Ἀπὸ τοῦ σημείου Α ἄγω τὴν ΑΔ πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν ΑΓ, καὶ ἴσην μὲ τὴν ΒΑ (πρ. ια΄.).. ἄγω καὶ τὴν ΔΓ εὐθεῖαν, καὶ ἔχω $\Delta\Gamma^2 = A\Gamma^2 + A\Delta^2$ (πρ. μζ΄.) $= AB^2 + A\Gamma^2$, ὡς οὔσης τῆς $A\Delta = AB$. Ὥστε $\Delta\Gamma^2 = B\Gamma^2$ (ἀξ. α΄.), καὶ ἐχομένως καὶ ἡ $\Delta\Gamma = B\Gamma$. Ὥστε ἐπειδὴ εἰς τὰ τρίγωνα ΓΑΔ, ΒΑΓ, ἡ μὲν $\Delta\Gamma = B\Gamma$, ἡ δὲ $A\Delta = AB$, ἡ δὲ ΑΓ κοινή, διὰ τοῦτο καὶ ἡ γων. ΔΑΓ = γων. ΒΑΓ (πρ. η΄.).. ἀλλ' ἡ γων. ΔΑΓ εἶναι ὀρθή, ἐκ τῆς κατασκευῆς, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ γων. ΒΑΓ. Ὥστε,...

ΒΙΒΛΙΟΝ Β΄. (α).

Ὅρος α΄.

Πᾶν ὀρθογώνιον, ὡς τὸ ΑΒΓΔ, λέγεται ὅτι περιέχεται ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν τῶν περιεχουσῶν τὴν εὐθεῖαν γωνίαν: τῆς ΑΒ καὶ ΑΔ. σχ. 75. (β).

(α) Σίς τοῦτο τὸ βιβλίον τὸ μικρὸν, ὁ Εὐκλείδης πραγματεύεται τὰ πάθη τῶν εὐθειῶν, εἶτα τὰ τετράγωνα καὶ τὰ ὀρθογώνια, ὅθεν ἔπρεπε νὰ ταχθῇ μετὰ τὸ πρῶτον, εἴτε μετὰ τὴν γνῶσιν τῶν τριγώνων, παραλληλογράμμων, τετραγώνων, καὶ ὀρθογωνίων. Εἰ καὶ μικρὸν λοιπὸν εἶναι τοῦτο τὸ βιβλίον, πλὴν εἶναι οὐσιωδέστατον καὶ εἰς τὴν ἄλγεβραν, καὶ ἡ τούτου χρῆσις φθάνει καὶ εἰς αὐτὴν τὴν τριγωνομετρίαν. Καὶ φαίνεται μὲν τοῦτο τὸ βιβλίον εἰς τοὺς ἀρχομένους τῆς γεωμετρίας μυστήριά τινα ἀκατάληπτα, πλὴν τοῦτο γεννᾶται τὸ πρῶτον, εἰς δὲ τὸ δεύτερον ἀποροῦσι καὶ οὗτοι αὐτοὶ πῶς ἠπόρουν. Καθότι ἅπασαι σχεδὸν αὐτοῦ αἱ προτάσεις ὑφίστανται εἰς τὸ, τὰ μέρη εἶναι ἴσα μὲ τὸ ὅλον.

(β) Ἡμεῖς εἴδομεν, ὅτι οἱ γεωμέτραι ἔφθασαν νὰ στοχάζων-

Ὅρος β'.

Ὕψος παντὸς σχήματος λέγεται ἡ κάθετος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς αὐτοῦ ἐπὶ τὴν βάσιν ἀχθεῖσα. Οὕτως ἡ ΔΑ οὖσα κάθετος ἐπὶ τὴν ΑΒ, εἶναι ὕψος τοῦ ΑΒΓΔ. σχ. 75,

---

ται τὰς ἐπιφανείας ὡς γενομένας ἐκ τῆς κινήσεως μιᾶς γραμμῆς (σημ. πρ. μς'. βιβλ'. α'.). Ὥςε ἡ μὲν κινουμένη εὐθεῖα ὀνομάζεται βάσις τοῦ σχήματος, τὸ δὲ πόσον ἐκινήθη, ὕψος. Ἂν λοιπὸν καὶ ἐν τῷ κινεῖσθαι ἡ βάσις σμικρύνηται, ὥςε νὰ μηδενισθῇ, τὰ γινόμενα σχήματα θέλουσιν εἶναι τρίγωνα. Εἰδὲ καὶ ἡ βάσις, διαμένουσα ἡ αὐτὴ, κινεῖται παραλλήλως ἑαυτῇ, τὰ γινόμενα θέλουσιν εἶναι παραλληλόγραμμα. Καὶ ἂν πρὸς τούτοις ἡ κίνησις ἄρχηται πρὸς ὀρθὸς ἑαυτῇ, τὰ γινόμενα σχήματα θέλουσιν εἶναι ὀρθογώνια. Εἰδὲ τέλος πάντων καὶ ἡ κίνησις εἶναι τοσαύτη, ὅσον καὶ τὸ μῆκος αὐτῆς, τὰ γινόμενα σχήματα θέλουσιν εἶναι τετράγωνα. Ὥςε ἐπειδὴ καὶ εἰς τὰ ὀρθογώνια τὸ ὕψος, εἴτε ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς κάθετος ἐπὶ τὴν βάσιν, συμπίπτει μὲ τὴν ὁδοιπορίαν τῆς βάσεως, τούτου ἕνεκεν τὸ ὕψος ἐπὶ τὴν βάσιν, καὶ αἱ δύο εὐθεῖαι αἱ περιέχουσαι τὴν ὀρθὴν γωνίαν, εἶναι λέξεις συνώνυμοι: ὃ ἔςαι ἓν ὀρθογώνιον ἤθελεν εἶναι τοσοῦτον μέγα, ὅσον ἡ βάσις καὶ τὸ ὕψος ἤθελον εἶναι μεγάλα: τουτέςι τὰ ὀρθογώνια ἔχουσι λόγον σύνθετον ἤγτε τῶν βάσεων καὶ ὕψεων, εἴτε τῶν δύο εὐθειῶν τῶν περιεχουσῶν μίαν τῶν ὀρθῶν γωνιῶν (ἀριθ. §. 134). Οὕτως ἂν ἡ βάσις ἦναι 4 ποδῶν, καὶ τὸ ὕψος 3, τότε τὸ ὀρθογώνιον θέλει εἶναι = 12 ποδ., πλὴν ὄχι μῆκος, εἴτε γραμμὴ, ἀλλ' ἐπιφάνεια, εἴτε μῆκος μετὰ πλάτους. Καθότι ἐπειδὴ καὶ ὑπετέθη ἡ βάσις νὰ κινῆται, καὶ νὰ κινῆται ὄχι ἐπ' εὐθείας ἑαυτῇ, ἀλλὰ πρὸς ὀρθὸς, δῆλον ὅτι τὸ γινόμενον ἀδυνατεῖ νὰ μὴν ἦναι ἀπλατές. Ὥςε ἀφ' οὗ ἅπαξ ὑπετέθησαν αἱ ἐπιφάνειαι νὰ γεννῶνται διὰ τῆς κινήσεως τινὸς γραμμῆς, μὴ ἐπ' εὐθείας δηλονότι, πῶς — πάλιν νὰ ἀπορῶσι τινὲς ὅτι οὖσαι αἱ εὐθεῖαι μήκη ἀπλατῆ, γεννῶσι μῆκος μετὰ πλάτους;

