ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ (α)

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

ΒΙΒΛΙΟΝ Α΄.

Ὁρισμοί. (β).

α΄. Σημεῖον εἶναι ὃν ἄνευ ἐκτάσεως τινος.

β΄. Γραμμὴ εἶναι ἔκτασις ἄνευ πλάτους ἢ βάθους, ἀλλὰ μόνον κατὰ μῆκος, ἧς περ οὔσης πεπερασμένης τὰ πέρατα εἶναι σημεῖα.

(α) Οἱ ἄνθρωποι εἶναι κάτοικοι τῆς γῆς. Αὐτοὶ δὲν εἶναι βοσκήματα, εἶναι λογικοί. Ἦν λοιπὸν ἀνάγκη εἰς αὐτοὺς νὰ ὑποτάξωσιν εἰς τὸν λόγον τὰ μέρη τῆς γῆς. οὕτως ἡ ἐκτέλεσις ἦν ἀδύνατος ἄνευ τῆς καταμετρήσεως: ὃ ἐςιν ἄνευ τοῦ πόσων σπιθαμῶν, ἢ μονάδων εἶναι τὸ μέγεθος ἢ ἑνὸς σώματος, ἢ ἑνὸς ἐπιπέδου, ἢ ἁπλῶς μιᾶς ἐκτάσεως.. καὶ τοῦτο εἶναι ἡ Γεωμετρία, ἥτις ὡς λέγει Ἀριςοτέλης (Μεταφ. βιβλ. α΄. κεφ. α΄.) ἔλαβε τὸ εἶναι ἐκ τῆς Αἰγύπτου, ὑπὸ τῶν ἱερέων, οἵτινες ὄντες μεμακρυσμένοι τῶν βιωτικῶν, καὶ προσκείμενοι εἰς τὴν μελέτην ἐγ'. Εὐθεῖα γραμμὴ εἶναι, ὅταν τὰ σημεῖα αὐτῆς κῆνται ἐπ' εὐθείας, καὶ οὐδὲν ἐξ αὐτῶν ἐξέχει τῶν λοιπῶν, ὡς ἡ ΑΒ σχ. 1. (γ).

φέρει τὴν γεωμετρίαν. Αὕτη λοιπὸν ἐξετάζει οὐδὲν ἕτερον τῶν σωμάτων: οὔτε τὴν βαρύτητα λέγω, οὔτε τὸ ἀδιαχώρητον, οὔτε τὸν χρωματισμὸν, οὔτε τὰς ὀσμὰς, οὔτε κτξ. εἰμὴ μόνην τὴν ἔκτασιν αὐτῶν.

