

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

ΕΚΤΕΘΕΝΤΑ

ΠΑΡΑ

ΒΕΝΙΑΜΙΝ ΛΕΣΒΙΟΥ.

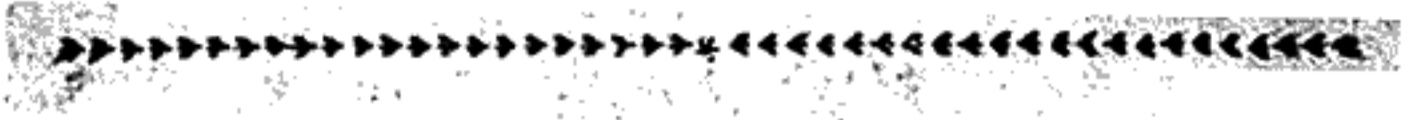


ΤΟΜΟΣ Β΄.

ΕΝ ΒΙΕΝΝΗ, ΤΗΣ ΑΟΥΣΤΡΙΑΣ,
ἐκ τῆς Τυπογραφίας τοῦ Ἰωάννου Σενίερ.
1820.

Ε.Υ.Δ. της Κ.τ.Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ



Πρὸς τοὺς Φιλαναγνώσας.

Μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, ἐπέγραψε
 πρὸ τῶν πυλῶνων τῆς Ἀκαδημίας Πλάτων, ἐμφανίζον
 διὰ τούτου τὸ ἀδύνατον τῆς παρσισδύσεως εἰς τὰ μυσήρια
 τῆς φύσεως ἄνευ τῆς γνώσεως τῆς γεωμετρίας. Καὶ το-
 σοῦτον τὸ πρᾶγμα ἔχεται ἀληθείας, ὥς ἕως οὗ ἡ ἀ-
 στρονομία τῶν Ἰουδαίων, τῶν Βαβυλωνίων, τῶν Αἰγυπτίων,
 καὶ τῶν Ἑλλήνων προσέκειτο εἰς μόνην τὴν παρατήρησιν
 τῆς κινήσεως τῶν οὐρανίων σωμάτων, ἢ γνώσις αὐτῆς
 περὶ τῆς κινήσεως, ἀποστάσεως, καὶ μεγέθους τῶν οὐ-
 ρανίων σωμάτων ἢν τοσοῦτον παχυτάτη, ὥς ἢν πᾶν
 ἄλλο, ἢ γνώσις καὶ ἐπισήμη. Ἄφ' οὗ ὅμως Ἰππαρχος
 ἐκλήροσε τὴν σφαιρικὴν τριγωνομετρίαν εἰς τὴν ἀστρονο-
 μίαν, ὅςτος μετουσίωσε τὸ πρᾶγμα μετατρέψας αὐτὸ εἰς
 μάθησιν καὶ ἐπισήμην: οὔτε ἠκολούθησε διαφόρως εἰς
 τὰς λοιπὰς τῶν ἐπισημῶν καὶ ἀνθρωπίνων γνώσεων, ὅπου
 ὑπῆρξε δυνατόν νὰ εἰσχωρήσῃ ἡ γεωμετρία. Ὡς ἡ χεὶρ,
 δὲ ἥς περὶ ὁ κάτοικος τῆς γῆς συλλαμβάνει τὸν οὐρανὸν,
 εἶναι οὐδὲν ἄλλο, εἰμὴ ἡ γεωμετρία, καὶ τούτου ἕνεκεν
 ὡς φαίνεται καὶ Πλάτων ὠνόμασε τὸν Θεὸν γεωμέτην:

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
 ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
 ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΣΙΟΣ

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ὄνομα καταλλότατον εἰς τὸν οἰκοδόμου ταύτης τῆς οἰκοδομῆς!

Τὸ μέγιστον ὅμως τῆς γεωμετρίας εἶναι, ὅτι ὄχι μόνον ὑποτάσσει εἰς τὸν ἀνθρώπου τὰ οὐράνια καὶ τὰ ἐπὶ γῆς σώματα, ἀλλ' εἶναι καὶ τὸ μόνον μέσον πρὸς ἀγωγὴν καὶ παιδείαν τῆς νεολαίας: ὁ εἰς τοῦ ἀνθρώπου γένους. Καθότι ἐπειδὴ καὶ ἡ γεωμετρία οὐκ εἶναι ἄλλο τι, εἰμὴ σειράτις συλλογισμῶν, καὶ οὔτε συναγεί ποτὲ ἀνευ δεδωμένων, οὔτε βαίνει ποτὲ ἐξ ἀγνώστων εἰς ἀγνώστα, τούτου ἕνεκεν ἐθίσας ὁ παῖς ἑαυτὸν ἐκ νεαρᾶς ἡλικίας νὰ συλλογίζηται, καὶ νὰ μὴ δέχεται ὡς ἀληθεῖς τὸ μὴ προκύπτου ἐξ ἐγνωσμένων προτάσεων, δυσκολωτέρως τε ἤθελεν ἀπατάται εἰς τοῦτον τὸν βίον ὑπὸ τῶν ψευδῶν, καὶ εὐκολωτέρως ἤθελεν ἐκπληροῖ τοὺς σκοποὺς αὐτοῦ. Ἐπειτα ἐπειδὴ ἡ ἀγωγή καὶ παιδεία εἶναι τῶν ὧν οὐκ ἀνευ εἰς τοὺς παῖδας, τῆς γεωμετρίας ἀφαιρεθείσης, ὅποιον ἄλλο ἤθελεν εἶναι εἰς αὐτοὺς τὸ καταλειπόμενον μάθημα; Καὶ αἱ μέγισται βλασφημίαι ἐν τῷ περὶ φύσεως ἐξήλθον καὶ ἐξέρχονται αἰεὶ ποτε ἐκ σώματος μὴ μαθηματικῶν, ὡς παρὰ τῶν Ἐπικουρείων τὸ, ὁ Ἥλιος εἰς ἰ ποδῆαίος καὶ τὰ λοιπὰ!

Ἡ γεωμετρία λοιπὸν ἔλαβε τὴν ἑαυτῆς γένεσιν ὁμοῦ μὲ τὴν διάνοιαν τῶν ἀνθρώπων καὶ τέχνας. Καθότι οὐτοῦν τῶν ἀνθρώπων πολλῶν ἐπὶ τῆς γῆς, καὶ ἐνὸς τοῦ ἐδάφους αὐτῆς, ἀνάγκη ἦν εἰς πᾶσαν πολιτικὴν κοινωνίαν οἱ ἀνθρώποι νὰ διαιρῶσι καὶ νὰ μετρήσῃ τὰς ἑαυτῶν γαίας, ὅπερ εἰς τὸ ἔργον τῆς γεωμετρίας. Συμφωνοῦσιν ὅμως αἱ συγγραφαί ὅτι ἡ Αἴγυπτος ὑπῆρξεν ἡ κοι-