Ὅ ρ ο ς γ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου χωρίου τὸ περὶ τὴν διάμετρον ἓν παραλληλόγραμμον μετὰ τῶν δύο παραπληρωμάτων ὀνομάζεται γ ν ώ μ ω ν, ὡς τὸ αδγ. σχ. 75.

Π ρ ό τ α σ ι ς α'.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μία αὐτῶν τμηθῇ εἰς ὁσαδήποτε τμήματα, τὸ ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον θέλει εἶναι ἴσον μὲ τὰ ὀρθογώνια τὰ ὑπὸ τῆς ἀτμήτου καὶ τῶν τμημάτων περιεχόμενα.

Ἔςωσαν ΑΒ, ΑΓ αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι.. καὶ ἂς τμηθῇ ἡ ΑΒ εἰς τυχόντα σημεῖα τὰ Δ, Ε, τότε λέγω ὅτι $\text{ΑΒ} \times \text{ΑΓ} = \text{ΑΔ} \times \text{ΑΓ} + \text{ΔΕ} \times \text{ΑΓ} + \text{ΕΒ} \times \text{ΑΓ}$. σχ. 76.

Ἀπὸ τοῦ σημείου Β ὑψῶ πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν ΑΒ τὴν ΒΖ (πρ. ια'.) = ΑΓ.. ἐκπληρῶ τὸ παραλληλόγραμμον ΑΖ.. εἶτα ἀπὸ τῶν σημείων Δ, Ε ἄγω τὰς ΔΗ, ΕΘ παραλλήλους μὲ τὴν ΑΓ, ἢ μὲ τὴν ΒΖ, καὶ ἴσας μὲ αὐτὴν (πρ. λδ'.).

Τὸ ὀρθογ. ΑΖ = $\text{ΑΒ} \times \text{ΒΓ}$ (ὅρῳ α'.).. ἀλλὰ τὸ ὀρθογ. ΑΖ = ὀρθογ. ΑΗ + ὀρθογ. ΔΘ + ὀρθογ. ΕΖ, ὡς ὅλον καὶ μέρη, ἐξ ὧν τὸ μὲν ΑΗ = $\text{ΑΓ} \times \text{ΑΔ}$, τὸ δὲ ΔΘ = $\text{ΑΓ} \times \text{ΔΕ}$, τὸ δὲ ΕΖ = $\text{ΑΓ} \times \text{ΕΒ}$. Ὥςε τὸ ὀρθογ. $\text{ΑΒ} \times \text{ΑΓ} = (\text{ΑΔ} + \text{ΔΕ} + \text{ΕΒ}) \times \text{ΑΓ}$. Ὥςε ἂν ἡ ΑΒ = 10, καὶ ἡ ΑΓ = 6.. καὶ ἂν τὰ 10 διαιρεθῶσιν εἰς $2 + 5 + 3$, τότε $10 \times 6 = 2 \times 6 + 5 \times 6 + 3 \times 6$. Ὥςε...

Πρότασις. β'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἓν σημεῖον, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα δύο ὀρθογώνια θέλουσιν εἶναι ἴσα μὲ τὸ τετράγωνον τῆς ὅλης.

Ἔςω ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα.. καὶ ἂς τμηθῇ κατὰ τὸ σημεῖον Γ, τότε λέγω ὅτι ΑΒ$\times$ΑΓ $+$ ΑΒ$\times$ΒΓ $=$ ΑΒ^2 σχ. 77.

Ἀναγράφω τὸ τετράγωνον τῆς ΑΒ: τὸ ΑΔ (πρ. μς'. βιβλ. α'.).. ἄγω τὴν ΓΖ παράλληλον μὲ τὴν ΑΕ, καί μοι γεννᾶται ἡ ΓΖ $=$ ΑΒ. Τὸ τετράγωνον ΑΔ $=$ ΑΒ^2, ἐκ τῆς κατασκευῆς.. ἀλλὰ τὸ τετράγ. ΑΔ $=$ ὀρθογ. ΑΖ $+$ ὀρθογ. ΓΔ, ὡς ὅλον καὶ μέρη.. καὶ τὸ μὲν ὀρθογ. ΑΖ $=$ ΑΒ$\times$ΑΓ, τὸ δ' ὀρθογ. ΓΔ $=$ ΑΒ$\times$ΒΓ. Ὥςε ΑΒ^2 $=$ ΑΒ$\times$ΑΓ $+$ ΑΒ$\times$ΓΒ $=$ ΑΒ (ΑΓ $+$ ΓΒ).

Ἔςω ΑΒ $= 10$, καὶ ΑΓ $= 7$, τότε καὶ ΒΓ $= 3$, καὶ ἐπομένως $10\times 7 + 10\times 3 = 10\times 10 = 10^2$. Ὥςε...

