# ΒΙΒΛΙΟΝ. Δ'. (α).

## Ὅροι.

α'. Σχήματα τακτικὰ λέγονται, ὅσα τῶν εὐθυγράμμων ἔχουσι καὶ τὰς πλευρὰς καὶ τὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις.

β'. Σχῆμα εὐθύγραμμον λέγεται ὅτι ἐγγράφεται ἐν σχήματι εὐθυγράμμῳ, ὅταν ἑκάστη γωνία αὐτοῦ ἅπτηται ἑκάστης πλευρᾶς, τοῦ ἐν ᾧ ἐγγράφεται, ὡς τὸ αβγδε. σχ. 132.

γ'. Σχῆμα εὐθύγραμμον λέγεται ὅτι περιγράφεται περὶ σχῆμα εὐθύγραμμον, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ αὐτοῦ ἅπτηται ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ὡς τὸ ΑΒΓΔΕ. σχ. 132.

δ'. Σχῆμα εὐθύγραμμον λέγεται ὅτι ἐγγράφεται ἐν κύκλῳ, ὅταν ἑκάστη αὐτοῦ γωνία ἅπτηται τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου, ὡς τὸ ΑΔΒΓ. σχ. 128.

ε'. Σχῆμα εὐθύγραμμον λέγεται ὅτι περιγράφεται

---

(α) Τοῦτο τὸ βιβλίον εἶναι ὁλόκληρον προβληματῶδες. Καθότι ἀφ' οὗ ὁ Εὐκλείδης ἐξέθετο εἰς τὸ τρίτον βιβλίον τὰς ἰδιότητας τοῦ κύκλου, εἰς τοῦτο ἔρχεται νὰ διδάξῃ τὴν παραβολὴν τοῦ κύκλου μετὰ τῶν λοιπῶν σχημάτων· πῶς δηλονότι νὰ ἐγγράφῃ τις ἢ νὰ περιγράφῃ σχήματα περὶ κύκλον, οὕτως· ἡ γνῶσις εἶναι ἀναγκαία εἰς τὴν στρατιωτικὴν, ἀρχιτεκτονικὴν, εἰς τὴν τριγωνομετρίαν, καὶ διὰ τοῦτο καὶ εἰς τὴν ἀστρονομίαν.

περὶ κύκλον, ὅταν ἑκάστη αὐτοῦ πλευρὰ ἅπτηται τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου, ὡς τὸ αβγδ. σχ. 128.

ϛ'. Κύκλος λέγεται ὅτι ἐγγράφεται ἐν σχήματι εὐθυγράμμῳ, ὅταν ἡ περιφέρεια αὐτοῦ ἅπτηται ἑκάστης πλευρᾶς, τοῦ ἐν ᾧ ἐγγράφεται σχήματος, ὡς ὁ αβγ. σχ. 126.

ζ'. Κύκλος λέγεται ὅτι περιγράφεται περὶ σχῆμα εὐθύγραμμον, ὅταν ἡ περιφέρεια αὐτοῦ ἅπτηται ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται σχῆμα, ὡς ὁ ΑΒΓΔ. σχ. 129.

η'. Εὐθεῖα λέγεται ὅτι ἐναρμόζεται εἰς κύκλον, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἦναι εἰς τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὡς ἡ ΑΒ. 123.

Π ρ ό τ α σ ι ς α'.

*Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον νὰ ἐναρμώσῃ τις εὐθεῖαν ἴσην μὲ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν οὖσαν μὴ μείζονα τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου.*

Ἔστω ΑΒΓ ὁ δοθεὶς κύκλος, καὶ Δ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα. σχ. 123.

Ἄγω τὴν διάμετρον ΑΒ.. καὶ ἂν μὲν ἡ ΑΒ = Δ, τὸ ζητούμενον ἐτελείωσεν, εἰδὲ μὴ, τέμνω ἀπὸ τῆς ΑΒ τὴν ΑΕ = Δ (πρ. γ'. βιϐ. α'.).. εἶτα κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ ΑΕ γράφω κύκλον τὸν ΕΓΖ.. ἄγω τὴν ΑΓ ἡμιδιάμετρον.

Ἡ εὐθ. ΑΕ = εὐθ. Δ, ἐκ τῆς κατασκευῆς.. ἀλλ' ἡ εὐθ. ΑΕ = εὐθ. ΑΓ, καθὸ ἡμιδιάμετρος, διὰ τοῦτο ἡ εὐθ. ΑΓ = εὐθ. Δ: ὅ ἐστιν ἡ εὐθεῖα ΑΓ ἐνήρμοσαι.

ἐν τῷ κύκλῳ ΑΒΓ ἴση μὲ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν Δ, ὅπερ ἐζητεῖτο.

Π ρ ό τ α σ ι ς. β'.

Ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ νὰ ἐγγράψῃ τις τρίγωνον ἰσογώνιον μὲ τὸ δοθὲν τρίγωνον.

Ἔςω ΑΓΒ ὁ δοθεὶς κύκλος, καὶ αβγ τὸ δοθὲν τρίγωνον. σχ. 124.

Ἄγω τὴν ΔΕ ἐφαπτομένην τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Α σημεῖον.. ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἄγω τὴν χορδὴν ΑΓ οὕτως, ὥςε ἡ γων. ΕΑΓ = γων. β, τὴν δὲ ΑΒ οὕτως, ὥςε ἡ γων. ΔΑΒ = γων. γ.. ζευγνύω τὰ σημεῖα Β, Γ διὰ τῆς εὐθείας ΒΓ.

Τοῦ τριγώνου ΑΓΒ ἡ μὲν γων. ΑΒΓ = γων. ΕΑΓ (πρ. λβ'. βιβ. γ'.) = γων. β, ὡς ἐκ τῆς κατασκευῆς, ἡ δὲ γων. ΑΓΒ = γων. ΔΑΒ (διὰ τὴν αὐτὴν) = γων. γ, ὡς ἐκ τῆς κατασκευῆς, ὥςε ἡ γων. ΒΑΓ = γων. α. (πόρ. γ'. προ. λβ'. βιβ. α'.): ὥςε καὶ τὰ τρίγωνα ΑΓΒ, αβγ εἶναι ἰσογώνια, καὶ τὸ τριγ. ΑΓΒ ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ, ὡς ἐζητεῖτο.