Πᾶν λοιπὸν σῶμα δύναται νὰ καταμετρηθῇ κατὰ τρεῖς εὐθυβολίας, αἵπερ καὶ διαςάσεις ὀνομάζονται, πρὸς ὀρθὰς ὅμως ἑκάςη ἑκάςῃ. Καθότι ἐγὼ δύναμαι νὰ καταμετρήσω ἓν σῶμα ὄχι μόνον κατὰ μίαν εὐθυβολίαν, ἀλλὰ καὶ αὖθις πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν πρώτην, καὶ τρίτον πρὸς ὀρθὰς μὲ ἀμφοτέρας. ἔνθα δηλ. ἡ μὲν πρώτη ὀνομάζεται μῆκος. ἡ δὲ δευτέρα πλάτος, καὶ βάθος ἡ τρίτη. Αὗται λοιπὸν αἱ τρεῖς διαςάσεις: μῆκος λέγω, πλάτος, καὶ βάθος, συμπεφύκασι διὰ παντὸς εἰς πᾶν σῶμα ἐκ φύσεως, καὶ εἶναι τῶν ἀδυνάτων νὰ διαιρεθῶσι πραγματικῶς ἀπ' ἀλλήλων. Πλὴν ὁ ἀνθρώπινος νοῦς ἔχει ταύτην τὴν ἰδιότητα τὸ νὰ διαιρῇ τὰ πραγματικῶς ἀδιαίρετα διὰ τῆς ἐπινοίας, καὶ νὰ θεωρῇ ἀνὰ μέρος τὰ ἀχώριςα. Ὅσον ὅμως εἶναι δυνατὸς ὁ διαχωρισμὸς τῶν διαςάσεων ἐκ τῶν σωμάτων, τοσοῦτον καὶ ἀναγκαῖος εἰς τὸν ἄνθρωπον, καὶ τοσοῦτον ἀναγκαῖος, ὥςε τούτου μὴ ὄντος, ὁ ἄνθρωπος ἴσως δὲν ἤθελεν εἶναι ἄνθρωπος. . διότι ἦν ἀδύνατον εἰς αὐτὸν νὰ καταμετρήσῃ τι: ὅ ἐςι νὰ ἐννοήσῃ ποσότητα, ἢ νὰ κάμῃ ἄλλον νὰ ἐννοήσῃ. Ζητείσθω, φέρε εἰπεῖν, πόσον σῖτον χωρεῖ οὗτος ὁ ἀγρός: τουτέςι ζητείσθω ἡ καταμέτρησις τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ. Ὁποία λοιπὸν ἡ φροντὶς περὶ τοῦ βάθους αὐτοῦ; β'. Ζητείσθω πόσον ἀπέχει ἡ Κωνςαντινούπολις τῆς Μιτυλήνης: Ὁποία λοιπὸν ἡ φροντὶς περὶ τοῦ πλάτους, καὶ βάθους τοῦ διαςήματος, ἐν ᾧ ἄντις διέρχηται ταύτην τὴν διάςασιν δαπανᾷ οὔτε ςιγμὴν εἰς τὸ πλάτος καὶ βάθος αὐτοῦ; Μάλιςα ἤθελεν εἶναι σαφὴς ἄνοια, ἄν, τοὺς ζητοῦντας τὴν διάςασιν τῆς Κωνςαντινουπόλεως καὶ Μιτυλήνης, νὰ κάθηται ὁ γεωμέτρης νὰ καταμετρῇ τὰ πλάτη καὶ βάθη τῆς θαλάσσης (ἂν καὶ τοῦτο ἦν δυνατὸν), τὰ ἐκ τῆς Μιτυλήνης λέγω, μέχρι τῆς Κωνςαντινουπόλεως.

Καμπύλη δ᾽ εἶναι ἐκείνη, ἧςπερ τὰ σημεῖα οὐκ κεῖνται ἐπ᾽ εὐθείας, ὡς ἡ ΓΔ. σχ. 3.

Ἂν λοιπὸν καὶ ὁ νοῦς θεωρῇ τὰς τρεῖς διαστάσεις εἰς ἓν καὶ τὸ αὐτὸ, τοῦτο εἶναι σῶμα γεωμετρικὸν, ὅπερ δηλονότι ὑποτίθεται ἄνευ βάρους, ἄνευ ἀντιστάσεως κτξ.. διότι πολλὰ ὀλίγον φροντίζει ἡ γεωμετρία περὶ τῶν τοιούτων. Εἰδὲ καὶ παραβλέπων τις ἐκ τούτου τὴν μίαν διάστασιν, θεωρεῖ μόνον τὰς δύο; τὸ πλάτος καὶ τὸ μῆκος λέγω, τοῦτο εἶναι ἐκεῖνο ὅπερ ὑπὸ τῶν γεωμετρῶν ὀνομάζεται ἐπιφάνεια, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἐπιφάνεια εἶναι πέρας σώματος. Ἂν πάλιν παραβλέποντες ἐν ταυτῷ τὰς δύο διαστάσεις, θεωρεῖ μόνην τὴν τρίτην; τὸ μῆκος λέγω, τοῦτο εἶναι ἐκεῖνο, εἰς ὅπερ ὑπὸ τῶν γεωμετρῶν δίδεται ὄνομα γραμμὴ, καὶ διὰ τοῦτο ἡ γραμμὴ εἶναι πέρας ἐπιφανείας. Εἰδὲ τέλος πάντων καὶ θεωρήσει τις τὰ πέρατα μιᾶς γραμμῆς, ταῦτα εἶναι ἐκεῖνα, ἅπερ ὀνομάζει ἡ γεωμετρία σημεῖα. Ὥστε ἂν ἡ ἐπιφάνεια οὖσα πέρας τοῦ σώματος, εἴτε τοῦ τριχῇ διαστατοῦ, ἔχῃ δύο διαστάσεις, καὶ ἡ γραμμὴ οὖσα πέρας τῆς ἐπιφανείας, εἴτε τοῦ διχῇ διαστατοῦ, ἔχει μίαν διάστασιν, ἑπόμενον εἶναι καὶ τὸ σημεῖον, ὡς ὂν πέρας τῆς γραμμῆς, εἴτε τοῦ μοναχῇ διαστατοῦ, νὰ ἔχῃ οὐδεμίαν διάστασιν.

