κύκλοις ὑποτείνουσιν ἴσας γωνίας, εἴτε πρὸς τῷ κέντρῳ, εἴτε πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὡς τὸ ΓΒ = ΒΔ. σχ. 92.

ζ. Τμῆμα κύκλου λέγεται τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ χορδῆς καὶ τόξου; ὡς τὸ ΑΓΒΕ. σχ. 90.

η'. Τμήματος γωνία λέγεται ἡ περιεχομένη ὑπὸ χορδῆς καὶ τόξου, ὡς ἡ ΓΔΕ, ἢ ΓΒΕ: σχ. 90.

θ'. Ἐν τμήματι γωνία λέγεται ἡ ἔχουσα τὴν κορυφὴν εἰς τὴν περιφέρειαν, καὶ περιεχομένη ὑπὸ χορδῶν; ὡς ἡ ΑΓΒ. σχ. 112.

ι'. Ἐπιβέβηκε λέγεται ἡ ἐν τμήματι γωνία ἐπὶ τὸ τόξον, ὅταν τοῦτο τὸ τόξον μὲ τὸ τμῆμα τοῦ κύκλου ἐκπληρῶσι τὴν περιφέρειαν. Οὕτως ἡ γων. ΑΠΒ ᾽πιβέβηκεν ἐπὶ τόξου ΑγΒ.. διότι τοξ. ΑΠΒ + τοξ. ΑγΒ = 360°. σχ. 110.

ια'. Τομεὺς λέγεται τρίγωνον ἔχον τὴν μὲν κορυφὴν εἰς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, τὰς δὲ δύο πλευρὰς χορδὰς τὴν δὲ βάσιν τόξον, ὡς τὸ ΑΚΒγΑ. σχ. 110.

ιβ'. Τμήματα ὅμοια κύκλου λέγονται, ὅταν αἱ ἐν αὐτοῖς γωνίαι ἦναι ἴσαι ἀλλήλαις.

Π ρ ό τ α σ ι ς. α'.

Τοῦ δοθεύτος κύκλου νὰ εὕρῃ τις τὸ κέντρον.

Ἔςω ΑΕΒΔ ὁ δοθεὶς κύκλος. σχ. 90.

Ἄγω ἐν αὐτῷ τυχοῦσαν χορδὴν, ὡς τὴν ΑΒ.. τέμνω αὐτὴν δίχα κατὰ τὸ σημεῖον Γ.. ἀνάγω πρὸς ὀρθὰς μὲ αὐτὴν τὴν ΓΔ.. ἐπεκτείνων αὐτὴν ἀπὸ τοῦ ἀπέναντι μέρους μέχρι τῆς περιφερείας Ε.. τέμνω δίχα τὴν χορδὴν ΔΕ κατὰ τὸ Κ σημεῖον, καὶ λέγω ὅτι τὸ σημεῖον Κ εἶναι τὸ ζητούμενον σημεῖον.

Εἰδὲ καὶ δὲν εἶναι, ἔςω ἓν ἄλλο, ὡς τὸ Ζ.. ἄγω τὰς ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ εὐθείας, καὶ ἔχω εἰς τὰ τρίγωνα ΑΓΖ, ΒΓΖ τὴν μὲν ΖΑ = ΖΒ, καθὸ ἡμιδιαμέτρους, τὴν δὲ ΑΓ = ΓΒ, ἐκ τῆς κατασκευῆς, καὶ κοινὴν τὴν ΖΓ, καὶ διὰ τοῦτο καὶ τὴν γων. ΑΓΖ = γων. ΒΓΖ (πρ. η΄. βιβ. α΄): ὅ ἐςιν ἡ ΓΖ πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν ΑΒ (ὁρ. ζ. βιβλ. α΄), ὅπερ εἶναι ἀδύνατον, ὡς οὔσης τοιαύτης τῆς ΓΚ (πόρ. ιβ΄. προ. λβ΄. βιβ. α΄). Μὴ ὄντος λοιπὸν τοῦ σημείου Ζ κέντρου τοῦ κύκλου ΑΓΒΔ, μήτε ἄλλου τινὸς ἐκτὸς τοῦ Κ, θέλει εἶναι τὸ Κ, ὡς ἐζητεῖτο.

Πρότασις. β΄.

Ἐὰν ληφθῶσι δύο σημεῖα ἐπὶ τῆς περιφερείας, καὶ διαζευχθῶσι διά τινος εὐθείας, αὕτη ἡ εὐθεῖα πεσεῖται ὁλόκληρος ἐντὸς τοῦ κύκλου: τουτέςιν εἶναι χορδή.

Ἔςωσαν Α καὶ Β τὰ ζευχθησόμενα σημεῖα, καὶ ΑΒ ἡ ταῦτα ζευγνύουσα εὐθεῖα, τότε λέγω ὅτι ἡ ΑΒ εὐθεῖα κεῖται ὁλόκληρος ἐν τῷ κύκλῳ ΑΒΔ. σχ. 91.

Εὑρίσκω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ΑΒΔ (πρ. α΄), καὶ ἔςω τὸ Κ.. ἄγω τὴν ΚΓ ἐπὶ τὴν ΑΒ εἴτε πρὸς ὀρθὰς, εἴτε μή.. καὶ ἔςω ἡ μία γωνία, ὡς ἡ ΚΓΛ > 90°.. ἄγω τὰς ἡμιδιαμέτρους ΚΑ, ΚΒ. Τώρα ἐπειδὴ καὶ ἡ γων. ΑΓΚ εἶναι ἀμβλεῖα, τούτου ἕνεκεν αἱ λοιπαὶ δύο θέλουσιν εἶναι ὀξεῖαι (πόρ. ε΄. προ. λβ΄. βιβ. α΄), καὶ διὰ τοῦτο ἡ γων. ΑΓΚ > γων. ΚΑΓ, καὶ ἑπομένως καὶ ἡ πλευρὰ ΚΑ > ΚΓ (πρ. ιθ΄. βιβλ. α΄.).. ἀλλὰ τὸ πέρας τῆς ΚΑ εἶναι περιφέρεια, τούτου ἕνεκεν τὸ πέρας τῆς ΚΓ εὐθείας εἶναι ἐγγύτερον τοῦ κέντρου Κ: ὅ ἐςι τὸ σημεῖον Γ κεῖται ἐντὸς τοῦ κύκλου. Ὁμοίως τι ἤθελε λεχθῆ καὶ περὶ παντὸς ἄλλου σημείου τῆς ΑΒ εὐθείας. Ὥςε ἡ ΑΒ εὐθεῖα κεῖται ὁλόκληρος ἐντὸς τοῦ κύκλου ΑΒΔ, ὡς προετέθη.

