



ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ.

ΚΕΦ. Α΄.

Περὶ Ἀριθμῶν.

1. Πᾶν ἐκεῖνο, ὕπερ ἐνεργεῖ εἰς τὰς αἰσθήσεις ἡμῶν, ὀνομάζεται σῶμα. Ἀλλὰ οὐκ εἶναι δύσκολον νὰ ἰδῆ τις ὅτι ἕκαστον τῶν σωμάτων ἄλλο οὐκ εἶναι, εἴμῃ συναφῆ, ἢ συνέχεια μορίων, καὶ τούτου ἕνεκεν ἐγὼ δύναμαι νὰ διαιρέσω ἓν σῶμα οἶχα, καὶ πάλιν ἑκάτερον τῶν μερῶν οἶχα, καὶ οὕτως ἐφεξῆς, χωρὶς δηλονότι ἕκαστον τῶν μερῶν αὐτοῦ νὰ παύσῃ ἀπὸ τοῦ νὰ ἐνεργῇ εἰς τὰς αἰσθήσεις μου, εἴτε ἀπὸ τοῦ νὰ ἦναι σῶμα. Τώρα πᾶς τις ὁμολογεῖ, ὅτι ἕκαστον τῶν μερῶν εἶναι ἔλασσον τοῦ ὅλου, καὶ τὸ ὅλον μείζον ἑκάστου τῶν ἰσίων μερῶν, καὶ οὕτως εἶναι ὁ λόγος διὰ τὸν ὁποῖον ἡμεῖς ἔχομεν τὰς ἰδέας μικρόν, μέγα, ἴσον, μείζον, ἔλασσον, μέγιστον καὶ τὰ ἐφεξῆς. Ἀλλὰ πῶς ἄλλως ἡμεῖς ἠθέλαμεν ἀποφασίσαι ὅτι ἓν σῶμα εἶναι ἔλασσον, ἢ μείζον τοῦ ἄλλου, εἴμῃ διὰ

τῆς καταμετρήσεως; Κατὰ τοῦτο λοιπὸν: καθὼ δὴλ. τὰ σώματα ὑπόκεινται εἰς καταμέτρησιν, ὀνομάζονται Ποσά, καὶ Ποσότης ἀφηρημένως. Ὡς ποσότης ἄλλο οὐκ ἠθέληεν εἶναι, εἰμὴ πᾶν ἐκεῖνο, οὕτινος ἐγὼ δύναμαι νὰ λάβω τὸ ἡμισυ, ἢ τὸ ἓν τρίτον, ἢ τὸ ἓν τέταρτον, ἢ, καὶ τὰ ἐξῆς: ἢ ἂν θελήσῃ εἶναι πᾶν ἐκεῖνο, ὅπερ ὑπόκειται εἰς αὐξήσιν καὶ μείωσιν μετὰ προσδιορισμοῦ. Εἰς πᾶσαν οὖν ἐρώτησιν ποσότητος, ἡμεῖς μεταχειριζόμεθα τὸ ἐρωτηματικὸν πῶσον, εἰς τρόπον ὅτι καὶ ἀντιστρέφει: τουτέστιν ὅπου ἐρώτησις ποσότητος, ἐκεῖ καὶ πῶσον, καὶ ὅπου πῶσον, ἐκεῖνη ἡ ἐρώτησις εἶναι περὶ ποσότητος. Πᾶσα λοιπὸν ἐπιστήμη, ἣτις ἔχει οἷ ὑποκείμενον τὴν ποσότητα, ὀνομάζεται Μαθηματική.