Ἡ ἐπιφάνεια λοιπὸν, ἡ γραμμὴ, καὶ τὸ γεωμετρικὸν σημεῖον εἶναι φανταστὰ, καὶ γεννῶνται διὰ τῆς ἀφαιρέσεως. Καθότι ἂν ἐκ τοῦ τριχῇ διαστατοῦ ἀφαιρέσω τὴν μίαν διάστασιν, τὸ καταλειπόμενον θέλει εἶναι ἐπιφάνεια.. καὶ ἂν ἐκ τούτου ἀφαιρέσω τὴν μίαν διάστασιν, τὸ καταλειπόμενον θέλει εἶναι γραμμή.. καὶ ἂν ἐκ τούτου ἀφαιρέσω τὴν ἐνοῦσαν διάστασιν κρατῶν τὰ πέρατα αὐτοῦ, ταῦτα ἤθελον εἶναι τὰ σημεῖα. Πλὴν καὶ ἂν δώσω κίνησιν εἰς τοῦτο τὸ φανταστὸν σημεῖον, ἡ ὁδὸς αὐτοῦ ἤθελεν εἶναι γραμμή, ὑποτιθεμένου νὰ ἐᾷ σημεῖα καθ᾽ ὁδόν.. καὶ ἂν δώσω κίνησιν εἰς τὴν γραμμὴν πρὸς τὰ πλάγια, ἡ ὁδὸς αὐτῆς θέλει εἶναι ἐπιφάνεια, ὑποτιθεμένου νὰ ἐᾷ σημεῖα καθ᾽ ὁδόν.. καὶ ἂν δώσω κίνησιν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν πρὸς τὰ πλάγια, ἡ ὁδὸς αὐτῆς θέλει εἶναι σῶμα, ὑποτιθεμένου νὰ ἐᾷ σημεῖα καθ᾽ ὁδόν.

(β) Ὁ Εὐκλείδης προτίθεται πρὸ τῶν ἀποδείξεων, ὡς δ'. Ἐπιφάνεια εἶναι μέγεθος ἔχον μόνον δύο διαςάσεις: μῆκος καὶ πλάτος, πλὴν ὄχι καὶ βάθος, ἧς περ οὔσης πεπερασμένης τὰ πέρατα εἶναι γραμμαί.

ε'. Ἐπίπεδος ἐπιφάνεια εἶναι, ἥτις καὶ ἁπλῶς ἐπίπεδον λέγεται, ἐκείνη ἐφ' ἧς δύνανται νὰ ἐφαρμοσθῶσι πρὸς πᾶσαν εὐθυβολίαν εὐθεῖαι, ὡς ἡ ΑΒΔΓ. σχ. 4. Καμπύλη δὲ ἡ μὴ τοιαύτη, ὡς ἡ αβγ. σχ. 5.

ς'. Ἐπίπεδος γωνία εἶναι ἡ ἐπ' ἐπιπέδου σύμπτωσις δύο γραμμῶν εἰς ἓν σημεῖον μὴ ἐπ' εὐθείας. Καὶ ἂν αἱ συμπίπτουσαι γραμμαὶ ἦναι εὐθεῖαι, ἡ γωνία ὀνομάζεται εὐθύγραμμος, ὡς ἡ ΒΑΓ. σχ. 6.. ἂν δὲ μὴ εὐθεῖαι, καμπυλόγραμμος, ὡς ἡ βαγ. σχ. 7.. καὶ τὸ μὲν σημεῖον τῆς συμπτώσεως τῶν δύο γραμμῶν

