εἴτε τῆς ΒΓΑ, ὅπερ εἶναι τὸ δεύτερον μέρος τῆς προτάσεως. Ὥςε . . .

Πρότασις κβʹ.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, ἐξ ὧν ἑκάςη νὰ ἦναι ἐλάσσων τοῦ κεφαλαίου τῶν λοιπῶν δύο, νὰ συςήσῃ τις τρίγωνον.

Ἔςωσαν Α, Β, Γ αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι. σχ. 46.

Γράφω τὴν ΔΕ εὐθεῖαν.. ἐκ ταύτης λαμβάνω τὴν μὲν ΔΖ = Α, τὴν δὲ ΖΗ = Β, τὴν δὲ ΗΘ = Γ (πρ. γʹ.).. εἶτα κέντρῳ μὲν τῷ Ζ, διαςήματι δὲ τῷ ΔΖ, γράφω κύκλον τὸν ΔΙΚ.. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Η, διαςήματι δὲ τῷ ΗΘ, γράφω κύκλον τὸν ΙΘ.. ἄγω τὰς εὐθείας ΖΙ, ΗΙ, καὶ λέγω ὅτι τὸ τρίγωνον ΖΙΗ εἶναι τὸ ζητούμενον.

Καθότι ἡ μὲν πλευρὰ αὐτοῦ ΖΙ = ΔΖ, καθὸ ἡμιδιάμετροι, ἡ δὲ ΗΙ = ΗΘ, διὰ τὸν αὐτὸν λόγον.. ἀλλ' ἡ μὲν ΔΖ = Α, ἡ δὲ ΖΗ = Β, ἡ δὲ ΗΘ = Γ, ἐκ τῆς κατασκευῆς. Ὥςε τὸ τρίγωνον ΖΙΗ συνεςάθη ἐκ τριῶν εὐθειῶν ἴσων μὲ τὰς τρεῖς δοθείσας, ὡς ἐζητεῖτο.

Πρότασις. κγʹ.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, καὶ τῷ ἐπ' αὐτῆς δοθέντι σημείῳ, νὰ συςήσῃ τις γωνίαν εὐθύγραμμον ἴσην μὲ τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον.

Ἔςω ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, Α τὸ ἐπ' αὐτῆς σημεῖον, καὶ ΔΓΕ ἡ δοθεῖσα εὐθύγραμμος γωνία. σχ. 47.

Ἐπὶ τῶν σκελῶν τῆς δοθείσης γωνίας λαμβάνω δύο τυχόντα σημεῖα: τὰ Ζ, Η.. ζευγνύω αὐτὰ διὰ τῆς εὐθείας ΖΗ.. εἶτα ἐκ τριῶν εὐθειῶν ἴσων μὲ τὰς τρεῖς εὐθείας ΓΖ, ΓΗ, ΖΗ ἐκτελῶ τρίγωνον τὸ ΘΑΙ (πρ.

κβ'.), ὅπερ δηλονότι εἶναι ἴσον μὲ τὸ τρίγ. ΖΓΗ (πρ. η'.), καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡ γων. ΘΑΙ = γων. ΖΓΗ, ὡς ἐζητεῖτο.

Π ρ ό τ α σ ι ς. κδ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα ἔχωσι τὰς δύο πλευρὰς ἴσας ταῖς δυσὶ πλευραῖς: ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὸ δ' ἓν ἔχει μείζονα τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων πλευρῶν περιεχομένην γωνίαν, ἕξει μείζονα καὶ τὴν βάσιν.

Εἰς τὰ τρίγωνα ΑΒΓ, ΔΕΖ ἔςωσαν ΑΒ = ΔΕ, καὶ ΑΓ = ΔΖ, ἡ δὲ γων. Α $>$ γων. ΕΔΖ, τότε λέγω ὅτι καὶ ἡ ΒΓ $>$ ΕΖ. σχ. 48.

Πρὸς τῇ ΕΔ εὐθείᾳ καὶ τῷ ἐπ' αὐτῆς σημείῳ Δ συνίςημι γων. ΕΔΗ = γων. Α (πρ. κγ'.).. ἐκτελῶ τὴν πλευρὰν ΔΗ = ΔΖ = ΑΓ, καὶ οὕτως ἡ ΕΗ = ΒΓ (πρ. δ'.).

Ὄντος λοιπὸν ἰσοσκελοῦς τοῦ τριγώνου ΖΔΗ, ἡ γων. ΔΗΖ = γων. ΔΖΗ.. ἀλλ' ἡ γων. ΕΖΗ $>$ γων. ΔΖΗ, καθὸ ὅλον, διὰ τοῦτο γων. ΕΖΗ $>$ γων. ΔΗΖ $>$ γων. ΕΗΖ. Ὥςε οὔσης τῆς γων. ΕΖΗ $>$ γων. ΕΗΖ, θέλει εἶναι καὶ ἡ πλευρὰ ΕΗ $>$ ΕΖ (πρ. ιη'.).. ἀλλ' ἐκ τῆς κατασκευῆς ἡ ΕΗ = ΒΓ, ὥςε καὶ ἡ ΒΓ $>$ ΕΖ, ὅπερ ἐζητεῖτο.

Π ρ ό τ α σ ι ς. κε'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα ἔχωσι τὰς δύο πλευρὰς ἴσας ταῖς δυσὶ πλευραῖς: ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὸ δ' ἓν ἔχει μείζονα τὴν βάσιν, ἕξει μείζονα καὶ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων πλευρῶν περιεχομένην γωνίαν.

Εἰς τὰ τρίγωνα ΑΒΓ, ΔΕΖ ἔςωσαν ΑΒ = ΔΕ,

καὶ ΑΓ = ΔΖ, καὶ ἡ ΒΓ > ΕΖ, τότε λέγω ὅτι καὶ ἡ γων. Α > γων. ΖΔΕ. σχ. 48.

