ 27 πρὸς 9 Παρονομαῖς ἐσιν ὁ 3, ἐσι γάρ τὰ 3 πρὸς τὴν μονάδα, ὡς 27 πρὸς 9. ὁ δεκανυται διὰ τὸ 3, ὅτι τρίς ἐν τῷ ἥγεινω τὸ ἐπόμενον περιέχεται.

Λόγῳ δὲ παντὸς ὁ Παρονομαῖς ἐξευρίσκεται, τῷ μείζονος τῶν ὅρων διαιρεμένῳ διὰ τῷ ἐλάσσονος, οὕτω γάρ τοι τὸ ἐκ τῆς διαιρέσεως Πηλίκου, τῷ λόγῳ Παρονομαῖς ἐσαι, καθότι γε τὸ Πηλίκου ἐσὶ πρὸς τὴν Μονάδα, ὡς ὁ Διαιρετέος πρὸς τὸν Διαιρέτην, ταυτὸν εἰπεῖν, ὡς τῶν ὅρων ὁ μείζων πρὸς τὸν ἐλάσσονα.

Οἶον δὴ κείσθω λόγος 60 πρὸς 6. διαιρείσθω δὲ τὰ 60 διὰ 6, οὐ Πηλίκον ἀνακύψει τὸ 10, ὁ δὲ τῷ λόγῳ τυγχάνει Παρονομαῖς. Α' οὐδὲ κείσθω λόγος 60 πρὸς 16, διαιρείσθω δὲ 60 διὰ 16, Πηλίκου ἀνακύψει 3. ὃς ἐσιν ὁ Παρονομαῖς.

§. Γ'.

Περὶ Παρονομαῖς τῶν λόγων τῶν ἄλλογων.

Τῶν ἄλλογων λόγων ἐφ' ἔντι κοινὸν ἐπόμενον ἀναχθέντων, τὰ τέ κοινῶν ἐπομένων ἥγεινεν, οἱ Παρονομαῖαι αὐτῶν ἔσονται, τὸ δέ τοι κοινὸν ἐπόμενον ἔργους τε, οὐ τάξιν Μονάδας πληρώσει.

Λόγῳ δὲ οὐδενὸς, ὃς ἀν ἄλογος ἦ, μόνα ἐκκειμένη τὸν Παρονομαῖην δυνατὸν παρασῆσαι. Ε' αὐτὸν δέ δύω οὐ πλείστη τύχωστε καθ' ἔτερόν τινα γάρ, οἱ τέτων Παρονομαῖαι παρασᾶσσιν δεικνύντες δηλούστι, ὅπως τῶν λόγων ὁ ἔτερος ἔχει πρὸς θάτερον, ὁ δέ περ ἄριστη σεγιμειώκως φέρεται Γρηγόριος ὁ παρὰ τῷ

Α'γίας Βικεντίας ἐν Βιβλ. Η'. τῇ Γεωμετρικῇ ποιήματος αὐτῆς Ο'ρ. Β'. Οὗτος οὖν πολλοῖς τε καὶ ἐπισήμοις εὑρίμασι τὴν Γεωμετρικὴν ἐπαυξάνεταις, ἐν τῷ Η'. μάλιστα Βιβλίῳ τῇ εἰρημένῃ Συγγράμματος, ὡς καὶ νῦν τιγατὸς χεδὸν ἐπισήμην περὶ Αὐτολογιῶν δειμάμενος εἰκότως γεραίρεται.