προετοιμασίαν, τρία τινά: ὅρους, αἰτήματα, καὶ ἀξιώματα. Καὶ ὅροι μὲν, εἴτε ὁρισμοὶ ἄλλο δὲν εἶναι, εἰμὴ σαφήνεια τῶν λέξεων, ὅςπερ μέλλει νὰ μεταχειρισθῇ εἰς τὰς ἀποδείξεις.. αἰτήματα δὲ ζήτησίς τις, ἥνπερ ζητεῖ παρὰ τοῦ ἀκροατοῦ, ἥτις διδομένη βλάπτει ὁλοτελῶς τὸν διδοῦντα.. καὶ τέλος ἀξίωμα εἶναι ἔννοια κοινή: ἔννοια λέγω, ἥνπερ ἅπαντες ἄνευ τινὸς ἀποδείξεως δέχονται. Διὰ νὰ μὴ ζητῇ λοιπὸν ὁ γεωμέτρης νὰ ἀποδεικνύῃ συχνάκις τὰ σαφῆ, προϋποτίθεται ταῦτα, ὡς ὁμολογούμενα ὑπὸ πάντων.

(γ) Τὸ ὄνομα Εὐθεῖα εἶναι ἔννοια ἁπλῆ. Τὰ ἁπλᾶ εἶναι ἀνεπίδεκτα ὁρισμοῦ, ἢ ἀναπτύξεως. Ὥςε δυσκόλως ἤθελε τὴν ὁρίσοι τις ἄνευ ταυτολογίας. Ὁ δ' Ἀρχιμήδης ὁρίζεται αὐτὴν, ἐλαχίςην τῶν ἐχουσῶν τὰ αὐτὰ πέρατα, ὡς δηλονότι ἡ ΑΒ σχ. 2.. πλὴν τοῦτο εἶναι συμβεβηκός τι τῆς εὐθείας, καὶ ὄχι τὸ εἶναι αὐτῆς. Καὶ κατὰ τὸν Πλάτωνα εὐθεῖα εἶναι, ἧς τὰ ἄκρα τοῖς μέσοις ἐπιπροσθεῖ. Σημειωτέον δὲ ὅτι πᾶσα γραμμὴ προσδιορίζεται ὑπὸ δύο γραμμάτων τιθεμένων εἰς τὰ πέρατα αὐτῆς.

ὡς τὸ Α, ἢ α ὀνομάζεται **κορυφὴ** γωνίας, σκέλη δὲ, ἢ πλευραὶ τῆς γωνίας αἱ περιέχουσαι γραμμαὶ τὴν γωνίαν, ὡς αἱ ΑΒ, ΑΓ, ἢ αϐ, αγ (α).

ζ΄. Ἐὰν εὐθεῖα ςαθεῖσα ἐπ᾽ εὐθείας ἐκτελῇ ἴσας ἀλλήλαις τὰς ἐκ τοῦ ἑνὸς καὶ τοῦ ἑτέρου μέρους γωνίας, αὕτη μὲν ὀνομάζεται **κάθετος**, ὡς πρὸς ἣν ἐφέςηκεν εὐθεῖαν, **ὀρθὴ** δὲ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν, ὡς ἡ ΑΒ, ἐπὶ τὴν ΓΔ. σχ. 9 (β).

Ἐκείνη δ᾽ ὅμως ἡ γωνία, ἥτις εἶναι μείζων ὀρθῆς ὀνομάζεται **ἀμϐλεῖα**, ὡς ἡ ΕΖΗ, καὶ **ὀξεῖα**, ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς, ὡς ἡ ΕΖΘ σχ. 10.

η΄. Παράλληλοι λέγονται δύο εὐθεῖαι αἱ ἀπέχουσαι ἐξίσου ἀλλήλων, ὥςε ἂν ἐκϐληθῶσιν ἐπ᾽ ἄπει-