Ἀλλέως, θέλει εἶναι ἢ ἴση, ἢ ἐλάσσων. Ἔςω λοιπὸν α′ ἡ γων. Α = γων. ΖΔΕ, τότε θέλει εἶναι καὶ τὸ τρίγ. ΑΒΓ = τριγ. ΔΕΖ, καὶ ἡ ΒΓ = ΔΖ (πρ. δ′), ὅπερ ἀντίκειται εἰς τὴν ὑπόθεσιν. Ἔςω β′ ἡ γων. Α < γων. ΖΔΕ, τότε καὶ ἡ ΒΓ < ΕΖ (πρ. κδ′), ὅπερ ἀντίκειται εἰς τὴν ὑπόθεσιν. Ὥςε μὴ οὖσα ἡ γων. Α οὔτε ἴση, οὔτε ἐλάσσων· τῆς γων. ΖΔΕ, ἐξ' ἀνάγκης πρέπει νὰ ἦναι μείζων, ὅπερ καὶ ἐζητεῖτο.

Π ρ ό τ α σ ι ς. κς′.

Ἐὰν δύο τρίγωνα ἔχωσιν ἴσας τὰς δύο γωνίας καὶ τὴν μίαν πλευρὰν, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν τὴν μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, ἴσην ἔξουσι καὶ τὴν τρίτην γωνίαν καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς πρὸς ἀλλήλας.

Εἰς τὰ τρίγωνα ΑΒΓ, ΔΕΖ ἔςωσαν γων. Α = γων. Δ, καὶ γων. Β = γων. Ε, καὶ μία πλευρὰ ἴση μιᾷ πλευρᾷ: τουτέςιν εἴτε ἡ πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ὡς ἡ ΑΒ = ΔΕ; εἴτε ἡ ὑποτείνουσα μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, ὡς ἡ ΒΓ = ΕΖ, τότε λέγω ὅτι καὶ τὸ τρίγωνον ΑΒΓ = τριγ. ΔΕΖ. σχ. 49.

α′. Ἔςω ἡ πλευρὰ ΑΒ = ΔΕ, οὔσης δηλ. καὶ τῆς μὲν γων. Α = γων. Δ, τῆς δὲ γων. Β = γων. Ε. Ἐπιτίθημι τὴν ΔΕ ἐπὶ τὴν ΑΒ, καὶ καθὸ ἴσαι ἔχει νὰ ἐφαρμόσῃ μὲ αὐτὴν (ἀξ. δ′). Ἀλλ' ἐπειδὴ καὶ ἡ μὲν γων. Α = γων. Δ, ἡ δὲ γων. Β = γων. Ε, διὰ τοῦτο ἡ μὲν πλευρὰ ΔΖ ἔχει νὰ ἐφαρμόσῃ μὲ τὴν ΑΓ, ἡ δὲ ΕΖ μὲ τὴν ΒΓ, καὶ ἐπομένως καὶ ἡ σύμπτωσις αὐτῶν Ζ μὲ τὴν σύμπτωσιν ἐκείνων Γ, ἀλλέως.. ὅ ἐςιν ἂν τὸ σημεῖον Ζ πεσῆται ἔξω τοῦ σημείου Γ, τότε οὔτε αἱ ΔΖ, ΕΖ ἐφαρμόσουσι μὲ τὸς ΑΓ, ΒΓ: ὅ ἐςιν οὔτε ἡ γων. Α = γων. Δ, οὔτε ἡ γων. Β = γων. Ε, ὅπερ εἶναι ἐναντίον τῆς ὑποθέσεως. Ὥςε καὶ τὸ σημεῖον Ζ ἐφαρμόσει μὲ τὸ σημεῖον Γ, καὶ οὕτως ἡ γων. Γ = γων. Ζ, καὶ ἡ ΑΓ = ΔΖ, καὶ ἡ ΒΓ = ΕΖ, ὅπερ ἐζητεῖτο.

β΄. Ἔςω ἡ ΒΓ = ΕΖ: αἱ ὑποτείνουσαι δηλονότι μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, διαμενουσῶν ἐν ταυτῷ τῆς μὲν γων. Α = γων. Δ, τῆς δὲ γων. Β = γων. Ε, τότε θέλει εἶναι καὶ ἡ ΑΒ = ΔΕ.

Εἰ δὲ καὶ δὲν εἶναι ἡ ΑΒ = ΔΕ, ἔςω θατέρα αὐτῶν μείζων, καὶ ἔςω ἡ ΔΕ > ΑΒ.. τότε λαμβάνων τὴν αΕ = ΑΒ (πρ. γ΄.) ἔχω εἰς τὰ τρίγωνα ΖαΕ, ΓΑΒ τὴν μὲν αΕ = ΑΒ, ἐκ τῆς κατασκευῆς, τὴν δὲ ΕΖ = ΒΓ, καὶ τὴν γων. Ε = γων. Β, ἐξ ὑποθέσεως.. ὥςε καὶ ἡ γων. ΖαΕ = γων. ΓΑΒ (πρ. δ΄.). Ἀλλ' ἡ γων. ΖαΕ > γων. ΖΔα (πρ. ις΄.), διὰ τοῦτο ἡ γων. ΖαΕ > γων. ΓΑΒ: καὶ ἴση δηλονότι καὶ ἄνισος. Ὥςε ἡ ΔΕ δὲν εἶναι μείζων τῆς ΑΒ, καὶ ἐπομένως τὸ τρίγ. ΔΕΖ = ΑΒΓ, ὅπερ ἐζητεῖτο.

Π ρ ό τ α σ ι ς. κζ΄.

Ἐὰν εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἐπὶ δύο εὐθείας, ποιῇ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις, παράλληλοι θέλουσιν εἶναι ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Ἔςω ΑΒ ἡ εὐθεῖα ἡ ἐμπίπτουσα, καὶ ΓΔ, ΕΖ ἐφ' ἅς περ ἐμπίπτει, καὶ ἡ γων. ΓΗΒ = γων. ΛΘΖ, τότε λέγω ὅτι καὶ ΓΔ, ΕΖ εἶναι παράλληλοι. σχ. 50.