τις τῆς γεωμετρίας καὶ τῶν ἀνθρωπίνων γνώσεων (α), ἢ ὀρθότερον εἰπεῖν εἶναι ὁ μόνος τόπος εἰς ἡμᾶς γνωστὸς, ἔνθα φαίνονται ὅτι ἐγεωργήθησαν αἱ ἐπιστῆμαι ἀρχαιοτέρως. Καθότι κατὰ τὸν Ἡρόδοτον (β) ἢ Σέσοσρις ἐδιείρασε τὴν γῆν τῆς Αἰγύπτου εἰς ἅπαντας τοὺς Αἰγυπτίους διὰ τὴν συμβουλήν τοῦ ὑπουργοῦ αὐτοῦ Θῶτῃ ἢ Οὔριδος, παρασχὼν ἑκάστῳ ἴσον μέρος ἐπὶ συμφωνίᾳ ὄρατου εἰς ἕκαστον ἔτος. Ἄν λοιπὸν ἡ μερίς τις τούτων ἀπετέμενετο ὑπὸ τοῦ ποταμοῦ, τούτου ἐρχομένου καὶ ἀναγγέλουτος τὸ πρᾶγμα πρὸς τὸν βασιλέα, ὁ βασιλεὺς σέλλῃν κατεμέτρει τὸν ἀγρὸν, ὥς οὗτος νὰ ὀρατοφορῆται ἀναλόγως μὲ τὸ κατάλοιπον χωρίον, ἐξ οὗ, κατὰ τὴν δόξαν τοῦ συγγραφέως, ἐγεννήθη ἡ γεωμετρία, καὶ ἐντεῦθεν ἐπέρασεν εἰς τὴν Ἑλλάδα. Ἄλλ' ἐπειδὴ, κατὰ τοὺς κρείττους τῶν χρονολόγων, ὁ Σέσοσρις εἶπα ὁ αὐτὸς μὲ τὸν Σεσακ τὸν πολεμήσαντα μὲ τὸν Ῥοβοᾶμ ἡνὸν τοῦ Σολομῶντος, ἀκέλουθου εἶναι ὅτι οὗτος ὑπῆρξε πρὸ χιλίων ἐτῶν πρὶν χριστοῦ. Ὡς ὁ Ὅσιρις, ὅστις καὶ Ἐρμῆς τρισμέγιστος ὠνομάζετο, φαίνεται ὅτι ὑπῆρξεν ὁ ἐφευρετὴς τῆς γεωμετρίας, ἀριθμητικῆς, καὶ λογαριασμοῦ. ἄλλοι δ' ὁμῶς ἀναφέρουσιν εἰς ἄλλους τὸ πρᾶγμα. Ἐκ τῆς Αἰγύπτου λοιπὸν ἐπέρασεν ἡ γεωμετρία εἰς τὴν Ἑλλάδα, καὶ ἡ ταύτης μετακόμισις ἐγένετο ὑπὸ

(α) Περὶ Αἰγύπτου αἱ μαθηματικαὶ πρῶτον τέχναι συνίστησαν. Ἐκεῖ γὰρ ἠρεῖθη σχολάζειν τὸ τῶν Ἱερίων ἔθνος. Ἄρισ. Μεταφ. μείζ. τὸ Α'. κεφ. α'.

(β) Βιβ. β'.

Θαλή του Μιλησίου, ἔστις ἦν — περί 641, καὶ μετ' αὐτὸν ὑπ' ἄλλων (α). Οὗτος ὁμῶς δὲν ἤρξισθη νὰ διδάξῃ εἰς τοὺς Ἕλληνας, ἔσα μόνου παρὰ τῶν Αἰγυπτίων ἔμαθεν, ἀλλ' ἐπρόσθετεν καὶ ἄλλας ἤχι ὀλίγας καὶ οὐσιώδεις ἐφευρέσεις εἰς αὐτήν, πλουτίσας τὴν ἐπιστήμην διὰ διαφορῶν προτάσεων ·· πρὸς δὲ τούτοις καταμέτρησε καὶ τὸ ὕψος τῶν ἐν Αἰγύπτῳ Πυραμίδων διὰ τοῦ μεγέθους τῆς σκιάς αὐτῶν : μέθοδος ἔχουσα διὰ βάσιν τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ἢ ἀναλογίαν τῶν εὐθειῶν. Ἐρχεται δὲ μετ' αὐτὸν Πυθαγόρας, ὧν — περί 530 ἔτη, καὶ γεωργεῖ εἰς τὴν Ἑλλάδα ὄχι μὲ ὀλιγώτερον καρπὸν τὴν γεωμετρίαν, γενόμενος ἐφευρετῆς πολλῶν καὶ διαφορῶν προτάσεων, καὶ μάλιστα τῆς μζ. : ὃ ἐστὶν ὅτι τὸ τετράγωνον τῆς ὑποτείνουσας παντὸς ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι ἴσον μὲ τὰ τετράγωνα τῶν σκελῶν, πρότασις ὠραιοτάτη καὶ βάσις τῶν χορδῶν καὶ ἡμιτόνων, ἐνθα ἐχάρη τοποῦτον, ἔσει ὑπὸ τῆς χαρᾶς μεθυσθεὶς ἐθυσίασεν ἑκατόν βόας εἰς τὰς μούσας διὰ τὴν τοιαύτην ἔμπνευσιν. Ἄλλ' ἐπειδὴ καὶ ὁ Πυθαγόρας ἐδόξαζε τὴν μετεμψύχωσιν, πολλοὶ σοχάζονται τὴν τῶν βοῶν θυσίαν ἀπίθανον. Εἴτε ὁμῶς ἐθυσίασε βόας, εἴτε μὴ, εἶναι ὀληθέςατον ὅτιξ ἢ τοῦ Πυθαγόρου ἠδονὴ ὑπῆρξε μείζων πάσης γῆϊνης ἠδονῆς. Μετὰ δὲ τοῦ Θαλήν καὶ Πυθαγόραν τὰ σχολεῖα καὶ οἱ φιλόσοφοι, οἱ παρ' αὐτῶν μορφωθέντες, ἀφιερῶ-

(α) Μαρτυροῦνται καὶ τῶν Ἑλλήνων οἱ σεφώτατοι Σίλων, Θαλῆς, Πλάτων, Εὐδόξος, Πυθαγόρας (ὡς ὃ' ἔνιοι φασὶ καὶ Λυκεῦργος), εἰς Αἴγυπτον ἀφικόμενοι καὶ συγγνωμένοι τοῖς ιερῶσι. Πλουτ. περὶ Ἰσίδ. καὶ Ὀσίρ.

Θέντες ὅλαις δυνάμεσιν εἰς τὴν καλλιέργειαν τῆς γεωμετρίας, μετεμόρφωσαν ἐντὸς ὀλίγου τὸ πρόσωπον τῆς Ἑλλάδος. Καὶ ὁ μὲν Πλάτων, ὅστις ἦν — περὶ 380 ἔτη, ἐπαινεῖ τὸν Ἀναξαγόραν ἕνεκα τῆς μεγάλης αὐτοῦ γνώσεως καὶ ἐπικύψεως ἐπὶ τῆς γεωμετρίας, ἅπαντες ὁμῶς οἱ νεώτεροι θαυμάζουσι τὸν Πλάτωνα τῆς μεγαλοφυΐας αὐτοῦ ἕνεκεν περὶ τῆς γεωμετρίας, ὁμολογοῦντες αὐτὸν, ἕκτος τῶν λοιπῶν, καὶ πατέρα τῶν κωνικῶν τομῶν, ὡς περ ἐτελειοποίησεν Ἀπολλώνιος καὶ μετ' αὐτὸν Ἀρχιμήδης, ἀγαθῶν τὸ πρᾶγμα εἰς τὸν Κελοφῶνα.