---

(α) Σημειωτέον ἐνταῦθα α΄. ὅτι εἰς τὴν ὕπαρξιν τῆς γωνίας προσετέθη νὰ μὴ γένῃ ἡ σύμπτωσις τῶν δύο εὐθειῶν ἐπ᾽ εὐθείας., διότι τότε ἤθελε προκύψοι ὄχι πλέον γωνία, ἀλλ᾽ εὐθεῖα γραμμή: ὃ ἐςι διὰ νὰ γένῃ γωνία εἶναι ἀνάγκη νὰ ὑπάρχῃ κλίσις τις εἰς τὰς δύο γραμμὰς, εἴτε διάφορος εὐθυϐολία. β΄. Ὅτι εὔθεςαι νὰ παριςῶσι πᾶσαν γωνίαν διὰ τριῶν γραμμάτων: τοῦ ἑνὸς εἰς τὴν κορυφὴν καὶ τῶν λοιπῶν δύο εἰς τὰ πέρατα τῶν πλευρῶν, πολλάκις ὅμως καὶ διὰ τοῦ εἰς τὴν κορυφὴν μόνου. γ΄. Ὅτι τὸ μέγεθος τῶν πλευρῶν μιᾶς γωνίας ἔχει λόγον οὐδένα πρὸς τὸ μέγεθος τῆς γωνίας, ἀλλὰ πρὸς τὸ μέγεθος τῆς κλίσεως αὐτῶν πρὸς ἀλλήλας. Οὕτω δοθείσης τῆς κλίσεως τῶν εὐθειῶν ΑΒ, ΑΓ τοῦ νὰ ἦναι ἴση μὲ τὴν τῶν αϐ, αγ, τότε ἡ γωνία. ΒΑΓ = γων. βαγ, μὲ ὅλον ὁποῦ αἱ πλευραὶ αὐτῶν τῶν γωνιῶν εἶναι ἄνισοι. σχ. 8.

(β) Ἐπειδὴ ὅμως καὶ πᾶσα ὀρθὴ γωνία εἶναι ἴση = 90° (Ἀριθ. 60.), κατὰ τὴν διαίρεσιν τῶν μαθηματικῶν, τούτου ἕνεκεν γωνία ὀρθὴ καὶ μοῖραι ἐννενήκοντα εἶναι λέξεις συνώνυμοι.

ρου, δὲν θέλουσι συμπέσει ποτὲ, ὡς αἱ ΑΒ, ΓΔ, ὡς οὕτης αβ=γδ= εζ. σχ. 11 (α).

θ'. Ὅρος ὀνομάζεταί τινος, τὸ πέρας αὐτοῦ.

ι'. Σχῆμα εἶναι ἐπιφάνεια περατουμένη ὑφ' ἑνὸς ἢ πολλῶν ὅρων, εἴτε γραμμῶν.

ια'. Κύκλος εἶναι σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περατούμενον, ἥτις καὶ *περιφέρεια* ὀνομάζεται, ἧς περ ἕκαστον σημεῖον ἀπέχει ἐξίσου ἀφ' ἑνὸς τῶν ἐν τῷ κύκλῳ σημείων, ὅπερ καὶ *κέντρον* ὀνομάζεται, ὅθεν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν περιφέρειαν ἐμπίπτουσαι εὐθεῖαι, εἶναι ἅπασαι ἴσαι ἀλλήλαις, ὡς αἱ ΚΑ, ΚΒ, ΚΓ. σχ. 12. αἵτινες καὶ *ἡμιδιάμετροι* ἢ ἀκτῖνες λέγονται (β).

ιβ'. Διάμετρος λοιπὸν τοῦ κύκλου εἶναι πᾶσα εὐθεῖα διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου καὶ περατουμένη ἑκατέρωθεν εἰς τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὡς ἡ ΑΒ. σχ. 12.

(α) Ὥστε ἂν ἄξῃ τις δύο καθέτους ἴσας ἀλλήλαις ἐπί τινος εὐθείας, καὶ συζεύξῃ τὰ πέρατα αὐτῶν, ἡ συζεύξασα θέλει εἶναι παράλληλος μὲ τὴν ὑποκειμένην εὐθεῖαν.