Εἰδὲ καὶ δὲν εἶναι, ἐπεκτεινόμεναι θέλουσι συμπέσει ἀπὸ τοῦ ἑνὸς μέρους (ἀξι. ια'.).. ἃς συμπέσωσι λοιπὸν εἰς τὸ σημεῖον Ι, ὥςε νὰ ἐκτελεσθῇ τρίγωνον τὸ ΛΘΙ. Ἀλλὰ τότε ἡ ἐκτὸς γων. ΓΗΘ > γων. ΗΘΙ (πρ. ις'.), ἐν ᾧ δηλονότι ὑπετέθη ἴση, ὅπερ εἶναι ἄτοπον, ὥςε αἱ εὐθεῖαι ΓΔ, ΕΖ οὐ συμπεσοῦνται, καὶ διὰ τοῦτο καὶ παράλληλοι (ἀξ. η'.). Ὥςε...

Πρότασις κη'.

Ἐὰν εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἐπὶ δύο εὐθείας, ποιῇ ἤτοι τὴν ἐκτὸς γωνίαν ἴσην μὲ τὴν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσας μὲ δύο ὀρθὰς, παράλληλοι θέλουσιν εἶναι ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Ἔςω δυοῖν θάτερον: ἤτοι ἡ γων. ΑΗΔ = γων. ΛΘΖ, ἢ αἱ γων. ΔΗΘ + γων. ΗΘΖ = 180°, τότε λέγω ὅτι καὶ αἱ εὐθεῖαι ΓΔ, ΕΖ εἶναι παράλληλοι ἀλλήλαις. σχ. 50.

α'. Ἔςω ἡ γων. ΑΗΔ = γων. ΛΘΖ, ἀλλὰ καὶ ἡ γων. ΑΗΔ = γων. ΓΗΒ, καθὸ κατὰ κορυφήν.. ὥςε ἡ γων. ΓΗΒ = γων. ΛΘΖ (ἀξ. α'), αἵτινες δηλονότι εἶναι ἐναλλάξ. Ὥςε ἡ ΓΔ παράλληλος μὲ τὴν ΕΖ (πρ. κζ').

β'. Ἔςωσαν αἱ γων. ΔΗΘ + γων. ΖΘΗ = 180°, ἀλλ' αἱ γων. ΘΗΔ + γων. ΘΗΓ = 180° (πρ. ιγ'), ὥςε ἡ γων. ΖΘΗ = γων. ΘΗΓ (ἀξ. ζ'), αἵτινες δηλονότι εἶναι ἐναλλάξ. Ὥςε ἡ ΓΔ παράλληλος μὲ τὴν ΕΖ (πρ. κζ.). Ὥςε...

Π ρ ό τ α σ ι ς. κθ'.

Ἡ ἐπὶ τὰς παραλλήλους εὐθείας ἐμπίπτουσα εὐθεῖα, ποιεῖ τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις, καὶ τὴν ἐκτὸς ἴσην μὲ τὴν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσας μὲ δύο ὀρθάς.

Ἔςωσαν αἱ ΓΔ, ΕΖ παράλληλοι ἀλλήλαις, τότε λέγω α'. ὅτι ἡ γων. ΓΗΘ = γων. ΗΘΖ, β'. ὅτι ἡ γων. ΑΗΔ = γων. ΑΘΖ, γ'. ὅτι αἱ γων. ΔΗΘ + γων. ΗΘΖ = 180° σχ. 51.

Τὸ γ'. Οὐσῶν λοιπὸν παραλλήλων τῶν ΓΔ, ΕΖ, ἂν δὲν ἦναι ἡ γων. ΔΗΘ + γών ΗΘΖ = 180°, τότε αἱ εὐθεῖαι ΓΔ, ΕΖ ἐπεκτεινόμεναι πρὸς τὸ μέρος Δ, Ζ θέλουσι συμπέσοι εἰς ἓν σημεῖον (ἀξ. ια'): ὅ ἐςι δὲν εἶναι παράλληλοι, ὅπερ εἶναι ἐναντίον τῆς ὑποθέσεως.

Τὸ α'. Οὐσῶν λοιπὸν τῶν γων. ΔΗΘ + γων. ΗΘΖ = 180°, εἶναι ἐν ταυτῷ καὶ αἱ γων. ΘΗΔ + γων. ΘΗΓ = 180° (πρ. ιγ'), διὰ τοῦτο γων. ΗΘΖ = γων. ΘΗΓ (ἀξ. ζ'), αἵτινες δηλονότι εἶναι ἐναλλάξ.

Τὸ. β'. Ἐπειδὴ λοιπὸν ἡ γων. ΘΗΓ = γων. ΗΘΖ .. καὶ ἡ γων. ΘΗΓ = γων ΑΗΔ, καθὸ κατὰ κορυφὴν, διὰ τοῦτο καὶ γων. ΑΗΔ = γων. ΗΘΖ, ὅ ἐςιν ἡ ἐκτὸς ἴση μὲ τὴν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. Ὥςε...

Πρότασις. λ'.

Αἱ παράλληλοι μὲ μίαν τρίτην εὐθεῖαν, εἶναι καὶ πρὸς ἀλλήλας παράλληλοι.

Ἔςωσαν αἱ ΑΒ, ΓΔ παράλληλοι μὲ τὴν ΕΖ, τότε λέγω ὅτι εἶναι καὶ πρὸς ἀλλήλας, παράλληλοι. σχ. 52.

Καθότι ἄγω τὴν ΗΘ εὐθεῖαν ἐπὶ τὰς τρεῖς εὐθείας.. καὶ ἐπειδὴ, ἐξ ὑποθέσεως, ἡ ΑΒ εἶναι παράλληλος μὲ τὴν ΕΖ, διὰ τοῦτο ἔξω γων. ΗΙΒ. = γων. ΗΚΖ (πρ. κθ'.).. διὰ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ γων. ΗΚΖ = γων ΗΛΔ, ὅθεν γων. ΗΙΒ = γων. ΗΛΔ (ἀξ. α'.).. ὥςε ἡ ΑΒ παράλληλος μὲ τὴν ΓΔ (πρ. κη'), ὅπερ ἐζητεῖτο.