Π ό ρ ι σ μ α.

Ὥςε πᾶσα εὐθεῖα ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου ἐφάπτεται αὐτοῦ καθ' ἓν μόνον σημεῖον, ἀλλέως ἂν ἐφάπτηται αὐτοῦ κατὰ δύο, θέλει πέσει ἐντὸς, καὶ τότε θέλει εἶναι πλέον μὴ ἐφαπτομένη (ὅρ. β'.).

Π ρ ό τ α σ ι ς γ'.

Ἐν κύκλῳ ἂν ἡ διάμετρος τέμνη μίαν χορδὴν δίχα, ταμεῖ αὐτὴν καὶ πρὸς ὀρθὰς, καὶ ἂν πρὸς ὀρθὰς, καὶ δίχα.

Ἔςω ΑΒ διάμετρος τοῦ κύκλου, καὶ ἔςω α'. ἡ ΓΔ δίχα τετμημένη κατὰ τὸ Ε, τότε λέγω ὅτι γων. ΓΕΚ = γων. ΔΕΚ. σχ. 92.

Ἄγω τὰς ἡμιδιαμέτρους ΚΓ, ΚΔ.

Εἰς τὰ τρίγωνα ΚΓΕ; ΚΔΕ ἡ μὲν ΚΓ = ΚΔ, καθὸ ἡμιδιάμετροι, ἡ δὲ ΓΕ = ΕΔ, ἐξ ὑποθέσεως, καὶ ἡ ΚΕ κοινὴ, ὥςε ἡ γων. ΚΕΓ = γων. ΚΕΔ (πρ. η'. βιβ. α'.): ὅ ἐςιν εἶναι ὀρθαὶ (ὅρ. ζ'. βιβ. α'.).

β'. Ἔςω ἡ γων. ΚΕΓ = γων. ΚΕΔ.. Ἀλλὰ καὶ ἡ γων. Γ = γων. Δ, ὡς γωνίαι ἰσοσκελοῦς τριγώνου τοῦ ΚΓΔ, καὶ ἡ ΚΓ = ΚΔ, διὰ τοῦτο καὶ ἡ ΓΕ = ΕΔ (πρ. κς'. βιβλ. α'.): ὅ ἐςιν ἡ ΓΔ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς διαμέτρου ΑΒ, ὅπερ εἶναι τὸ δεύτερον μέρος τῆς προτάσεως. Ὥςε...

Π ό ρ ι σ μ α α'.

Ὥςε ἡ χορδὴ ἡ τέμνουσα δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀλλην χορδὴν εἶναι διάμετρος, εἴτε κεῖται ἐπ' αὐτῆς τὸ κέντρον.

Π ό ρ ι σ μ α β'.

Εὐκόλως ἤθελε τάμοι τις ἓν τόξον δίχα. Καθότι ἔςω ΓΒΔ τὸ δοθὲν τόξον· ἄγω τὴν ΓΔ χορδήν.. τέμνω αὐτὴν δίχα κατὰ τὸ Ε σημεῖον., αἴρω πρὸς ὀρθὰς μὲ αὐτὴν τὴν ΕΚΛ.. ἐπεκτείνω αὐτὴν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου μέχρι τῆς περιφερείας Β, καὶ ἔςαι ΓΒ = ΒΔ.. διότι ἡ γων. ΓΚΒ = γων. ΔΚΒ (ὅρ. ϛ').

Π ρ ό τ α σ ι ς. δ'.

Ἐν κύκλῳ ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας ἐκτὸς τοῦ κέντρου, εἶναι ἀδύνατον νὰ τάμωσιν ἀλλήλας δίχα. Τεμνέτωσαν ἀλλήλας αἱ ΑΒ, ΓΔ κατὰ τὸ σημειον Ε, λέγω ὅτι εἶναι ἀδύνατον νὰ ἦναι ἡ μὲν ΑΕ = ΕΒ, ἡ δὲ ΓΕ = ΕΔ. σχ. 93.

Ἔςω ὅμως τοῦτο δυνατόν. Τότε ἄγων τὴν διάμετρον ΖΗ διὰ τοῦ Ε σημείου, ἔξω τέσσαρας ὀρθὰς γωνίας: τουτέςι γων. ΖΕΒ = γων. ΖΕΔ = 90° (πρ. γ'.): ὅ ἐςι τὸ ὅλον ἴσον μὲ τὸ ἴδιον μέρος, ὅπερ εἶναι ἄτοπον. Ὥςε αἱ χορδαὶ ΑΒ, ΓΔ δὲν ἔταμον ἀλλήλας δίχα.

β'. Ἂς διέρχηται ἡ μία εὐθεῖα, ὡς ΖΗ, διὰ τοῦ κέντρου Κ, τότε οὐδεμῶς ὀλιγώτερον ἡ τομὴ αὐτῆς διά τινος χορδῆς, ὡς διὰ τῆς ΑΒ, δὲν θέλει γένει δίχα.. διότι τότε ἡ ΖΕ > ΕΗ. Ὥςε...

Π ρ ό τ α σ ι ς. ϛ'.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, οὐχ ἕξουσι τὸ αὐτὸ κέντρον.

Οἱ κύκλοι ΑΒΓ, ΑΔΕ ἂς ἐφάπτονται κατὰ τὸ

Α σημείου, λέγω ὅτι δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἔχωσι τὸ αὐτὸ κέντρον. σχ. 93.

Εἰδὲ καὶ εἶναι δυνατὸν, ἔςω τὸ σημεῖον Κ.