Πρότασις. γ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἓν τυχὸν σημεῖον, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον θέλει εἶναι ἴσον μὲ τὸ τετράγωνον τοῦ εἰρημένου τμήματος μετὰ τοῦ ὀρθογωνίου τοῦ ὑπὸ τῶν δύω τῶν τμημάτων περιεχομένου.

Ἔςω ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα.. καὶ ἂς τμηθῇ εἰς τυχὸν σημεῖον τὸ Γ, τότε λέγω ὅτι ὀρθογ. ΑΒ$\times$ΑΓ $=$ ΑΓ^2 $+$ ὀρθογ. ΑΓ$\times$ΒΓ. σχ. 78.

Ἀναγράφω τὸ τετράγωνον τῆς ΑΓ: τὸ ΑΔ λέγω..

ἄγω τὴν ΒΖ παράλληλον μὲ τὴν ΓΔ.. ἐκτείνω τὴν ΕΔ μέχρι τοῦ Ζ, καὶ οὕτως ἔχω τὴν $ΒΖ = ΓΔ = ΑΓ$. σχ. 78.

Τὸ ὀρθογώνιον $ΑΖ =$ ὀρθογ. $ΑΒ \times ΑΓ$.. ἀλλ' ὀρθογ. $ΑΖ =$ τετραγ. $ΑΔ +$ ὀρθογ. ΓΖ, ὡς ὅλον καὶ μέρη.. Ἀλλὰ τὸ μὲν τετραγ. $ΑΔ = ΑΓ^2$, τὸ δὲ ὀρθογ. $ΓΖ = ΔΓ \times ΓΒ = ΑΓ \times ΓΒ$.. ὥστε ὀρθογ. $ΑΒ \times ΑΓ = ΑΓ^2 + ΑΓ \times ΒΓ$.

Ἔστω $ΑΒ = 10$, καὶ $ΑΓ = 7$, τότε $10 \times 7 = 7^2 + 7 \times 3$. Ὡσαύτως καὶ ἂν ἐτετραγωνίζετο τὸ ἕτερον τμῆμα ΒΓ, τὸ πρᾶγμα ἤθελεν ἔχοι ἐπίσης τὸν ἑαυτοῦ τόπον. Καθότι τότε $10 \times 3 = 3^2 + 3 \times 7$. Ὥστε...

Πρότασις. δ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἓν τυχὸν σημεῖον, τὸ τετράγωνον τῆς ὅλης θέλει εἶναι ἴσον μὲ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τῶν τετραγώνων τῶν τμημάτων.

Ἔστω ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα.. καὶ ἂς τμηθῇ εἰς τυχὸν σημεῖον τὸ Γ, τότε λέγω ὅτι $ΑΒ^2 = 2\, ΑΓ \times ΓΒ + ΑΓ^2 + ΒΓ^2$. σχ. 79.

Ἀναγράφω τὸ τετράγωνον τῆς ΑΒ: τὸ ΑΔ λέγω.. ἄγω τὴν διάμετρον ΑΔ.. ἀπὸ τοῦ σημείου Γ ἄγω τὴν ΓΕ παράλληλον μὲ τὴν ΒΔ, καὶ διὰ τοῦ σημείου Ζ ἄγω τὴν ΗΘ παράλληλον μὲ τὴν ΑΒ.

Τὸ τετράγωνον $ΑΔ = ΑΒ^2$, ἐκ τῆς κατασκευῆς, ἀλλὰ τὸ τετράγ. $ΑΔ =$ ὀρθογ. $ΑΖ +$ ὀρθογ. $ΖΔ +$ ὀρθογ. $ΓΗ + ΘΕ$.. τὸ δ' ὀρθογ. ΑΖ, ὡς ἐκ τῆς ΑΔ διαγωνίου, ἡ γων. $ZA\Gamma = 45^o$ (πορ. β΄. προ. μς΄. βιβλ. α΄.), ἐξ οὗ ἡ γων. $\Delta Z\Gamma = 45^o$. (πορ. ζ΄. προ. λβ΄. βιβλ. α΄.), ὥςε ἡ $A\Gamma = \Gamma Z$ (πρ. ς΄. βιβλ. α΄.), καὶ διὰ τοῦτο τὸ ὀρθογώνιον $A\Gamma Z\Theta$ εἶναι ἰσόπλευρον (πρ. λδ΄. βιβλ. α΄.).. ἀλλ' ἐπειδὴ ἡ γων. $\Theta A\Gamma = 90^o$ ἐκ τῆς κατασκευῆς, διὰ τοῦτο καὶ ἅπασαι αἱ γωνίαι αὐτοῦ εἶναι ὀρθαί.. ὥςε τὸ ὀρθογώνιον $A\Gamma Z\Theta$ εἶναι τετράγωνον (ὅρ. ιε΄. βιβλ. α΄.): ὅ ἐςὶ $= A\Gamma^2$. Διὰ τοὺς αὐτοὺς λόγους καὶ τὸ ὀρθογώνιον $ZH\Delta E$ εἶναι τετράγωνον: τουτέςι $= ZH^2 = \Gamma B^2$. Τὸ δὲ ὀρθογ. $\Gamma H = Z\Gamma \times \Gamma B$ (ὅρ. α΄.) $= A\Gamma \times \Gamma B$.. καὶ ἐπειδὴ τὰ παραπληρώματα εἶναι ἴσα ἀλλήλοις (μγ΄. βιβλ. α΄.), διὰ τοῦτο καὶ τὸ ὀρθογ. $\Theta E = A\Gamma \times \Gamma B$. Ὥςε τὸ $AB^2 = 2\, A\Gamma \times \Gamma B + A\Gamma^2 + B\Gamma^2$.

Ἔςω $AB = 10$, καὶ $A\Gamma = 7$, τότε $10^2 = 2 \times 7 \times 3 + 7^2 + 3^2 = 42 + 49 + 9$.

Πόρισμα α΄.

Ὥςε τὰ περὶ τὴν διάμετρον ὀρθογώνια τῶν τετραγώνων εἶναι καὶ αὐτὰ τετράγωνα.

Πόρισμα β΄.