Πρότασις. λα'.

Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου νὰ ἄξῃ τις παράλληλον μὲ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν.

Ἔςω α τὸ δοθὲν σημεῖον, καὶ ΑΒ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα. σχ. 53.

Λαμβάνω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς ΑΒ, ὡς τὸ Γ.. ἄγω τὴν αΓ εὐθεῖαν.. εἶτα πρὸς τῷ σημείῳ α τῆς Γα εὐθείας συνίςημι γωνίαν τὴν ΓαΔ = γων. αΓΒ (πρ. κγ'), αἵτινες δηλονότι εἶναι καὶ ἐναλλάξ. Ὥςε ἡ ΔΕ, ἥτις ἤχθη διὰ τοῦ δοθέντος σημείου α, εἶναι παράλληλος μὲ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ΑΒ (πρ. κβ'.), ὡς ἐζητεῖτο.

Πρότασις. λβ'.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία εἶναι ἴση μὲ τὰς δύο ἀπέναντι ἐσωτέρικάς.. καὶ αἱ τρεῖς γωνίαι παντὸς τριγώνου εἶναι ἴσαι μὲ δύο ὀρθάς (α).

Προσεκβάλλω τὴν πλευρὰν ΒΓ τοῦ τριγώνου ΑΒΓ, καὶ λέγω ὅτι ἡ γων. ΑΓΔ = γων. ΒΑΓ + γων. ΑΒΓ, καὶ ὅτι αἱ τρεῖς αὐτοῦ γωνίαι = 180°. σχ. 54.

Διὰ τοῦ σημείου Α ἄγω τὴν ΕΖ παράλληλον μὲ τὴν ΒΓ.. τότε αἱ τρεῖς γων. ΓΑΖ + ΒΑΓ + ΒΑΕ = 2×90° (πρ. ιγ΄.).. ἀλλ᾽ ἡ μὲν γων. ΒΑΕ = γων. ΑΒΓ, ἡ δὲ γων. ΓΑΖ = γων. ΑΓΒ (πρ. κθ΄.), ὥςε αἱ τρεῖς γωνίαι τοῦ τριγώνου ΑΒΓ = 2×90°.

β΄. Αἱ δύο γωνίαι ΑΓΒ + γων. ΑΓΔ = 2×90° (πρ. ιγ΄.).. ἀλλὰ δέδεικται ὅτι παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι = 2×90° (α΄.).. ὥςε ἡ γων. ΑΓΔ = γων. ΓΒΑ + γων. ΓΑΒ. Ὥςε...

Π ό ρ ι σ μ α.

α΄. Ὥςε Παντὸς τριγώνου τὸ κεφάλαιον τῶν δύο γωνιῶν εἶναι < 180°.

β΄. Τὰ κεφάλαια τῶν τριῶν γωνιῶν πάντων τῶν τριγώνων εἶναι ἴσα πρὸς ἄλληλα.

γ΄. Ὥςε ἂν δύο τρίγωνα ἔχωσι τὰς δύο γωνίας ἴσας ταῖς δυσὶ γωνίαις, εἴτε ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, εἴτε ὁμοῦ,

(α) Πυθαγόρας λέγεται ὁ ἐφευρετὴς ταύτης τῆς προτάσεως. Ἡ ὡραιότης λοιπόν, ἡ μεγάλη χρῆσις, καὶ ἡ πολυτεκνία ταύτης τῆς προτάσεως μαρτυροῦσι τὸ, ὁποῖος ἦν ὁ ταύτης γεννήτωρ, καὶ ὁποίου τοὺς ἐστεροῦντο οἱ ἐφευρεταὶ τῆς γεωμετρίας Αἰγύπτιοι!

ἔξουσι καὶ τὴν τρίτην τῇ τρίτῃ ἴσην. Οὕτως εἰς τὴν κς΄. πρότασιν ἔχοντα τὰ δοθέντα δύο τρίγωνα δύο ἴσας γωνίας, εἶναι καὶ ἰσογώνια.

δ΄. Ἂν δύο τρίγωνα ἔχωσι τὴν μίαν γωνίαν ἴσην, ἔξουσι καὶ τὰ κεφάλαια τῶν λοιπῶν δύο ἴσα πρὸς ἄλληλα.

ε΄. Πᾶν ὀρθογώνιον καὶ ἀμβλυγώνιον τρίγωνον ἔχει ὀξείας ἑκατέρας τὰς λοιπὰς δύο γωνίας.

ϛ΄. Τῶν μὲν ὀρθογωνίων τριγώνων τὸ κεφάλαιον τῶν δύο ὀξειῶν γωνιῶν $= 90°$, τῶν δὲ ἀμβλειῶν $< 90°$.

ζ΄. Ἐὰν τὰ ὀρθογώνια τρίγωνα ἦναι καὶ ἰσοσκελῆ, τότε ἑκατέρα τῶν ὀξειῶν γωνιῶν $= 45°$. Καὶ ἂν θατέρα τῶν ὀξειῶν εἰς αὐτὰ γωνιῶν $= 45°$, τότε ταῦτα θέλουσιν εἶναι καὶ ἰσοσκελῆ.

η΄. Τῶν ἰσοπλεύρων τριγώνων ἑκάστη γωνία $= 60°$.. καὶ ἂν ἑκάστη γωνία ἑνὸς τριγώνου $= 60°$, τοῦτο θέλει εἶναι καὶ ἰσόπλευρον.