Πρὸς τὸ σημεῖον τῆς ἐπαφῆς Α ἄγω τὴν ἡμιδιάμετρον ΚΑ, ὡσαύτως καὶ τυχοῦσαν ἡμιδιάμετρον τὴν ΚΕΓ.. καὶ ἔχω ΚΑ = ΚΓ, ὡς ἡμιδιαμέτρους τοῦ κύκλου ΑΒΓ.. ὡσαύτως καὶ τὴν ΚΑ = ΚΕ, ὡς ἡμιδιαμέτρους τοῦ κύκλου ΑΔΕ.. ὥςε καὶ ἡ ΚΓ = ΚΕ: ὅ ἐςι τὸ ὅλον ἴσον μὲ τὸ ἴδιον μέρος, ὅπερ εἶναι ἄτοπον. Ὥςε...

Π ρ ό τ α σ ι ς. ε'.

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐχ ἕξουσι τὸ αὐτὸ κέντρον.

Εἰ δὲ καὶ εἶναι δυνατὸν, ἔςω τὸ αὐτὸ κέντρον Κ κέντρον κοινὸν τῶν δύο κύκλων ΑΒΓ, ΔΒΕ. σχ. 94.

Ἄγω τὰς ἡμιδιαμέτρους ΚΓ, ΚΕ τοῦ κύκλου ΔΒΕ, ὅθεν ἡ ΚΓ = ΚΕ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΓ = ΚΖ, καθὸ ἡμιδιάμετροι τοῦ κύκλου ΑΒΓ.. ὥςε ἡ ΚΕ = ΚΖ (ἀξ. α'.): ὅ ἐςι τὸ ὅλον ἴσον μὲ τὸ ἴδιον μέρος, ὅπερ εἶναι ἄτοπον. Ὥςε.

Π ρ ό τ α σ ι ς. ζ'.

Ἐὰν ἀπό τινος σημείου ἐντὸς τοῦ κύκλου, πλὴν τοῦ κέντρου, ἀχθῶσιν εὐθεῖαι εἰς τὴν περιφέρειαν, ἡ διὰ τοῦ κέντρου θέλει εἶναι ἡ μεγίςη, τῶν δὲ λοιπῶν ἡ ἀεὶ ἐγγιὸν αὐτῆς θέλει εἶναι μείζων τῶν ἀπωτέρω, καὶ ἐλαχίςη ἡ ἀπωτάτω.. καὶ δύο μόνον ἑκατέρωθεν τῆς ἐλαχίςης θέλουσιν εἶναι ἴσαι ἀλλήλαις.

Ἔςω α τὸ δοθὲν σημεῖον, καὶ Κ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ΑΔΒΗ· λέγω α΄. ὅτι ἡ αΑ εἶναι ἡ μεγίστη.. β΄. ὅτι ἡ $\alpha\Gamma > \alpha\Delta > \alpha E > \alpha B$.. γ΄. ὅτι ἡ αΒ εἶναι ἡ ἐλαχίστη ἁπασῶν.. καὶ δ΄. ὅτι ἡ $\alpha E = \varepsilon\Theta$, καὶ ἡ $\alpha\Gamma = \alpha Z$. σχ. 96.

Ἡ $KA = K\Gamma$, καθὸ ἡμιδιάμετροι.. προστίθημι κοινῶς τὴν αΚ, καὶ ἔχω $\alpha K + K\Gamma = \alpha A$, ἀλλ᾽ αἱ $\alpha K + K\Gamma > \alpha\Gamma$ (πρ. κ΄. βιβ. α΄).. ὥστε καὶ ἡ $\alpha A > \alpha\Gamma$. Ὁμοίως ἤθελεν ἀποδειχθῆ καὶ ἡ αΑ μείζων ἁπασῶν τῶν λοιπῶν.

β΄. Εἰς τὰ τρίγωνα ΚΓα, ΚΔα ἔχω τὴν μὲν $K\Gamma = K\Delta$, καθὸ ἡμιδιαμέτρους, τὴν δὲ Κα κοινήν, τὴν δὲ γωνίαν $\alpha K\Gamma >$ γων. αΚΔ, ὡς ὅλον καὶ μέρος.. ὥστε καὶ ἡ $\alpha\Gamma > \alpha\Delta$ (πρ. κδ΄. βιβ. α΄): ὅ ἐστιν ἡ ἔγγιον τῆς αΑ εἶναι μείζων τῆς ἀπωτέρω.

γ΄. Αἱ $K\alpha + \alpha E > KE$ (πρ. κ΄. βιβ. α΄).. ἀλλ᾽ ἡ $KE = KB$, καθὸ ἡμιδιάμετροι, διὰ τοῦτο αἱ $K\alpha + \alpha E > KB$.. ἀφαιρῶ κοινῶς τὴν Κα, καὶ μένει $\alpha E > \alpha B$: ὅ ἐστιν ἡ αΒ, ἡ οὖσα ἀπωτάτω τῆς αΑ, εἴτε μέρος τῆς διαμέτρου ΑΒ εἶναι ἡ ἐλαχίστη ἁπασῶν.

δ΄. Εἰς τὰ τρίγωνα ΕαΚ, ΘαΚ συνίστημι τὴν γων. ΕΚα = γων. ΘΚα (πρ. κγ΄. βιβ. α΄): ἡ ἀνθέλκης λαμβάνω τοξ. ΕΒ = τοξ. ΒΘ.. ἀλλ᾽ ἔχω καὶ $KE = K\Theta$, καθὸ ἡμιδιαμέτρους, καὶ τὴν Κα κοινήν.. ὥστε καὶ ἡ $KE = K\Theta$ (πρ. δ΄. βιβ. α΄). Ὁμοίως ἤθελεν ἀποδειχθῆ, καὶ ἡ $\alpha\Gamma = \alpha Z$, ἂν τοξ. ΓΑ = τοξ. ΑΖ. Ὥστε...

Π ό ρ ι σ μ α.

Ὥςε ἡ ἀεὶ ἔγγιον τῆς ἐλαχίςης εἶναι ἐλλάσσων τῶν ἀπωτέρω.

Π ρ ό τ α σ ι ς. η'.