(β) Ἰδοὺ καὶ ἡ γένεσις τοῦ κύκλου. Ἔστω μία ὁποιαδήποτε εὐθεῖα, ὡς ἡ ΚΛ, σχ. 13. κρατῶ τὴν μίαν ἄκραν ἀκίνητον: τὸ Κ, καὶ κινῶ τὴν ἑτέραν τὸ Λ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου ἕως νὰ ἐπιστρέψῃ εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον Λ. ὅθεν ἤρξατο νὰ κινῆται. Ἂν λοιπὸν δοθῇ νὰ ἀφίνῃ σημεῖα καθ' ὁδὸν ἡ ΚΛ εὐθεῖα, ἤθελε καταγραφῇ ὁ κύκλος ΛΒΓ. Ὥστε ἡ γένεσις τοῦ κύκλου γίνεται, ἐν ᾧ τὸ μὲν ἓν σημεῖον τῆς περιφερομένης εὐθείας ἀκινητεῖ, τὰ δὲ λοιπὰ κινοῦνται ἀνισοταχῶς, καὶ τοσοῦτον μὲν ταχυτέρως, ὅσον τοῦ κέντρου ἀπέχουσι, τοσοῦτον δὲ βραδυτέρως, ὅσον εἰς αὐτὸ προσεγγίζουσι.

Ἰδιότης τῆς διαμέτρου εἶναι τὸ νὰ διχοτομῇ τὸν κύκλον, ὡς ἡ ΑΒ. σχ. 12.

Καὶ ἐπομένως ἡμικύκλιον εἶναι σχῆμα περιεχόμενον ὑπὸ τῆς διαμέτρου καὶ ἡμιπεριφερείας, ὡς τὸ ΑΒΓ.

ιγ΄. Εὐθύγραμμα σχήματα ὀνομάζονται τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.. καὶ τρίπλευρα μὲν, ὅσα ὑπὸ τριῶν εὐθειῶν, τετράπλευρα δὲ, ὅσα ὑπὸ τεσσάρων, καὶ πολύπλευρα τὰ ὑπὸ πλειόνων, ἢ τεσσάρων.

ιδ΄. Ἐκ τῶν τριπλεύρων σχημάτων τρίγωνον μὲν ἰσόπλευρον ὀνομάζεται τὸ ἔχον καὶ τὰς τρεῖς πλευρὰς ἴσας ἀλλήλαις, ὡς τὸ ΑΒΓ. σχ. 14, ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ ἔχον ἴσας τὰς δύο μόνας, ὡς τὸ ΔΕΖ. σχ. 15.. καὶ σκαληνὸν τὸ ἔχον ἀνίσους καὶ τὰς τρεῖς πλευρὰς, ὡς τὸ ΗΘΙ. σχ. 16.

Ὡς δὲ ἐκ τῶν γωνιῶν, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνον ὀνομάζεται τὸ ἔχον μίαν ὀρθὴν γωνίαν, ὡς τὸ ΑΒΓ. σχ. 17, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον μίαν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὡς τὸ ΔΕΖ. σχ. 18, καὶ ὀξυγώνιον το ἔχον καὶ τὰς τρεῖς γωνίας ὀξείας, ὡς τὸ ΗΘΙ. σχ. 19.

ιε΄. Ἐκ δὲ τῶν τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μὲν ὀνομάζεται τὸ ἔχον ἴσας ἀλλήλαις τὰς τέσσαρας πλευρὰς, καὶ ὀρθὰς τὰς γωνίας, ὡς τὸ ΑΒΓΔ. σχ. 20.

Ἑτερόμηκες δὲ, ἢ ὀρθογώνιον τὸ ἔχον ὀρθὰς μὲν τὰς τέσσαρας γωνίας, ἴσας δὲ μόνας τὰς ἀπέναντι πλευρὰς, ὡς τὸ ΕΖΗΘ. σχ. 21.

Ῥόμβος δὲ λέγεται τὸ ἔχον ἴσας καὶ τάς τε τέσσαρας πλευρὰς καὶ τὰς ἀπέναντι γωνίας, ὡς τὸ ΙΚΛΜ. σχ. 22.

Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ ἔχον ἴσας τὰς ἀπέναντι πλευράς τε καὶ γωνίας, ὡς τὸ ΝΞΟΠ. σχ. 23.

Ἐκτὸς δὲ τούτων, ἅπαντα τὰ λοιπὰ τετράπλευρα ὀνομάζονται τραπέζια, ὡς τὸ ΡΣΤΥ. σχ. 24.