θ΄. Ὥστε δύναταί τις νὰ διαιρέσῃ τριχῶς μίαν εὐθεῖαν γωνίαν. Καθότι ἔστω ἡ γων. ΒΑΓ $= 90°$ (σχ. 55).. τότε ἐπὶ τῆς ΑΓ εὐθείας συνίστημι τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΓΔ (πρ. α΄.).. τέμνω δίχα τὴν γων. ΔΑΓ (πρ. θ΄.).. καὶ οὕτως ἔχω γων. ΕΑΓ $=$ γων. ΕΑΔ $=$ γων. ΔΑΒ $= 30°$.

ι΄. Ἂν εἰς τὰ ἰσοσκελῆ τρίγωνα γνωσθῇ μία γωνία, γνωσθήσονται καὶ αἱ λοιπαί.. διότι αἱ μὲν τρεῖς $= 180°$, αἱ δὲ δύο ἴσαι ἀλλήλαις.

ια΄. Ἂν πλῆθος εὐθειῶν καταταχθῶσιν ἀφ' ἑνὸς σημείου ἐπὶ μιᾶς εὐθείας, ἡ ἐλαχίστη θέλει εἶναι ἡ κάθετος. Οὕτως ἀπὸ τοῦ σημείου Α (σχ. 56.) ἄγω ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας τὰς ΑΔ, ΑΘ, ΑΕ, ΑΖ, κτξ, ἐξ ὧν ἡ ΑΘ ἔςω κάθετος. Ὄντων λοιπὸν ὀρθογωνίων τῶν τριγώνων ΑΘΕ, ΑΘΖ, κτξ. ἡ ΑΘ εἶναι ἐλάσσων καὶ τῆς ΑΕ, καὶ τῆς ΑΖ, κτξ. (πρ. ιθ΄.), ὡς οὔσης τῆς ὀρθῆς μείζονος ἁπασῶν τῶν ὀξειῶν.

ιβ΄. Ὥςε ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐπὶ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν εἶναι ἀδύνατον νὰ καταχθῶσι δύο κάθετοι. Καθότι τότε ἤθελε συςηθῆ τρίγωνον συνέχον δύο ὀρθὰς γωνίας: ὃ ἔςι τὰς τρεῖς μείζονας τῶν 180°, ὅπερ εἶναι ἀδύνατον,

ιγ΄. Παντὸς τετραπλεύρου εὐθυγράμμου σχήματος τὸ κεφάλαιον τῶν τεσσάρων γωνιῶν εἶναι ἴσον μὲ τέσσαρας ὀρθὰς, εἴτε $= 2 \times 180°$. Καθότι ἔςω τὸ τραπέζιον ΑΒΓΔ (σχ. 57).. ἄγω τὴν διαγώνιον ΑΓ, καὶ ἔχω δύο τρίγωνα ἴσα μὲ τὸ τραπέζιον, καὶ ἐπομένως αἱ ἓξ τῶν τριγώνων γωνίαι εἶναι ἴσαι μὲ τὰς τέσσαρας τοῦ τετραπλεύρου.. Ἀλλ' αἱ ἓξ γωνίαι τῶν δύο τριγώνων εἶναι ἴσαι μὲ τέσσαρας ὀρθὰς, ὥςε καὶ αἱ τέσσαρες τοῦ τετραπλεύρου ΑΒΓΔ $= 2 \times 180°$.. τοῦτο αὐτὸ ἤθελε λεχθῆ καὶ περὶ τοῦ τετραγώνου, καὶ ῥόμβου, καὶ ῥομβοειδοῦς: ὃ ἐςι παντὸς παραλληλογράμμου.

ιδ΄. Ὥςε παντὸς εὐθυγράμμου σχήματος τὸ κεφάλαιον τῶν ἐντὸς γωνιῶν εἶναι ἴσον μὲ τόσα ζεύγη ὀρθῶν γωνιῶν, ὅσας πλευρὰς ἔχει ἀποθέσει δύο. Οὕτω τὸ μὲν τετράπλευρον ΑΒΓΔ (σχ. 57) ἔχον τέσσαρας πλευρὰς ἔχει καὶ τὸ κεφάλαιον τῶν τεσσάρων γωνιῶν $= 4 \times 180° - 2 \times 180° = 2 \times 18°$.. Εἰς δὲ τὸ ἑξάγωνον ΑΒΓΔΕΖ (σχ. 58) ἀπό τινος τυχόντος σημείου τῶν ἐντὸς, ὡς τοῦ Η, ἄγω εὐθείας εἰς ἑκάστην τῶν γωνιῶν, καὶ ἔχω ἓξ τρίγωνα, ὧνπερ αἱ γωνίαι εἶναι ἶσαι μὲ ἓξ ζεύγη, εἴτε $= 6 \times 180^\circ$. Ἐπειδὴ ὅμως καὶ ταῦτα τὰ ἓξ τρίγωνα περιέχουσιν ὄχι μόνον τὰς ἓξ γωνίας τοῦ ἑξαγώνου, ἀλλὰ καὶ ἔτι τέσσαρας, τὰς περὶ τὸ σημεῖον Η (πόρ. β΄. προ. ιγ΄.), τούτου ἕνεκεν εἶναι ἀνάγκη νὰ ἀφαιρεθῶσιν ἐξ αὐτῶν δύο ζεύγη, καὶ οὕτω τὸ κεφάλαιον τῶν γωνιῶν τοῦ ἑξαγώνου ΑΒΓΔΕΖ θέλει εἶναι $= 6 \times 180^\circ - 2 \times 180^\circ = 4 \times 180^\circ$. Ὥςε ἂν αἱ ἐντὸς γωνίαι τοῦ πολυγώνου ἦναι $= \infty$, ὡς εἰς τὸν κύκλον, τότε, ὀνομάζων Θ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ἔξω διὰ κεφάλαιον τῶν γωνιῶν τοῦ κύκλου $= 2\,\infty\,\Theta - 4\,\Theta$. Ὥςε ἑκάςη γωνία ἐσωτερικὴ τοῦ κύκλου $= \frac{2\,\infty\,\Theta - 4\,\Theta}{\infty} = 2\Theta - \frac{1}{\infty}$.