Π ρ ό τ α σ ι ς γ'.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον νὰ περιγράψῃ τις τρίγωνον ἰσογώνιον μὲ τὸ δοθὲν τρίγωνον.

Ἔςω ΑΒΓ ὁ δοθεὶς κύκλος, καὶ αβγ τὸ δοθὲν τρίγωνον. σχ. 125.

Ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ ἐγγράφω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἰσογώνιον μὲ τὸ δοθὲν τρίγωνον αβγ (πρ. β'.).. ἄγω τὰς τρεῖς εὐθείας ΕΖ, ΖΗ, ΗΕ ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου καὶ παραλλήλως μὲ τὰς τρεῖς πλευρὰς τοῦ τριγώνου ΑΒΓ, αἵτινες δηλονότι θέλουσι συμπέσει πρὸς ἀλλήλας κατὰ τὰ σημεῖα Ζ, Η, Ε.. ἐπεκτείνω τὴν ΒΓ πλευρὰν μέχρι τοῦ σημείου γ.. ἄγω ἀπὸ τοῦ κέντρου Κ τὴν Κα καθέτως ἐπὶ τὴν ΑΒ, ἐπεκτείνων αὐτὴν μέχρι τοῦ β σημείου, ἔνθα ἡ γων. ΚβΖ = 90°. (πρ. ιη'. βιβ. γ'.).

Ἐγὼ ἔχω γων. ΕγΒ = γων. ΕΗΖ (πρ. κθ'. βιβ. α'.)· ἀλλὰ διὰ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ γων. ΕγΒ = ΑΓΒ.. ὥστε γων. ΕΗΖ = γων. ΑΓΒ.

Ὡσαύτως ἤθελεν ἀποδειχθῇ καὶ γων. Ζ = γων. Β· καὶ διὰ τοῦτο καὶ γων. Ε = γων. Α: ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τρίγωνον εἶναι ἰσογώνιον μὲ τὸ ἐγγεγραμμένον· ἀλλὰ τὸ ἐγγεγραμμένον ἔγινεν ἰσογώνιον μὲ τὸ δοθὲν τργ. αβγ· ὥστε καὶ τὸ περιγεγραμμένον εἶναι καὶ ἰσογώνιον μὲ τὸ δοθὲν τρίγ. αβγ, καὶ περὶ τὸν δοθέντα κύκλον ΑΒΓ, ὡς ἐζητεῖτο.

Πρότασις δ'.

Ἐν τῷ δοθέντι τριγώνῳ νὰ ἐγγράψῃ τις κύκλον.

Ἔστω ΑΒΓ τὸ δοθὲν τρίγωνον. σχ. 126.

Τέμνω δίχα τὰς γωνίας ΑΒΓ, ΑΓΒ (πρ. θ'. βιβ. α'.) διὰ τῶν εὐθειῶν ΒΚ, ΓΚ.. τὰς ἐπεκτείνω ἕως οὗ νὰ συμπέσωσιν εἴς τι σημεῖον, ὡς εἰς τὸ Κ.. ἀπὸ τοῦ Κ σημείου ἄγω τρεῖς καθέτους ἐπὶ τῶν τριῶν πλευρῶν τοῦ τριγώνου: τὰς Κα, Κβ, Κγ.

Εἰς τὰ τρίγωνα ΒαΚ, ΒβΚ ἡ μὲν γων. αΒΚ = γων. βΒΚ, ἐκ τῆς κατασκευῆς, ἡ δὲ γων. ΒαΚ = γων. ΒβΚ, καθὸ ὀρθαί, ἡ δὲ ΒΚ κοινὴ πλευρά.. ὥστε ἡ Κα = Κβ (πρ. κϛ'. βιβ. α'.). Ὡσαύτως ἤθελεν ἀποδειχθῇ καὶ ἡ Κβ = Κγ. Ὥστε ἂν κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαςήματι δὲ τῷ Κα γράψω κύκλον, ὁ κύκλος θέλει διέλθει διὰ τῶν τριῶν σημείων α, β, γ (πρ. θ΄. βιβ. γ΄.): ὃ ἐςι γέγραπται κύκλος ἐν τῷ δοθέντι τριγώνῳ (ὅρ. ς΄.), ὡς ἐζητεῖτο.

Πρότασις. ε΄.

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον νὰ περιγράψῃ τις κύκλον.

Ἔςω ΑΒΓ τὸ δοθὲν τρίγωνον. σχ. 127.

Τέμνω δίχα τὰς πλευρὰς ΑΒ, ΒΓ κατὰ τὰ σημεῖα α, καὶ β.. ἄγω τὴν μὲν αΚ πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν ΑΒ, τὴν δὲ βΚ πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν ΒΓ (πρ. ια΄. βιβλ. α΄.), ἐπεκτείνων αὐτὰς ἕως οὗ νὰ συμπέσωσιν εἴς τι σημεῖον, ὡς εἰς τὸ Κ.. ζευγνύω τὸ σημεῖον Κ μὲ τὰ σημεῖα Α, Β, Γ. Εἰς τὰ τρίγωνα ΑΚα, ΒΚα ἡ μὲν αΑ = αΒ, ἐκ τῆς κατασκευῆς, ἡ δὲ αΚ κοινὴ, ἡ δὲ γων. ΚαΑ = γων. ΚαΒ, καθὸ ὀρθαί.. ὥςε ἡ ΚΑ = ΚΒ (πρ. δ΄. βιβ. α΄.). Ὡσαύτως ἤθελεν ἀποδειχθῆ καὶ ἡ ΚΒ = ΚΓ. Ὥςε ἂν κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαςήματι δὲ τῷ ΚΑ γράψω κύκλον, ὁ κύκλος θέλει διέλθει διὰ τῶν τριῶν σημείων Α, Β, Γ. (πρ. θ΄. βιβ. γ΄.).. ὃ ἐςι περιγέγραπται κύκλος περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον (ὅρ. ζ.), ὡς ἐζητεῖτο.

