ὀρθὰς γωνίας εἶναι ἀνάλογοι, ὡς εἴδομεν, μὲ τὰς χορδὰς τὰς ὑποτεινούσας ἴσας γωνίας (πόρ. β΄. πρ. β΄.).

ΒΙΒΛΙΟΝ ΙΑ΄. (α).

ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ. Α΄.

Ὅροι.

α΄. Στερεὸν λέγεται τὸ ἔχον τρεῖς διαστάσεις: μῆκος, πλάτος, καὶ βάθος.

(α) Εἰς τὰ πρῶτα ἓξ βιβλία ὁ γεωμέτρης ἐξέθετο τὸ μέτρον καὶ ἀναφορὰν τῶν γραμμῶν καὶ ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν, εἰς δὲ τὸ ζ΄., η΄., καὶ θ΄., τὰ πάθη τῶν ἀριθμῶν: τουτέστι τὴν ἀριθμητικὴν, ἥτις δηλονότι παρ' ἡμῶν ἐκτέθη ἀνὰ μέρος πρότερον, εἰς δὲ τὸ ι΄., τὰ πάθη τῶν ἀσυμμέτρων μεγεθῶν, ἅπερ δηλονότι ἀνήκουσιν εἰς τὴν ἀνάλυσιν ἢ ἄλγεβραν, εἰς δὲ τὸ ια΄. καὶ ιβ΄., τὸ μετρον καὶ ἀναφορὰν τῶν στερεῶν, εἰς ἅπερ καὶ ἐμβαίνομεν.

Στερεὸν λοιπὸν εἶναι πᾶν ἐκεῖνο, ὅπερ ἔχει μῆκος, πλάτος, καὶ βάθος, καὶ ἐν ταυτῷ ἀντίστασιν καὶ βαρύτητα: τουτέστιν ἅπαντα τὰ σώματα. Ἀλλ' ἐπειδὴ καὶ ὁ γεωμέτρης φροντίζει πολλὰ ὀλίγον περὶ τῆς ἀντιτυπίας καὶ βαρύτητος των σωμάτων, τούτου ἕνεκεν ἐῶν ταύτας τὰς ἰδιότητας εἰς τοὺς φυσικοὺς, ἐξετάζει τὰ σώματα μόνον ὡς ἐκτατὰ, εἴτε ὡς ἔχοντα μόνον μῆκος, πλάτος, καὶ βάθος. Καὶ τούτου ἕνεκεν τὸ γεωμετρικὸν σῶμα διαφέρει τοῦ φυσικοῦ, ὡς ὂν ἄνευ βαρύτητος καὶ ἀντιτυπίας.. καὶ ἑπομένως σῶμα γεωμετρικὸν ἢ στερεὸν εἶναι λέξις συνώνυμος μὲ τὸν ὄγκον. Καὶ τὸ μὲν μῆκος τῶν σωμάτων ἐκτίθεται διὰ τῶν γραμβ′. Τὰ πέρατα τοῦ στερεοῦ εἶναι ἐπιφάνειαι.

γ′. Εὐθεῖα εἶναι ὀρθὴ πρὸς ἓν ἐπίπεδον, ὅταν ἦναι πρὸς ὀρθὰς μὲ πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὡς ἡ ΑΒ.. διότι ἡ γων. ΓΒΑ = γων. ΕΒΑ = 90°. σχ. 176.

δ′. Ἐπίπεδον εἶναι ὀρθὸν πρὸς ἐπίπεδον, ὅταν μία εὐθεῖα ἀχθεῖσα πρὸς ὀρθὰς εἰς τὴν κοινὴν τομὴν μὲ θάτερον ἐπίπεδον, ἦναι ὀρθὴ καὶ μὲ τὸ ἕτερον. Οὕτως ἂν τῆς ΑΒ οὔσης πρὸς ὀρθὰς μὲ τὸ ΕΗ, εἴτε μὲ τὸ ΕΖ, ἦναι καὶ ἡ γων. ΑΒΕ = 90°. τότε τὸ ΕΖ εἶναι ὀρθὸν πρὸς τῷ ΓΔ. σχ. 187.