Κείθωσαν οὖν ἄλογοι λόγοι Α πρὸς Β, καὶ Γ πρὸς Δ, καὶ ἀναχθήτωσαν πρὸς τὰς λόγους $\frac{2}{3} : \frac{9}{2}$, καὶ η : θ : θ κοινὸν ἔχοντες ἐπόμενον τὸ θ, ὡς εἶναι τὸς λόγουν $\frac{2}{3} : \frac{9}{2} = \text{Α} : \text{Β}$, καὶ τὸν λόγουν η : θ = Γ : Δ. Εἴπερ δὴ τέτων τὸ κοινὸν ἐπόμενον θ, τὸ ἔργον ἐκτελέσει τὸ τῆς Μονάδος, τὰ δὲ ὑγεύμενα $\frac{2}{3}$ καὶ η ἐσσται οἱ Παρονομαστοὶ τῶν λόγων $\frac{2}{3}$ πρὸς θ, καὶ η πρὸς θ (τατέσι τῶν λόγων Α πρὸς Β, καὶ Γ πρὸς Δ). παραδεικνύσσει γὰρ ὅπως ὁ ἔτερος τῶν λόγων ἔχει πρὸς θάτερον, καὶ γένεται $\frac{2}{3} : \eta$, ὡς ὁ λόγος $\frac{2}{3} : \theta$ πρὸς τὸν λόγον η : θ, ὥστοι $\frac{2}{3} : \theta$ πρὸς τὸν Γ : Δ.

S. Δ'.

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

Οἱ λόγοι ($\frac{2}{3} : \theta$ καὶ η : θ), οἵ τοι κοινὸν ἔσιν ἐπόμενον (τὸ θ), λόγουν ἔχοντες Α. πρὸς ἄλλιάς τις, ὑλίκου τὰ ὑγεύμενα ($\frac{2}{3}$ καὶ η)· ἔσι δὲ η Β'. τῶν ἐν τῷ Η'. Βιβλ. παρὰ Γρηγ. τῷ εἰρημένῳ.

Τατέσι δὲ ὁ λόγος η : θ τοσότῳ μείζων ἔστι τῇ $\frac{2}{3} : \theta$, ὅσῳ τὸ η μείζον τυγχάνει τῇ $\frac{2}{3}$.

Οἱ λόγοι ($1 : \lambda$, καὶ $1 : \mu$) οἵ τοι κοινὸν ἔσι τὸ ὑγεύμενον, τὸν κατὰ τὰ ἐπόμενα λόγουν ἀντιπεπόνθασιν· ἔσι δὲ Πρότ. Ζ'. τῶν ἐν τῷ Η'. Βιβλ. παρὰ Γρηγ.

Τέτο δέ ἔσιν, ὅτι ὁ λόγος $1 : \lambda$ ἔστι πρὸς τὸν λόγον $1 : \mu$, ὡς ἀντισφέρως μ ἐπόμενον πρὸς λ ἐπόμενον, ὥστοι ὁ λόγος $1 : \lambda$ τοσότῳ μείζων τῇ $1 : \mu$, ὅσῳ τὸ μ μεῖζον τῷ λ.

Οἱ λογικοὶ τῶν λόγων εἰσὶ πρὸς ἄλλιάς τις οἱ τέτων Παρονομαστοί. Γ'.

Οἵσιν κείθωσαν λόγοι ΙΙ πρὸς ΙΙΙ, καὶ ΙΙΙ πρὸς ΙΙΙΙ, ὡν Παρονομαστοὶ 4 καὶ $2\frac{1}{2}$. καὶ κατὰ τὸν Ορισμὸν (Ι) $12 : 3 = 4 : 1$, δὲ λόγος $15 : 6 = 2\frac{1}{2} : 1$. ἀλλαμήν $4 : 1$ ἔστι πρὸς τὸν λόγον $2\frac{1}{2} : 1$, ὡς (2) $4 : 2\frac{1}{2}$, ἢρα καὶ ὁ λόγος $12 : 3$ ἔστι πρὸς τὸν λόγον $15 : 6$, ὡς ὁ Παρονομαστὸς 4 πρὸς τὸν Παρονομαστὸν $2\frac{1}{2}$.

§. Ε'.

Η τῶν λογικῶν λόγων πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις.

Προσθένται οἱ λόγοι τῶν κατ' αὐτὰς Παρονομασῶν προσιθεμένων· δύο τοι λόγοις, ὃν τὸ τῶν Παρονομασῶν ἄθροισμα ἔχει πρὸς τὴν μονάδα, τὸ τῶν δοθέντων λόγων τυγχάνει ἄθροισμα.