Μετὰ δὲ περὶ 50 ἔτη μετὰ τὸν Πλάτωνα ἀνεφάνη Εὐκλείδης. Δύο ὁμῶς ὑπῆρξαν οἱ Εὐκλείδαι, ὁ εἰς λέγω Μεγαρεὺς σοφιστῆς καὶ μαθητῆς τοῦ Σωκράτους, ὧν εἰς τὰ — 393 ἔτη, ὁ δὲ δεύτερος γεωμέτρης μετὰ ἕνα αἰῶνα μεταγενέστερος τούτου εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν. Καί τινες μὲν τῶν συγγραφέων θέλουσι τοῦτον ἐκ Τύρου ἢ οὐ Νουσικράτους τινὸς κατοίκου τῆς Δαμασκῶ, πλὴν τοῦτο βέβαια εἶναι πλάσμα, καὶ αὐτὸς ἦν Ἕλληνας, σπουδάζσας εἰς τὰς Ἀθήνας ὑπὸ τῶν πλατωνικῶν, εἶτα ὑπὸ τῆς εὐποιΐας Πτολεμαίου τοῦ Φιλαδέλφου (ἡοῦ τοῦ Λάγου ὁμηλικωτοῦ τῆς ἐν Ἀλεξάνδρειᾳ ἀκαδημίας) ἐλκισθεὶς ἦλθεν, ἀπὸ τῆς Ἑλλάδος εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν. Ὁ Πάππος (α) λοιπὸν ἰσορεῖ αὐτὸν γλυκύν, μέτριον, ἔχοντα κλίσειν καὶ ἀγάπην πρὸς πάντα τὸν ὄντα ἱκανὸν εἰς τὰ μαθηματικά, ὅτι ἀπέφευγεν ὅλαις δυνάμεσι τὸ να φανῆ ἑναντίως τῶν συγγραμμάτων τῶν μαθηματικῶν, ἢ νὰ ἀφαιρέ-

(α) Συλλ. μαθημ. βιβ. ζ'. προσ. μ.

ση πως τὸν ἀνήκοντα τούτοις σίφανον. Οὗτος λοιπὸν ἔλαβε τὴν δόξαν τοῦ νὰ συναθροίσῃ τὰς προτάσεις τῆς στοιχειώδους γεωμετρίας, οὕσας τότε διεσπαρμένας καὶ μεμονωμένας ἐν τοῖς συγγράμμασι τῶν ἰδίων ἐφευρετῶν, εὐθα προσεθίμενος καὶ ἰδίου κεφάλαιον, συνέθετο ταῦτα εἰς ἀναχειρὰς στοιχεῖα τῆς γεωμετρίας, σύνταγμα περιφρημον εἰς αὐτῆς τῆς γενέσεως αὐτοῦ μέχρι τῆς συντελείας τοῦ αἰῶνος. Ἐκδοτεὶ Εὐκλείδης διέταξε καὶ συνέθεσεν αὐτὰ μὲ τοιαύτην ἀλύτου γεωμετρικῆς ἀσκηρότητος, ὥστε νὰ ἦναι μηδεμία πρότασις, ἥτις νὰ μὴ ἔχη ἀναγκαίαν ἀναφορὰν μετὰ τῆς πρὸ αὐτῆς, ἢ μετὰ τῆς ἐξῆς προτάσεως. Ἐκὼς ματαίως πολλοὶ τῶν νεωτέρων γεωμετρῶν δυσαρξοῦμενοι περὶ τῆς τάξεως αὐτῶν, ἐζήτησαν μεταμόρφωσιν τινα εἰς αὐτάς. Ἐκδοτεὶ ἡ ἀνίσχυρος αὐτῶν ἀπόπειρα ἀπέδειξε πραγματικῶς τὸ ἀδύνατον τῆς ἀποκατάστασεως νείας ἀλύτου ἐπίσης βεβαίας καὶ ἐδραίας, ὅσον τοῦ παλαιοῦ γεωμέτρου. Ἐκὼς εἰλικρινείας Οὐόλφιος ἐμολογεῖ (α) ὅτι ἐζήτησε, πλην εἰς μάτην, νὰ διατάξῃ τὰς γεωμετρικὰς ἀληθείας εἰς μεθοδικωτέραν τάξιν, ὑποπετῶν εἰς ὑποθέσεις ἀναποδείκτων, καὶ χάνωσιν τῆς σερρότητος τῶν ἀποδείξεων. Ἡ μέθοδος λοιπὸν τοῦ Εὐκλείδου εἶναι συνθετικὴ, καὶ σύνθεσις εἶναι τὸ νὰ ζητῆ τις τὰς ιδιότητας ἐνὸς ἐπιπέδου ἢ σφαιροῦ σχήματος ἐκ τῶν προκυπτουσίων γνώσεων ἐξ αὐτῆς τῆς φύσεως ἢ γενέσεως αὐτοῦ, καὶ ὡς διὰ μιᾶς ἀλύτου τῶν ἀναφορῶν καὶ ἐγνωσμένων ἢ ἀποδεδειγμένων ἀρχῶν νὰ φθάνη εἰς τὴν

(α) Στοιχ. μαθ. τομ. ε', κεφ. γ'.

ζητουμένην πρότασιν. Αὕτη λοιπὸν ἡ μέθοδος ἔχει τὸ προτέρημα τοῦ νὰ προχωρήτις διὰ τοῦ φωτός ἀνὰ χεῖρας, καὶ νὰ εὐρίσκη θεωρήματα ἀδύνατα εἰς εὕρεσιν διὰ πάσης ἄλλης μεθόδου, ἢ καὶ ἤθελοι εὐρεθῆ ὑπὸ μορφῆς μὴ ὠραίας. Εἶναι ὅμως ἀληθεῖς ὅτι ἡ ἀνάλυσις ἀποδεικνύει τὸ πρᾶγμα ἀμωχθί, πλην ἐπειδὴ τὰ στοιχεῖα τῆς γεωμετρίας εἶναι μᾶλλον πρὸς στοιχείωσιν τῆς νεολαίας: τουτέστι πρὸς ἐκτύλιξιν τοῦ νοῦς αὐτῶν, καὶ ὄχι μόνον πρὸς ἀπόδειξιν, ὕπερ ἅπεσι τῆς ἀναλύσεως, μῖνει οὐδεὶς λόγος, οἱ οὖν περ ὅν πρέπει νὰ ἔχωσι τὰ δευτερεῖα ἢ καὶ τριτεῖα τὰ διὰ τῆς ἀναλύσεως στοιχεῖα τῆς γεωμετρίας. Καὶ πρὸς πληροφορίαν τοῦ λεγομένου φθάνει τις νὰ διέλθῃ τὰ στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου καὶ τὰς γεωμετρίας τῶν νέων ἀλγεβραϊστῶν, καὶ ὄψεται ἰδίοις ὀφθαλμοῖς, πόσον ἐκάτερον τούτων διαφέρει.