ιε΄. Παντὸς εὐθυγράμμου σχήματος τὸ κεφάλαιον τῶν ἐκτὸς γωνιῶν εἶναι ἶσον μὲ τέσσαρας ὀρθάς. Καθότι ἐπειδὴ αἱ ἐντὸς μετὰ τῶν ἐκτὸς γωνιῶν εἶναι οὐδὲν ἄλλο, ἢ δύο ἐφεξῆς γωνίαι, αἵτινες δηλονότι εἶναι ἶσαι μὲ ἓν ζεῦγος ὀρθῶν (πρ. ιγ΄.).. καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐφεξῆς γωνιῶν εἰς πᾶν εὐθύγραμμον εἶναι τοσοῦτος, ὅσαι αἱ πλευραὶ αὐτοῦ.. καὶ τὸ κεφάλαιον μόνον τῶν ἐντὸς γωνιῶν εἶναι ἶσον μὲ τόσα ζεύγη ὀρθῶν γωνιῶν, ὅσας πλευρὰς ἔχει τὸ εὐθύγραμμον σχῆμα ἀποθέσει δύο (πόρ. ιδ΄.), τούτου ἕνεκεν μένουσιν αἱ ἐκτὸς γωνίαι παντὸς εὐθυγράμμου σχήματος, ἶσαι μὲ δύο ζεύγη ὀρθῶν γωνιῶν, εἴτε $= 2 \times 180^\circ$.

Ὥςε τὸ κεφάλαιον τῶν ἐκτὸς γωνιῶν ἑνὸς τριγώνου εἶναι ἴσον μὲ τὸ κεφάλαιον τῶν ἐκτὸς γωνιῶν ἑνὸς χιλιογράμμου.. πρᾶγμα παράδοξον!

Π ρ ό τ α σ ι ς. λγ΄.

Αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθείας ἴσας καὶ παραλλήλους, εἶναι καὶ αὗται ἴσαι τε καὶ παράλληλοι.

Ἔςω ἡ ΑΒ = ΓΔ, καὶ παράλληλος μὲ αὐτήν, τότε λέγω ὅτι ἂν συζεύξῃ τις τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ μέρος σημεῖα: τὰ Α, Γ καὶ τὰ Β, Δ, ἡ ΑΓ = ΒΔ καὶ παράλληλος μὲ αὐτήν. σχ. 59.

Ἄγω τὴν διαγώνιον ΑΔ, καὶ ἔχω γωνίαν ΑΔΓ = γων. ΔΑΒ (πρ. κθ΄.), καθὸ ἐναλλάξ.. ἀλλ᾽ ἐξ ὑποθέσεως ἡ ΑΒ = ΓΔ, καὶ ἡ ΑΔ κοινή, ὥςε καὶ ἡ βάσις ΑΓ = ΒΔ (πρ. δ΄.). Ἀλλ᾽ ἐν ταυτῷ εἶναι καὶ ἡ γων. ΔΑΓ = γων. ΑΔΒ, αἵτινες δηλονότι εἶναι ἐναλλάξ, ὥςε αἱ ΑΓ, ΒΔ εἶναι καὶ παράλληλοι, ὅπερ ἐζητεῖτο.

Π ό ρ ι σ μ α.

Ὥςε καὶ ἐξ ἐναντίας, ἂν εἰς ἓν τετράπλευρον αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ ἦναι ἴσαι ἀλλήλαις, τοῦτο θέλει εἶναι παραλληλόγραμμον. Καθότι τὰ τρίγωνα ΑΔΓ, ΑΒΔ ἔχοντα τὰς πλευρὰς ἴσας, ἑκάςην ἑκάςῃ, ἔξουσι καὶ τὰς γωνίας ὡσαύτως (πρ. η΄.), αἵτινες δηλονότι εἶναι ἐναλλάξ, διὼ καὶ παραλληλόγραμμον τὸ ΑΓΔΒ.

Πρότασις λδ΄.

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ καὶ γωνίαι εἶναι ἴσαι ἀλλήλαις, καὶ ἡ διαγώνιος διχοτομεῖ αὐτά.

Ἔςω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΓΔΒ μετὰ τῆς διαγωνίου ΑΔ. σχ. 59.

Ἡ διαγώνιος ΑΔ ἐμπίπτουσα μὲν εἰς τὰς παραλλήλους ΑΒ, ΓΔ, ποιεῖ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας, εἴτε τὴν γων. ΑΔΓ, = γων. ΔΑΒ ἐμπίπτουσα δ' εἰς τὸς παραλλήλους ΑΓ, ΒΔ, ποιεῖ τὴν γων. ΑΔΒ = γων. ΔΑΓ (πρ. κθ΄).. ὥςε τὸ τρίγωνον ΑΔΓ = τριγ. ΑΔΒ, ὡς ἔχοντα δύο γωνίας ἴσας, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν: τὴν ΑΔ τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴν (πρ. κϛ΄.). Ὥςε τὸ παραλληλόγραμμον ΑΓΔΒ διχοτέτμηται ὑπὸ τῆς διαγωνίου ΑΔ. Ὅμοιον τι ἤθελεν ἀποδειχθῆ καὶ ἂν ἡ ΒΓ ἦν διαγώνιος, ὅπερ εἶναι τὸ β΄ μέρος τῆς προτάσεως.

Ἂν λοιπὸν καὶ τὸ μὲν τρίγ. ΑΔΓ = τριγ. ΑΔΒ, τὸ δὲ τρίγ. ΓΑΒ = τριγ. ΓΔΒ, δῆλον ὅτι ἡ μὲν ΑΒ = ΓΔ, ἡ δὲ ΑΓ = ΒΔ, καὶ ὅτι ἡ μὲν γων. ΑΒΔ = γων. ΑΓΔ: ὃ ἐςιν αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ καὶ γωνίαι τῶν παραλληλογράμμων εἶναι ἴσαι, ἡ δὲ γων. ΓΑΒ = γων. ΓΔΒ, ὅπερ εἶναι τὸ πρῶτον μέρος τῆς προτάσεως.