Ἐὰν ἀπότινος σημείου, ἐκτὸς τοῦ κύκλου, ἀχθῶσι διατέμνουσαί τε εἰς αὐτὸν καὶ προσπίπτουσαι, ἐκ μὲν τῶν διατεμνουσῶν ἡ μὲν διὰ τοῦ κέντρου θέλει εἶναι ἡ μεγίςη, ἡ δὲ ἀεὶ ἔγγιον αὐτῆς μείζων τῶν ἀπωτέρω.. ἐκ δὲ τῶν προσπιπτουσῶν, ἡ μὲν μεταξὺ τῆς διαμέτρου καὶ τοῦ σημείου θέλει εἶναι ἡ ἐλαχίςη, ἡ δ' ἀεὶ ἔγγιον αὐτῆς ἐλάσσων τῶν ἀπωτέρω.. καὶ μόναι δύο ἑκατέρωθεν τῆς ἐλαχίςης θέλουσιν εἶναι ἴσαι ἀλλήλαις.

Ἔςω α τὸ ἔξω τοῦ κύκλου ΑΔΒΖ τὸ δοθὲν σημεῖον καὶ Κ τὸ κέντρον αὐτοῦ· τότε, λέγω ὅτι ἡ μὲν $\alpha B > \alpha \Gamma > \alpha \Delta$, κτξ.. ἡ δὲ $\alpha\Gamma > \alpha\Delta$ κτξ.. καὶ ὅτι ἡ μὲν $\alpha A < \alpha H < \alpha \Theta <$, κτξ· ἡ δὲ $\alpha H < \alpha\Theta$.. καὶ ὅτι ἡ μὲν $\alpha\Gamma = \alpha E$, ἡ δὲ $\alpha H = \alpha I$· ἂν τοξ. ΒΓ = τοξ. ΒΕ. σχ. 97.

Ἄγω τὰς ἡμιδιαμέτρους ΚΓ, ΚΔ, ΚΘ, ΚΗ, ΚΙ, ΚΕ.

α'. Ἡ $\alpha B = \alpha K + K\Gamma$, ὡς οὔσης τῆς $KB = K\Gamma$· ἀλλ' αἱ $\alpha K + K\Gamma > \alpha\Gamma$ (πρ. κ'. βιβλ. α').. ὥςε καὶ ἡ $\alpha B > \alpha\Gamma$: ὅ ἐςιν ἡ διατέμνουσα ἡ διὰ τοῦ κέντρου διερχομένη εἶναι μείζων τῶν λοιπῶν.

β'. Εἰς τὰ τρίγωνα αΓΚ, αΔΚ ἡ μὲν $K\Gamma = K\Delta$, ἡ δὲ αΚ κοινή· ἡ δὲ γων. $\alpha K\Gamma >$ γων. αΚΔ, ὡς ὅλον καὶ μέρος.. ὥςε καὶ ἡ $\alpha\Gamma > \alpha\Delta$· (πρ. κδ'.

βιβ. α'): ὅ ἐςιν ἡ ἀεὶ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου εἶναι μείζων τῶν ἀπωτέρω.

γ'. Ἡ αΚ $<$ αΗ $+$ ΚΗ (πρ. κ'. βιβ. α')∴ ἀφαιρῶ κοινῶς τὰ ἴσα: ὅ ἐςι ΚΑ $=$ ΚΗ, καὶ μένει αΛ $<$ αΗ: ὅ ἐςιν ἡ εὐθεῖα ἡ μεταξὺ τῆς διαμέτρου ΑΒ καὶ τοῦ σημείου α εἶναι ἐλλάσσων ἁπασῶν.

δ'. Εἰς τὰ τρίγωνα αΚΗ, αΚΘ ἡ μὲν ΚΗ $=$ ΚΘ, ἡ δὲ αΚ κοινὴ, ἡ δὲ γων. αΚΗ $<$ γων. αΚΘ, ὡς μέρος καὶ ὅλον∴ ὥςε καὶ ἡ αΗ $<$ αΘ (πρ. κδ'. βιβλ. α'): ὅ ἐςιν ἡ ἐγγὺς τῆς ἐλαχίςης αΛ εἶναι ἐλάσσων τῶν ἀπωτέρω.

ε'. Εἰς τὰ τρίγωνα αΓΚ, αΕΚ ἐκτελῶ τὴν γων. αΚΓ $=$ αΚΕ∴ ἀλλ' ἔχω καὶ τὴν ΚΓ $=$ ΚΕ, καθὸ ἡμιδιαμέτρους, καὶ τὴν αΚ κοινήν∴ ὥςε καὶ ἡ ΑΓ $=$ αΕ (πρ. δ'. βιβ. α'). Ὡσαύτως ἤθελεν ἀποδειχθῆ, καὶ ἡ αΗ $=$ αΙ, φθάνει μόνον νὰ ἦναι τόξ. ΓΒ $=$ ΒΕ, εἴτε ΑΗ $=$ ΑΙ. Ὥςε δύο μόναι εὐθεῖαι ἑκατέρωθεν τῆς ἐλαχίςης δύνανται νὰ ἦναι ἴσαι ἀλλήλαις. Ὥςε...

Π ό ρ ι σ μ α.

Ὥςε ἡ ἐφαπτομένη εἶναι ἡ μεγίςη τῶν προσπιπτούντων.

Π ρ ό τ α σ ι ς. Θ'.

Ἐν κύκλῳ ἐὰν αἱ ἀπότινος τῶν ἐντὸς σημείων πρὸς τὴν περιφέρειαν ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἦναι πλέον τῶν δύο ἴσαι ἀλλήλαις, τοῦτο τὸ σημεῖον θέλει εἶναι κέντρον τοῦ κύκλου.

Ἔςω ΚΑ $=$ ΚΒ $=$ ΚΓ, τότε λέγω ὅτι τὸ σημεῖον Κ εἶναι κέντρον τοῦ κύκλου ΑΒδΓ. σχ. 98.