Ἂν ἡ τομὴ τῆς δοθείσης εὐθείας γένη δίχα, τότε τὰ παραπληρώματα θέλουσιν εἶναι καὶ αὐτὰ τετράγωνα. Καὶ διὰ τοῦτο ἂν $AB = 10$, τότε $AB^2 = 10^2 = 2 \times 5 \times 5 + 5^2 + 5^2 = 4 \times 5^2$: ὅ ἐςι τὸ τετράγωνον τῆς ὅλης εἶναι τετραπλάσιον τῆς ἡμισείας, ὡς τοῦτο εἴδομεν (πορ. ε΄. προ. μζ΄. βιβλ. α΄.).

Πρότασις. ε΄.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα μέρη, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων μερῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ τετραγώνου τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν, θέλει εἶναι ἴσον μὲ τὸ τετράγωνον τῆς ἡμισείας.

Ἔςω ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, καὶ ἂς τμηθῇ εἰς ἴσα κατὰ τὸ Γ, καὶ εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Δ, τότε λέγω ὅτι $ΑΔ \times ΒΔ + ΓΔ^2 = ΓΒ^2$. σχ. 80.

Ἀναγράφω τὸ τετράγωνον τῆς ἡμισείας ΓΒ: τὸ ΓΕ λέγω.: ἄγω τὴν διάμετρον ΒΖ.. ἄγω ἀπὸ μὲν τοῦ σημείου Δ τὴν ΔΗ παράλληλον μὲ τὴν ΒΕ, τὴν δὲ ΙΚ διὰ τοῦ Θ σημείου παράλληλον καὶ ἴσην μὲ τὴν ΑΒ, καὶ ζευγνύω τὰ σημεῖα Ι, Α διὰ τῆς εὐθείας ΙΑ.

Ἐπειδὴ τὸ ὀρθογ. ΓΘ = ὀρθογ. ΘΕ (πρ. λγ΄. βιβ. α΄), προςίθημι κοινῶς τὸ τετραγ. ΔΚ, καὶ ἔχω ὀρθογ. ΓΚ = ὀρθογ. ΔΕ.. ἀλλ' ὀρθογ. ΓΚ = ὀρθογ. ΑΛ (πρ. λϛ΄. βιβλ. α΄).. διὰ τοῦτο καὶ ὀρθογ. ΑΛ = ὀρθογ. ΔΕ.. προςίθημι κοινῶς τὸ ὀρθογ. ΓΘ, καὶ ἔχω ὀρθογ. ΑΘ = γνωμ. αβγ.. προςίθημι δὲ κοινῶς τὸ τετράγ. ΛΗ, καὶ ἔχω ὀρθογ. ΑΘ + τετραγ. ΛΗ = γνωμ. αβγ. + τετραγ. ΛΗ.. ἀλλὰ γνωμ. αβγ. + τετραγ. ΛΗ = τετραγ. ΓΕ = $ΓΒ^2$, ὡς μέρη καὶ ὅλον.. ὥςε ὀρθογ. ΑΘ + τετραγ. ΛΗ (= $ΓΔ^2$) = $ΓΒ^2$.

Ἔςω ΑΒ = 12, καὶ ΑΔ = 10, τότε ἡ μὲν ΑΓ = 6, ἡ δὲ ΒΔ = 2. Ὅθεν $10 \times 2 + 4^2 = 6^2$.

Πόρισμα.

Ὥςε ἡ δίχα πάσης ποσότητος τομὴ γεννᾷ γινόμενον μέγιςον ἀπ' ἁπάσης τομῆς. Οὕτως ὁ 12 ἀριθμὸς τμηθεὶς, πολλαχῶς, δίδει $6 \times 6 > 7 \times 5 > 8 \times 4 > 9 \times 3 > 10 \times 2$ 11×1.

Πρότασις ς′.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, καὶ εἰς αὐτὴν προςεθῇ ἄλλη εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας, τὸ ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς δοθείσης σὺν τῇ προςεθείσῃ, ὡς ἀπὸ μιᾶς, καὶ τῆς προςεθείσης περιεχόμενον, μετὰ τοῦ τετραγώνου τῆς ἡμισείας θέλει εἶναι ἴσον μὲ τὸ τετράγωνον τῆς ἡμισείας σὺν τῇ προςεθείσῃ, ὡς ἀπὸ μιᾶς.

Ἔςω ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα δίχα τετμημένη κατὰ τὸ Γ, καὶ ΒΔ ἡ εἰς αὐτὴν προςεθεῖσα, τότε λέγω ὅτι $ΑΔ \times ΒΔ + ΓΒ^2 = ΓΔ^2$. σχ. 81.

Ἀναγράφω τὸ τετράγωνον τῆς ΓΔ: τὸ ΓΔΕΖ λέγω.. ἄγω τὴν διάμετρον ΔΖ.. ἀπὸ τοῦ σημείου Β ἄγω τὴν ΒΗ παράλληλον μὲ τὴν ΔΕ.. διὰ τοῦ σημείου Θ ἄγω τὴν ΙΚ παράλληλον καὶ ἴσην μὲ τὴν ΑΔ.. ζευγνύω τὰ σημεῖα Ι, Α διὰ τῆς ΙΑ εὐθείας.

Τὸ ὀρθογ. $ΑΚ = ΑΔ \times ΒΔ$ (ὅρῳ α′), ὡς οὔσης τῆς $ΒΔ = ΔΚ$ (πορ. πρ. δ′.).. ἀλλὰ τὸ ὀρθογ. $ΑΚ =$ γνωμ. αβγ.. διότι τὸ μὲν ὀρθογ. $ΑΛ =$ ὀρθογ. ΓΘ (πρ. λς′. βιβ. α′), τὸ δ᾽ ὀρθογ. $ΓΘ =$ ὀρθογ. ΘΕ, ὡς παραπληρώματα.. προςίθημι λοιπὸν κοινῶς τὸ τετράγ. ΛΗ, καὶ ἔχω ὀρθογ. ΑΚ + τετραγ. ΛΗ = γνωμ. αβγ + τετράγ. ΛΗ.. ἀλλὰ γνωμ. αβγ + τετραγ. ΛΗ = τετραγ. $ΓΕ = ΓΒ^2$, ὡς μέρη καὶ ὅλα, καὶ ὀρθογ. ΑΚ + τετραγ. $ΛΗ = ΑΔ \times ΒΓ + ΓΒ^2$. Ὥςε $ΑΔ \times ΒΓ + ΓΒ^2 = ΓΔ^2$.