Πόρισμα α΄.

Ὥςε ἂν ἡ μία γωνία ἑνὸς παραλληλογράμμου εἶναι ὀρθὴ, καὶ αἱ λοιπαὶ ὀρθαὶ θέλουσιν εἶναι: ὃ ἐςι θέλει εἶναι ὀρθογώνιον (ὅρῳ. ιε΄). Καθότι ἐπειδὴ καὶ τὸ κεφάλαιον τῶν τεσσάρων γωνιῶν τῶν τετραπλεύρων εἶναι ἴσον μὲ τέσσαρας ὀρθὰς (πόρ. ιγ'. προ. λβ').. καὶ εἰς τὰ παραλληλόγραμμα αἱ ἀπεναντίον γωνίαι εἶναι ἴσαι ἀλλήλαις, δῆλον ὅτι τῆς μιᾶς οὔσης ὀρθῆς, ἑκάςη ὀρθὴ θέλει εἶναι.

Π ό ρ ι σ μ α β'.

Αἱ διαγώνιοι τέμνουσι δίχα ἀλλήλας. Καθότι ἐπειδὴ εἰς τὰ τρίγωνα ΑΕΓ, ΒΕΔ ἡ μὲν γων. ΕΑΓ = γων. ΕΔΒ, ἡ δὲ γων. ΕΓΑ = γων. ΕΒΔ, καθὸ ἐναλλὰξ (πρ. κθ'), καὶ ἡ ΑΓ = ΒΔ, ὡς ἀπεναντίον πλευραὶ ἑνὸς παραλληλογράμμου, διὰ τοῦτο καὶ ἡ ΑΕ = ΕΔ (πρ. κς'.): ὅ ἐςιν ἡ ΑΔ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Ε ὑπὸ τῆς ΒΓ. Ὅθεν ἂν τὸ παραλληλόγραμμον ἦναι καὶ τετράγωνον, τότε τὰ τέσσαρα τμήματα θέλουσιν εἶναι ἴσα ἀλλήλοις.

Π ρ ό τ α σ ι ς. λε'.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπικείμενα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως καὶ μεταξὺ τῶν αὐτῶν παραλλήλων, εἶναι ἴσα πρὸς ἄλληλα.

Ἔςω ἡ ΔΕ παράλληλος μὲ τὴν ΑΒ, τότε λέγω ὅτι τὸ παραλ. ΑΒΓΔ = παραλ. ΑΒΕΖ. σχ. 60.

Καθότι εἰς τὰ τρίγωνα ΔΑΖ, ΓΒΕ ἡ μὲν γων. ΔΖΑ = γων. ΓΕΒ, ἡ δὲ γων. ΑΔΓ = γων. ΒΓΖ, ὡς ἐκτὸς καὶ ἐντὸς, καὶ ἡ ΑΔ = ΒΓ, ὡς ἀπεναντίον πλευραὶ ἑνὸς παραλληλογράμμου.. ὥςε τὸ τρίγ. ΔΑΖ = τρίγ. ΓΒΕ (πρ. κς'). Τώρα ἀφαιρῶ κοινῶς τὸ τρίγωνον ΓΗΖ, καί μοι μένει τραπέζιον ΓΗΑΔ = τραπ. ΖΗΒΕ.. προςίθημι κοινῶς τὸ τρίγωνον ΗΑΒ, καί μοι γεννᾶται τὸ παραλ. ΑΒΓΔ = παραλ. ΑΒΕΖ (ἀξ. ς'). Ὥςε...

Πρότασις. λϛ'.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπικείμενα ἐπὶ ἴσων βάσεων καὶ μεταξὺ τῶν αὐτῶν παραλλήλων, εἶναι ἴσα πρὸς ἄλληλα.

Ἔςω ἡ ΔΗ παράλληλος μὲ τὴν ΑΖ, καὶ ἡ ΑΒ = ΕΖ, τότε λέγω ὅτι παραλ. ΑΒΓΔ = παραλ. ΕΖΗΘ. σχ. 61.

Καθότι ἐπειδὴ, ἐξ ὑποθέσεως, ἡ ΑΒ = ΕΖ = ΘΗ, ἂν ἄξω τὰς ΑΘ, ΒΗ, τὸ ΑΒΗΘ θέλει εἶναι καὶ παραλληλόγραμμον (πρ. λγ'), καὶ ἴσον μὲ τὸ ΑΒΓΔ (πρ. λε')· ἀλλ' εἶναι ἐν ταυτῷ ἴσον καὶ μὲ τὸ ΕΖΗΘ, ὡς ἐπικείμενον ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΘΗ μὲ αὐτά. Ὥςε παραλ. ΑΒΓΔ = παραλ. ΕΖΗΘ, ὅπερ ἐζητεῖτο.

Πρότασις. λζ'.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπικείμενα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως καὶ μεταξὺ τῶν αὐτῶν παραλλήλων, εἶναι ἴσα πρὸς ἄλληλα.

Ἔςω ἡ ΓΕ παράλληλος μὲ τὴν ΑΒ, τότε λέγω ὅτι τὸ τρίγ. ΑΔΒ = τριγ. ΑΓΒ. σχ. 62.

Ἀπὸ τοῦ σημείου Β ἄγω τὴν μὲν ΒΖ παράλληλον μὲ τὴν ΑΓ, τὴν δὲ ΒΕ παράλληλον μὲ τὴν ΑΔ, καὶ ἔχω παραλ. ΑΒΖΓ = παραλ. ΑΒΕΔ (πρ. λε'). Ἀλλὰ τὰ τρίγωνα ΑΔΒ, ΑΓΒ εἶναι ἡμίσεα αὐτῶν (πρ. λδ'.), ὥςε εἶναι ἴσα καὶ πρὸς ἄλληλα (ἀξ. γ'). Ὥςε...

