# ΒΙΒΛΙΟΝ. ΙΒ΄.

## ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ. Β΄. (α).

### Ὅροι.



α΄. Πυραμὶς εἶναι σχῆμα ςερεὸν περιεχόμενον ὑπὸ ἐπιπέδων, ἐξ ὧν τὸ μὲν ἓν εἶναι τυχὸν πολύπλευρον, ἥ τις καὶ βάσις λέγεται, τὰ δὲ λοιπὰ τρίγωνα ἀρχόμενα ἀπὸ τῆς βάσεως καὶ περατούμενα εἰς ἓν σημεῖον, ὅ περ καὶ κορυφὴ αὐτῆς ὀνομάζεται, ὡς ἡ ΑΒΓΔ. σχ. 211. Ἀπόθεμα δ' ὀνομάζεται ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν τῶν πλευρῶν τῆς βάσεως κάθετος. Ἂν δ' ἡ βάσις τῆς πυραμίδος ἦναι τρίγωνον, τριγωνικὴ ὀνομάζεται τότε ἡ πυραμίς.. ἂν δὲ τετράγωνον, τετραγωνική. κτξ. Καὶ κόλουρος λέγεται ἡ τετμημένη, ὡς ἡ ΕΖΗΓΒΔ σχ. 211.

β΄. Ἂν ἡ βάσις τῆς πυραμίδος ἦναι τακτικὸν πολύγωνον, εἴτε ἴσα πρὸς ἄλληλα τὰ τρίγωνα, ἡ πυραμὶς ὀνομάζεται τακτική. Αὕτη δ' ὅμως ἤθελε γεννηθῇ, ἂν ἐκ τοῦ μεσαιτάτου τῆς βάσεως ἐγερθῇ εὐθεῖα καὶ ἐπ' αὐτὴν κινηθῇ ἡ βάσις παραλλήλως ἑαυτῇ τακτικῶς σμι-

---

(α) Ὁ Εὐκλείδης πραγματευσάμενος ἐν τῷ ια΄ βιβλίῳ περὶ τῶν ςερεῶν τῶν παραλληλεπιπέδων, ἐνταῦθα ἐμβαίνει εἰς τὴν ἔρευναν ἐκείνων τῶν ςερεῶν, ἅπερ περατοῦνται ὑπὸ ἐπιφανειῶν κυρτῶν: τουτέςιν εἰς κώνους, κυλίνδρους καὶ σφαίρας, ἔτι δὲ καὶ εἰς πυραμίδας.

κρυνουμένη, πλὴν οὕτω πως, ὥςε φθάσασα εἰς τὴν κορυφὴν νὰ μεταβληθῇ εἰς σημεῖον. Ἂν λοιπὸν ἡ ἐγερθεῖσα μετεώρως εὐθεῖα ἐγερθῇ πρὸς ὀρθὰς, ἡ πυραμὶς ὀνομάζεται ὀρθὴ, εἰ δὲ πλαγίως, πλαγία.

γ'. Κῶνος εἶναι πυραμὶς ἔχουσα κύκλον διὰ βάσιν καὶ ἀπείρους τὰς τριγωνικὰς ἐπιφανείας. Οὗτος δ' ἤθελε γεννηθῇ, ἂν ληφθῇ τι σημεῖον ὡς τὸ α μετεώρως τινὸς κύκλου, καὶ συζευχθῇ διά τινος εὐθείας μὲ ἓν σημεῖον, καὶ ἐπεκτανθῇ ἡ εὐθεῖα ἑκατέρωθεν ἀπροσδιορίςως, εἶτα ἡ εὐθεῖα συνεχομένη κατὰ τὸ εἰρημένον σημεῖον περιγραφῇ περὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ἕως οὗ νὰ φθάσῃ, ὅθεν ἤρξατο νὰ κινῆται. Ἢ ἂν κύκλος κινηθῇ παραλλήλως ἑαυτῷ, καὶ σμικρυνθῇ τακτικῶς, πλὴν οὕτω πως, ὥςε νὰ μεταβληθῇ εἰς σημεῖον. Ἢ ἂν μιᾶς τῶν πλευρῶν διαμενούσης ἀκινήτου, ἡ ἄλλη περιγραφῇ περὶ αὐτὴν, ἕως οὗ νὰ φθάσῃ, ὅθεν ἤρξατο νὰ κινῆται. Ἄξων τοῦ κώνου λέγεται ἡ διαμένουσα ἀκίνητος πλευρὰ τοῦ τριγώνου, καὶ βάσις ὁ κύκλος ὁ ὑπὸ τῆς ἑτέρας πλευρᾶς τοῦ τριγώνου γραφόμενος.

δ'. Κῶνος ὀρθὸς λέγεται, ὅταν ὁ ἄξων αὐτοῦ εἶναι πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν βάσιν αὐτοῦ, καὶ σκαληνὸς, ὅταν μὴ πρὸς ὀρθάς.

ε'. Κύλινδρος ὀνομάζεται πρίσμα περιεχόμενον ὑπὸ τριῶν ἐπιφανειῶν: δύο κύκλων ἴσων καὶ παραλλήλων, οἵτινες καὶ βάσεις ὀνομάζονται, καὶ μιᾶς κυρτῆς ὡς ὁ ΑΒ σχ. 218. Οὗτος δ' ἤθελε γεννηθῇ, ἂν ἐκ τοῦ κέντρου ἑνὸς κύκλου ἐγείρετο εὐθεῖα, καὶ ὁ κύκλος ἐκινεῖτο παραλλήλως ἑαυτῷ μέχρι τοῦ πέρατος τῆς εὐθείας, ὥςε δηλονότι εἶναι οὐδὲν ἄλλο, ἢ πρίσμα ἔχον ἀπειροσὰς τὰς ἐπιπέδους ἐπιφανείας καὶ κύκλον βάσιν.