Πόρισμα. α΄.

Ὥςε εὐκόλως ἤθελε γράψοι τις κύκλον διὰ τριῶν σημείων δοθέντων καὶ μὴ ἐπ᾽ εὐθείας κειμένων. Καθότι ἔςωσαν Α, Β, Γ τὰ δοθέντα σημεῖα.. ζευγνύω αὐτὰ διὰ τῶν εὐθειῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, καὶ εὑρίσκω τὸ σημεῖον Κ ὅπερ θέλει εἶναι κέντρον τοῦ ζητουμένου κύκλου.

Πόρισμα. β΄.

Ἂν μὲν τὸ δοθὲν τρίγωνον ἦναι ὀξυγώνιον, τὸ κέντρον τοῦ ζητουμένου κύκλου θέλει κεῖται ἐντὸς τοῦ τριγώνου, εἰ δὲ ὀρθογώνιον ἐπὶ τῆς πλευρᾶς αὐτοῦ, εἰδὲ ἀμβλυγώνιον, ἔξω τοῦ τριγώνου πρὸς τὸ μέρος τῆς ὑποτεινούσης τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν.

Π ό ρ ι σ μ α. γ'.

Ἄν τις διχοτομήσῃ τὰς δύο πλευρὰς ἑνὸς τριγώνου, καὶ ἀπὸ τῶν τομῶν ἄξῃ πρὸς ὀρθὰς μὲ αὐτὰς πρὸς τὰ αὐτὰ μέρη εὐθείας, ἡ σύμπτωσις αὐτῶν θέλει εἶναι τὸ κέντρον τοῦ περιγραφθησομένου περὶ τὸ τρίγωνον κύκλου.

Π ρ ό τ α σ ι ς. ϛ'.

Ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ νὰ ἐγγράφῃ τις τετράγωνον.

Ἔςω ΑΔΒΓ ὁ δοθεὶς κύκλος. σχ. 128.

Ἄγω τὴν διάμετρον ΑΒ, καὶ πρὸς ὀρθὰς μὲ αὐτὴν τὴν ΓΔ. ζευγνύω τὰ πέρατα αὐτῶν διὰ τῶν ΑΔ, ΔΒ, ΒΓ, ΓΑ.

Ἐπειδὴ γων. ΑΚΔ = γων. ΔΚΒ = γων. ΒΚΓ = γων. ΓΚΑ, καθὸ ὀρθαί, διὰ τοῦτο καὶ αἱ χορδαὶ ΑΔ = ΔΒ = ΒΓ = ΒΑ (πρ. κς'). ὅθεν τὸ τετράπλευρον ΑΔΒΓ ἔχει τὰς τέσσαρας πλευρὰς ἴσας ἀλλήλαις, ἀλλ' ἔχει ἐν ταυτῷ καὶ τὰς τέσσαρας γωνίας ὀρθάς, ὡς ἑκάςης ἐνούσης ἐν ἡμικυκλίῳ (ρ. λα'. βιβ. γ'.)· ὥςε εἶναι τετράγωνον (ὅρ. ιε'. βιβ. α'.), εἶναι δ' ἐνταυτῷ καὶ ἐν τῷ κύκλῳ ΑΔΒΓ. Ὥςε γέγονε τὰ ζητηθέν.

Π ό ρ ι σ μ α.

Ὥςε ἡ πλευρὰ τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν κύκλῳ τετραγώνου ἔχει πρὸς τὴν ἡμιδιάμετρον τοῦ κύκλου, ὡς √2: 1. Καθότι ἐπειδὴ καὶ τὸ τρίγωνον ΑΚΔ εἶναι ὀρθογώνιον ἰσοσκελὲς, διὰ τοῦτο ΑΔ : ΑΚ :: $\sqrt{2}$ : 1 (πόρ. γ΄. προ. μζ΄. βιϐ. α΄).

Πρότασις ζ.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον νὰ περιγράψῃ τις τετραγώνον.

Ἔςω ΑΔΒΓ ὁ δοθεὶς κύκλος. σχ. 128.

Ἄγω τὰς διαμέτρους ΑΒ, ΓΔ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις.. διὰ τῶν περάτων αὐτῶν ἄγω τὰς αβ, γδ, αδ, βγ. ἐφαπτομένας.. καὶ τὰς ἐπεκτείνω ἕως νὰ συμπέσωσι κατὰ τὰ σημεῖα α, β, γ, δ.

Ἐπειδὴ ἡ γων. αΓΚ = 90° (πόρ. πρ. ις΄. βιϐ. γ΄), διὰ τοῦτο γων. αΓΚ = γων. ΑΚΓ: ὅ ἐςι τὸ αΓΚΑ, εἴτε τὸ αδΒΑ εἶναι παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦτο ἡ αδ = ΑΒ = βγ.. ὡσαύτως καὶ ἡ αβ = ΓΔ = δγ.. ὥςε αἱ τέσσαρες πλευραὶ οὖσαι ἴσαι μὲ τὴν ΑΒ, αἳ ΓΔ εἶναι ἴσαι ἀλλήλαις.

Ἔπειτα ἐπειδὴ ἡ γων. βαδ = γων. ΑΚΓ (πρ. λδ΄. βιϐ. α΄.), καὶ ἡ γων. ΑΚΓ = 90°, ἐκ τῆς κατασκευῆς, διὰ τοῦτο καὶ ἡ γων. βαδ = 90°.. ἀλλ᾽ ὅταν ἓν παραλληλόγραμμον ἔχει τὴν μίαν γωνίαν ὀρθὴν, ἔξει καὶ τὰς τέσσαρας ὡσαύτως (πορ. α΄. λδ΄. βιϐ. α΄.).. ὥςε τὸ τετράπλευρον αβγδ ὡς ἔχον ἴσας τὰς τέσσαρὰς πλευρὰς, καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις, εἶναι τετράγωνον (ὅρ. ιε΄. βιϐ. α΄.).. ἀλλὰ καὶ αἱ πλευραὶ αὐτοῦ ἅπτονται τοῦ κύκλου (πρ. ις. βιϐ. γ΄).. ὥςε περιγέγραπται περὶ τὸν κύκλον ΑΔΒΓ (ὅρ. ε΄), ὡς ἐζητεῖτο.