Ἔςω $ΑΒ = 8$, καὶ $ΒΔ = 6$, τότε θέλει εἶναι $ΓΒ = 4$, καὶ $ΑΔ = 14$. Ὥςε $(8+6)\,6 + 4^2 = (4+6)^2$, εἴτε $14 \times 6 + 4^2 = 10^2$.

Πρότασις ζ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἓν τυχὸν σημεῖον, τὰ δύο τετράγωνα τῆς τε ὅλης καὶ θατέρου τμήματος θέλουσιν εἶναι ἴσα μὲ τὸ δὶς ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχόμενον μετὰ τοῦ τετραγώνου τοῦ ἑτέρου τμήματος.

Ἔϛω ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, τετμημένη εἰς ἓν τυχὸν σημεῖον τὸ Γ, τότε λέγω ὅτι $AB^2 + \Gamma B^2 = 2\,AB \times \Gamma B + A\Gamma^2$. σχ. 82.

Ἀναγράφω τὸ τετράγωνον τῆς ΑΒ: τὸ ΑΔ λέγω.. ὡσαύτως καὶ τὸ τῆς ΓΒ: τὸ ΓΖ δηλονότι.. ἄγω τὴν διάμετρον ΕΒ.. ἀπὸ τοῦ σημείου Γ ἄγω τὴν ΓΘ παράλληλον μὲ τὴν ΒΔ, καὶ διὰ τοῦ σημείου Ι τὴν ΛΚ παράλληλον μὲ τὴν ΑΒ.

Τὸ τετραγ. $A\Delta = AB^2$, καὶ τὸ τετραγ. $\Gamma Z = \Gamma B^2$, ἐκ τῆς κατασκευῆς.. ἀλλὰ τετραγ. ΑΔ = ὀρθογ. ΑΚ + ὀρθογ. ΙΔ + τετραγ. ΛΘ, ὡς ὅλον καὶ μέρη.. ὥϛε $AB^2 + \Gamma B^2$ = ὀρθογ. ΑΚ + ὀρθογ. ΙΔ + τετραγ. ΛΘ + τετραγ. ΓΖ.. ἀλλὰ τὸ μὲν ὀρθογ. ΑΚ $= AB \times \Gamma B$, ὡς οὔσης τῆς $\Gamma B = BK$, τὸ δὲ ὀρθογ. ΙΔ + τετραγ. ΓΖ = ὀρθογ. $\Gamma\Delta = AB \times \Gamma B$, καὶ τὸ τετραγ. $\Lambda\Theta = \Lambda I^2 = A\Gamma^2$. Ὥϛε $AB^2 + \Gamma B^2 = 2AB \times \Gamma B + A\Gamma^2$.

Ἔϛω $AB = 10$, καὶ $A\Gamma = 7$, τότε $\Gamma B = 3$. Ὥϛε $10^2 + 3^2 = 2 \times 10 \times 3 + 7^2$. Ὥϛε...

Πρότασις η.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἓν τυχὸν σημεῖον, καὶ εἰς αὐτὴν προϛεθῇ ἄλλη εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας καὶ ἴση μὲ τὸ ἓν τμῆμα, τὸ τετράκις ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς δοθείσης καὶ τοῦ ἑνὸς τμήματος περιεχόμενον μετὰ τοῦ τετραγώνου τοῦ ἑτέρου τμήματος θέλει εἶναι ἴσον μὲ τὸ τετράγωνον τῆς ὅλης. (α).

Ἔςω ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα.. καὶ ἂς τμηθῇ εἰς ἔντυχὸν σημεῖον τὸ Γ.. καὶ ἂς προςεθῇ εἰς αὐτὴν ἡ ΒΔ $=$ ΓΒ, τότε λέγω ὅτι $4\,\mathrm{AB} \times \Gamma\mathrm{B} + \mathrm{A}\Gamma^2 = \mathrm{A}\Delta^2$. σχ. 83.

Ἀναγράφω τὸ τετράγωνον τῆς ΑΔ: τὸ ΑΕ λέγω.. ἄγω τὴν διάμετρον ΖΔ.. ἀπὸ τῶν σημείων Γ, Β.. ἄγω τὰς ΓΗ, ΒΘ παραλλήλους μὲ τὴν ΔΕ, καὶ διὰ τῶν σημείων Ι, Κ ἄγω τὰς ΛΜ, ΝΞ παραλλήλους μὲ τὴν ΑΔ.

Τὸ τετράγωνον $\mathrm{AE} = \mathrm{A}\Delta^2$, ἐκ τῆς κατασκευῆς.. ἀλλὰ τὸ τετραγ ΑΕ $=$ γνωμ. αβγ. $+$ τετραγ.. ΞΗ, ὡς ὅλον καὶ μέρη.. ὁ δὲ γνώμ. αβγ. $=$ ὀρθογ. ΑΙ $+$ ὀρθογ. ΜΟ $+$ ὀρθογ. ΙΕ $+$ ὀρθογ. ΚΘ $+$ τετραγ. ΒΛ, ὡς ὅλον καὶ μέρη: ὅ ἐςι $= 4\,\mathrm{AB} \times \Gamma\mathrm{B}$. Ὥςε $\mathrm{A}\Delta^2 = 4\,\mathrm{AB} \times \Gamma\mathrm{B} +$ τετραγ. $\Xi\mathrm{H} = 4\,\mathrm{AB} \times \Gamma\mathrm{B} + \mathrm{A}\Gamma^2$.

(α) Ὁ Τακουέτιος ὅμως προσφέρει ταύτην τὴν πρότασιν ὧδέ πως. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα μέρη, καὶ εἰς αὐτὴν προςεθῇ ἄλλη εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ τετράκις ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς ἡμισείας σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς ἡμισείας περιεχόμενον μετὰ τοῦ τετραγώνου τῆς προσκειμένης εἶναι ἴσον μὲ τὸ τετράγωνον τῆς ὅλης: τῆς δοθείσης λέγω σὺν τῇ προςεθείσῃ.