Ἄξων δὲ τοῦ κυλίνδρου ὀνομάζεται ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐγερθεῖσα μετεώρως εὐθεῖα, ὡς ἡ ΕΖ, καὶ βάσις αὐτὸς ὁ κύκλος.

ϛʹ. Κύλινδρος ὀρθὸς ὀνομάζεται, ὅταν ὁ ἄξων αὐτοῦ ἦναι πρὸς ὀρθὰς πρὸς τὴν βάσιν αὐτοῦ, καὶ πλάγιος, ὅταν μὴ πρὸς ὀρθάς. (α).

ζʹ. Ὅμοιοι κύλινδροι καὶ κῶνοι λέγονται οἱ ἔχοντες τοὺς μὲν ἄξονας ἀναλόγους μὲ τὰς διαμέτρους τῶν βάσεων αὐτῶν, τὰς δὲ γωνίας: τοῦ ἄξονος μετὰ τῆς βάσεως, ἴσας ἀλλήλαις.

ηʹ. Σφαῖρα εἶναι σχῆμα ςερεὸν περιεχόμενον ὑπὸ μιᾶς μόνης ἐπιφανείας, ἧς περ ἅπαντα τὰ σημεῖα ἀπέχουσιν ἐξίσου ἀφ' ἑνὸς σημείου ἐντὸς τῆς σφαίρας, ὅπερ κέντρον αὐτῆς ὀνομάζεται.

Αὕτη δ' ἤθελε γεννηθῇ, ἂν τῆς διαμέτρου ἑνὸς ἡμικυκλίου διαμενούσης ἀκινήτου, τὸ ἡμικύκλιον περιεςρέφετο περὶ αὐτὴν, καὶ ἵςατο, ὅθεν ἤρξατο νὰ κινῆται.

θʹ. Ἄξων τῆς σφαίρας λέγεται ἡ διαμένουσα ἀκίνητος διάμετρος τοῦ ἡμικυκλίου, καὶ πόλοι τὰ δύο πέρατα

(α) Εἶναι οἴκοθεν σαφὲς ὅτι ἂν ἡ μία βάσις τοῦ κυλίνδρου τραπῇ εἰς ἓν μόνον σημεῖον, τότε ὁ κύλινδρος ἔχει νὰ τραπῇ εἰς κῶνον.. καὶ ἐὰν ἡ βάσις τοῦ κώνου ἐκ κύκλου τραπῇ εἰς πολύγωνον, ὁ κῶνος ἔχει νὰ μεταβληθῇ εἰς πυραμίδα, καὶ τούτου ἕνεκεν εὑρίσκεται ἀναφορὰ μεταξὺ κώνου καὶ κυλίνδρου, καὶ κώνου καὶ πυραμίδος.

αὐτῆς, καὶ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ κέντρον τοῦ ἡμικυκλίου.

ι'. Διάμετρος τῆς σφαίρας λέγεται πᾶσα εὐθεῖα ἠγμένη διὰ τοῦ κέντρου αὐτῆς καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς περιφερείας. Καὶ κύκλοι μὲν μεγάλοι λέγονται πᾶσα τομὴ κύκλου διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου καὶ ἔχουσα διάμετρον τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας, κύκλοι δὲ μικροὶ, πᾶσα τομὴ κύκλου μὴ διὰ τοῦ κέντρου διερχομένη.



## Πρότασις α'.

Τὰ ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα ἔχουσι πρὸς ἄλληλα, ὡς τὰ τετράγωνα τῶν διαμέτρων.

Ἔςωσαν ὅμοια σχήματα τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΙΚ, ὧνπερ ἔςω ΑΛ, ΖΜ διάμετροι, τότε λέγω ὅτι ΑΒΓΔΕ : ΖΗΘΙΚ :: $ΑΛ^2 : ΖΜ^2$. σχ. 209.

Ἀπὸ μὲν τοῦ σημείου Ε ἄγω τὰς εὐθείας ΕΛ, ΕΒ, ἀπὸ δὲ τοῦ Κ, τὰς ΚΜ, ΚΗ.

Εἰς τὰ τρίγωνα ΒΑΕ, ΗΖΚ ἐγὼ ἔχω γων. ΒΑΕ = γων. ΗΖΚ, καὶ ΑΒ : ΑΕ :: ΖΗ : ΖΚ, διὰ τὴν ὁμοιότητα δηλονότι τῶν ἐγγεγραμμένων πολυγώνων (ὅρ. α'. βιβ. ϛ'.), ὥςε τὰ τρίγωνα ΒΑΕ, ΗΖΚ εἶναι ἰσογώνια (πρ. ϛ'. βιβ. ϛ'.): τουτέςιν ἡ γων. ΑΒΕ = γων. ΖΗΚ. Ἀλλ' ἡ μὲν γων. ΑΒΕ = γων. ΑΛΕ, ἡ δὲ γων. ΖΗΚ = ΖΜΚ, καθὸ γωνίαι ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι, διὰ τοῦτο γων. ΑΛΕ = γων. ΖΜΚ (ἀξ. α'.). Εἰς τὰ τρίγωνα λοιπὸν ΛΕΑ, ΚΖΜ ἐγὼ ἔχω τὴν μὲν γων. ΑΛΕ = γων. ΖΜΚ, τὴν δὲ γων ΛΕΑ = γων. ΜΚΖ: καθὸ ἐν ἡμικυκλίῳ, ὥςε τὰ τρίγωνα ΕΑΛ, ΚΖΜ εἰ-