Π ό ρ ι σ μ α α'.

Ὥςε τὸ περιγεγραμμένον περὶ κύκλον τετράγωνον εἶναι διπλάσιον τοῦ ἐγγεγραμμένου τετραγώνου.

Καθότι $AB^2 = 2A\Gamma^2$, ὡς οὔσης ὀρθῆς τῆς γωνίας $A\Gamma B$, καὶ ἰσοσκελοῦς τοῦ τριγώνου $A\Gamma B$.. ἀλλὰ $\alpha\delta = AB$.. ὥςε $\alpha\delta^2 = 2A\Gamma^2$, εἴτε $\alpha\beta\gamma\delta = 2A\Delta B\Gamma$.

Π ό ρ ι σ μ α. β'.

Ὥςε ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ κύκλον τετραγώνου ἔχει πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου τετραγώνου, ὡς $\sqrt{2} : 1$. Καθότι ἂν $\alpha\delta^2 = 2A\Gamma^2$, θέλει εἶναι καὶ $\alpha\delta^2 : A\Gamma^2 :: 2 : 1$, καὶ διὰ τοῦτο $\alpha\delta : A\Gamma :: \sqrt{2} : 1$.

Π ό ρ ι σ μ α. γ'.

Τὸ περιγεγραμμένον περικύκλιον τετράγωνον εἶναι ἴσον μὲ τὸ τετράγωνον τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου. Καθότι ἂν $\alpha\delta^2 = 2A\Gamma^2$, καὶ ἂν $A\Gamma^2 = 2AK^2$ (πορ. ς'. πρ. ς'), θέλει εἶναι καὶ $\alpha\delta^2 = 4AK^2$, καὶ διὰ τοῦτο $\alpha\delta = 2AK$.

Π ρ ό τ α σ ι ς. η'.

Ἐν τῷ δοθέντι τετραγώνῳ νὰ ἐγγράφῃ τις κύκλον.

Ἔςω $\alpha\beta\gamma\delta$ τὸ δοθὲν τετράγωνον σχ. 128.

Τέμνω δίχα τὰς πλευρὰς $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ κατὰ τὰ σημεῖα $A$, καὶ $\Delta$.. ἄγω ἀπὸ τῶν τομῶν τὴν μὲν $AB$ παράλληλον μὲ τὴν $\beta\gamma$, εἴτε πρὸς ὀρθὰς μὲ τὴν $\alpha\beta$, τὴν δὲ $\Delta\Gamma$ παράλληλον μὲ τὴν $\beta\alpha$.. εἶτα κέντρῳ μὲν τῷ σημείῳ τῆς συμπτώσεως $K$, διαςήματι δὲ τῷ $KA$ γράφω κύκλον τὸν $A\Delta B\Gamma$, ὅς τις θέλει εἶναι ὁ ζητούμενος.

Καθότι ἡ $KA = \Delta\beta$, καὶ ἡ $K\Delta = A\beta$ (πρ. λδ'.

βιβ. α'.): ἑκατέρα δηλονότι ἴση μὲ τὴν ἡμίσειαν πλευρὰν τοῦ τετραγώνου. ὥςε ἡ ΚΑ = ΚΔ. ὡσαύτως ἤθελεν ἀποδειχθῆ καὶ ἡ ΚΒ = ΚΔ: ὅθεν τὸ σημεῖον Κ εἶναι κέντρον τοῦ κύκλου ΑΔΒΓ (πρ. θ'. βιβ. γ'.). Ὥςε ἐπειδὴ καὶ ὁ κύκλος ΑΔΒΓ ἅπτεται ἑκάςης πλευρᾶς τοῦ τετραγώνου αβγδ, ἐγγέγραπται ἐν αὐτῷ (ὅρ. ς'.), ὡς ἐζητεῖτο.



### Π ό ρ ι σ μ α.

Ὥςε ἂν δύο τῶν ἐφεξῆς πλευρῶν ἑνὸς τετραγώνου διχοτομηθῶσι, καὶ ἀπὸ τῶν τομῶν ἀχθῶσι πρὸς ὀρθὰς καὶ πρὸς τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι, ἡ σύμπτωσις αὐτῶν θέλει εἶναι τὸ κέντρον τοῦ περιγραφθησομένου περὶ τὸ τετράγωνον κύκλου.

### Π ρ ό τ α σ ι ς. θ'.

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον νὰ περιγράψῃ τις κύκλον.

Ἔςω ΑΒΓΔ τὸ δοθὲν τετράγωνον. σχ. 129.

Ἄγω τὰς διαγωνίους ΑΓ, ΒΔ.

Καὶ ἔχω ΚΑ = ΚΒ = ΚΓ = ΚΔ (πόρ. β'. προ. λδ'. βιβ. α'). ὥςε ἂν κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαςήματι δὲ τῷ ΚΑ γράψω κύκλον, ὁ κύκλος θέλει διέλθει διὰ τῶν σημείων Α, Β, Γ, Δ (πρ. θ'. βιβ. γ'.): ὅ ἐςὶν ὁ κύκλος ΑΒΓΔ περιγέγραπται περὶ τὸ τετράγωνον ΑΒΓΔ (ὅρ. ζ.), ὡς ἐζητεῖτο.

### Π ρ ό τ α σ ι ς. ι'.

Νὰ συςήσῃ τις τρίγωνον ἰσοσκελὲς ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίαν τῆς τρίτης.

Ἐκτίθημι εὐθεῖαν τινα τὴν ΑΒ. σχ. 130.

Τέμνω αὐτὴν κατὰ τὸ Γ οὕτως, ὥςε ΑΒ × ΒΓ

$=$ ΑΓ$^2$ (πρ. ια΄. τοῦ β΄.).. εἶτα ἐπὶ τὸ τμῆμα ΓΒ ἀναγράφω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΓΔΒ (πόρ. γ΄. προ. ια΄. βιϐ. α΄.) ἐκτελῶν ΓΔ $=$ ΒΔ $=$ ΑΓ.. ἄγω τὴν ΑΔ εὐθεῖαν.. καὶ περὶ τὸ τριγ. ΑΓΔ περιγράφω κύκλον τὸν ΑΓΔΕ (πρ. ε΄.).