Καθότι ἐπειδὴ καὶ ἀπὸ παντὸς ἄλλου σημείου, πλὴν τοῦ κέντρου, μόναι δύο εὐθεῖαι δύνανται νὰ ἀχθῶσιν ἴσαι εἰς τὴν περιφέρειαν (πρ. ζ΄.), δῆλον ὅτι μόνον ἀπὸ τοῦ κέντρου ἤθελον ἀχθῆ πολλαί. Ἔπειτα ἄγω καὶ τυχοῦσαν χορδὴν τὴν ΑΒ.. τέμνω αὐτὴν δίχα κατὰ τὸ σημεῖον Δ.. ἄγω τὴν ΔΚδ, καὶ ἔχω εἰς τὰ τρίγωνα ΑΚΔ, ΒΚΔ τὴν μὲν ΚΑ = ΚΒ, τὴν δὲ ΑΔ = ΔΒ, ἐκ τῆς κατασκευῆς, καὶ κοινὴν τὴν ΚΔ, ὥςε ἡ γων. ΚΔΒ = γων. ΚΔΑ (πρ. η΄. βιβ. α΄).. ὥςε τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ΑΒδΓ κεῖται ἐπὶ τῆς Δδ (πόρ. α΄. προ. γ΄).. ὁμοίως ἤθελεν ἀποδειχθῆ: ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς Εε. ἀλλ' αἱ Δδ, Εε ἔχουσιν οὐδὲν ἕτερον κοινὸν σημεῖον, ἢ τὸ Κ, ὥςε τὸ Κ εἶναι κέντρον τοῦ κύκλου ΑΒδΓ. Ὥςε...

Πρότασις ι΄.

Δύο κύκλοι δὲν δύνανται νὰ τάμωσιν ἀλλήλους κατὰ πλείονα τῶν δύο σημείων.

Εἰδὲ καὶ εἶναι δυνατὸν, ἂς τάμωσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι ΑΒΓ, αβγ κατὰ τὰ σημεῖα Δ, Ε, Ζ, Η. σχ. 99.

Ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ τοῦ κύκλου ΑΒΓ ἄγω τὰς ἡμιδιαμέτρους ΚΔ, ΚΕ, ΚΖ, καὶ ἔχω ΚΔ = ΚΕ = ΚΖ, ὧντινων περατουμένων εἰς τὰς περιφερείας ἀμφοτέρων τῶν κύκλων, τὸ σημεῖον Κ εἶναι κέντρον καὶ τοῦ κύκλου αβγ (πρ. θ΄.).. ἀλλὰ δύο κύκλοι τέμνοντες ἀλλήλους ἀδυνατοῦσι νὰ ἔχωσι κοινὸν κέντρον (πρ. ε΄.). Ὥςε...

Πρότασις ια΄.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, ἢ τὰ κέντρα αὐτῶν ζευγνύουσα εὐθεῖα ἐπεκτεινομένη θέλει πέσει ἐπὶ τὴν συναφὴν αὐτῶν.

Ἔςωσαν Κ, κ τὰ κέντρα τῶν ἐντὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον ἐφαπτομένων κύκλων: τῶν ΑΒΓ, Αβγ, τότε λέγω ὅτι ἡ Κκ ἐπεκτεινομένη θέλει πέσει εἰς τὸ σημεῖον Α: τουτέςιν ὅτι ἡ ΚκΑ εἶναι εὐθεῖα. σχ. 100.

Εἰδὲ καὶ δὲν εἶναι, ἔςω μία ἄλλη, ὡς ἡ ΚκΔΕ.. ἄγω τὴν ἡμιδιάμετρον ΚΖΑ, καὶ ἔχω Κκ + κΑ > ΚΖΑ (πρ. κ'. βιϐ. α'.).. ἀλλ' ἡ ΚΖΑ = ΚκΔΕ, καθὸ ἡμιδιάμετροι, διὰ τοῦτο καὶ ἡ Κκ + κΑ > ΚκΔΕ.. ἀφαιρῶ κοινῶς τὴν Κκ, καὶ μένει κΑ > κΔΕ.. ἀλλ' ἡ κΑ = κΔ, ὡς ἡμιδιάμετροι τοῦ κύκλου Αβγ.. ὥςε τὸ μέρος κΔ εἶναι μεῖζον τοῦ ὅλου κΕ, ὅπερ εἶναι ἄτοπον. Ὥςε...

Π ό ρ ι σ μ α.

Ὥςε ἡ γραμμὴ ἡ τὰ κέντρα καὶ τὴν συναφὴν συζευγνύσουσα δύο ἐφαπτομένων κύκλων εἶναι εὐθεῖα.

Π ρ ό τ α σ ι ς. ιβ'.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ τὰ κέντρα αὐτῶν συζευγνύουσα εὐθεῖα διέρχεται διὰ τοῦ σημείου τῆς ἐπαφῆς.

Ἔςωσαν Κ, κ τὰ κέντρα τῶν ἐκτὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον ἐφαπτομένων κύκλων: τῶν ΑΒΓ, Αβγ, τότε λέγω ὅτι ἡ ΚΑκ εἶναι εὐθεῖα. σχ. 101.

Εἰδὲ καὶ δὲν εἶναι, ἔςω μία ἄλλη, ὡς ἡ ΚΔδκ. Ὥςε ΚΑ + Ακ > ΚΔδκ (πρ. κ'. βιϐ. α'.).. ἀλλ' ἡ μὲν ΚΑ = ΚΔ, καθὸ ἡμιδιάμετροι τοῦ κύκλου ΑΒΓ, ἡ δὲ Ακ = δκ, καθὸ ἡμιδιάμετροι τοῦ κύκλου Αβγ, διὰ τοῦτο $KA + A\kappa = K\Delta + \delta\kappa$.. καὶ $K\Delta + \delta\kappa > K\Delta\delta\kappa$: ὅ ἐςι τὸ μέρος μεῖζον τοῦ ὅλου, ὅπερ εἶναι ἄτοπον.

Π ό ρ ι σ μ α.

Ὥςε ἡ γραμμὴ ἡ τὰ κέντρα καὶ τὴν ἐπαφὴν συζευγνύουσα δύο ἐφαπτομένων κύκλων εἶναι εὐθεῖα.

Π ρ ό τ α σ ι ς. ιγ΄.