ε′. Κλίσις εὐθείας πρὸς ἐπίπεδον λέγεται ἡ γωνία

μῶν, τὸ δὲ πλάτος διὰ τῶν ἐπιφανειῶν, τὸ δὲ βάθος, εἴτε τὸ τριχῆ διαστατὸν διὰ τῶν στερεῶν.

Καὶ ἕκαστον μὲν τῶν σωμάτων ὡς κατέχον ἓν μέρος τοῦ κενοῦ διαστήματος ἔχει τρεῖς διαστάσεις.. ὁ ἄνθρωπος δ᾽ ὅμως νοῦς ἀπαντᾷ οὐδεμίαν δυσκολίαν εἰς τὸ νὰ τὰ ἐννοήσῃ ἰδίως, καὶ ἔτι εἰς τὸ νὰ δώσῃ ὕπαρξιν καὶ γέννησιν εἰς αὐτά. Καθότι ἂν δώσῃ κίνησιν, ὡς εἴπομεν κατ᾽ ἀρχάς, εἰς ἓν σημεῖον ἀμερὲς, ὑποτιθεμένου νὰ ἰδῇ καθ᾽ ὁδὸν σημεῖα, ἔχει γραμμήν.. καὶ ἂν εἰς αὐτὴν δώσῃ κίνησιν μὴ ἐπ᾽ εὐθείας, ἔχει ἐπιφάνειαν ἐκ τῶν ἀπείρων σημείων.. καὶ ἂν εἰς αὐτὴν δώσῃ κίνησιν μὴ ἐπ᾽ εὐθείας, ἔχει ὄγκον, ἢ σῶμα γεωμετρικὸν ἄνευ βάρους δηλονότι καὶ ἀντιτυπίας. Ὥστε πᾶν σῶμα εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκληφθῇ ὡς γινόμενον ἐκ κινήσεως μιᾶς ἐπιφανείας, κινήσεως ὅμως μετὰ γωνίας.

Ἐπειδὴ ὅμως καὶ ἡ κίνησις μιᾶς εὐθείας ἢ γραμμῆς εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ καὶ ἐπ᾽ εὐθείας, τότε τὸ γινόμενον θέλει εἶναι οὔτε ἐπιφάνεια, οὔτε σῶμα, ἀλλ᾽ ὅπερ καὶ πρότερον μονάδες δηλονότι τοῦ αὐτοῦ εἴδους, ὅπερ δηλ. εἶναι τῆς ἀριθμητικῆς καὶ ὄχι τῆς γεωμετρίας, ἐξ οὗ συνάγεται, ὅτι οὐδεὶς ἀριθμὸς εἶναι ἐπίπεδος ἢ στερεός.

ἡ γενομένη ἐξ αὐτῆς τῆς εὐθείας καὶ μιᾶς ἄλλης ζευγνυούσης τὰ πέρατα αὐτῆς τε καὶ τῆς καθέτου τῆς ἀπὸ τοῦ μετεώρου πέρατος ἐκείνης ἀχθείσης ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου. Οὕτω κλίσις τῆς ΑΒ εἶναι ἡ γων. ΑΒΓ, οὔσης καθέτου τῆς ΑΓ τῆς ἀπὸ τοῦ Α πέρατος τῆς ΒΑ ἀχθείσης. σχ. 170. (α).

ς′. Κλίσις ἐπιπέδου, ἥτις καὶ γωνία ἐπίπεδος ὀνομάζεται, πρὸς ἐπίπεδον λέγεται ἡ γωνία ἡ γενομένη ὑπὸ τῶν εὐθειῶν τῶν ἀγομένων πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν κοινὴν τομὴν ἐκ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐφ᾽ ἑκάτερον τῶν ἐπιπέδων.

Οὕτως οὔσης κοινῆς τομῆς τῆς ΖΕ τῶν δύο ἐπιπέδων ΔΕ, ΖΗ, καὶ οὐσῶν πρὸς ὀρθὰς μὲ αὐτὴν τῶν εὐθειῶν ΒΑ, ΒΓ, ἡ γων. ΑΒΓ εἶναι ἡ κλίσις τοῦ ἐπιπέδου ΔΕ πρὸς τὸ ἐπίπεδον ΖΗ. σχ. 171.