Ἐπειδὴ ΒΔ $=$ ΑΒ $\times$ ΒΓ, ἐκ τῆς κατασκευῆς, ὡς οὔσης τῆς ΒΔ $=$ ΑΓ, διὰ τοῦτο ἡ ΒΔ εἶναι ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου ΑΓΔΕ (πρ. λβ΄. βιϐ. γ΄.).. καὶ ἐντεῦθεν γων. ΒΔΓ $=$ γων. ΔΑΒ (πρ. λβ΄. βιϐ. γ΄.) $=$ γων. ΓΔΑ, ὡς ὄντος τοῦ τριγ. ΓΑΔ ἰσοσκελοῦς, ἐκ τῆς κατασκευῆς.. ὥςε οὖσα γων. ΔΓΒ $=$ γων. ΓΑΔ $+$ γων. ΓΔΑ (πρ. λβ΄. βιϐ. α΄.) $=$ 2 γων. ΓΑΔ $=$ 2 γων. ΑΔΓ $=$ 2 γων ΓΔΒ $=$ γων. ΑΔΒ: ὅ ἐςιν ἡ γων. ΑΔΒ $=$ 2 γων. ΔΑΒ. Ἀλλ' ἡ γων. ΔΓΒ $=$ γων ΔΒΓ, ὡς γωνίαι ἰσοσκελοῦς τριγώνου.. ὥςε καὶ ἡ γων. ΑΒΔ $=$ 2 γων. ΒΑΔ (ἀξ. α΄.). Ὥςε τὸ τρίγωνον ΔΑΒ εἶναι καὶ ἰσοσκελὲς, καὶ ἔχει καὶ ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίαν τῆς τρίτης, ὡς ἐζητεῖτο.

### Π ό ρ ι σ μ α. α΄.

Ὥςε ἄντις λάϐῃ $\frac{1}{10}$ τῆς περιφερείας, εἴτε $\frac{1}{5}$ τῆς ἡμιπεριφερείας: τουτέςι τόξον καὶ ἄξῃ ἐκ τῶν περάτων αὐτοῦ ἢ τῆς χορδῆς ἡμιδιαμέτρους, τὸ γενησόμενον τρίγωνον θέλει εἶναι ἰσοσκελὲς ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίαν τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ. Καθότι οὔσης τότε τῆς παρὰ τῷ κέντρῳ γωνίας $=$ 36°, καὶ τῶν λοιπῶν δύο $=$ 144°, μένει ἑκατέρα $=$ 72°.

### Π ό ρ ι σ μ α. β΄.

Ὥςε ἂν τρίγωνον ἔχον τὴν κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου καὶ τὴν βάσιν χορδὴν, ἔχῃ ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίαν τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ, ἡ βάσις αὐτοῦ θέλει εἶναι πλευρὰ δεκαγώνου.

Π ρ ό τ α σ ι ς. ιά.

Ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ νὰ ἐγγράψῃ τις πεντάγωνον τακτικόν.

Ἔςω ΑΔΓΒΕ ὁ δοθεὶς κύκλος. σχ. 131.

Ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ ἐγγράφω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΒΓ, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνίαν διπλασίαν τῆς γων. ΓΑΒ (πρ. ί.).. τέμνω δίχα τὰς γωνίας ΑΒΓ, ΑΓΒ διὰ τῶν ΒΔ, ΓΕ.. ἄγω τὰς χορδὰς ΑΔ, ΔΓ, ΒΕ, ΕΑ.

Καὶ ἔχω ΑΔ = ΔΓ = ΓΒ = ΒΕ = ΕΑ, ὡς ὑποτείνουσαι ἴσας γωνίας (πρ. κς'. βιβ. γ'.). Ὥςε τὸ πεντάπλευρον ΑΔΓΒΕ ἔχον τὰς πέντε πλευρὰς καὶ τὰς πέντε γωνίας ἴσας ἀλλήλαις, εἶναι τακτικὸν (ὅρ. α'.), καὶ ἐγγέγραπται ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ, ὡς ἐζητεῖτο.

Π ό ρ ι σ μ α α'.

Ὥςε ἑκάςη γωνία τακτικοῦ πενταγώνου = $108^{\circ}$. Καθότι ἐπειδὴ καὶ παντὸς εὐθυγράμμου σχήματος τὸ κεφάλαιον τῶν ἐντὸς γωνιῶν εἶναι ἴσον μὲ τοσαῦτα ζεύγη, ὅσας πλευρὰς ἔχει, ἀποθέτει τεσσάρων ὀρθῶν (πόρ. ιδ'. προ. λβ' βιβ. α'.), τούτου ἕνεκεν αἱ γωνίαι τοῦ πενταγώνου ΑΔΓΒΕ = $6 \times 90^{\circ}$, καὶ διὰ τοῦτο ἑκάςη αὐτῶν = $108^{\circ}$.

Π ό ρ ι σ μ α β'.

Ἐν κύκλῳ ἡ πλευρὰ τοῦ τακτικοῦ πενταγώνου ὑποτείνει γωνίαν πρὸς τῷ κέντρῳ = $72^{\circ}$. Καθότι ἐπειδὴ καὶ ὁ κύκλος $= 360^{\circ}$, διὰ τοῦτο $\frac{360}{5} = 72$, καὶ ἑπομένως πρὸς τῇ περιφερείᾳ ὑποτείνει γωνίαν $= 36^{\circ}$.

Πρότασις. ιβ'.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον νὰ περιγράψῃ τις πεντάγωνον τακτικόν.

Ἔςω αβγδε ὁ δοθεὶς κύκλος. σχ. 132.

Ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ ἐγγράφω πεντάγωνον τακτικὸν τὸ αβγδε (πρ. ια'.).. διὰ τῆς κορυφῆς τῶν γωνιῶν αὐτοῦ ἄγω ἐφαπτομένας τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ.. τὰς ἐπεκτείνω ἕως οὗ νὰ συμπέσωσι κατὰ τὰ σημεῖα Β, Γ, Δ, Ε, Α, καὶ λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓΔΕ εἶναι τὸ ζητούμενον πεντάγωνον.

Καθότι ἐπειδὴ ἀπὸ τῶν αὐτῶν σημείων Δ, Ε, κτξ. ἄγονται δύο ἐφαπτόμεναι, διὰ τοῦτο, ἡ μὲν Δδ $=$ δΕ, ἡ δὲ Κγ $=$ Κδ, καθὸ ἡμιδιάμετροι, ἡ δὲ ΔΚ κοινή, ὅθεν ἡ γων. ζ $=$ γων. η (πρ. η'. βιϐ. α'.). ὃ ἐςιν ἡ γων. γΔδ ἐδιχοτομήθη ὑπὸ τῆς ΔΚ, ὡσαύτως καὶ ἡ γων. γΚδ $=$ 2 γων. μ.. διὰ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἡ γων. εΚδ $=$ 2 γων. ν. Ἀλλ' ἡ γων. γΚδ $=$ γων. ΕΚδ (πρ. κζ. βιϐ. γ'.), ὥςε ἡ γων. μ $=$ γων. ν, καὶ ἑπομένως ἡ μὲν Δδ $=$ δΕ, ἡ δὲ γων. η $=$ γων. ϑ. (πρ. κϛ'. βιϐ. α'.).. ὥςε ὅλη ἡ γων. γΔδ $=$ γων. δΕε (ἀξ. β'.). Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἤθελον ἀποδειχθῶσιν ἴσαι ἅπασαι αἱ γωνίαι καὶ πλευραὶ τοῦ πενταγώνου ΑΚΓΔΕ. Ὥςε τὸ πεντάγωνον ΑΚΓΔΕ ἔχον τὰς γωνίας καὶ τὰς πλευρὰς ἴσας ἀλλήλαις, καὶ ὂν περὶ τὸν δοθέντα κύκλον αβγδε περιγεγραμμένον, εἶναι τὸ ζητούμενον.

## Πόρισμα.

Ἡ πλευρὰ τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένου πενταγώνου τακτικοῦ ὑποτείνει πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίαν $= 72^{\circ}$.

Καθότι ἂν πέντε πλευραὶ ὑποτείνωσι γωνίας πέντε περὶ τὸ κέντρον, αἵτινες $= 360^{\circ}$ (πόρ. β΄. προ. ιγ. βιβ. α΄.), δῆλον ὅτι ἑκάστη αὐτῶν $= 72^{\circ}$.

## Πρότασις. ιγ΄.

Ἐν τῷ δοθέν τι τακτικῷ πενταγώνῳ νὰ ἐγγράψῃ τις κύκλον.

Ἔσω ΑΒΓΔΕ τὸ δοθὲν πεντάγωνον τακτικόν. σχ. 132.

Διαιρῶ δίχα τὰς δύο γωνίας Δ, καὶ Ε διὰ τῶν εὐθειῶν ΔΚ, ΕΚ.. ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς συμπτώσεως αὐτῶν Κ ἄγω καθέτους ἐπὶ τὰς πλευρὰς τοῦ πενταγώνου Κγ, Κδ, Κε.

Εἰς τὰ τρίγωνα ΔΚγ, ΔΚδ ἡ μὲν γων. ζ $=$ γων. η, ἡ δὲ γων. ΚγΔ $=$ γων. ΚδΔ, ἐκ τῆς κατασκευῆς, ἡ δὲ ΚΔ κοινή, ὥστε ἡ Κγ $=$ Κδ (πρ. κς΄. βιβ. α΄.).. ὡσαύτως δ' ἤθελεν ἀποδειχθῆ καὶ ἡ Κδ $=$ Κε. Ὥστε κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαστήματι δὲ τῷ Κγ γράφω κύκλον, ὁ κύκλος θέλει διέλθει διὰ τῶν σημείων γ, δ, ε (πρ. δ΄. βιβ. γ΄.): ὅ ἐστι θέλει ἐγγραφῆ ἐν τῷ τακτικῷ πενταγώνῳ ΑΒΓΔΕ (ὅρ. ς΄), ὡς ἐζητεῖτο.

## Πόρισμα.

Ὥστε ἂν τάμῃ δίχα τις δύο τῶν ἐφεξῆς πλευρῶν ἑνὸς πενταγώνου τακτικοῦ, καὶ ἀπὸ τῶν τομῶν ἄξῃ πρὸς ὀρθὰς μὲ τὰς πλευρὰς εὐθείας, ἡ σύμπτωσις αὐτῶν θέλει εἶναι τὸ κέντρον τοῦ ἐγγραφησομένου κύκλου, εἴτε θέλουσιν εἶναι ἡμιδιάμετροι αἱ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι.

Π ρ ό τ α σ ι ς. ιδ'.

Περὶ τὸ δοθὲν τακτικὸν πεντάγωνον νὰ περιγράψῃ τις κύκλον.

Ἔςω αβγδε τὸ δοθὲν τακτικὸν πεντάγωνον. σχ. 132.

Διαιρῶ δίχα τὰς δύο ἐφεξῆς γωνίας βγδ, γδε διὰ τῶν εὐθειῶν γΚ, δΚ. ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς συμπτώσεως αὐτῶν Κ ἄγω κάθετον τὴν Κλ ἐπὶ τὴν γδ πλευρὰν τοῦ πενταγώνου.

Εἰς τὰ τρίγωνα λΚγ, λΚδ ἡ μὲν λγ=λδ (πρ. γ'. βιβ. γ'), ἡ δὲ Κλ κοινὴ, ἡ δὲ γων. Κλγ=γων. Κλδ, ὡς ἐκ τῆς κατασκευῆς.. ὥςε καὶ ἡ Κγ=Κδ (πρ. δ'. βιβ. α').. ὡσαύτως δ' ἤθελεν ἀποδειχθῇ καὶ ἡ Κδ= Κε. Ὥςε κέντρῳ μὲν τῷ Κ, διαςήματι δὲ τῷ Κγ γράφω κύκλον, ὅςτις θέλει διέλθει διὰ τῆς κορυφῆς τῶν γωνιῶν τοῦ πενταγώνου γ, δ, ε (πρ. ς'. βιβλ. γ'.): ὁ ἐςιν ἔχει νὰ περιγραφῇ περὶ τὸ πεντάγωνον αβγδε (ὅρ. ζ'), ὡς ἐζητεῖτο.