Πρότασις. λη'.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπικείμενα ἐπὶ ἴσων βάσεων καὶ μεταξὺ τῶν αὐτῶν παραλλήλων, εἶναι ἴσα πρὸς ἄλληλα.

Ἔςω ἡ μὲν ΔΗ παράλληλος μὲ τὴν ΑΖ, ἡ δὲ ΕΖ = ΑΒ, τότε λέγω ὅτι τὸ τρίγ. ΑΒΓ = τριγ. ΕΖΗ. σχ. 63.

Ἄγω τὴν μὲν ΑΔ παράλληλον μὲ τὴν ΒΓ, τὴν δὲ ΕΘ μὲ τὴν ΖΗ, καὶ ἔχω παραλ. ΑΒΓΔ = παραλ. ΕΖΗΘ (πρ. λϛ΄.). Ἀλλὰ τὰ τρίγ. ΑΒΓ, ΕΖΗ εἶναι ἡμίσεα αὐτῶν (πρ. λε΄.), ὥςε εἶναι καὶ πρὸς ἄλληλα ἴσα (ἀξ. γ΄.). Ὥςε....

Π ρ ό τ α σ ι ς. λθ΄.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπικείμενα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως καὶ πρὸς τὸ αὐτὸ μέρος, κεῖνται μεταξὺ τῶν αὐτῶν παραλλήλων.

Ἔςω τὸ τρίγ. ΑΒΓ = τριγ. ΑΒΔ, ἐπικείμενα ἀμφότερα ἐπὶ τῆς αὐτῆς ΑΒ βάσεως, τότε λέγω ὅτι ἡ ΓΔ εἶναι παράλληλος μὲ τὴν ΑΒ. σχ. 64.

Εἰδὲ καὶ δὲν εἶναι, δύναμαι νὰ ἄξω μίαν ἄλλην εὐθεῖαν παράλληλον μὲ τὴν ΑΒ, καὶ ἔςω ἡ ΓΕ.. ζευγνύω τὸ σημεῖον Ε μὲ τὸ σημεῖον Β διά τινος εὐθείας, καὶ ἔχω τρίγ. ΑΒΕ = τριγ. ΑΒΓ (πρ. λζ΄.).. ἀλλὰ τὸ τρίγωνον ΑΒΓ = τρίγ. ΑΒΔ, ἐξ ὑποθέσεως, ὥςε τὸ τρίγ. ΑΒΕ = τρίγ. ΑΒΔ: ὃ ἐςι τὸ μέρος ἴσον μὲ τὸ ὅλον, ὅπερ εἶναι ἄτοπον. Ὥςε ἡ ΓΔ εἶναι παράλληλος μὲ τὴν ΑΒ, ὅπερ καὶ ἐζητεῖτο.

Π ρ ό τ α σ ι ς. μ΄.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπικείμενα ἐπὶ ἴσων βάσεων καὶ πρὸς τὸ αὐτὸ μέρος, κεῖνται μεταξὺ τῶν αὐτῶν παραλλήλων.

Ἔςω τὸ μὲν τρίγ. ΑΒΓ = τριγ. ΔΕΖ, ἡ δ'

ΑΒ = ΔΕ, τότε λέγω ὅτι ἡ ΓΖ εἶναι παράλληλος μὲ τὴν ΑΕ. σχ. 65.

Εἰδὲ καὶ δὲν εἶναι, εγὼ δύναμαι νὰ ἄξω μίαν ἄλλην εὐθεῖαν παράλληλον μὲ τὴν ΑΕ, καὶ αὕτη ἔςω ἡ ΓΗ. ζευγνύω τὸ σημεῖον Η μὲ τὸ σημεῖον Ε διὰ τῆς εὐθείας ΗΕ, καὶ ἔχω τρίγ. ΑΒΓ = τριγ. ΔΕΗ (πρ. λη'.).. ἀλλὰ τὸ τρίγ. ΑΒΓ = τριγ. ΔΕΖ, ἐξ ὑποθέσεως, ὥςε καὶ τὸ τρίγ. ΔΕΗ = τρίγ. ΔΕΖ: ὅ ἐςι τὸ μέρος ἴσον μὲ τὸ ὅλον, ὅπερ εἶναι ἄτοπον. Ὥςε...

Πρότασις. μα'.

Ἐὰν παραλληλόγραμμόν τε καὶ τρίγωνον ἐφιςῶνται ἐπὶ τὴν αὐτὴν βάσιν, καὶ κῆνται μεταξὺ τῶν αὐτῶν παραλλήλων, τὸ παραλληλόγραμμον θέλει εἶναι διπλάσιον τοῦ τριγώνου.

Ἔςω ἡ ΔΕ παράλληλος μὲ τὴν ΑΒ, τότε λέγω ὅτι τὸ τρίγωνον ΑΒΕ = παραλ. $\frac{\text{ΑΒΓΔ}}{2}$. σχ. 66.

Ἄγω τὴν διαγώνιον ΑΓ, καί μοι προκύπτει τρίγ. ΑΒΓ = παραλ. $\frac{\text{ΑΒΓΔ}}{2}$. (πρ. λδ'.).. ἀλλὰ τρίγ. ΑΒΓ = τρίγ. ΑΒΕ (πρ. λζ'.), ὥςε τὸ παραλ. $\frac{\text{ΑΒΓΔ}}{2}$. = τριγ. ΑΒΕ. ὥςε...

Πόρισμα. α'.

Ὥςε ἂν τρίγωνον ἔχῃ διὰ βάσιν τὴν βάσιν παραλληλογράμμου, καὶ περατοῦται εἰς τὴν ἀπέναντι αὐτοῦ πλευρὰν, τὸ τρίγωνον θέλει εἶναι ὑποδιπλάσιον τοῦ παραλληλογράμμου, ὡς τὸ ΑΒΓ τοῦ ΑΒΔΕ (σχ. 67). Εἰδὲ καὶ τὸ τρίγωνον ἔχει διπλασίαν τὴν βάσιν, θέλει