Ἔςω ΓΔ ἡ δοθεῖσα τετμημένη δίχα κατὰ τὸ Β.. ἂς προςεθῇ ἡ ΑΓ εὐθεῖα, τότε $4\,\mathrm{AB} \times \Gamma\mathrm{B} + \Delta\Gamma^2 = \mathrm{A}\Delta^2$.

Ἔςω $ΑΒ = 10$, καὶ $ΑΓ = 7$, τότε $ΒΔ = 3$, καὶ $ΑΔ = 13$. Ὥςε $4 \times 10 \times 3 + 7^2 = 13^2$. Ὥ'ςε...

Π ρ ό τ α σ ι ς. θ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα μέρη, τὰ τετράγωνα τῶν ἀνίσων μερῶν τῆς δευτέρας τομῆς θέλουσιν εἶναι διπλάσια τῶν τετραγώνων τῆς τε ἡμισείας καὶ τοῦ μεταξὺ τῶν τομῶν.

Ἔςω ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, τετμημένη εἰς ἴσα μέρη κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Δ, τότε λέγω ὅτι $ΑΔ^2 + ΔΒ^2 = 2 (ΑΓ^2 + ΓΔ^2)$. σχ. 84.

Ἀπὸ τοῦ σημείου Γ ὑψῶ πρὸς ὀρθὰς τὴν $ΓΕ = ΑΓ = ΓΒ$.. ἄγω τὴν ΕΑ καὶ ΕΒ.. ἀπὸ τοῦ σημείου Δ ἄγω τὴν ΔΖ παράλληλον μὲ τὴν ΓΕ, καὶ διὰ τοῦτο πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν ΑΒ.. ἀπὸ τοῦ σημείου Ζ ἄγω τὴν ΖΗ παράλληλον μὲ τὴν ΑΒ, εἴτε καθέτως ἐπὶ τῆς ΕΓ.. καὶ τέλος ἄγω τὴν ΑΖ. Καὶ ἔχω τρία ταῦτα: α'. ἐπειδὴ τὰ τρίγωνα ΑΓΕ, ΒΓΕ εἶναι ὀρθογώνιά τε καὶ ἰσοσκελῆ, ἐκ τῆς κατασκευῆς, καὶ διὰ τοῦτο ἥ τε γων. $ΓΕΑ = 45^\circ$, καὶ ἡ γων. $ΓΕΒ = 45^\circ$, τούτου ἕνεκεν ἡ ὅλη γων. $ΑΕΒ = 90^\circ$.

β'. Ἐπειδὴ τὸ τρίγ. ΕΗΖ εἶναι καὶ ὀρθογώνιον, καὶ ἔχει καὶ τὴν γων. $ΗΕΖ = 45^\circ$, τούτου ἕνεκεν $ΕΗ = ΗΖ$ (πορ. ζ'. προ. λβ'. βιβ. α').

γ'. Ἐπειδὴ τὸ τρίγ. ΖΔΒ εἶναι ὀρθογώνιον, καὶ ἔχει καὶ τὴν γων. $ΖΒΔ = 45^\circ$, τούτου ἕνεκεν $ΖΔ = ΔΒ$.

Ὥςε τὸ $ΑΖ^2 = ΑΔ^2 + ΔΖ^2$ (πρ. μζ'.) =

$A\Delta^2 + \Delta B^2$.. ἀλλὰ διὰ τὸν αὐτὸν λόγον. $AZ^2 = AE^2 + EZ^2$.. ὥςε $A\Delta^2 + \Delta B^2 = AE^2 + EZ^2$ (ἀξ. α').. ἀλλὰ τὸ μὲν $AE^2 = A\Gamma^2 + E\Gamma^2$ (πρ. μζ. βιβ. α'.) $= 2\ A\Gamma^2$ (πορ. γ'. τῆς αὐτῆς), τὸ δὲ $EZ^2 = HZ^2 + EH^2 = 2\ HZ^2 = 2\ \Gamma\Delta^2$. Ὥςε $A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2\ (A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$.

Ἔςω $AB = 10$, καὶ $A\Gamma = 5$, καὶ $A\Delta = 7$, τότε $\Delta B = 3$, καὶ $\Gamma\Delta = 2$. Ὥςε $7^2 + 3^2 = 2\ (5^2 + 2^2.)$.. Ὥςε....

Π ρ ό τ α σ ι ς ί.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, καὶ εἰς αὐτὴν προςεθῇ ἄλλη εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὰ τετράγωνα τῆς τε ὅλης καὶ τῆς προςεθείσης θέλουσιν εἶναι διπλάσια τῶν τετραγώνων τῆς τε ἡμισείας καὶ τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προςεθείσης.

Ἔςω AB ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, καὶ εἰς αὐτὴν ὅς προςεθῇ ἡ $B\Delta$ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τότε λέγω ὅτι $A\Delta^2 + B\Delta^2 = 2\ (A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$. σχ. 85.

Ἀπὸ τοῦ σημείου Γ ὑψῶ πρὸς ὀρθὰς τὴν $\Gamma E = A\Gamma = \Gamma B$.. ἄγω τὰς EA, EB.. ἐκπληρῶ τὸ ὀρθογ ΓZ.. ἐπεκτείνω τὰς EB, $Z\Delta$, ἕως οὗ νὰ συμπέσωσιν εἰς τὸ σημεῖον H, ὡς μὴ οὖσαι παράλληλοι, ἄγω καὶ τὴν AH.

Ἡ μὲν γων. $AEB = 90^\circ$, ἡ δὲ γων. $EB\Gamma = 45^\circ$, κατὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς ἀνωτέρω προτάσεως.. ἀλλ' ἡ γων. $EB\Gamma =$ γων. ΔBH, καθὸ κατὰ κορυφήν.. Ὅθεν καὶ ἡ γων. $\Delta BH = 45^\circ$, καὶ διὰ τοῦτο τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον $B\Delta H$ ἔχει τὴν $B\Delta = \Delta H$ (πορ. ζ' προ. λϛ. βιβ. α').