Κείσθωσαν λόγοι 12 : 3 καὶ 15 : 6, καὶ τέταρτων Παρονομασῶν 4 καὶ 2 $\frac{1}{2}$ προσιθέμενοι ἀλλήλοις καὶ 6 $\frac{1}{2}$ συναποτελεῖτες· ὁ τοίνυν λόγος 6 $\frac{1}{2}$ πρὸς 1, οὗσος κρίνεται τοῖς λόγοις 12 : 3 καὶ 15 : 6. Δῆλον δὲ ἐκ τῶν Α' ἔισι τῷ Γ'. Α' φαίρενται δὲ ἀφαίρεμένη τῇ ἐλάσσονος τῶν Παρονομασῶν ἀπὸ τῇ μείζονος, ὃν γὰρ ἔχει λόγου τὸ λοιπὸν πρὸς τὴν μονάδα, τοιῆτον ἔχει τὸ λοιπὸν, μετὰ τὸ τὸν ἐλάσσονα τῶν λόγων ἀπὸ τῇ μείζονος ἀφαίρεσθαι. Δῆλον καὶ τῦτο ἔκτε τῷ Α'. καὶ τῷ Γ'. Α' ἔισι.

Κείσθωσαν οἱ λόγοι 12 : 3 καὶ 15 : 6, ὡν Παρονομασῶν 4 καὶ 2 $\frac{1}{2}$, ἀφαιρεῖται δὲ ὁ ἐλάσσων 2 $\frac{1}{2}$ ἀπὸ τῇ μείζονος 4, ὡς λοιπὸν εἶναι $\frac{1}{2}$. Τὰ γεννήτα πρὸς τὴν 1, ἐξὶν ὡς ὁ λοιπὸς λόγος, μετὰ τὴν γενομένην ἀφαίρεσιν τῇ 15 : 6 ἥτοι τῷ 2 $\frac{1}{2}$: 1, ἀπὸ τῇ λόγῳ 12 : 3, ἥτοι 4 : 1.

§. Σ'.

Η τῶν ἀλόγων λόγων πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις.

Οἱ δοθέντες λόγοι (Α : Β καὶ Γ : Δ) ἀναγράφεται ἐπὶ τὸ τὸ αὐτὸν ἔχοντας ἐπόμενον (Ζ : Ζ καὶ η : η, τὸ η· τῶν γεννητῶν ἡγεμένων Ζ καὶ η προσεδέντων ἀλλήλοις, ἔσαι τὸ ἄθροισμα ζη πρὸς τὸ ἐπόμενον η, οὗσον τοῖς λόγοις Ζ : Ζ καὶ η : η, τυτέσι τοῖς λόγοις Α : Β καὶ Γ : Δ.

Η δὲ τέταρτων ἀφαίρεσις τελεῖται τῶν δοθέντων λόγων ἐπὶ τὸ αὐτὸν κοινὸν ἐπόμενον ἀναγομένων, καὶ τῇ ἐλάσσονος ἡγεμένη, οἷον τῇ η, ἀπὸ τῇ μείζονος φέρεται ζ ἀφαίρεμένη· ὁ γάρ τοι τῇ λοιπῇ πρὸς η, ἐξὶν ὁ λοιπὸς, μετὰ τὸ τὸν λόγον η : η, ἥτοι τὸν Γ : Δ ἀφαίρεσθαι ἀπὸ τῇ λόγῳ Ζ : Ζ, ἥτοι τῇ Α : Β. Δῆλον ἐκ τῷ Α'. Α' ἔισι.

§. Ζ'.

Ο τῶν λογικῶν λόγων πολλαπλασιασμὸς, καὶ ἡ τέταρτων διαίρεσις.

Οἱ τῶν λόγων Παρονομασῶν ἐπὶ ἀλλήλοις πολλαπλασιασθεῖτες, δώ-