Π ό ρ ι σ μ α.

Ὥςε ἄν τις διαιρέσῃ δίχα δύο ἐφεξῆς γωνίας ἑνὸς πενταγώνου τακτικοῦ διὰ δύο εὐθειῶν, ἡ σύμπτωσις αὐτῶν θέλει εἶναι τὸ κέντρον τοῦ περιγραφησομένου περὶ αὐτὸ κύκλου, εἴτε αὗται αἱ εὐθεῖαι θέλουσιν εἶναι ἡμιδιάμετροι τοῦ κύκλου.

### Πρότασις ιε'.

Ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ νὰ ἐγγράψῃ τις ἑξάγωνον τακτικόν.

Ἔςω ΑΓΖΒΕΔ ὁ δοθεὶς κύκλος. σχ. 133.

Ἄγω τὴν διάμετρον ΑΒ. ἀπὸ τοῦ πέρατος αὐτῆς Α ἐναρμόζω ἑκατέρωθεν τὴν ΑΓ $=$ ΑΔ $=$ ΚΑ (πρ. α'. βιβλ. γ'.). ἄγω ἀπὸ τῶν σημείων Γ, Δ τὰς διαμέτρους ΓΕ, ΔΖ. ἄγω τὰς χορδὰς ΓΖ, ΖΒ, ΒΕ, ΕΔ, καὶ λέγω ὅτι τὸ ἑξάγωνον ΑΓΖΒΕΔ εἶναι τὸ ζητούμενον.

Τὰ τρίγωνα ΑΚΓ, ΑΚΔ ὄντα, ἐκ τῆς κατασκευῆς, ἰσόπλευρα εἶναι καὶ ἰσογώνια, καὶ διὰ τοῦτο ἡ γων. ΑΚΓ $=$ γων. ΑΚΔ $= 60^{\circ}$ (πόρ. η'. προ. λβ'. βιβ. α'). ἀλλ' αἱ κατὰ κορυφὴν γωνίαι εἶναι ἴσαι ἀλλήλαις, διὰ τοῦτο γων. ΒΚΕ $=$ γων. ΒΚΖ $= 60^{\circ}$. Ὥςε ἐπειδὴ ἡ γων. ΕΚΖ $= 2 \times 60^{\circ}$, διὰ τοῦτο ἡ γων. ΔΚΕ $= 60^{\circ}$ (πρ. ιγ'. βιβ. α'.), καὶ ἑπομένως καὶ ἡ γων. ΓΚΖ $= 60^{\circ}$. Ὥςε τὸ ἑξάγωνον ΑΓΖΒΕΔ ἔχει ἴσας πρὸς ἀλλήλας τὰς ἓξ πλευράς.

β'.) Ἐπειδὴ καὶ τὰ ἓξ τρίγωνα ΑΚΓ, ΓΚΖ, ΖΚΒ, ΒΚΕ, ΕΚΔ, ΔΚΑ εἶναι ἰσόπλευρα, ὅθεν καὶ ἰσογώνια, καὶ ἐπειδὴ ἑκάςη γωνία τοῦ ἑξαγώνου ΑΓΖΒΕΔ σύγκειται ἐκ δύο γωνιῶν τῶν εἰρημένων ἰσογωνίων τριγώνων, τούτου ἕνεκεν ἅπασαι αἱ γωνίαι αὐτοῦ εἶναι ἴσαι ἀλλήλαις· τουτέςιν ἡ γων. ΑΓΖ $=$ γων. ΓΖΒ $=$ κτξ. ὅθεν τὸ ἑξάγωνον ΑΓΖΒΕΔ εἶναι τακτικὸν καὶ ἐγγεγραμμένον ἐν κύκλῳ (ὅρ. δ'.), ὡς ἐζητεῖτο.

### Πόρισμα. α'.

Ὥςε ἑκάςη γωνία τοῦ ἑξαγώνου εἶναι $= 120^{\circ}$.

### Πόρισμα. β'.

Ἑκάστη πλευρὰ τοῦ ἐν κύκλῳ ἐγγεγραμμένου ἑξαγώνου εἶναι ἴση μὲ τὴν ἡμιδιάμετρον τοῦ κύκλου.

Ὥςε ἂν ἐναρμόσῃ τις χορδὰς συνεχῶς ἓξ ἐν τῇ περιφερείᾳ ἴσας μὲ τὴν ἡμιδιάμετρον, τὸ ἐγγραφθησόμενον σχῆμα θέλει εἶναι ἑξάγωνον καὶ τακτικὸν, διότι ἐγγέγραπται ἐν κύκλῳ.

### Πόρισμα. γ'.

Πᾶσα χορδὴ ἴση μὲ τὴν ἡμιδιάμετρον ὑποτείνει γωνίαν πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ $= 60^\circ$, πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ $= 30^\circ$.

### Πόρισμα. δ'.

Ὥςε ἐπειδὴ καὶ ἡ μὲν διάμετρος ὑποτείνει γωνίαν $= 90^\circ$, (πρ. λα'. βιβ. γ'), ἡ δὲ χορδὴ ἡ ἴση μὲ τὴν ἡμιδιάμετρον, γωνίαν $= 30^\circ$, αἱ ὑποτείνουσαι εὐθεῖαι σμικρύνονται ἧττον ἢ αἱ ὑποτεινόμεναι γωνίαι. Καθότι $2 : 1 < 90^\circ : 30^\circ$.