Ὥςε $AH^2 = A\Delta^2 + \Delta H^2 = A\Delta^2 + B\Delta^2$ (πρ. μζ΄. βιβ. α΄.). Ἀλλὰ διὰ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ $AH^2 = AE^2 + EH^2$.. ὥςε $A\Delta^2 + B\Delta^2 = AE^2 + EH^2$.. Ἀλλὰ τὸ μὲν $AE^2 = A\Gamma^2 + E\Gamma^2$ (διὰ τὴν αὐτὴν) $= 2.\ A\Gamma^2$ (πορ. γ΄. τῆς αὐτῆς), τὸ δὲ $EH^2 = \Delta E^2 + EH^2$ (διὰ τὴν αὐτὴν) $= 2\ EZ^2$, (ὡς ὄντος δηλ. ἰσοσκελοῦς τοῦ ὀρθογωνίου τριγ. ΕΖΗ) $= 2\ \Gamma\Delta^2$. Ὥςε $A\Delta^2 + B\Delta^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$.

Ἔςω $AB = 10$, καὶ $B\Delta = 4$, διὰ τοῦτο $A\Delta = 14$ καὶ $A\Gamma = 5$. Ὥςε $14^2 + 4^2 = 2\,(5^2 + 9^2)$. Ὥςε...

Πρότασις ια΄.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν νὰ διαιρέσῃ τις οὕτως, ὥςε τὸ ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον νὰ ἦναι ἴσον μὲ τὸ τετράγωνον τοῦ ἑτέρου τμήματος.

Ἔςω ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα. σχ. 86.

Ἀναγράφω τὸ τετράγωνον τῆς ΑΒ: τὸ ΑΓ λέγω.. τέμνω δίχα τὴν ΑΔ (πρ. ι. βιβ. α΄) κατὰ τὸ σημεῖον Ε.. ἄγω τὴν ΕΒ.. ἐπεκτείνω τὴν ΕΑ, ἕως οὗ ἡ $EZ = EB$.. ἀναγράφω τὸ τετράγωνον τῆς ΑΖ: τὸ ΑΗ λέγω.. ἐπεκτείνω τὴν ΗΘ ἕως τοῦ σημείου Κ, καὶ λέγω ὅτι τὸ σημεῖον Θ εἶναι τὸ ζητούμενον σημεῖον.

Καθότι ἐπειδὴ εἰς τὴν ΔΑ εὐθεῖαν, τμηθεῖσαν δίχα, προσετέθη ἡ ΑΖ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, διὰ τοῦτο ὀρθογ. $\Delta Z \times AZ + EA^2 = EZ^2$ (πρ. ς΄) $= EB^2$, ὡς οὔσης δηλ. ἐκ τῆς κατασκευῆς, $EB = EZ$.. ἀλλ' $EB^2 = AB^2 + EA^2$ (πρ. μζ΄. βιβλ. α΄.).. ὥςε ὀρθογ. $\Delta Z \times AZ + EA^2 = AB^2 + E\Delta^2$: ὅ ἐςιν ὀρθογ. $\Delta Z \times AZ = AB^2$..

ἀλλὰ ὀρθογ. $\Delta Z \times \Delta Z =$ ὀρθογ. ΔH, καὶ $AB^2 =$ τετραγ. $A\Gamma$.: ὥστε ἀφαιρουμένου κοινῶς τοῦ ὀρθογ. $A\Theta K\Delta$, μένει τετραγ. $AH =$ ὀρθογ. $\Theta\Gamma$: ὅ ἐστιν $A\Theta^2 = B\Gamma \times \Theta B = AB \times \Theta B$, ὅπερ ἐζητεῖτο. Ὥστε ἡ AB τέτμηται οὕτω κατὰ τὸ Θ σημεῖον, ὥστε $AB \times \Theta B = A\Theta^2$: ὅ ἐστιν $AB : A\Theta :: A\Theta : \Theta B$. (α).

Πρότασις. ιβ'.

Εἰς τὰ ἀμβλυγώνια τρίγωνα τὸ τετράγωνον τῆς ὑποτεινούσης τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν εἶναι μεῖζον τῶν τετραγώνων τῶν λοιπῶν πλευρῶν κατὰ τὸ δὶς ὀρθογώνιον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ μιᾶς τῶν λοιπῶν πλευρῶν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν ἐπιπίπτει ἡ κάθετος, καὶ τῆς εὐθείας τῆς μεταξὺ τῆς καθέτου καὶ τῆς ἀμβλείας γωνίας.

Ἔστω $BA\Gamma$ τρίγωνον ἀμβλυγώνιον κατὰ τὴν A γωνίαν. σχ. 87. ἐπεκτείνω τὴν BA.. ἄγω ἐπ' αὐτὴν κάθετον τὴν $\Gamma\Delta$, ἥτις εἶναι τὸ ὕψος τῶν τριγώνου, καὶ λέγω ὅτι $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 + 2\,AB \times A\Delta$. σχ. 87.

Καθότι ἐπειδὴ καὶ ἡ γων. $B\Delta\Gamma = 90°$, διὰ τοῦτο $B\Gamma^2 = B\Delta^2 + \Delta\Gamma^2$ (πρ. μζ. βιβ. α'.).. ἀλλὰ τὸ μὲν $B\Delta^2 = AB^2 + A\Delta^2 + 2\,AB \times A\Delta$ (πρ. δ'.), τὸ δὲ $\Delta\Gamma^2 = A\Gamma^2 - A\Delta^2$ (πορ. α'. προ. μζ'. βιβ. α'). Ὥστε $B\Delta^2 +$

(α) Αὕτη ἡ πρότασις ἀριθμητικῶς δὲν ἐκφράζεται. διότι εἶναι ἀδύνατον νὰ εὑρεθῇ ἀριθμός, ὥστε διαιρεθέντος εἰς δύο, τὸ γινόμενον, ἐκ τοῦ ὅλου ἐπὶ τὸ ἓν μέρος νὰ ἦναι ἴσον μετὰ τὸ τετράγωνον τοῦ ἑτέρου τμήματος, διὰ ἀῤῥήτων ὅμως ἀριθμῶν ἐκφράζεται. Καθότι ἔστω ὁ ἀριθμὸς 2. καὶ ἂς διαιρεθῇ εἰς δύο μέρη: εἰς τὸ μεῖζον $\sqrt{5} - 1$, καὶ εἰς τὸ ἔλασσον $3 - \sqrt{5}$, τότε $2\,(3 - \sqrt{5}) = (\sqrt{5} - 1)$.