Δύο κύκλοι οὔτε ἐντὸς, οὔτε ἐκτὸς ἐφάπτονται εἰς πλέον τοῦ ἑνὸς σημείου.

Ἂς ἐφάπτωνται ἐντὸς οἱ κύκλοι ΑΒΓ, Αβγ, καὶ ἐκτὸς οἱ ΑΒΓ, Β δε, τότε λέγω ὅτι ἡ συναφὴ καὶ ἡ ἐπαφὴ αὐτῶν εἶναι μόνον ἓν σημεῖον τὸ Α, καὶ Β. σχ. 102.

Εἰδὲ καὶ εἶναι δυνατὸν, ἔςωσαν πολλὰ σημεῖα, ὡς τὰ Α, β, εἰς τὴν συναφὴν, καὶ Β, Ε εἰς τὴν ἐπαφήν.

α΄. Ζευγνύω τὰ κέντρα Κ, κ.. ἄγω τὰς κΑ, κβ.. καὶ θέλουσιν εἶναι εὐθεῖαι αἱ ΚκΑ, Κκβ (πορ. προ. ιβ΄).. ἀλλ᾽ ἂν τὸ σημεῖον Α κῆται ἐπ᾽ εὐθείας μὲ τὰ σημεῖα Κ, κ, τὸ σημεῖον β ἀδυνατοῖ νὰ κῆται ἐπίσης: ὅ ἐςιν ἂν ἡ γραμμὴ ΑκΚ ἦναι εὐθεῖα, ἡ βκΚ ἀδυνατεῖ νὰ εἶναι (ὅρ. γ΄. βιβλ. α΄.).. μὴ οὔσης δὲ εὐθείας τῆς βκΚ, τότε οὔτε τὸ σημεῖον β θέλει εἶναι σημεῖον συναφῆς, οὔτε οὐδὲν ἄλλο, ἐκτὸς τοῦ σημείου Α. Ὥςε...

β΄. Ἐπειδὴ καὶ οἱ δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἐκτὸς κατὰ τὰ σημεῖα Β, καὶ Ε, τούτου ἕνεκεν αἱ γραμμαὶ ΚΒΘ, ΚΕΘ θέλουσιν εἶναι εὐθεῖαι (πόρ. πρ. ιά.).. ἀλλὰ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν (ἀξ. ιβ΄.).. ὥςε ἂν τὸ σημεῖον Β ἦναι σημεῖον ἐπαφῆς, τὸ σημεῖον Ε ἀδυνατεῖ νὰ εἶναι, ἀλλ' οὔτε ἄλλο οὐδέν. Ὥςε...

Π ρ ό τ α σ ι ς. ιδ'.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι χορδαὶ ἐξίσου ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἐξίσου ἀπέχουσαι εἶναι ἴσαι ἀλλήλαις.

Ἐν κύκλῳ ΑΒΔΓ ἔςω Κ τὸ κέντρον, καὶ ἡ ΑΒ = ΓΔ.. ἄγω καθέτως τὰς ΚΕ, ΚΖ, καὶ λέγω ὅτι καθ. ΚΕ = καθ. ΚΖ.. καὶ ἂν καθ. ΚΕ = καθ. ΚΖ, τότε λέγω ὅτι καὶ ἡ ΑΒ = ΓΔ. σχ. 103.

Ἄγω τὰς ἡμιδιαμέτρους ΚΒ, ΚΔ.

α'. Ἐπειδὴ ἡ ΑΒ = ΓΔ, καὶ αἱ ΚΕ, ΚΖ κάθετοι ἐπ' αὐτὰς, ἐξ ὑποθέσεως, διὰ τοῦτο καὶ δίχα τέμνονται ὑπ' αὐτῶν (πρ. γ'.), ὅθεν ΕΒ = ΖΔ.. ἀλλὰ $ΚΒ^2 = ΚΕ^2 + ΕΒ^2$, καὶ $ΚΔ^2 = ΚΖ^2 + ΖΔ^2$ (πρ. μζ'. βιβ. α'.), καὶ $ΚΒ^2 = ΚΔ^2$, καθὸ ἡμιδιάμετροι.. ὅθεν $ΚΕ^2 + ΕΒ^2 = ΚΖ^2 + ΖΔ^2$.. ἀφαιρῶ κοινῶς τὰ ἴσα.. τουτέςι $ΕΒ^2$, $ΖΔ^2$, καὶ μένει $ΚΕ^2 = ΚΖ^2$, καὶ ΚΕ = ΚΖ: ὅ ἐςιν ἡ ΑΒ καὶ ΓΔ ἀπέχουσιν ἐξίσου ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ (ὅρ. δ'.).

β'. Ἔςω ΚΕ = ΚΖ. Ἀλλ' ἐπειδὴ ἐν ταυτῷ εἶναι καὶ κάθετοι, διὰ τοῦτο αἱ ΑΒ, ΓΔ εἶναι δίχα τετμημέναι κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα (πρ. γ'.).. ἀλλὰ $ΚΕ^2 + ΕΒ^2 = ΚΖ^2 + ΖΔ^2$, ὡς ὄντος ἑκατέρου μέλους ἴσου μὲ τὸ τετράγωνον τῆς ἡμιδιαμέτρου.. Ὥςε ἀφαιρεθέντων κοινῶς τῶν ἴσων: τῶν $ΚΕ^2$, $ΚΖ^2$, μένει $ΕΒ^2 = ΖΔ^2$, καὶ διὰ τοῦτο καὶ ΕΒ = ΖΔ.. ἀλλ' αὗται εἶναι ἡμίσεια τῶν ΑΒ, ΓΔ, διὰ τοῦτο καὶ ΑΒ = ΓΔ (ἀξ. β'.). Ὥςε...

Π ρ ό τ α σ ι ς. ιέ.

Ἐν κύκλῳ ἡ διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖα εἶναι ἡ μεγίςη, τῶν δὲ λοιπῶν ἡ ἀεὶ ἔγγιον τοῦ κέντρου μείζων τῶν ἀπωτέρω, καὶ αἱ παράλληλοι τέμνουσιν ἴσα τόξα.