ζ′. Δύο ἐπίπεδα λέγονται πῶς κλίνονται ὁμοίως ἐπὶ δύο ἐπιπέδων, ὅταν αἱ γωνίαι τῆς κλίσεως αὐτῶν ἦναι ἴσαι.

η′. Παράλληλα ἐπίπεδα λέγονται τὰ ἀσύμπτωτα.

θ′. Ὅμοια ςερεὰ σχήματα λέγονται τὰ ὑπὸ ὁμοίων καὶ ἴσων τὸ πλῆθος ἐπιπέδων περιεχόμενα.

ια′. Γωνία ςερεὰ λέγεται ἡ σύμπτωσις εἰς ἓν σημ-

(α) Κυρίως ὅμως λέγω ἐγὼ, κλίσις μιᾶς εὐθείας πρὸς ἓν ἐπίπεδον ἤθελεν εἶναι ἡ γωνία ἡ ὑπ᾽ αὐτῆς καὶ τῆς πρὸς ὀρθὰς ἀχθείσης ἀπὸ πέρατος αὐτῆς, ὡς ἡ γων. ΑΒΖ: τουτέςι τὸ ἀναπλήρωμα τῆς γων. ΑΒΓ. Καθότι ἡμεῖς μίαν κάθετον πρὸς ἓν ἐπίπεδον λέγομεν ὅτι κλίνει τελείως.

μεῖον πλειόνων, ἢ δύο γραμμῶν καὶ μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένων, ὡς ἡ γων. Δ. σχ. 190.

ι. Ἴσα καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματα λέγονται τὰ ὑπὸ ὁμοίων καὶ ἴσων τό,τε πλῆθος καὶ μέγεθος ἐπιπέδων περιεχόμενα.

ιβ΄. Πρίσμα εἶναι σχῆμα στερεὸν περιεχόμενον ὑπὸ ἐπιπέδου, ἐξ ὧν τὰ μὲν ἐναντία δύο εἶναι ἴσα καὶ ὅμοια καὶ παράλληλα, ἅπερ καὶ βάσεις ὀνομάζονται, τὰ δὲ λοιπὰ παραλληλόγραμμα. Καὶ ἂν μὲν αἱ βάσεις ἦναι τρίγωνα, τὸ πρίσμα λέγεται τριγωνικὸν, ὡς τὸ ΑΒΓΖΕΔ, εἰ δὲ παραλληλόγραμμα, παραλληλεπίπεδον, εἰ δὲ πεντάγωνα, πενταγωνικὸν, ὡς τὸ ΗΘΚΛ, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. σχ. 172. (α).

ιγ΄. Τετράεδρον εἶναι σχῆμα στερεὸν περιεχόμενον ὑπὸ τεσσάρων τριγώνων ἰσοπλεύρων καὶ ἴσων τὸ μέγεθος, ὀκτάεδρον δὲ τὸ ὑπὸ ὀκτὼ, καὶ εἰκοσάεδρον τὸ ὑπὸ εἴκοσι.

ιδ΄. Κύβος, ἢ καὶ ἑξάεδρον εἶναι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων τὸ μέγεθος περιεχόμενον, ἔχον ἴσας ἀλλήλαις ἁπάσας τὰς ἐπιπέδους ἐπιφανείας.

ιε΄. Δωδεκάεδρον εἶναι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων τὸ μέγεθος περιεχόμενον.

Πρότασις. α΄. (β).

Εὐθεῖα γραμμὴ ἀδυνατεῖ νὰ ἦναι μέρος ἐπὶ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου, καὶ μέρος μετεώρως.

(α) Ἡ γέννεσις τοῦ πρίσματος γίνεται, τῆς βάσεως κινηθείσης παραλλήλως ἑαυτῇ ἐπίτινος εὐθείας.

(β) Πρὶν ὅμως νὰ πραγματευθῇ τις περὶ στερεῶν εἶναι ἀνάγκη νὰ ἐκθέσῃ τὴν ἰδιότητα τῶν εὐθειῶν γραμμῶν κατὰ τὰς διαφόρους