### Σημείωσις.

Ἂν διὰ τῆς κορυφῆς τῶν ἓξ γωνιῶν τοῦ ἐν κύκλῳ ἐγγεγραμμένου ἑξαγώνου, ἄξω ἓξ ἐφαπτομένας ἐπεκτείνων αὐτὰς ἕως οὗ νὰ συμπέσωσι, τὸ περιγραφθησόμενον σχῆμα θέλει εἶναι ἑξάγωνον τακτικὸν, ὡς δηλονότι καὶ τὸ πεντάγωνον (πρ. ιβ'.) καὶ τὸ τετράγωνον (πρ. ζ'.), καὶ ἐν γένει πᾶν σχῆμα τακτικὸν περιγραφόμενον περὶ κύκλον.

### Πρότασις. ις'.

Ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ νὰ ἐγγράψῃ τις πεντεκαιδεκάγωνον τακτικόν.

Ἔςω ΑΒΓ ὁ δοθεὶς κύκλος. σχ. 134.

Ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ ἐγγράφω τρίγωνον τακτικὸν τὸ ΑΒΓ (πρ. β΄.), καὶ πεντάγωνον τακτικὸν τὸ Αβγδε (πρ. ια΄.).

Τώρα εἶναι καταφανὲς ὅτι ἂν διαιρεθῇ ἅπασα ἡ περιφέρεια ΑΒΓ εἰς 15 μονάδας, τὸ μὲν τόξον ΑβΒ ἔχει 5 μονάδας, τὸ δὲ Αβγ, 6.. ὥςε τὸ Βγ τόξον 1, ὡσαύτως καὶ τὸ δΓ, 1. Ὥςε ἂν εἰς τὸν κύκλον ἐναρμώσω κατὰ τὸ συνεχὲς εὐθείας, ἑκάςην ἴσην ἢ μὲ τὴν Βγ, ἢ μὲ τὴν δΓ, τὸ ἐγγραφθησόμενον πεντεκαιδεκάγωνον ἔχει ἴσας τὰς πλευράς. Ἀλλ᾽ ἐπειδὴ καὶ ἐγγράφεται καὶ ἐν κύκλῳ, διὰ τοῦτο ἔχει καὶ τὰς γωνίας ἴσας, ὡς δηλονότι καὶ τὸ τετράγωνον, πεντάγωνον, καὶ ἑξάγωνον.. διότι ὅςτις ἄξῃ εἰς ἑκάςην γωνίαν ἡμιδιαμέτρους, τὰ γενησόμενα τρίγωνα θέλουσιν εἶναι ἰσογώνια, ἐξ ὧν δύο ἐκτελοῦσιν ἑκάςην γωνίαν τοῦ πεντεκαιδεκαγώνου. Καὶ ἐπειδὴ ἑκάςη αὐτοῦ γωνία ἅπτεται τοῦ κύκλου ΑΒΓ, διὰ τοῦτο καὶ ἐγγέγραπται ἐν αὐτῷ, ὡς ἐζητεῖτο.

Π ό ρ ι σ μ α. α΄.

Ὡς ἑκάςη γωνία τοῦ πεντεκαιδεκαγώνου τακτικοῦ $= 156^{\circ}$. Καθότι τὸ κεφάλαιον αὐτῶν $= 26 \times 90^{\circ}$ $= 2340^{\circ}$ (πόρ. ιδ΄. προ. λβ΄. βιβλ. α΄).

Π ό ρ ι σ μ α β΄. )

Ἡ πλευρὰ τοῦ πεντεκαιδεκαγώνου ἐν κύκλῳ ὑποτείνει πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίαν $= 24^{\circ}$, καὶ διὰ τοῦτο πρὸς περιφερείᾳ $= 12^{\circ}$. Καθότι ἂν εἰς τὸ πεντεκαιδεκάγωνον ἐγγραφῶσι 15 τρίγωνα ἔχοντα διὰ βάσεις τὰς πλευρὰς τοῦ πεντεκαιδεκαγώνου καὶ περατούμενα εἰς τὸ κέντρου, αἱ περὶ τὸ κέντρον αὐτῶν 15 γωνίαι θέλουσιν εἶναι $= 4 \times 90^\circ$ (πόρ. β΄. προ. ιγ΄. βιβ. α΄).

Σημείωσις.

Ἂν ἐγγράψω ἐν κύκλῳ πεντεκαιδεκάγωνον, καὶ δι' ἑκάστης κορυφῆς τῶν γωνιῶν ἄξω ἐφαπτομένας ἐπεκτείνων αὐτὰς ἕως οὗ νὰ συμπέσωσι, τὸ περιγραφθησόμενον σχῆμα θέλει εἶναι πεντεκαιδεκάγωνον, ὡς δηλονότι καὶ τὸ ἑξάγωνον (σημείωσις. πρ. ιε΄.).

---

# ΒΙΒΛΙΟΝ Ε΄. (α).

## Ὅροι.

α΄. Μέρος ἢ ὑποπολλαπλάσιον λέγεται ἓν μέγεθος ἄλλου μεγέθους, ὅταν καταμετρῇ αὐτὸ ἐξηκριβωμένως. Οὕτω μία γραμμὴ τριῶν ποδῶν εἶναι μέρος καὶ

---

(α) Εἰς τοῦτο τὸ βιβλίον ἐκτίθησιν ὁ Εὐκλείδης τὴν ἀναλογίαν, περὶ ἧς πρὸ ἐγένετο εἰς τὴν ἀριθμητικὴν λόγος μικρός. Ἡ ἀναλογία ὅμως προσιδιάζει ὄχι μόνον εἰς τὴν γεωμετρίαν, ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν ἀριθμητικήν, καὶ εἰς τὴν ἄλγεβραν, καὶ εἰς τὴν τριγωνομετρίαν, καὶ ἐν γένει εἰς πᾶσαν τὴν ἁπλῆν μαθηματικὴν καὶ μικτὴν καὶ εἰς αὐτὴν τὴν πολιτικὴν ζωήν. Καὶ εἶναι ἡ ψυχὴ καὶ τὸ φῶς καὶ τῆς μαθηματικῆς, ὥστε ταύτης ἀφαιρεθείσης, ἐκείνη μένει νεκρά. Εὔδοξον τὸν διδάσκαλον τοῦ Πλάτωνος θέλουσι δὲ εὑρετὴν τούτου τοῦ οὐρανίου δώρου.