Ἔςω Κ κέντρον τοῦ κύκλου ΑΖΘ, λέγω ὅτι ἡ $AB > \Gamma\Delta > EZ$, κτξ. σχ. 104.

Ἄγω τὰς ἡμιδιαμέτρους ΚΓ, ΚΕ, ΚΖ, ΚΔ.

α΄. Εἰς τὸ τρίγωνον ΚΓΔ, αἱ $K\Gamma + K\Delta > \Gamma\Delta$ (πρ. κ΄. βιϐ΄. α΄.), ἀλλ᾽ αἱ $K\Gamma + \Gamma\Delta = AB$.. ὥςε $AB > \Gamma\Delta$.

β΄. Εἰς τὰ τρίγωνα ΚΓΔ, ΚΕΖ ἡ μὲν $K\Gamma = KE$, ἡδὲ $K\Delta = KZ$, ἡ δὲ γων. ΓΚΔ > γων. ΕΚΖ, ὡς ὅλον καὶ μέρος.. ὥςε καὶ ἡ βάσις $\Gamma\Delta > EZ$ (πρ. κδ΄. βιϐ. α΄.): ὅ ἐςιν ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου μείζων τῶν ἀπωτέρω. Τοῦτο αὐτὸ ἤθελε λεχθῇ καὶ περὶ τοῦ ἑτέρου μέρους τοῦ κέντρου, ὡς περὶ τῆς ΗΘ.

γ΄. Ἔςω ἡ ΓΔ παράλληλος μὲ τὴν ΑΒ, τότε λέγω ὅτι τοξ. ΑΓ = τοξ. ΒΔ. Καθότι ἐπειδὴ καὶ ἡ γων. ΚΓΔ = γων. ΚΔΓ (πρ. ς΄. βιϐ. α΄.).. καὶ ἡ μὲν γων. ΚΓΔ = γων. ΓΚΑ, ἡδὲ γων. ΚΔΓ = γων. ΔΚΒ (πρ. κθ΄. βιϐ. α΄.), ὅθεν γων. ΓΚΑ = γων. ΔΚΒ, καὶ διὰ τοῦτο τοξ. ΑΓ = τοξ. ΒΔ (ὅρ. ς΄.)

Π ρ ό τ α σ ι ς. ις΄.

Ἡ ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς διαμέτρου ἀγομένη πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖα, κεῖται ὁλόκληρος ἔξω τοῦ κύκλου: τουτέςιν εἶναι ἐφαπτομένη, μεταξὺ δὲ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς περιφερείας ἀδυνατεῖ νὰ παρεμπέσῃ ἄλλη εὐθεῖα, ὅ ἐςιν ἡ τοῦ ἡμικυκλίου γωνία εἶναι μεγίστη ἁπασῶν τῶν ὀξειῶν γωνιῶν, καὶ ἐλαχίστη ἡ λοιπή.

Ἔστω ΑΓ πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν ΑΒ διάμετρον κατὰ τὸ πέρας Α, τότε λέγω α΄. ὅτι ἡ ΑΓ κεῖται ὁ λόκληρος ἔξωθεν τοῦ κύκλου ΑΒΕ.. β΄. ὅτι μεταξὺ αὐτῆς καὶ τῆς περιφερείας εἶναι ἀδύνατον νὰ παρεμπέσῃ ἄλλη εὐθεῖα.. γ΄. ὅτι ἡ γων. ΚΑΕ εἶναι μεγίστη ἁπασῶν τῶν ὀξειῶν γωνιῶν, καὶ δ΄. ὅτι ἡ γων. ΓΑΕ εἶναι ἡ ἐλαχίστη ἁπασῶν τῶν ὀξειῶν. σχ. 105.

Εἰδὲ καὶ ἡ ΑΓ δὲν κεῖται ὁλόκληρος ἔξωθεν τοῦ κύκλου, ἄς κῆται ἕν μέρος αὐτῆς, ὡς τὸ Αγ, ἐντὸς.. ζευγνύω λοιπὸν ἕν τῶν ἐντὸς αὐτῆς σημείων, ὡς τὸ γ, διὰ τῆς Κγ μὲ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

α΄. Εἰς τὸ τρίγωνον ΚγΑ ἡ γων. ΚΑΓ $=90°$, ἐξ ὑποθέσεως.. ὥστε ἡ γων. ΚγΑ $<90°$ (πόρ. ς΄. προ. λβ΄. βιβ. α΄.).. ὅθεν καὶ ἡ εὐθεῖα Κγ $>$ ΚΑ, ἀλλ' ἡ ΚΑ εἶναι ἡμιδιάμετρος, διὰ τοῦτο τὸ σημεῖον γ κεῖται ἔξωθεν τῆς περιφερείας, ἐν ᾧ ὑπετέθη νὰ κῆται ἐντός, ὅπερ εἶναι ἀντίφασις. Ὥστε ὁλόκληρος ἡ ΑΓ εὐθεῖα κεῖται ἔξωθεν τοῦ κύκλου ΑΒΕ, ἥτις καὶ ἐφαπτομένη ὠνομάσθη. (ὅρ. β΄.).

β΄. Ἔστω λοιπὸν δυνατὴ ἡ παρέμπτωσις μιᾶς εὐθείας, ὡς τῆς ΑΔ, μεταξὺ τῆς ἐφαπτομένης ΑΓ καὶ τῆς περιφερείας ΑΕ. Τότε οὔσης τῆς γωνίας ΚΑΕ $<90°$, δύναμαι νὰ ἄξω κάθετον ἐπὶ τῆς ΑΔ, καὶ ἔστω ἡ ΚΘ (πόρ. ια΄. προ. λβ΄. βιβ. α΄.).. καὶ τότε οὔσης τῆς γων. ΚΘΑ $=90°$, ἡ γων. ΚΑΘ $<90°$, καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡ ΚΑ $>$ ΚΘ (πρ. ιθ΄. βιβ. α΄.).. ἀλλ' ἡ ΚΑ $=$

ΚΖ, καθὸ ἡμιδιάμετρος, διὰ τοῦτο καὶ ἡ ΚΖ $>$ ΚΘ: ὅ ἐςι τὸ μέρος μεῖζον τοῦ ὅλου, ὅπερ εἶναι ἀδύνατον. Ὥςε οὐδεμία εὐθεῖα δύναται νὰ παρεμπέσῃ μεταξὺ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς περιφερείας.

γ'. Ἂν λοιπὸν οὐδεμία εὐθεῖα δύναται νὰ παρεμπέσῃ μεταξὺ τῆς ἐφαπτομένης ΑΓ καὶ τῆς περιφερείας ΑΕ, ἀναγκαίως ἡ γων. ΚΑΕ $>$ γων. ΚΑΔ: ὅ ἐςιν ἡ γωνία ἡ ἐκ τῆς διαμέτρου καὶ περιφερείας εἶναι μείζων πάσης γωνίας τῆς ἐκ τῆς διαμέτρου καὶ πάσης διατεμνούσης. Ἔπειτα ἐπειδὴ καὶ εἰς τὸν κύκλον ἡ ἐσωτερικὴ γωνία $= 2\,\Theta - \frac{1}{\infty}$ (πόρ. ιδ'. προ. λβ'. βιβ. α'.), καὶ ἐπειδὴ ἡ ἐσωτερικὴ μετὰ τῆς ἐξωτερικῆς $= 2 \times 90^{\circ} = 2\,\Theta$, διὰ τοῦτο μένει ἡ ἐξωτερικὴ: τουτέςιν ἡ ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς περιφερείας $= \frac{1}{\infty}$: ἀπειροςὴ δηλονότι, καὶ διὰ τοῦτο σμικροτέρα πάσης πεπερασμένης.

δ'. Ἀλλ' ἂν ἡ γων. ΚΑΕ $>$ γων. ΚΑΔ, δῆλον ὅτι τὸ λείψανον αὐτῆς μέχρι τῆς ὀρθῆς θέλει εἶναι ἔλασσον πάσης ὀξείας γωνίας: τουτέςιν ἡ γων. ΕΑΓ $<$ γων. ΔΑΓ. Ὥςε . . . (α)

(α) Ὁ Ταχυέτιος, ὡσαύτως καὶ ὁ ἡμέτερος Εὐγένιος ςοχάζονται τὸ γ'. καὶ δ'. μέρος ταύτης τῆς προτάσεως ὡς παραδόξους θέσεις, ὅθεν καὶ τὰ ἐξωςράκισαν. Ἀλλά τις — οὐχ ὁρᾷ, παρακαλῶ, ὅτι ταῦτα κρέμανται ἐκ τοῦ β'. μέρους; Καὶ ἐπειδὴ ἐδείχθησαν τὸ β'. μέρος, ἄρα πρέπει νὰ δειχθῶσι καὶ τὸ γ'. καὶ δ'. Καθότι τὸ νὰ ἦναι ἀδύνατος ἡ παρέμπτωσις μιᾶς εὐθείας μεταξὺ τῆς ἐφαπτομένης καὶ περιφερείας, τί ἄλλο σημαίνει, εἰμὴ ὅτι ἡ γωνία ἡ ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς περιφερείας εἶναι ἀδιαίρετος ὑπὸ πάσης εὐθείας γραμμῆς: ὅ ἐςιν ἐλαχίςη πάσης ὀξείας;

Πόρισμα.

Ὥςε ἡ ἐφαπτομένη μετὰ τῆς ἀπὸ τῆς ἀφῆς διαμέτρου ἐκτελεῖ γωνίαν ὀρθήν.

Πρότασις ιζ.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου ἔξωθεν τοῦ δοθέντος κύκλου, νὰ ἄξῃ τις ἐφαπτομένην πρὸς αὐτόν.

Ἔςω Α τὸ δοθὲν σημεῖον, καὶ ΒΓΔ ὁ δοθεὶς κύκλος. σχ. 107.

Ζευγνύω τὸ δοθὲν σημεῖον Α μὲ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου Κ διὰ τῆς εὐθείας ΑΚ.. εἶτα κέντρῳ μὲν τῷ Κ διαςήματι δὲ τῷ ΚΑ, γράφω κύκλον τὸν ΑΕΖ.. ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῆς ΚΔ ἄγω πρὸς ὀρθὰς τὴν ΒΖ (πρ. ιά. βιϐ. ά.).. ἄγω καὶ τὴν ΔΑ εὐθεῖαν, καὶ λέγω ὅτι αὕτη εἶναι ἐφαπτομένη.

Καθότι ἐπειδὴ εἰς τὰ τρίγωνα ΚΖΒ, ΚΑΔ ἡ μὲν ΚΖ = ΚΑ, καθὸ ἡμιδιάμετροι τοῦ κύκλου ΑΕΖ, ἡ δὲ ΚΒ = ΚΔ, καθὸ ἡμιδιάμετροι τοῦ κύκλου ΒΓΔ, ἡ δὲ γων. Κ κοινή, διὰ τοῦτο καὶ ἡ γων. ΖΒΚ = γων. ΑΔΚ (πρ. δ'. βιϐ. ά.).. ἀλλ', ἐκ τῆς κατασκευῆς, ἡ γων. ΖΒΚ ὀρθή, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ γων. ΑΔΚ, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ΑΔ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου ΒΓΔ (πορ. πρ. ις'.). Ὥςε ἦκται ἡ ΑΔ ἐφαπτομένη, ὡς ἐζητεῖτο.

Δῆλον ὅμως ὅτι αὕτη ἡ γωνία εἶναι διαιρετὴ διὰ καμπύλης. Καθότι ἂν διὰ διαφόρων διαςημάτων γράφωσι κύκλοι διὰ τοῦ αὐτοῦ πέρατος Α. σχ. 106, ὡς οἱ ΑαΔ, Αβε, κτξ. ἡ γων. ΔΑΓ > ΕΑΓ > ΖΑΓ > ΗΑΓ, κτξ. Πλὴν οὐδεὶς τῶν κύκλων ἤθελε συμπέσει ποτὲ μὲ τὴν ἐφαπτομένην ΑΓ: ὅ ἐςιν αὗται αἱ γραμμαὶ ἤθελον εἶναι ἀσύμπτωτοι.