$\Delta\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 + 2 BA \times A\Delta = B\Gamma^2$: ὅ ἐςι τὸ $B\Gamma^2 > AB^2 + AB^2$ κατὰ τὸ $2 B\Delta \times A\Delta$, ὡς ἐζητεῖτο.

Π ό ρ ι σ μ α.

Ὥςε ἄν, εἰς ἓν τρίγωνον, τὸ τετράγωνον τῆς μιᾶς πλευρᾶς ἦναι μεῖζον τῶν τετραγώνων τῶν λοιπῶν πλευρῶν, τὸ τετράγωνον θέλει εἶναι ἀμβλυγώνιον, καὶ ἡ εἰρημένη πλευρὰ θέλει ὑποτείνει τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν.

Π ρ ό τ α σ ι ς. ιγ΄.

Εἰς τὰ ὀξυγώνια τρίγωνα τὸ τετράγωνον τῆς ὑποτεινούσης μίαν τῶν ὀξειῶν γωνιῶν εἶναι ἔλασσον τῶν τετραγώνων τῶν λοιπῶν πλευρῶν κατὰ τὸ δὶς ὀρθογώνιον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ μιᾶς τῶν λοιπῶν πλευρῶν, ἐφ᾽ ἣν ἡ κάθετος ἐπιπίπτει, καὶ τῆς εὐθείας τῆς μεταξὺ τῆς καθέτου καὶ τῆς εἰρημένης ὀξείας γωνίας.

Ἔςω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ ΓΑΒ, καὶ ἂς ἀχθῇ κάθετος ἡ ΓΔ, τότε λέγω ὅτι $A\Gamma^2 = AB^2 + \Gamma B^2 - 2AB \times A\Delta$. σχ. 88.

Τὸ $A\Gamma^2 = A\Delta^2 + \Delta\Gamma^2$ (πρ. μζ΄. βιβλ. α΄.).. ἀλλὰ τὸ μὲν $A\Delta^2 = AB^2 + \Delta B^2 - 2\ AB \times \Delta B$ (πρ. ζ΄.), ὡς ὄντος $AB^2 + \Delta B^2 = 2\ AB^2 + A\Delta^2$, τὸ δὲ $\Delta\Gamma^2 = B\Gamma^2 - \Delta B^2$ (πορ. α΄. μζ΄. βιβλ. α΄.)..

Ὥςε $A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2 - 2\ AB \times \Delta B$: ὅ ἐςι $A\Gamma^2 < AB^2 + B\Gamma^2$ κατὰ τὸ $2\ AB \times \Delta B$.

Π ό ρ ι σ μ α. α΄.

Ὥςε εἰς πᾶν τρίγωνον ἀχθείσης καθέτου ἀπὸ τῆς κορυφῆς, ἂν μὲν ἡ μία πρὸς τῇ βάσει γωνία ἦναι ἀμβλεῖα, ἡ κάθετος πεσεῖται ἔξω τῆς βάσεως (πρ. ιβ΄).. ἂν δ᾽

ὀρθὴ, εἰς τὸ πέρας τῆς βάσεως (πρ. μζ΄. βιβ. α΄.).. εἰδὲ καὶ εἶναι ἑκάτεραι ὀξεῖαι, ἐπὶ τὴν βάσιν.

Π ό ρ ι σ μ α. β΄.

Ἂν, εἰς ἓν τρίγωνον, τὸ τετράγωνον τῆς μιᾶς πλευρᾶς ἦναι ἔλασσον τῶν τετραγώνων τῶν λοιπῶν δύο πλευρῶν, αὕτη ἡ πλευρὰ ὑποτείνει ὀξεῖαν γωνίαν.

Π ρ ό τ α σ ι ς. ιδ΄.

Νὰ συςήσῃ τις τετράγωνον ἴσον μὲ τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον.

Ἔςω Α τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον σχῆμα. σχ. 89.

Παρὰ τὴν τυχοῦσαν εὐθεῖαν ΒΓ συνίςημι παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ ΒΓΔΕ = εὐθυγ. Α (πρ. με΄. βιβ. α΄.).. ἐπεκτείνω τὴν ΒΓ, ἕως οὗ ἡ ΓΖ = ΓΔ.. τέμνω τὴν ΒΖ δίχα κατὰ τὸ σημεῖον Κ.. εἶτα κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαςήματι δὲ τῷ ΚΖ, γράφω κύκλον τὸν ΖΗΒ.. ἐπεκτείνω τὴν ΔΓ μέχρι τῆς περιφερείας Η.. ἄγω τὴν ΚΗ, καὶ λέγω ὅτι τὸ $ΗΓ^2$ εἶναι τὸ ζητούμενον τετράγωνον.

Καθότι ἐπειδὴ καὶ ἡ εὐθεῖα ΒΖ τέτμηται εἰς ἴσα κατὰ τὸ Κ, καὶ εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Γ, διὰ τοῦτο $ΚΖ^2 = ΒΓ \times ΓΖ + ΚΓ^2$ (πρ. ε΄.).. ἀλλὰ ΚΖ = ΚΗ, καθὸ ἡμιδιάμετροι, καὶ $ΚΗ^2 = ΗΓ^2 + ΚΓ^2$ (πρ. μζ΄. βιβ. α΄.). Ὥςε $ΒΓ \times ΓΖ + ΚΓ^2 = ΗΓ^2 + ΚΓ^2$ (ἀξ. α΄.).. ὅ ἐςι $ΒΓ \times ΓΖ = ΗΓ^2$, ἀφαιρεθέντος δηλ. κοινῶς τοῦ $ΚΓ^2$, ἀλλ', ἐκ τῆς κατασκευῆς $ΒΓ \times ΓΖ =$ ὀρθογ. ΒΓΔΕ, καὶ ὀρθογ. ΒΓΔΕ = εὐθ. Α, ὥςε $ΗΓ^2 =$ εὐθυγ. Α, ὅπερ ἐζητεῖτο.