Δὲν ἔλειψαν ὅμως, ὡς εἶωθεν ἡ ἀνθρωπίνη φύσις, τινὲς τῶν γεωμετριῶν νὰ καθάψονται τοῦ Εὐκλείδου περὶ τοῦ ἡ' ὁρισμοῦ τοῦ πρώτου βιβλίου: τουτέστι τοῦ, »παρὰλληλοι λέγονται δύο εὐθεῖαι αἱ ἀπέχονται ἐξίτου ἀλλήλων, ὡς ἂν ἐκβληθῶσιν ἐφ' ἐκάτερα ἐπ' ἄπειρον, καὶ συμπεστούνται ποτὲ « ὅτι δηλονότι δεῖται ἀποδείξεως. Πλὴν ἔπρεπεν οὗτοι νὰ δώσωσιν ἄλλον ὁρισμὸν τῶν παρὰλληλων σαφέστερον τοῦτου, καὶ τότε νὰ κατηγορήσωσι τούτου: ἂν ὅμως οὗτος ὁ ὁρισμὸς τεθῆ μετὰ τὴν κς' πρότασιν τοῦ αὐτοῦ βιβλίου, θελεῖ μεταβληθῆ, εἰς ἀξίωμα. Τὸ μέγα ὅμως ἐλάττωμα, ὕπερ οἱ γεωμέτραι ἀποδιδόσκειν εἰς τὸν Εὐκλείδην εἶναι ὁ ε' ὁρισμὸς τοῦ ε' βιβλίου: τουτέστιν, ἢ ἐν τῷ αὐτῷ μεγίσθι λέγονται εἶναι

πρώτου πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκεις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκεις πολλαπλασίων καθ' ὅποιον πολλαπλασιασμοῦ ἑκάτερον, ἢ ἅμα ἐλλείπη, ἢ ἅμα ἴτα, ἢ ἅμα ὑπερέχη ληφθέντα κατάλληλα: ὁ ἔστιν ὅτι ταυτολογεῖ. Ἄλλ' — ὅταν οἱ νεώτεροι λέγωσιν, ἂν τὰ δύο ἐπόμενα ἢ δύο ἡγούμενα μιᾶς ἀναλογίας πολλαπλασιασθῶσι δι' ἐνὸς ἀριθμοῦ, τὰ γευόμενα ἔσονται ἐπίσης ἀνάλογα, τούτο τί διαφέρει τοῦ, οὗ περὶ λέγει ὁ Εὐκλείδης; Ἐπειτα ἐπειδὴ εἶναι πολλαὶ ποσότητες εἰς τὴν γεωμετρίαν, ὧν περὶ τὰ πολλαπλάσια ἀδυνατοῦσι νὰ ἐξισωθῶσι, οἱ ὅ και ἀδύνατοι εἰς ἀναλογίαν, καὶ τοιαῦτα εἶναι ἅπασαι αἱ ἄρρητοι, ἃς περὶ ὁ γεωμέτρης ἔπρεπε νὰ περιλάβῃ εἰς τὸν ὄρισμόν, ἀλλέως ὁ ὄρισμὸς ἤθελεν εἶναι ἐλλειπῆς περιέχων μόνον τὰς λογικὰς ποσότητας, βιασθεὶς ὁ Εὐκλείδης δίδωκε τὸν τοιοῦτον ὄρισμόν.

Ἄλλ' — πόσα παραπτώματα τῷ ὄντι πραγματικὰ δὲν ἔχουσιν οὗτοι οἱ νεώτεροι γεωμέτραι; Κύκλος, λέγουσιν οὗτοι, εἶναι σχῆμα περατούμενον ὑπὸ μιᾶς καμπύλης, ἧς περὶ ἅπαντα τὰ σημεῖα ἀπέχουσιν ἐπίσης ἀφ' ἐνὸς σημείου, ὅπερ κέντρον ὠνόμασαι. ὄρισμὸς ἡμαρτημένος, εἰδότε ἔπρεπε νὰ προσεθῇ καὶ τὸ, σχῆμα ἐπίπεδον. Καθότι ἂν ἐγὼ γράψω διὰ τινος διαβήτου ἐπὶ κοίλης ἢ κυρτῆς ἐπιφανείας σχῆμα κυκλικόν, τούτο δὲν θέλει εἶναι κύκλος.

Οὐόλριος λέγει (α) ἢ ἂν διὰ δύο εὐθειῶν ὁμοῦ μειζόνων μιᾶς τρίτης, γράψῃ τις ἐκ τῶν περάτων τῆς τρί-

(α) Elem. math. univers. 1740.

της δύο κύκλους ὡς διὰ κέντρων, οὗτοι οἱ κύκλοι τμη-
θῆσονται ὑπ' ἀλλήλων « ὅπερ εἶναι ψευδές, ἂν δὲν προ-
σεθῆ καὶ τὸ, ἂν ἢ διαφορά τούτων τῶν δύο εὐθειῶν δὲν
ᾔηται ἐλάσσων τῆς τρίτης.

Ἐπίσης ἀμαρτάνει οὗτος ὁ γεωμέτρης λέγων ἢ ἀ-
γράβη τις τρίγωνον ἐπίτινος ὀρθοῦς βάσεως διὰ δύο
ὀρθοῦς ἐν εὐθείᾳ. « Καθότι ἔπρεπε, ὡς ὁ Εὐκλείδης,
να προσθέσῃ, ἀνάγκη δ' ἔστιν, ἵνα αὐταὶ αἱ δύο εὐθεῖαι
ᾔηται μείζονες τῆς τρίτης.

Παράλληλοι, λέγουσιν οἱ νεώτεροι τῶν γεωμετρῶν,
εἶναι εὐθεῖαι ἀπέχουσαι ἐπίσης καθ' ὅλα τὰ σημεῖα.
Ἄλλὰ — τί σημαίνει ἐνταῦθα ἡ ἴση διάστασις; ἴσως να
ὑψώσῃ τις ἐπὶ τὴν μίαν εὐθείαν τινὰς, εἰς τὴν ἐτέραν
περατουμένας. Πλὴν ἔπρεπε πρῶτον να ἀποδείχθῃ τοῦτο
δυνατόν: τουτέστιν ὅτι ὑψώσῃς πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ μίᾳς
τριῶν ἴσων εὐθειῶν, ἂν ἀχθῆ ἀλλήτις διὰ τῶν κορυφῶν
τῶν δύο, θέλει διαπεράσει καὶ διὰ τῆς τρίτης, ἢ ὅτι τὰ
τρία σημεῖα κεῖνται κατ' εὐθείαν γραμμὴν. Πλὴν τὸ να
ἀποδείχθῃ τοῦτο ἔχει χρεῖαν πλήθους προτάσεων, καὶ
ταῦτα τριγώνων, ἅπερ οἱ πλείους τούτων τῶν γεωμε-
τρῶν τάττουσι μετὰ τὴν διδασκαλίαν τῶν εὐθειῶν, πρὸς
δὲ τούτοις ἔπρεπε να προσεθῆ καὶ ὅτι κεῖνται ἐπὶ τοῦ αὐ-
τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ οὗτοι νομίζουσιν ἤδη ἄωρον τὴν γνῶ-
σιν τῶν ἐπιπέδων.

Ἄν τέσσαρα μεγέθη, λέγουσιν οἱ νεώτεροι τῶν
γεωμετρῶν, ᾔηται ἀνάλογα, τὸ γινόμενον τὸ ἐκ τῶν ἄ-
κρων ἔσαι ἴσον μὲ τὸ ἐκ τῶν μέσων. Ἔσω. Ἄλλ' — ὅ-

ποῖον εἶναι τὸ γινόμενον δύο ἐπιφανειῶν ἢ δύο σφαιρῶν;
Οὐδεὶς εἶπε τι.

Ἀπαξάπαντες οἱ γεωμέτραι τὴν σήμερον ἀποδει-
κνύουσι τὰς ιδιότητας τῶν κύκλων, τῶν κυλίνδρων, τῶν
κώλων, τῶν σφαιρῶν, ὑποτιθέμενοι ὅτι διαιροῦνται εἰς
ἀπείρως μικρὰ, ὅτι εἶναι εὐθεῖαι αἱ καμπύλαι, ὅτι σύγ-
κεται τὰ κυρτὰ σφαιρὰ ἐκ λεπίδων ἀπείρως μικρῶν. Ἄλ-
λά — τίς οὐχ ὄρα ὅτι πολυειδῶς οὗτοι ἀμαρτάνουσι; Κα-
θότι α'. ἅπασαι αὗται αἱ ἰδέαι εἶναι σκιαραὶ, ἐν ᾧ ἡ γεω-
μετρία ἀποπέφυκε τοῦ σκοτούς · β'. ὅτι αἱ λέξεις ἀπει-
ροσῆν, πολύγωνον ἀπείρων πλευρῶν, κξ', εἶναι τρόπος
τοῦ ὁμιλεῖν σύντομος, οὐδέεις ὁμως ἔμαθε νὰ ὁμιλή ποτε
συνεπτυγμένως, χωρὶς πρῶτον νὰ μάθῃ νὰ ὁμιλή ἀνε-
πτυγμένως.

Εὐκλείδης ὁμως ἐκτὸς τῶν γεωμετρικῶν σοιχείων
συνέγραψε καὶ ἄλλα πολλὰ συγγράμματα. Καὶ πρῶτον
μὲν ἐν σύγγραμμα περὶ διδόμενων : τούτέστιν ἐπακο-
λούθητι τῶν σοιχείων αὐτοῦ καὶ πρῶτον βῆμα πρὸς τὴν
ὑψηλὴν γεωμετρίαν. Διδόμενον δ' εἰς τὴν γεωμετρίαν
λέγεται, ὅπερ εἶναι διωρισμένον ἐκ τῶν ὑποθέσεων τοῦ
προβλήματος καὶ ἐν ταύτῳ ἐγνωσμένον, καὶ τοιοῦτον εἶ-
ναι τὸ χωρίον ἐνὶς τριγώνου, ὄντων ἐγνωσμένων τῆς τε
βάσεως καὶ τοῦ ὕψους αὐτοῦ.

Προτέτι, κατὰ τὸν Πάππου, συνέγραψε καὶ τέσ-
σαρα βιβλία περὶ κωνικῶν τομῶν, ἅπερ κατέχουσι μέρος
ἄρκετὸν τῶν τεσσάρων πρώτων βιβλίων τοῦ Ἀπολλωνίου.

Πρὸς δὲ τούτοις συνέγραψε καὶ δύο βιβλία, ἅπερ
καὶ ἐχάθησαν, περὶ τόπων κατ' ἐπιφάνειαν : ὃ εἶσι περὶ

καμπύλης διττῆς καμπυλότητος, ἢ γεγραμμένης ἐπὶ κυρ-
τῆς ἐπιφανείας διὰ τινος ἐκσυμφώνου κινήσεως, ὡς κυ-
λινδρική σφῆλ. σπείρα, ἡμισφαιρική σπείρα, κξ'.

Πλὴν τὰ βαθεία, ἂν ἐσώζοντο, συγγράμματα τοῦ
Εὐκλείδου ὑπῆρξαν περὶ πορισμάτων τρία. Καὶ ὁ μὲν
Πάππος (ἐν τῷ προοίμιῳ τοῦ ζ. βιβλίου τῶν μαθηματι-
κῶν συλλογῶν) δίδει ιδεῶν ἀκριβῆ τοῦ πράγματος, πλὴν
διὰ τὴν ἔλλειψιν τῶν σχημάτων διαμένουσι σκοτεινά.

Πρόκλος ὁμῶς λέγει ὅτι Εὐκλείδης συνέγραψε καὶ
σύγγραμμα περὶ διαιρετῶν. Καὶ νομίζεται, ὅπερ τὴν σῆ-
μερον καλοῦσι γεωδαισίαν, εἴτε διαίρειν τῶν σχη-
μάτων.

"Ἐτι Εὐκλείδης συνέγραψε καὶ ἄλλο βιβλίον, ὅπερ
καὶ διέσωσαι, λεγόμενον φαινόμενα: τουτέστι περὶ ἐπι-
τολῆς καὶ δύσεως τῶν ἀπλανῶν, ἐνθα οἱ παλαιοὶ ἀστρο-
νόμοι προσέκειντο μεγάλως. Τοῦτο λοιπὸν τὸ βιβλίον εἶ-
ναι οὐσιῶδες, ὡς ὃν ἱστορικὸν καὶ ἀποθήκη πλήρης τῶν
γνώσεων, ὅσπερ ἡ Ἑλλάς εἶχε τότε περὶ τῆς ἀστρονο-
μίας. Σημειωτέον δ' ὅτι ἐπειδὴ ἡ λέξις ὀρίζων εὐρί-
σκεται αὐτοῦ, ἐν ᾧ ἔλλείπει ἐκ τοῦ Αὐτολύκου, ἔστις ἢ
μικρόν τι πρὸ αὐτοῦ, ἢ σχεδὸν σύγχρονος αὐτοῦ, ἔρθῃς
ἤθελε συνάξοι τις ὅτι ὁ Εὐκλείδης εἶναι ὁ ἐνομαστοθέ-
της τούτου.

Εὐρίσκονται δὲ καὶ δύο βιβλία περὶ μουσικῆς φέ-
ροντα τὸ ὄνομα Εὐκλείδου, ἐν ᾧ ὁμῶς τὰ χειρόγραφα
φέρουσιν ὄνομα Κλεονίδην, ἀλλὰ δίδει τὸ πρᾶγμα ὑπό-
νοιαν, ἂν ἦναι σύγγραμμα ἐνὸς συγγραφέως. Καθότι τὰ

μὲν πρῶτον εἶναι Πυθαγορικόν, τὸ δὲ δεύτερον Ἀριστοξενικόν.

Τίλος πάντων ἀποκρίδονται εἰς τὸν Εὐκλείδην καὶ οὐ βιβλία περὶ ὀπτικῆς. Ἄλλ' ἐπειδὴ καὶ ταῦτα εἶναι ἀμαρτημάτων πλήρη καὶ ξένα πάσης ἀκριβείας, ἧτις ἦν ὁ χαρακτήρ τοῦ Εὐκλείδου, ὀρθῶς ἤθελε συναῆσαι τις ἢ ὅτι εἶναι ὑποβολιμαῖα, ἢ ὅτι ἐδέχθησαν μεταβολὰς πολλὰς ἐκ ξένης χειρός.

Μετὰ δὲ τὸν Εὐκλείδην ἀνεφάνη Ἀπολλώνιος ἐκ Πέργης, ὅστις ἦν — περὶ 250 ἔτη, γεωμέτρης τῆς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ σχολῆς καὶ τὰ πρῶτα φέρων μεταξὺ τῶν γεωμετρῶν. Οὗτος λοιπὸν συνέγραψε σύγγραμμα πληρέστατον περὶ τῶν κωνικῶν τομῶν, ὀνοματοθετηθειῶν παρ' αὐτοῦ τῆς ἐλλείψεως, ὑπερβολῆς, καὶ παραβολῆς, ἐνθα ἀπαντᾷ τις ἀπάσας τὰς ιδιότητας αὐτῶν περὶ τῶν ἀξόνων, διαμέτρων, καὶ ἐφαπτομένων. Σχεδὸν δὲ ταυτοχρόνως ἀνέτειλε καὶ ὁ μέγιστος τῶν παλαιῶν γεωμετρῶν Ἀρχιμήδης, καὶ ἂν ἐγὼ δὲν ἤμην Ἕλληνας, ἤθελον εἶποι, καὶ ὁ μέγιστος τῶν νεωτέρων. Συγγράμματα λοιπὸν τούτου ὀρῶνται περὶ σφαίρας, περὶ κύκλου, περὶ κωνοειδοῦς, περὶ σφαιροειδοῦς, περὶ τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου, ὑπερ εὐρεν ὡς ἔγγιστα, εἴτε ὡς 7 πρὸς 22, χωρὶς νὰ εὐνηθῶσιν οἱ νεώτεροι νὰ προχωρήσωσιν οὔτε βῆμα ποδός. Ἐκαστὸτε παρατηρήσας Ἀρχιμήδης ὅτι ἡ πλευρὰ τοῦ τακτικοῦ ἐν κύκλῳ ἐγγεγραμμένου ὀξυγώνου εἶναι ἴση μὲ τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, ὑπέθετο δύο σειρὰς τακτικῶν πολυγώνων: ἐγγεγραμμένων ἐν κύκλῳ καὶ περιγεγραμμένων, ἀντιστοιχοῦντων ἀλλοίοις καὶ ἐν λό-

γων διπλασίονι, ἔνθα τὰ μὲν δύο πρῶτα συνέκειτο ἐξ 6 πλευρῶν, τὰ δ' ἔσχατα ἐξ 96. Ἐκ τῆς γνώσεως λοιπὸν τῆς πλευρᾶς τοῦ πρώτου ἐγγεγραμμένου ἑξαγώνου λογαριάσας τὴν περίμετρον ἑλὼν τούτων τῶν πολυγώνων, εὔρην ὅτι αἱ περίμετροι τῶν δύο ἔσχατων πολυγώνων: τοῦτε ἐγγεγραμμένου λέγω καὶ περιγεγραμμένου, δὲν διέφερον, εἰμὴ σμικροτάτως: καὶ ἐπειδὴ ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου συνείχετο μεταξὺ τούτων, Ἀρχιμήδης εὔρειν ὅτι λαμβανομένης τῆς διαμέτρου ὡς 7, ἡ περιφέρεια παρίσταται παρ' ἑνὸς ἀριθμοῦ μείζονος μὲν τῶν 21, ἐλάσσονος δὲ τῶν 22, πλην πλησιάζοντος μᾶλλον τῶν 22, ἢ 21, εἴτε ἡ περιφέρεια $< 3\frac{10}{70}$, ἢ $3\frac{1}{7}$ καὶ $> 3\frac{10}{71}$, εὔρων τὸ μέγεθος τῶν πλευρῶν διὰ τῆς ἑξαγωγῆς τῶν ῥιζῶν, ἐξ οὗ συνάγουσιν οἱ ἄριστοι τῶν μαθηματικῶν, ὡς ὁ Delagrange, ὅτι Ἀρχιμήδης ἐγίνωσκε τοὺς νῦν λεγομένους ἀραβικοὺς χαρακτήρας. Τετραγωνίζω δὲ τὸν κύκλον σημαίνει παρίσχημι τὸν κύκλον διὰ χωρίου τετραγώνου, ἢ παντὸς εὐθυγράμμου σχήματος. Καὶ ὑπῆρξεν ἰσχύνατον εἰς τοὺς νεωτέρους νὰ εὔρωσιν ἄλλην ὁδοπορίαν ἐκτὸς ταύτης τῆς καταπεπατημένης. Πρὸς δὲ τούτοις Ἀρχιμήδης ἐτετραγώνισεν καὶ τὴν παραβολήν.

Ἐφαρμόττοντες ὁμως οἱ γεωμέτραι συνεχῶς τὴν γεωμετρίαν εἰς τὴν πράξιν, ἠσθάνθησαν ταχέως τῆς χρείας τοῦ νὰ εὔρωσι μέσα πρὸς διορισμὸν καταμετρήσεως παντὸς ὀρθογωνίου τριγώνου ἐκ τῆς ἀναφορᾶς τῶν πλευρῶν καὶ γωνιῶν αὐτῶν, ὅπερ ἐστὶν ἡ τριγωνομετρία. Μετὰ δὲ τὸν Ἀρχιμήδην ἀναφανείς, εἰς τοὺς — 162, ὁ

πατήρ τῆς ἀστρονομίας καὶ ἀριστὸς μαθηματικὸς Ἰππάρχος ὁ ἐκ Βιθυνίας, εἶπεν εἶναι ἀδύνατον τὸ νὰ ἦναι τις ἀγαθὸς ἀστρονόμος, χωρὶς νὰ ἦναι ταυτοχρόνως καὶ ἀριστὸς μαθηματικὸς, ἐφευρέτην τὴν σφαιρικὴν τριγωνομετρίαν, ἐφαρμόσας αὐτὴν εἰς τὴν ἀστρονομίαν. Ἐντεῦθεν λοιπὸν τῆς Ἑλλάδος ἀπολεσάσης τὴν ἑαυτῆς ἐλευθερίαν, ὑπὸ τῶν Ῥωμαίων δουλωθείσης, αἱ μούσαι ἀπέπησαν ἀπὸ τοῦ εὐάρφους αὐτῆς, καὶ μὴ εὐρίσκουσαι ἄλλοθι ὑποδείξιον, κατέφυγον ὑπὸ τῆς σκέπης τῶν Πτολεμαίων εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν. Πλὴν καὶ μετὰ τὴν ὑποταγὴν τῶν Ἑλλήνων εἰς τοὺς Ῥωμαίους, οἱ Ἕλληνες οὐκ ἔπαυσαν ἀπὸ τοῦ νὰ καλλιεργῶσι τὴν γεωμετρίαν καὶ φιλοσοφίαν, καὶ ἀπὸ τοῦ νὰ ἀποκαταστήσωσι μαθητὰς καὶ τοὺς ἀεσπότες αὐτῶν. Ἐπὶ δὲ Μάρκου Αντωνίου, μετὰ 265 ἔτη μετὰ τοῦ Ἰππάρχου, ἀνεβάνη Πτολεμαῖος ὁ μέγας ἀστρονόμος καὶ γεωμέτρης, συγγράψας τὴν μεγάλην αὐτοῦ σύνταξιν. Κατὰ δὲ τὰς ἀρχὰς τοῦ 3. αἰῶνος οἱ Ἕλληνες ἐφεύρου τὴν ἄλγεβραν, καὶ Διόφαντος, ὅστις ἦν ἐπὶ Ἰουλιανοῦ τοῦ Παραβάτου, εἴτε εἰς τὰς 365, ἢ ὑπέβλεπεν αὐτὸς οὗτος ὁ ἐρευρητής, ἢ καὶ συλλέξας τὰς τῶν ἄλλων ἐφευρέσεις καὶ καταβαλὼν καὶ ἴδιον κεφάλαιον σύνταξε τὴν ἄλγεβραν εἰς 13 βιβλία, ἀναλύσας προβλήματα μέχρι τοῦ β. βαθμοῦ, ἐξ ὧν μόνον τὰ ἑξ διασώθησαν, ἔσχε δὲ καὶ τὴν Ἰπατίαν σχολιασθῆναι. Ὁ Διόφαντος ὁμοίως μετεφράσθη εἰς τὴν Ἀραβικὴν διάλεκτον, καὶ λαβὼν μεταμύρφωσιν τινα μετέχθη ἀπὸ τῆς Ἀραβίας εἰς τοὺς Εὐρωπαίους κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ 10. αἰῶνος παρὰ Λεονάρδου τοῦ ἐκ Πίσσης. Πλὴν θεωρεῖ τις καὶ εἰς

τούς παλαιούς ὄχι ὀλίγα ἔχνη τῆς ἀλγέβρης ·· καὶ ἔτι ἡ κζ'. καὶ κη'. πρότασις τοῦ ε'. βιβλίου τῶν στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου πραγματικῶς εἶναι οὐδὲν ἄλλο, ἢ προβλήματα β'. βαθμοῦ: τουτίσι $\beta\chi - \chi^2 = \alpha^2$, καὶ $\beta\chi + \chi^2 = \alpha^2$. Καὶ ἐνταῦθα παύουσι οἱ Ἕλληνες ἀπὸ τοῦ νὰ ἦναι ἐφευρεταί. Καὶ ἀρπαχθείσης τῆς ἐλευθερίας αὐτῶν ὑπὸ τῶν Ῥωμαίων δι' Αἰμιλίου τοῦ Παύλου, μετὰ πέντε αἰῶνας ἐξέπνευτε καὶ τὸ ἐφευρετικὸν πνεῦμα αὐτῶν: ὃ ἔστιν ὅλον τὸ ἀνθρώπινον γένος ἤρξατο νὰ πλησιάσῃ αὐθις εἰς τὴν θηριότητα.

Αἱ συγχύσεις δὲ τῆς Ἀσίας καὶ ἡ τῶν Ἀράβων ἔξοδος εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν, ἢ εἰς τοὺς 641, ὑπὸ τῶν Χαλίδων ἔδωκαν πληγὴν καιρίαν εἰς τὰς γνώσεις τῶν Ἑλλήνων, καὶ ἐντεῦθεν καὶ ὀλοκλήρου τοῦ ἀνθρώπινου γένους. Ὁθεν κυριευθείσης ὑπὸ τῶν Ἀράβων τῆς Ἀλεξανδρείας, καὶ τῆς βιβλιοθήκης πυρὶ παραδοθείσης, τὰ λείψανα τῆς παιδείας ἐπέσρεψαν εἰς τὴν Κωνσταντινούπολιν καὶ εἰς τὰ ἄλλα μέρη τῆς Ἑλλάδος, ζῶντα ἡμιθνητός. Ἐν μέρος ὅμως τῆς παιδείας ἀπήλθε καὶ εἰς αὐτοὺς τοὺς Ἀραβας, καὶ ἐκ τούτων εἰς τοὺς Πέρσας. Λέων ὅμως ὁ σοφὸς ὢν μαθηματικὸς καὶ ἀστρονόμος, βασιλεύσας περὶ τὸν 7. αἰῶνα, αἰσθανθεὶς τὴν ὠφέλειαν τῆς παιδείας ἐφρόντιζεν νὰ δώσῃ εἰς τὰς ἐπισήμας ψυχὴν τινα ἐν τῇ αὐτοῦ αυτοκρατορίᾳ, ἀναγείρας σχολεῖον ἐν Κωνσταντινουπόλει. Πλὴν οὔτε αἱ τούτου φροντίδες, οὔτε Κωνσταντίνου τοῦ Πορφυρογεννήτου ἴσχυσαν ὀλοτελῶς νὰ ἐκτελέσωσιν, καὶ τοῦτο οὐοῖν ἵνεκεν: πρῶτον μὲν οἷοτι τότε τὰ πνεύματα εἶχον δοθῆ διόλου εἰς τὰς θρησκευτικὰς συζητήσεις, δεύ-

* *

τερον δὲ, διότι οἱ διάδοχοι αὐτῶν ὄντες ἀμαθέστατοι, ἀφεύκτως ἔπρεπε νὰ γένωσιν ὑπέρμαχοι τῆς ἀγγραμματίας καὶ ἀποθηριώσεως. Ὅθεν ἐκ τοῦ θ'. μέχρι τοῦ ιγ'. καὶ ιδ'. αἰῶνος ἐκτὸς τοῦ Ψελλοῦ ὄραται οὐδεὶς γεωμέτρης. Καὶ ἡ ἀμάθεια παρ' ἡμῶν ἦν τοσοῦτον μεγάλη, ὥστε διὰ νὰ μάθῃ τις ἀστρονομίαν, ἔπρεπε νὰ ἐξέλθῃ ἐκ τῆς Ἑλλάδος καὶ νὰ ὑπάγῃ εἰς τὴν Περσίαν. Διὸ ἐν τῷ μέσῳ τοῦ ιγ'. αἰῶνος Χιονιάδης τις διὰ νὰ μάθῃ τὴν ἀστρονομίαν ἐπορεύθη εἰς τὴν Περσίαν, πλην ἕνεκα τούτου ἔγινε χρεία νὰ λάβῃ συστατικὰ παρὰ τοῦ Αὐτοκράτορος τῆς Ἡωνσαντινουπόλεως, ὡς τῶν Περσῶν ἐχόντων νόμον τοῦ νὰ μὴν διδάσκωσι τὴν ἀστρονομίαν εἰς ξένους καὶ μάλιστα εἰς τοὺς Ἕλληνας, ἀλλ' οὔτε οὕτως αὐτοὶ τὸν ἐδέχθησαν, εἰμὴ ἕνεκα τῶν μεγάλων αὐτοῦ ἐκδουλεύσεων.

Οἱ δ' Ἄραβες ἔλαβον τὴν κλίσιν τῆς παιδείας παρὰ τοῦ Χαλίφῃ Ἀβδαλά Ἀλμανῶν, ὅστις ἐβασίλευσεν εἰς τὸ Βαγδάτ, εἰς τοὺς 814, διδάχθεις τὰς ἐπισήμας παρὰ Ἰωάννου Μεσύα χειρουργοῦ χριστιανοῦ. Νικήσας δὲ τὸν Αὐτοκράτορα Μιχαὴλ τὸν γ', ἔλαβε παρ' αὐτοῦ διάδοσμον βιβλία παντὸς εἴδους, ἅπερ καὶ μετέφρασεν εἰς τὴν Ἀραβικὴν διάλεκτον. Ὡς ἐκ τοῦ θ'. αἰῶνος μέχρι τοῦ ιδ'. ἀνεφάνησαν μεταξὺ τῶν Ἀράβων ἄνδρες γεωμέτραι, γεωγράφοι, χημικοὶ, κξ. Καὶ εἰς τὸν ι'. αἰῶνα Ἀραψ τις ὀνομαζόμενος Ἀβαλφάτ μετέφρασε τὸν Ἀπολλώνιον: ὃ ἐστὶν ἦν καὶ Ἕλληνα ἀγαθὸς καὶ ἄριστος μαθηματικὸς, καθ' ὃν χρόνον ἦν οὐδ' εἰς τῶν χριστιανῶν νὰ ἐγνωθῆ τὸν Ἀπολλώνιον ἐν τῇ ἰδίᾳ αὐτοῦ διαλέκτῳ. Ὡς ἡ Ἑλλὰς γεννήσασα καὶ γαλακτοτροφήσασα τὴν παιδείαν

τὴν ἐξαπέσειλε πρῶτον μὲν εἰς τὴν Ἀνατολήν, εἶτα εἰς τὴν δύσιν. Καθότι τέλος πάντων ἡ τύχη ἐμβλέψασα με ὄμμα ἰλαρὸν πρὸς τοὺς Δυτικούς, ἠθέλησε νὰ ἐξάξη καὶ αὐτοὺς ἐκ τῆς θηριότητος. Καὶ μὴ εὐρούσα ἄλλο μέσον κατέσχεψε τὴν αὐτοκρατορίαν τῆς Κωνσταντινουπόλεως, καὶ ἐξαπέσειλεν εἰς τὴν Ἰταλίαν ἅπαντας τοὺς πεπαιδευμένους τῶν Ἑλλήνων, οἵτινες φεύγοντες τὰς δυσυχίας τῆς ἰδίας πατρίδος ἐρημωμένης, προσέτρεξαν εἰς τὴν δύσιν ἄγοντές μεθ' ἑαυτῶν τὴν τε ἰδίαν διάλεκτον καὶ τὰ πολύτιμα σοιχεῖα τῆς ἀρχαιότητος, καὶ οὕτως αἱ πρῶται τῶν Ἑλλήνων ἀποικίαι κατήντησαν ἔσχατον καταφύγιον αὐτῶν. Ὡς ἡ ἐποχὴ τῆς καταλύσεως τῆς θηριότητος καὶ τῆς ἐνάρξεως τῆς παιδείας τῶν Εὐρωπαίων εἶναι τὸ 1453 ἔτος. Καθότι μόλις ἔγιγε γνωστὴ ἢ τε Ἑλληνικὴ διάλεκτος εἰς τὴν Ἰταλίαν καὶ ὁ περιεχόμενος ἐν αὐτῇ θησαυρὸς καὶ πανταχόθεν ἤρξαντο νὰ τὴν σπουδάζωσιν ἀφιερούμενοι εἰς αὐτὴν ὅλαις δυνάμεσι. Καὶ οὕτως ἡ παιδεία ἐκ τῆς Ἰταλίας μεταβαίνουσα εἰς τὴν Γαλίαν καὶ Γερμανίαν, ἐπεκτάθη εἰς ἅπασαν τὴν Εὐρώπην καὶ μέχρι τοῦ νέου κόσμου, ἐνθα καὶ ἔκαμε καὶ προόδους μεγάλας εἰς τοὺς ἐσχάτους τούτους αἰῶνας. Ἐπειδὴ ὁμῶς καὶ ἡ πρόοδος τῆς γεωμετρίας ἐνταῦθα: εἰς τὴν μὴ Ἑλλάδα λέγω, ὑπῆρξε περὶ ἀναλύσεως, εἴωμεν τὴν τούτου ἔρσηναν εἰς τὴν ἄλγεβραν.

Ἄλλ' ὡς φαίνεται ἡ θεία πρόνοια ἠυδόκησεν εἰς τὸν 19. αἰῶνα νὰ ἐπισραφῶσιν αἱ Περσίδες μουσαι εἰς τὴν ἰδίαν αὐτῶν πατρίδα καὶ νὰ ἔλθωσιν εἰς τὸν Παρνασσόν. Καὶ τὸ φῶς εὐηγγελισθὲν διὰ μεγάλης ἡοῦς, διεχύθη

εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ παρόντος αἰῶνος, καὶ διαχυθὲν δίδω-
 κε δύναμιν καὶ ἐνέργειαν εἰς τὰς κινήσεις τῆς ζωῆς, ἧτις
 ἦν ἀνύπαρκτος πρότερον. Ὡς ἐκδίδων εἰς φῶς τὰ σοι-
 χεῖα τοῦ Εὐκλείδου, εἴτε τῆς γεωμετρίας, ἐγὼ ἐκδίδω
 τὸ οὐσιωδέστατον τῶν συγγραμμάτων πρὸς ἀγωγήν τῆς νεο-
 λαίας, ἀποκατασθεὺν ἐκ τῶν καιρικῶν περιστάσεων τοιοῦ-
 του σπάσιον, ἔνθα ἔλαβε τὴν αὐτοῦ ὑπαρξιν. Ἐπειδὴ
 ὁμῶς καὶ αἱ τοῦ Εὐκλείδου ἀποδείξεις εἶναι ἐκτεταμέναι
 καὶ δύσκολαι, ὡς, ὡς λέγουσι, εἶπεν ὁ Πτολεμαῖος
 ὁ Φιλάδελφος ὁ τῆς Αἰγύπτου βασιλεὺς πρὸς τὸν διδασ-
 καλὸν αὐτοῦ Εὐκλείδην, ἂν ἦναι δυνατὸν δι' ἄλλης εὐ-
 κολυτέρας ὁδοῦ νὰ φθάσῃ τις εἰς τὴν γνῶσιν τῶν γεωμε-
 τρικῶν προτάσεων, καὶ ὑπὲρ τῶν βασιλέων, ὧ
 βασιλεὺς, ἤκουσεν, οὐκ ἔστιν ὁδὸς συντομω-
 τέρα, τούτου ἕνεκεν ἐγὼ ἐζήτησα ὁδὸν συντομωτέραν,
 προσιδέμενος καὶ τινὰ οὐσιώδη πορίσματα. Ἄν λοιπὸν ἐ-
 γὼ ἐπέτυχον κατὰ τοῦτο, ἐὼ τὴν ψῆφον εἰς τοὺς ἀναγνώ-
 ρας, φθάσει μόνον νὰ μὴν ἀγνοῶσιν ὅτι ἡ τῶν πραγμά-
 των ἀρχὴ εἶναι ἐργωδέστατη.

Βενιαμὶν Λίσβιος.