ις'. Πᾶν τετράπλευρον ἔχον παραλλήλους (ὁρ. ζ.) τὰς ἀπέναντι πλευρὰς ὀνομάζεται παραλληλόγραμμον. Καὶ τοιαῦτα εἶναι τὰ τετράγωνα, τὰ ὀρθογώνια, οἱ ῥόμβοι, καὶ τὰ ῥομβοειδῆ (α).

ιζ'. Διάμετρος ἢ διαγώνιος λέγεται ἡ εὐθεῖα ἡ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τῶν τεραπλεύρων ζευγνύουσα, ὡς ἡ ΘΖ. σχ. 21.

ιη'. Τὰ ὑπὸ πλειόνων, ἢ τεσσάρων γραμμῶν περιεχόμενα σχήματα λέγονται πολύπλευρα καὶ πολύγωνα.

ΑΙΤΗΜΑΤΑ.

α'. Νὰ δύνηταί τις νὰ ἄξῃ ἀπὸ παντὸς σημείου πρὸς πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν.

β'. Νὰ δύνηταί τις νὰ ἐπεκτείνῃ πεπερασμένην εὐθεῖαν.

γ'. Νὰ δύνηταί τις νὰ γράψῃ παντὶ κέντρῳ καὶ διαςήματι κύκλον.

(α) Παραλληλόγραμμον λέγεται τὸ ἔχον τὰς ἀπέναντι πλευρὰς παραλλήλους (ὁρ. ζ.)

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α΄. Τὰ ἴσα μὲ ἓν τρίτον εἶναι καὶ πρὸς ἄλληλα ἴσα.

β΄. Τὰ διπλάσια ἑνὸς τρίτου εἶναι ἴσα ἀλλήλοις.

γ΄. Τὰ ἡμίσεα ἑνὸς τρίτου εἶναι ἴσα ἀλλήλοις.

δ΄. Τὰ ἐπ' ἄλληλα ἐφαρμόζοντα εἶναι ἴσα ἀλλήλοις.

ε΄. Πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι εἶναι ἴσαι ἀλλήλαις.

ς΄. Ἐάντις εἰς ἴσα ἴσα προσθέσῃ, τὰ ὅλα θέλουσιν εἶναι ἴσα ἀλλήλοις.

ζ΄. Ἐάντις ἐκ τῶν ἴσων ἴσα ἀφέλῃ, τὰ καταλειπόμενα θέλουσιν εἶναι ἴσα ἀλλήλοις.

η΄. Ἐάντις εἰς ἄνισα προσθέσῃ ἴσα, τὰ κεφάλαια θέλουσιν εἶναι ἄνισα.

θ΄. Ἐάντις ἐκ τῶν ἀνίσων ἀφέλῃ ἄνισα, αἱ διαφοραὶ θέλουσιν εἶναι ἄνισοι.

ι΄. Τὸ ὅλον εἶναι ἴσον μὲ τὰ μέρη αὐτοῦ, καὶ μεῖζον ἑκάστου τῶν μερῶν αὐτοῦ.

ια΄. Ἐὰν, δύο εὐθειῶν τεμνομένων ὑπὸ μιᾶς τρίτης, αἱ ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίαι ἦναι ἐλάσσονες δύο ὀρθῶν, αὗται ἐπεκτεινόμεναι ἐπ' ἄπειρον θέλουσι συμπέσοι εἰς ἓν σημεῖον, ἐξ οὗ μέρους εἶναι αἱ ἐλάσσονες τῶν δύο ὀρθῶν γωνίαι (α).

ιβ΄. Δύο εὐθεῖαι δὲν περιέχουσι χωρίον.

(α) Γεμῖνος, Πρόκλος καὶ ἄλλοι γεωμέτραι ἧψαντο τοῦ Εὐκλείδου ἐνταῦθα, ἐκβάλλοντες τοῦτο τὸ ἀξίωμα ἐκ τῆς τάξεως τῶν ἀξιωμάτων, καὶ εἰς τὴν τάξιν τῶν θεωρημάτων αὐτὸ τάττοντες· ἂν, λέγοντες, καὶ αὐτὸς ἔθετο ὡς θεώρημα τὴν κθ΄. πρτ: