ναι ἑκατοντάδες, καὶ τὸ ὑπογράφω αὐτοῦ, ἀφ' οὗ ἄξω γραμμὴν ὁριζόντιον.

Εἰς τὰ πλάγια αὐτοῦ κατάγω τὸν ἀκόλουθον χαρακτῆρα 9 τοῦ διαιρετέου· καὶ οὕτως ἔχω διὰ μερικὸν διαιρετέον 49, ἔνθα ἀκολουθῶν τὴν διαίρεσιν, λέγω τὰ 6 εἰς τὰ 49 εἰσέρχεται ὀκτάκις· ὥςε γράφω τὰ 8 εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ δευτέρου πηλίκου 2.

Ὡς εἰς τὴν δευτέραν πρᾶξιν, πολλαπλασιάζω τὸν διαιρέτην 6 διὰ τοῦ νέου πηλίκου 8, καὶ ἔχω 48 διὰ γινόμενον, ὅπερ γράφω ὑπὸ τοῦ μερικοῦ διαιρετέου 49. καὶ ἐκτελῶν τὴν ἀφαίρεσιν ἔχω λείψανον 1, ὅπερ δηλονότι εἶναι δεκάς.

Εἰς τὰ πλάγια αὐτοῦ κατάγω τὸν τελευταῖον χαρακτῆρα τοῦ διαιρετέου 8, καὶ ἔχω διὰ τελευταῖον μερικὸν διαιρετέον 18, ἔνθα ἐπακολουθῶν τὴν διαίρεσιν, λέγω τὰ 6 εἰς τὰ 18 εἰσέρχεται τρὶς· ὥςε γράφω τὰ 3 εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ τρίτου πηλίκου 8.

Ὡς εἰς τὴν τρίτην πρᾶξιν, πολλαπλασιάζω τὸν διαιρετέον 6 διὰ τοῦ νέου πηλίκου 3, καὶ ἔχω 18 διὰ γινόμενον, ὅπερ γράφω ὑπὸ τοῦ μερικοῦ διαιρετέου 18, καὶ ἐκτελῶν τὴν ἀφαίρεσιν ἔχω λείψανον 0. Ὥςε ἐγὼ ἔχω διὰ πηλίκον 2283: ὅ ἐςιν ὁ ἀριθμὸς 13698 περιέχει τὸν ἀριθμὸν 2283 ἑξάκις, καὶ διὰ τοῦτο $6 \times 2283 = 13698$ (33).

43. Ἂν ὅμως καὶ εἰς τὴν ἐπακολούθησιν τῆς ἐργασίας τὶς τῶν μερικῶν διαιρετέων δὲν περιέχῃ τὸν διαιρέτην· τότε πρέπει τις νὰ γράφῃ μηδὲν διὰ πηλίκον· καὶ ἑπομένως παραβλέπων τὸν πολλαπλασιασμὸν, νὰ

κατάγη εὐθὺς ἄλλον νέον χαρακτῆρα, ἐπακολουθῶν τὴν διαίρεσιν.

Ἔςω, φέρε εἰπεῖν, νὰ διαιρεθῇ διὰ τοῦ 6 ὁ ἀριθμὸς 6523.

$$
\begin{array}{r|l}
 & 1087\frac{1}{6} \\
\hline
6 & 6523 \\
 & \underline{6} \\
 & 52 \\
 & \underline{48} \\
 & 43 \\
 & \underline{42} \\
 & 1
\end{array}
$$

Τάττων τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς ὡς ἀνωτέρω, ἄρχομαι τῆς διαιρέσεως λέγων $\frac{6}{6}=1$ · γράφω 1 εἰς τὸν τόπον τοῦ πηλίκου, καὶ ἀφαιρῶν τὰ 6 ἀπὸ τοῦ 6 ἔχω μηδὲν διαφοράν. Κατάγω τὰ 5, καὶ βλέπων ὅτι τὰ 6 δὲν εἰσέρχεται εἰς τὰ 5, γράφω 0 διὰ πηλίκον · καὶ εὐθὺς κατάγω τὸν τρίτον χαρακτῆρα τοῦ διαιρετέου, καὶ ἔχω 52 διὰ μερικὸν διαιρετέον, εἰς ὅνπερ ὁ διαιρέτης 6 εἰσέρχεται ὀκτάκις.. ὥςε γράφω τὰ 8 εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ 0 · καὶ πολλαπλασιάζων τὸν διαιρέτην 6 ἐπὶ τὰ 8, ἀφαιρῶ τὰ 48 ἀπὸ τῶν 52 · καί μοι μένει λεῖψανον 4, εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ ὁποίου καταγαγὼν τὸν τελευταῖον χαρακτῆρα 3 τοῦ διαιρετέου, ἔχω διὰ νέον μερικὸν διαιρετέον 43, εἰς ὅνπερ ὁ 6 διαιρέτης εἰσέρχεται ἑπτάκις.. ὥςε γράφων τὰ 7 εἰς τὸ πηλίκον, πολλαπλασιάζω τὰ 6 διὰ τῶν 7, καί μοι γεννᾶται 42, οὗτινος ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τοῦ μερικοῦ διαιρετέου 43, ἔχω διαφορὰν 1, ὅπερ ἐπειδὴ καὶ δὲν δέχεται διαίρεσιν, τὸ ἀφήνω σεσημειωμένον · καὶ οὕτως ἐγὼ συνάγω ὅτι ὁ ἀριθμὸς 6523 περιέχει 1087$^{κις}\frac{1}{6}$ τὸν 6 ἀριθμόν.

44. Ἂν ὅμως, ὡς καὶ ὁ διαιρετέος, οὕτως ὁ διαιρέτης σύγκηται ἐκ πλέον τοῦ ἑνὸς χαρακτῆρος · ἡ διαίρεσις πρέπει νὰ ἐκτελεσθῇ οὕτω.

Νὰ λάβῃ τις ἐκ τῶν ἀριϛερῶν τοῦ διαιρετέου τοσούτους χαρακτῆρας, ὅσους περιέχει ὁ διαιρέτης, ἢ κἂν τοσούτους, ὥϛε ὁ διαιρέτης νὰ περιέχηται ἐντός.. ἔπειτα ἀντὶ νὰ ζητήσῃ ποσάκις οὗτος ὁ μερικὸς διαιρετέος περιέχει τὸν διαιρέτην, νὰ ζητήσῃ μόνον ποσάκις ὁ πρῶτος χαρακτὴρ τοῦ διαιρετέου περιέχει τὸν πρῶτον χαρακτῆρα τοῦ διαιρέτου· καὶ τοῦτο ἤθελεν εἶναι τὸ μερικὸν πηλίκον· εἶτα νὰ ἐπακολουθήσῃ τὴν διαίρεσιν ὡς ἀνωτέρω (42).

Ζητείσθω, φέρε εἰπεῖν, ἡ διαίρεσις τοῦ ἀριθμοῦ 753410, διὰ τοῦ 125.

	$6027\frac{35}{125}$
125	753410
	750
	341
	250
	910
	875
	35

Τάττω αὐτοὺς κατὰ τὸν ἐγνωσμένον τρόπον.. λαμβάνω τρεῖς χαρακτῆρας μόνον ἐκ τοῦ διαιρετέου· καὶ ἀντὶ νὰ εἰπῶ ποσάκις τὰ 753 περιέχουσι τὰ 125, λέγω ποσάκις εἰς τὰ 7 περιέχεται τὸ 1; ἑπτάκις. Ἀλλ᾿ ἐπειδὴ καὶ ὁ ἀκόλουθος χαρακτὴρ 5 τοῦ διαιρετέου δὲν περιέχει ἑπτάκις τὸν ἀκόλουθον χαρακτῆρα 2 τοῦ διαιρέτου· διὰ τοῦτο δὲν λαμβάνω 7 διὰ πηλίκον· ἀλλ᾿ 6· καὶ τοῦτο, διότι καὶ τὸ 1 εἰσέρχεται ἑξάκις εἰς τὸ 7, καὶ τὰ 2 εἰς τὰ 15. Πολλαπλασιάζω τὸν διαιρέτην 125 διὰ τοῦ 6, καὶ ἔχω διὰ γινόμενον 750, ὅπερ ἀφαιρῶν ἀπὸ τῶν 753, ἔχω λείψανον 3, εἰς τὰ πλάγια τοῦ ὁποίου κατάγω τὸν ἑξῆς χαρακτῆρα τοῦ διαιρετέου 4. Καὶ ἐπειδὴ εἰς τὸν 34 νέον μερικὸν διαιρετέον, ὁ διαιρέτης 125 δὲν εἰσέρχεται· διὰ τοῦτο καὶ ἐγὼ γράφω μηδὲν εἰς τὸ πηλίκον· καὶ κατάγω εὐθὺς ἀμέσως τὸν ἑξῆς χαρακτῆρα 1 τοῦ διαιρετέου, καὶ ἔχω διαιρετέον μερικὸν 341, ἔνθα ἐπακολουθῶν τὴν διαίρεσιν, λέγω τὰ 125 εἰσέρχονται δὶς εἰς τὰ 341, ὥςε γράφω τὰ 2 εἰς τὸ πηλίκον. Εἶτα πολλαπλασιάζων διὰ τῶν 2 τὰ 125, γράφω τὸ γινόμενον 250 ὑπὸ τοῦ μερικοῦ διαιρετέου 341. Καὶ τῆς ἀφαιρέσεως γενομένης, εἰς τὰ πλάγια τοῦ λειψάνου 91 ἐκ τῶν δεξιῶν κατάγω τὸν τελευταῖον χαρακτῆρα τοῦ διαιρετέου. Καὶ ἐπειδὴ τὸ 1 περιέχεται εἰς τὸ 9 ἐννεάκις, ὄχι ὅμως καὶ οἱ λοιποὶ χαρακτῆρες τοῦ διαιρέτου, ἀλλ' οὔτε ὀκτάκις, διὰ τοῦτο γράφω 7 εἰς τὸ πηλίκον. Καὶ πολλαπλασιάζων διὰ τῶν 7 τὰ 125, γράφω τὸ γινόμενον 875 ὑπὸ τοῦ μερικοῦ διαιρετέου 910. Καὶ τῆς ἀφαιρέσεως γενομένης, εὑρίσκω λείψανον 35, ὅπερ σημειῶ πλησίον τοῦ πηλίκου 6027.

Ζητείσθω ἔτι ἡ διαίρεσις τοῦ 1680288 διὰ 736.

Ἐνταῦθα ἐγὼ ἀδυνατῶ νὰ λάβω μόνον τρεῖς χαρακτῆρας ἐκ τοῦ διαιρετέου, ἐκ τοῦ διότι δὲν περιέχουσιν ὁλόκληρον τὸν διαιρέτην, ὥςε λαμβάνω τέσσαρας, καὶ λέγω τὸ 7 εἰς τὰ 16 εἰσέρχεται δὶς, καὶ γράφω 2 εἰς τὸν τόπον τοῦ πηλίκου. Καὶ ἐπακολουθῶν ἀπαραλλάκτως, ὡς εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, τὴν ἐργασίαν τῆς διαιρέσεως, ἔχω διὰ πηλίκον 2283.

```
           2283
736 | 1680288
    | 1472
       2082
       1472
        6108
        5888
         2208
         2208
            0
```

Καὶ ἐπειδὴ ἡ ταχύτης τῆς Γῆς ἔχει πρὸς τὴν ταχύτητα τῆς Σελήνης, ὡς τὰ τούτων διαςήματα εἰς ἴσον χρόνον.. καὶ ἡ μὲν Γῆ διέρχεται, εἰς ἓν λεπτὸν, λέγας 415, ἡ δὲ Σελήνη 14· διὰ τοῦτο ἐγὼ εὑρίσκω ὅτι ἡ ταχύτης τῆς γῆς εἶναι $\frac{415}{14} = 29\frac{9}{14}$ ὡς πρὸς τὸ 1: τουτέςι περὶ 30^{κις}.

Ὡσαύτως ἂν διαιρέσω τὸν ἀριθμὸν 86400 διὰ τοῦ 672, ἔξω πηλίκον $128\frac{514}{672}$. Ἀλλὰ κατὰ τὰς ἀςρονομικὰς παρατηρήσεις, τὸ μὲν ἀςρονομικὸν ἔτος εἶναι $= 365$ (ἡμέρας) $48'$ (λεπτὰ) $48''$ (δεύτερα), τὸ δὲ πολιτικὸν $= 365^{\eta}, 6^{\omega\rho}$, οὗτινος ἡ ὑπεροχὴ εἶναι $= 11'\ 12'' = 672''$.. ἡ δὲ ἡμέρα εἶναι $= 24_{\omega\rho} = 86400''$. Ὥςε ἂν ὁ ἀριθμὸς $672''$ μέρος $128\ \frac{514}{672}$ τοῦ $86400''$, παρίςησιν ὅτι εἰς ἔτη 128 πρέπει νὰ ἀφαιρῶμεν μίαν ἡμέραν διὰ τὴν ὑπεροχὴν τῶν 6^{ω} ὡς πρὸς $5^{\omega}\ 48'\ 48''$.. ἢ, ἀντὶ 32 βισέκτους νὰ ἔχωμεν 31. οὕτως ἤθελε πλησιάζοι τὸ πολιτικὸν ἔτος εἰς τὸ ἀςρονομικὸν, ἢ ἀληθές.

45. Εἶναι ὅμως ἄξια σημειώσεως εἰς πᾶσαν διαίρεσιν ταῦτα, α΄. ὅτι εἰς πᾶσαν μερικὴν διαίρεσιν τὸ πηλίκον ἀδυνατεῖ νὰ ὑπερβῇ τὰ 9. Καθότι μερικὴ διαίρεσις ἄλλο δὲν σημαίνει, εἰμὴ διαίρεσιν μονάδων. Καὶ ἐπειδὴ αἱ μονάδες δὲν ὑπερβαίνουσι τὸν ἀριθμὸν 9 (10)· τούτου ἕνεκεν εἰς πᾶσαν μερικὴν διαίρεσιν τὸ πηλίκον ἀδυνατεῖ νὰ ὑπερβῇ τὸν ἀριθμὸν 9. ἐξ οὗ ἤθελε συνάξοι τις, ὅτι ὅσαι μερικαὶ διαιρέσεις γένωσι· τοσούτους χαρακτῆρας πρέπει νὰ ἔχῃ τὸ πηλίκον, ἐξ οὗ ἕπεται νὰ γινώσκῃ τις ἐκ πρώτης ὄψεως τὸ, εἷς διαιρετέος πόσων χαρακτήρων ἔχει νὰ δώσῃ πηλίκον: τεσσάρων δηλονότι ὁ $\frac{1680288}{730}$.

β΄. Ὅτι εἰς πᾶσαν μερικὴν διαίρεσιν, ἂν ὁ διαιρέτης δὲν διαιρῇ ἐξηκριβωμένως τὸν μερικὸν διαιρέτην (ὅπερ καὶ ἐν γένει ἐπακολουθεῖ), πρέπει τις νὰ λαμβάνῃ πηλίκον ὄχι μεῖζον τοῦ ὀρθοῦ, ἀλλ᾽ ἔλασσον.

γ΄. Ὅτι ἐπειδὴ καὶ εἰς πᾶσαν μερικὴν διαίρεσιν γίνεται μερικὸς πολλαπλασιασμὸς ‹ δῆλον ὅτι τὸ γινόμενον ἐκεῖ δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαίνῃ τὸν μερικὸν διαιρετέον ‹ ἀλλέως τοῦτο ἤθελεν εἶναι σημεῖον ὅτι τὸ πηλίκον ὑπῆρξε μεῖζον τοῦ ὀρθοῦ, ἐξ οὗ συνάγεται ὅτι πᾶν λείψανον μερικὸν ἂν ἦναι μεῖζον, ἢ ἴσον μὲ τὸν διαιρέτην, θέλει τὴν ἐργασίαν ἡμαρτημένην.

δ΄. Ὅτι εἰς πᾶσαν μερικὴν διαίρεσιν, ἔχωντις νὰ κατάξῃ νέον χαρακτῆρα ἐκ τοῦ ὁλικοῦ διαιρετέου, πρέπει νὰ ὑποςίζῃ αὐτὸν εἰς τὸν διαιρετέον, ὥςε νὰ μὴν ἐπιλανθάνηται ὅτι ἔλαβεν αὐτὸν εἰς τὴν διαίρεσιν. Οὕτως ἔχων νὰ διαιρέσω τὸν 1680288 διὰ τοῦ 736, ἔνθα δηλ. ἔχουσι νὰ γένωσι τέσσαρες μερικαὶ διαιρέσεις (κατὰ τὸ α΄.)‹ εἰς πᾶσαν

$$736 \,\big|\, \overline{\underset{\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot}{1680288}}$$

μερικὴν διαίρεσιν ὑποςίζω τὸν τελευταῖον χαρακτηρα: τουτέςιν εἰς τὴν πρώτην τὸ 0, εἰς τὴν δευτέραν τὸ 2, εἰς τὴν τρίτην τὸ 8, καὶ εἰς τὴν τετάρτην τὸ 8.

ε΄. Ὅτι ὅταν ὁ δεύτερος χαρακτὴρ τοῦ διαιρέτου ὑπερέχῃ πολλὰ τὸν πρῶτον ‹ τότε ἤθελεν εἶναι ἐπικερδέςερον ἀντὶ νὰ ζητήσῃ τις ποσάκις ὁ πρῶτος χαρακτὴρ περιέχεται εἰς τὸ ἀνταποκρινόμενον μέρος τοῦ διαιρετέου (44), νὰ προσθέσῃ μονάδα εἰς αὐτὸν, καὶ τότε νὰ κάμῃ τὴν διαίρεσιν. Ἔςω, φέρε εἰπεῖν, νὰ διαιρεθῇ ὁ ἀριθμὸς 19302 διὰ τοῦ 288 ‹ τότε ἀντὶ νὰ εἰπῶ τὰ 2 ποσάκις εἰσέρχονται εἰς τὰ 19, ἢ 9, ἢ 8, ἢ 7, ἢ 6 δηλ. προσιθέμενος διὰ τοῦ νοὸς μονάδα εἰς τὰ 2, λέγω τὰ 3 ποσάκις εἰσέρχεται εἰς τὰ 19; ἑξάκις βέβαια.. ἐκ τοῦ διότι ὁ διαιρέτης 288 ἀπέχει πλέον τῶν 200, ἢ τῶν 300 (καὶ οὕτω λαμβάνω διὰ πηλίκον τὰ 6 ἐκ τοῦ $\frac{1930}{288}$ (ὡσαύτως δὲ καὶ τὰ 7 ἐκ τοῦ δευτέρου διαιρετέου 2022, καὶ οὕτως ἔχω διὰ πηλίκον 67 $\frac{6}{288}$, ὡς ὁρᾶται.

$$
\begin{array}{r|l}
 & 67\frac{6}{288} \\
\hline
288 & 19302 \\
 & 1728 \\
\hline
 & 2022
\end{array}
$$

46. Ἂν ὅμως, καὶ εἰς τὴν διαίρεσιν, οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ περατοῦνται εἰς μηδενικὰ (τότε ἀντὶ νὰ διαιρέσῃ τις, πρέπει νὰ διαγράψῃ ἑκατέρωθεν ἴσα μηδενικὰ (καὶ διὰ τούτου θέλλει ἐκτελέσῃ τὴν διαίρεσιν.

Ζητείσθω, φέρε εἰπεῖν, ἡ διαίρεσις τῶν 60 διὰ τῶν 30. Ἐγὼ διαγράφων ἑκατέρωθεν τὰ μηδενικά.. ἐκ τοῦ διότι $\frac{60}{30} = \frac{6}{3}$ (35), διαιρῶ τὰ 6 διὰ τοῦ 3, καὶ ἔχω πηλίκον 2, ἅπερ δηλονότι εἶναι τὸ ζητούμενον πηλίκον. Ὡσαύτως καὶ ἂν ἦν νὰ διαιρέσω τὸν ἀριθμὸν 159600 διὰ τοῦ 700 (ἐγὼ ἤθελον διαιρέσοι τὸν 1596 (00 διὰ τοῦ 7(00, εἴτε $\frac{1596}{7} = 228$.

Ἂν ὅμως καὶ περατοῦται εἰς μηδενικὰ μόνος ὁ διαιρέτης (τότε ἐκ μὲν τοῦ διαιρέτου διαγράφουσιν ἅπαντα τὰ μηδενικά, ἐκ δὲ τοῦ διαιρετέου, ἰσαρίθμους χαρακτῆρας ἐκ τῶν δεξιῶν (πλὴν μετὰ τὴν ἐργασίαν προσιθέασιν εἰς τὸ πηλίκον ἐκ τῶν δεξιῶν τοὺς διαγραφέντας χαρακτῆρας. Ζητείσθω, φέρε εἰπεῖν, ἡ διαίρεσις τοῦ 1596 διὰ τοῦ 700.

Διαχωρίζω λοιπὸν τοὺς δύο χαρακτῆρας τοῦ διαιρετέου οὕτως, 15(96.. καὶ ἐκτελῶν τὴν διαίρεσιν μόνου τοῦ 15 διὰ τοῦ 7, ἔχω πηλίκον $2\frac{1}{7}$. Τώρα προςίθημι τὰ μὲν δύο μηδενικὰ εἰς τὸν διαιρέτην, τὰ δὲ 96 εἰς τὸν διαιρετέον (ἐκ τῶν δεξιῶν δηλονότι), καὶ ἔχω πηλίκον 2 $\frac{196}{700}$.. ἐκ τοῦ διότι $\frac{1596}{700} = 2\ \frac{196}{700}$.

Ἂν ὅμως καὶ ὁ διαιρέτης ἔχῃ μονάδα μόνου διὰ πραγματικὸν χαρακτῆρα ‹ τότε ἡ διαίρεσις ἄλλως δὲν θέλει γένη, εἰμὴ διὰ τοῦ διαχωρισμοῦ ἰσαρίθμων χαρακτήρων ἐκ τοῦ διαιρετέου. Ζητείσθω, φέρε εἰπεῖν, ἡ διαίρεσις τοῦ 1596 διὰ τοῦ 100. ἕκαςος ὁρᾷ ὅτι τὸ πηλίκον εἶναι $= 15\frac{96}{100}$.

Εἰ δὲ καὶ ὁ διαιρέτης ἦν 1000 ‹ τότε ἤθελον ἔχει διὰ πηλίκον $\frac{1596}{1000} = 1\ \frac{596}{1000}$., ὅπερ ἐμφανίζει διαγραφὴν τριῶν χαρακτήρων ἐκ τοῦ διαιρετέου. Ὡσαύτως καὶ ὁ ἀριθμὸς $\frac{238873}{10000}$ εἶναι ὁ αὐτὸς μὲ τὸν 23 $\frac{8873}{10000}$.

47. Εἶναι βέβαια ἄξιον σημειώσεως τὸ νὰ θέλωσιν οἱ ἀριθμητικοὶ τὰς μονάδας τοῦ πηλίκου, τῆς αὐτῆς φύσεως μὲ τὰς τοῦ διαιρετέου: ὅ ἐςιν ἂν ἦναι ἐκεῖναι συγκεκραμμέναι, συγκεκραμμέναι νὰ ἦναι καὶ αὗται ‹ καὶ ἂν μὴ, οὔτε αὗται: ὅ ἐςι, δοξάζουσιν ὅτι ἡ ἐργασία γίνεται δι᾽ ὑλικῶν ἀριθμῶν, ὅπερ δηλονότι εἶναι ψεῦδος ψηλαφητόν. Καθότι ἄντις προτείνῃ τὸ, 10 ἄνθρωποι ἐκ 40 γροσίων, πόσα ἔχει νὰ λάβῃ ἕκαςος; Δῆλον ὅτι εἰς τὴν ἐργασίαν οὔτε ὁ διαιρετέος εἶναι ἀριθμὸς συγκεκραμμένος, οὔτε ὁ διαιρέτης, οὔτε τὸ πηλίκον ‹ ἀλλὰ πάντες ἀφῃρημένοι.

Καθότι ἄντις εἴπῃ 100 γρόσια πρὸς 13 τὸ βενέτικον πόσα βενέτικα κάμνουσιν; ἢ 100 πηχῶν ὕφασμα πρὸς 13 γρόσια, πόσα γρ΄. κάμνουσι; τότε — ὑπάρχε ὄντων γροσίων, ἢ πηχῶν τῶν μονάδων τοῦ διαιρετέου, θέλουσιν εἶναι τοιαῦται καὶ αἱ μονάδες τοῦ πηλίκου; ὄχι βέβαια.

β'. Κατ' αὐτοὺς τοὺς ἀριθμητικοὺς ἐγὼ δύναμαι νὰ λύσω τοῦτο τὸ ζήτημα καὶ διὰ τῆς ἀφαιρέσεως (39), οὕτως 100 -- 13 = 87, καὶ 87 -- 13 = 74 καὶ οὕτως ἐφεξῆς. ἔνθα δηλ: ἔξω πηλίκον = 7 $\frac{9}{13}$.
Ἀλλὰ τίς - ποτὲ ἤθελεν εἰποῖ ὅτι τὸ ἀποθέσει σημεῖον ληφθὲν ἑπτάκις εἶναι ὂν συγκεκραμμένον; ἢ τίς ἤθελεν εἰποῖ ὅτι ἀφαιροῦνται χρυσαῖ μονάδες ἐκ τοῦ ὑφάσματος, ἢ ἐκ τῶν ἀργυρῶν; ἔτι ἂν μὲν ὁ διαιρετέος ἦν 40 γρ., ὁ δὲ διαιρέτης 10 ἄνθρωποι ‹ τότε ἐγὼ ἔπρεπε νὰ ἀφαιρέσω ἀνθρώπους ἐκ τῶν γροσίων, καὶ ἡ τοσάκις ἀφαίρεσις νὰ ἦναι γρόσια; Τέρας τεράτων!

γ'. Τίς - δύναται νὰ ἀρνηθῇ ὅτι ἑκάτερα τὰ μέλη μιᾶς ἐξισώσεως εἶναι ἓν καὶ τὸ αὐτὸ ὑπὸ διαφορετικῶν μορφῶν; Ὥςε προτεινουμένου τοῦ ζητήματος τοῦ, 10 ἄνθρωποι νὰ μοιράσωσι 40 γρ'. πόσα θέλει λάβοι ἕκαςος.. καὶ οὔσης 4 τῆς ἀποκρίσεως, εἴτε $\frac{40}{10}$ = 4 ‹ δῆλον ὅτι ἂν ὑποτεθῇ συγκεκραμμένου τοῦ μέλους 4 ‹ πρέπει ἀφεύκτως νὰ ἦναι τοιοῦτον καὶ τὰ $\frac{40}{10}$. Ἀλλ' ἐπειδὴ καὶ τὰ $\frac{40}{10}$ ἄλλο δὲν σημαίνει, εἰμὴ τὸ ποσάκις εἰσέρχονται τὰ 10 εἰς τὰ 40, εἴτε ὁποῖον μέρος εἶναι τοῦ 10 τοῦ 40 ‹ δῆλον ὅτι οὔτε τὰ 4 εἶναι συγκεκραμμένον, εἴτε ὑλικὸν ‹ ἀλλ' ἀφηρημένοντι. Ὥςε διὰ νὰ τὸ μετουσιώσω εἰς συγκεκραμμένον, εἶναι πᾶσα ἀνάγκη εἰς ἐμὲ νὰ προσθέσω εἰς αὐτὸ καὶ τὸ, γρόσια (16).

48. Ἡ βάσανος ὅμως, εἴτε ἡ δοκιμὴ τῆς διαιρέσεως ἤθελε γένοι, ὡς καὶ ἡ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, διὰ

τοῦ 9 (37). Ἐγὼ, φέρε εἰπεῖν, διαιρέσας τὸν ἀριθμὸν 1680288 διὰ τοῦ 736, εὗρον πηλίκον τὰ 2283 (44). Τώρα ἀφαιρῶ τὸ ἐννεαπλάσιον ἐκ τοῦ 736, καὶ ἔχω 7· καὶ ἐκ τοῦ 2283, καὶ ἔχω 6.. πολλαπλασιάζων ταῦτα τὰ λείψανα, καὶ ἀφαιρῶν ἀπὸ τοῦ γινομένου τὸ ἐννεαπλάσιον, ἔχω λείψανον 6, ὅπερ δηλονότι εἶναι ἴσον μὲ τὸ λείψανον τοῦ ἐκ τοῦ διαιρετέου 1680288.

Ἡ ἀσφαλεστάτη ὅμως βάσανος τῆς διαιρέσεως ἤθελεν εἶναι ὁ πολλαπλασιασμός. Καθότι ἂν ἡ διαίρεσις ἄλλο δὲν εἶναι, εἰμὴ ἐργασία ἐκ διαμέτρου ἐναντία τοῦ πολλαπλασιασμοῦ (38)· δῆλον ὅτι πολλαπλασιάζων τις τὸν διαιρέτην ἐπὶ τὸ πηλίκον, ἕξει διὰ γινόμενον αὐτὸν τὸν δοθέντα διαιρετέον. Καθότι ἂν $\frac{1680288}{736} = 2283$· δῆλον ὅτι καὶ $736 \times 2283 = 1680288$. Ὥστε καὶ ἡ διαίρεσις ἤθελεν εἶναι βάσανος τοῦ πολλαπλασιασμοῦ (37). Ὅθεν διὰ νὰ μάθῃ τις ταχέως τὴν διαίρεσιν, ὁ μόνος τρόπος ἤθελεν εἶναι νὰ πολλαπλασιάζῃ δύο παράγοντας, εἶτα νὰ διαιρῇ τὸ γινόμενον δι' ἑνὸς τῶν παραγόντων.

Εἶναι ὅμως ἄξιον σημειώσεως ὅτι ἂν εἰς τὸ πηλίκον εὑρεθῇ κλάσμα· τότε εἶναι ἀνάγκη νὰ προστεθῶσιν αἱ μονάδες τοῦ κλάσματος, ὡς ἁπλῶς μονάδες, εἰς τὴν διὰ τῶν 9 βάσανον, ἐν ᾧ πολλαπλασιάζονται εἰς τὴν διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ. Οὕτως ἡμεῖς διαιρέσαντες τὸν ἀριθμὸν 6523 διὰ τοῦ 6, εὕρομεν διὰ πηλίκον $1087\,\frac{1}{6}$ (43).. πρὸς εὕρεσιν λοιπὸν τοῦ διαιρετέου, διὰ μὲν τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, εἶναι ἀνάγκη νὰ πολλαπλασιάσω ὄχι μόνον τὸν ἀριθμὸν 1087· ἀλλὰ καὶ τὸ $\frac{1}{6}$, οὗτινος τὸ γινόμενον = 1· εἰς δὲ τὴν βάσανον τὴν διὰ τοῦ 9 εἶναι ἀνάγκη νὰ προσθέσω καὶ τὸ $\frac{1}{6}$ οὕτως, ὡς ὁρᾶται $\frac{6 \mid 7}{7\frac{1}{6} \mid 7}$ ὡσαύτως καὶ εἰς τὴν διαίρεσιν τῶν $\frac{753410}{125}$ $=$ 6027 $\frac{35}{125}$ (44), ἐγὼ ἔχω $\frac{8 \mid 2}{6\frac{4}{5} \mid 2}$: ὅ ἐςιν ἐκτελῶ καὶ εἰς τὸ λείψανον, ὅσα καὶ εἰς τὸ πηλίκον.

Ἂν ὅμως παρατηρήσῃ τις τὴν διαίρεσιν ‹ ἤθελεν ἰδοῖ, ὅτι ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖςον αὕτη δὲν ἐκτελεῖται ἐξηκριβωμένως ‹ ἀλλὰ μένει λείψανόν τι, ὅπερ, ὡς εἴπομεν (42) γράφοντες πλησίον τοῦ πηλίκου, καὶ ἄγοντες ὑπ' αὐτοῦ γραμμὴν, ὑπὸ τῆς γραμμῆς ἐγχαράττομεν τὸν διαιρέτην: ὅπερ ἰσοδυναμεῖ μὲ τὸ ἐῶμεν τὸ πρᾶγμα σεσημειωμένον χωρὶς νὰ ἐξετάζωμεν τὴν σημασίαν αὐτοῦ, ὅπερ ὠνομάσαμεν καὶ κλάσμα. Ἀλλ' ὡς φαίνεται καιρὸς εἶναι ἤδη νὰ ἔμβωμεν καὶ εἰς τὴν τῶν κλασμάτων θεωρίαν.

ΚΕΦ. ΣΤ'.

Περὶ Κλασμάτων.

49. Ἡμεῖς ὠνομάσαμεν ποσότητα πᾶν ἐκεῖνο, οὗτινος δυνάμεθα νὰ λάβωμεν ἢ τὸ ἥμισυ, ἢ τὸ ἓν τρίτον, ἢ τὸ ἓν τέταρτον, ἢ, καὶ τ. ξ. (1). Ἂν λοιπὸν καὶ ἀντὶ νὰ λάβῃ τις ὁλόκληρον τὴν ποσότητα τὴν δοθεῖσαν, λάβῃ ἓν μέρος, ἢ τινὰ αὐτῆς μέρη, ὑποτιθέμενα ὅμως ἴσα ἀλλήλοις ‹ τοῦτο εἶναι ἐκεῖνο, ὅπερ οἱ ἀριθμητικοὶ ὀνομάζουσι (38) **Κλάσμα.** Καὶ ἔτι πᾶσα διαίρεσις, ἧς τινος ὁ διαιρέτης εἶναι μείζων τοῦ διαιρετέου, εἶναι οὐδὲν ἄλλο, ἢ κλάσμα.