Δῆλον ὁμῶς ὅτι ποσότης ἄλλο οὐκ εἶναι κυρίως, εἰμὴ ὅλον περιέχον μέρη, ἴσα ἀλλήλοις ὡς πρὸς τὴν ἡμετέραν φαντασίαν, ὅπερ καὶ Μιονάδας ἡμεῖς ὀνομάζομεν. Πέντε σπιθαμῶν λέγω εἶναι τοῦτο τὸ σῶμα κατὰ τὸ μέγεθος, καὶ 210 μίλλια ἀπέχει ἡ Κωνσταντινούπολις ἀπὸ τῆς Μιτυλήνης: ἔνθα δὴλ. τὸ μὲν μέγεθος τοῦ σώματος καὶ ἡ διάστασις τῶν δύο τόπων, εἶναι ἡ ποσότης εἰς τὰ δὲ σπιθαμὴ καὶ μίλλια, αἱ μονάδες, εἴτε τὰ ἴσα ἀλλήλοις μέρη, ἐξ ὧν τὸ ὅλον σύγκειται. Δῆλον οὖν ὅμως ὅτι καὶ τὸ μέγεθος τοῦ σώματος, καὶ τὴν διάστασιν τῶν δύο τόπων, ἐγὼ ἠδυνάμην νὰ καταμετρήσω καὶ οἱ ἄλλων μονάδων: ὡς διὰ σακτύλων δηλονότι, ἢ διὰ σαδίων, ἢ, καὶ τὰ ἐξῆς εἰς τούτου ἕνεκεν αἱ μονάδες εἰς πᾶσαν καταμέτρησιν εἶναι ὅχι τῆς φύσεως, ἀλλὰ τῆς προαιρέσεως, εἴτε τῆς φαντασίας τῶν ἀνθρώπων.

2. Τινῶν ὁμῶς ποσοτήτων αἱ μονάδες οἷον εἶναι τῆς προαιρέσεως εἶναι τῆς φύσεως, ἢ τέχνης. Οὕτως ἐν σφάτευμα, εἰς ἀσπερισμὸς, μία ἀγέλη προβάτων, εἰς ἀμπελῶν, εἰς σόλος, ἐν τάλαντον ἔχουσι τὰς μονάδας ὅχι ἐκ τῆς προαιρέσεως τοῦ μετροῦντος, ἀλλ' ἐξ αὐτῆς τῆς φύσεως, ἢ τέχνης: ἐξ ἑαυτῶν δηλονότι, διορισμέναι: τουτέστιν ἄνθρωπον, ἄστρον, πρόβατον, κληῖμα, καράδιον, γρόσιον. Καὶ οὗτος εἶναι ὁ λόγος, οἷον περὶ τὸ ποσὸν ἐδιδαιρέθη ὑπὸ τῶν Μαθηματικῶν εἰς δύο: εἰς Διακεκριμένον δηλονότι καὶ εἰς Συνεχῆς. Καὶ ὀνομάζεται Συνεχῆς ὅταν ἔχη τὰς μονάδας διακεκριμένας ἐκ τῆς προαιρέσεως τοῦ μετροῦντος: ἢ ἂν θέλης συνεχόμενας ὑπ' ἀλλήλων.. καὶ Διακεκριμένον ὅταν αἱ μονάδες αὐτοῦ συνέχωνται ὀλοτελῶς ὑπ' ἀλλήλων. Οὕτως ἐν σῶμα, μία γραμμὴ, κίνησις τις, χρόνος τις, εἶναι ποσὰ συνεχῆ, ἐν ᾧ ἐν σφάτευμα, μία πόλις, μία ἀγέλη, εἶναι ποσὰ διακεκριμένα.. ἐκ τοῦ οἷου τὸ πέρας τῆς μιᾶς μονάδος εἶναι ἀρχὴ τῆς ἐσομένης: ἢ ἕκτη ὥρα, φέρε εἰπεῖν, εἶναι συνδεδεμένη ὑπὸ τε τῆς πέμπτης καὶ τῆς ἐβδόμης.

Καὶ τούτου ἕνεκεν ἡ μαθηματικὴ ἐδιδαιρέθη εἰς Ἀριθμητικὴν, εἰς ἐκείνην δηλ. ἣτις ἔχει τὰς μονάδας διακεκριμένας, καὶ εἰς Γεωμετρίαν, ἣτις ἔχει συνεχεῖς τὰς μονάδας: τουτέστιν ἔχει οἷον ὑποκείμενον τὴν ἕκτασιν, ἣτις δηλονότι καὶ ὑποδιδαιρεῖται εἰς τὴν ἰδίως γεωμετρίαν, τριγωνομετρίαν, μηχανικὴν κ. τ. ξ. Καὶ τὸ μὲν ἀριθμῶ ἕημα ἐκληρώσατο ἢ ἀριθμητικὴ, τὸ δὲ μετρῶ ἢ γεωμετρία.

Δηλον ὁμῶς, ὅτι ἐκτὸς τῆς ἀνωτέρω διαφορᾶς τῶν

μονάδων, τῆς ἀριθμητικῆς λέγω καὶ γεωμετρίας, θεωρεῖται καὶ ἄλλη, καὶ εἶναι αὕτη. Ἐκάστη μονὰς τοῦ θεωρημένου ποσοῦ: τουτέστι τῆς ἀριθμητικῆς, εἶναι ἐν ταύτῳ καὶ ὅλον, εἴτε ὑποκείμενον τῆς γεωμετρίας. Εἰς τῶν πλανητῶν, φέρε εἰπεῖν, ὡς ὁ Κρόνος, ὅστις ὀηλονότι εἶναι μονὰς τοῦ θεωρημένου ποσοῦ (ἂν ἐξετάζηται κατὰ τὸ μέγεθος τῆς διαμέτρου αὐτοῦ, ἢ τὸν ὄγκον, ἢ ἄλλοτι) τότε ἀποκαθίσταται ὑποκείμενον τῆς γεωμετρίας: τουτέστι ποτὸν συνεχές. ὡσαύτως καὶ ἐν πλοῖον τοῦ σόλου εἶναι μὲν μονὰς τοῦ θεωρημένου ποσοῦ ἐν ᾧ ὅμως τις ἐξετάζει τὸ πῶς τῶν ἄργυιῶν εἶναι τὸ μῆκος αὐτοῦ (τότε εἶναι ὅλον τοῦ συνεχούς ποσοῦ, καὶ ὄχι πλέον μονὰς τοῦ διακεκριμένου.

Τρίτη πρὸς τούτοις διαφορὰ τῶν μονάδων τῆς ἀριθμητικῆς καὶ τῆς γεωμετρίας ἤθελεν εἶναι, τὸ ὅτι αἱ μὲν τῆς ἀριθμητικῆς μονάδες εἶναι ὄντα αὐθύπαρκτα (αἱ δὲ τῆς γεωμετρίας, τῆς ἰδιότητος τῶν σωμάτων, εἴτε τῆς ἀπλῶς ἐκτάσεως. Ἐν ᾧ, φέρε εἰπεῖν, λέγω ὅτι ἔχω 100 πρόβατα, ἐγὼ λέγω ὅτι ἔχω ἐν ὅλον αὐθύπαρκτον, ἔχον μονάδας ὄντα αὐθύπαρκτα.. λέγων δ' ὅτι ἀπὸ Μιτυλήνης μέχρι Σμύρνης εἶναι μίλλια 100, ἐγὼ καταμετρῶ ἔκτασιν, εἴτε ὄν μὴ αὐθύπαρκτον, ἐκάστη μονὰς τοῦ ὁποῖου εἶναι ἐπίσης μὴ αὐθύπαρκτον ὄν. Δῆλον ὅμως, ὅτι ἐγὼ δύναμαι νὰ μεταβάλω τὰς μονάδας τῆς ἀριθμητικῆς εἰς συνεχές ποσόν, καὶ τὸ ἀνάπαλιον.. ἂν, φέρε εἰπεῖν, κτίσω 1000 λίθους (τοῦτο ἔγινε τοῖχος, εἴτε συνεχές ποσόν.. καὶ ἂν ἐσάφισω τὸν τοῖχον (τοῦτο ἔγινε ποτὸν διακεκριμένον.

3. Ἀριθμητικὴ λοιπὸν ἄλλο ὄν ἤθελεν εἶναι, εἰμὴ ἐπιστήμη περὶ τῶν διακεκριμένων μονάδων, εἴτε τῶν ἀ-

αριθμῶν καὶ παθῶν αὐτῶν.. ἔββα, ὡς ὁράται, εἰς τὸν ὁρι-
 σμὸν τῆς Ἀριθμητικῆς περιέχονται τρεῖς λέξεις, Ἐπὶς ἡ-
 μη, Ἀριθμὸς, καὶ Πάθη αὐτοῦ. Καὶ ἡ μὲν ἐπιστή-
 μη εἶναι γνῶσις ἐνὸς πράγματος, γνῶσις ὁμῶς μετὰ ἀπο-
 δεῖξεων.. τὴν δὲ τοῦ ἀριθμοῦ ιδέαν ἤθελε τὴν λάθοιτις
 ὡς πῶς. Ἐγὼ βλέπω ἐπὶ τῆς γῆς πολλὰ σώματα, πα-
 ρατηρῶ εἰς αὐτὰ καὶ διαφορὰν καὶ ὁμοιότητα: τουτέστιν
 ὁμοιότητα μεταξὺ τῶν ἀνθρώπων, τῶν προβάτων, τῶν
 πλοίων, τῶν ἐλαιῶν, τῶν συκῆν, καὶ τ. ξ. (καὶ ἀνο-
 μοιότητα μεταξὺ ἀνθρώπου καὶ προβάτου, μεταξὺ προ-
 βάτου καὶ πλοίου, μεταξὺ πλοίου καὶ ἐλαίας, μεταξὺ
 ἐλαίας καὶ συκῆς. Ὡς εἰ εἶμι δύνάμει νὰ τάξω εἰς ἓν μέ-
 ρος ἅπαντα τὰ ἄτομα, ἅπερ ἐνεργοῦσιν ὁμοίως εἰς τὰ αἰ-
 σθητήριά μου, καὶ οὕτω νὰ ἔξω τὴν ιδέαν τοῦ πλήθους, ἢ
 ἂν θέλῃς συνυπαρξίαν πολλῶν ὁμοίων ὄντων. Τώρα, ἂν
 προσδιορίσω ταύτας τὰς ὁμοίας ιδέας (τοῦτο ἤθελεν εἶναι
 ὁ ἀριθμὸς. Ἄν δηλονότι εἰς μίαν ιδέαν προσθέσω καὶ
 ἄλλην ὁμοίαν, ὡς εἰ νὰ μὴν ἐννοῶ πλέον μίαν καὶ μίαν (
 ἀλλ' ὁμοῦ ταύτας (τοῦτο θέλει εἶναι ὁ ἀριθμὸς δύο, εἶναι
 δηλ. τὰ δύο εἶναι ἓν ὅλον ἔχον δύο μέρη νοητὰ, ἴσα
 ἀλλήλοις.. καὶ ἂν εἰς τοῦτο προσθέσω καὶ ἄλλην ιδέαν
 ὁμοίαν, ὡς εἰ νὰ μὴν ἐννοῶ δύο καὶ μίαν, ἀλλ' ὁμοῦ ταῦ-
 τας (τοῦτο θέλ' εἶναι ὁ ἀριθμὸς τρία, εἶναι δηλ. τὰ τρία
 εἶναι ὅλον, ἔχον τρία μέρη νοητὰ, ἴσα ἀλλήλοις. Ὅμοιον
 ἤθελε λεχθῆ καὶ περὶ τῶν λοιπῶν ἀπάντων ἀριθμῶν.
 Ὡς εἰ ἀριθμὸς ἤθελεν εἶναι διάκρισις ιδέας, ἢ ιδεῶν ἐκ τῶν
 λοιπῶν ἀνομοίων (διάκρισις ὁμῶς μετὰ γνώσεως τῶν με-
 ρῶν αὐτῆς. Καθότι ἡ ιδέα τοῦ προβάτου εἶναι βέβαια

διάφορος τῆς τοῦ λέοντος, τοῦ λίθου, κ. τ. ξ. καὶ οὕτως ἐγὼ ἔχω ἀνά χειρας τὸν ἀριθμὸν ἓν. Πλὴν δὲν εἶναι δύσκολον νὰ εὕρηθῇ καὶ ἄλλο πρόβατον, ὥστε νὰ ἐνεργῇ εἰς τὴν ὄρασίν μου ὡς καὶ τὸ πρῶτον καὶ τότε ἐγὼ ἔξω ἰδέαν τῶν δύο συγκειμένων ἐκ δύο ἴσων ἀλλήλοις μερῶν, καὶ οὕτω περὶ τῶν λοιπῶν. Τὰ δὲ πολλὰ καὶ τὸ πληθὺς εἶναι μὲν ἀριθμὸς, πλὴν ὄχι καὶ ὀρισμένος ἀλλ' ἀόριστος. Συνάγονται λοιπὸν ἐντεῦθεν τρία τινα: α'. ὅτι ἀδυνατεῖς νὰ ἀριθμήσῃ ὄντα ἑτεροειδή. ἔχων, φέρε εἰπεῖν, ἓν πρόβατον καὶ μίαν αἶγα, ἀδυνατεῖ νὰ εἰπῇ δύο. ἢ ἔχων ἓν γρόσιον καὶ ἓνα παρᾶν, νὰ εἰπῇ δύο. β'. ὅτι ὁ ἀριθμὸς εἶναι ἀποτέλεσμα τοῦ νοῦς, καὶ ὄχι ὅτι ὑπάρχουσι δύο, ἢ τρία, κ. τ. ξ. εἰς τὴν φύσιν. καὶ γ'. ὅτι καὶ ἡ μονὰς εἶναι ἀριθμὸς: εἶναι ὀηλονότι ἓν ὄν συγκείμενον ἐκ μιᾶς μόνης μονάδος. Εἶτα ἂν τὰ δύο εἶναι ἀριθμὸς, ἅπερ συγκείμεται ἐκ δύο μονάδων ὀηλον ὅτι καὶ τὰ μέρη αὐτοῦ εἶναι τοιαῦτα. Περὶ τούτου ὁμῶς θέλομεν ὀμιλήσει ἀποδεικτικώτερον ἐχομένως. Πλὴν εἶναι οἰκθρὸν σαφές, ὅτι τοῦτο ἔλαβε τὸ εἶναι αὐτοῦ ἐκ τοῦ ὀρισμοῦ τοῦ ἀριθμοῦ, τοῦ ὅτι ὀηλ. ἀριθμὸς εἶναι ἐπισώρευσις μονάδων.

Τέλος πάντων ἡ λέξις πάθη εἰς τὸν ὀρισμὸν τῆς ἀριθμητικῆς σημαίνει τὴν πρόσθεσιν, τὴν ἀφάρεσιν, τὸν πολλαπλασιασμὸν, καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν ἀριθμῶν, εἴτε ὀλοτχεριῶν, εἴτε κλασματικῶν.

4. Ἐπειδὴ ὁμῶς καὶ εἶναι δυνατόν τὸ μέγεθος τῶν ἀριθμῶν, ἢ ἂν θέλῃς, τὰ μέρη ἑνὸς ὅλου νὰ προχωρήσωσιν ἐπάπειρον ἐτούτου ἕνεκεν εἶναι ἀδύνατον εἰς τοὺς

ἀριθμούς να ὑπάρξη ἕκαστος αὐτῶν ἀπολύτως: τουτέστιν ἄνευ ἀναφορᾶς τινος ὡς πρὸς τοὺς λοιπούς. Οὕτω μέχρι μὲν τῶν δέκα ἡμεῖς ἀριθμοῦμεν δι' ἰσίων ὀνομάτων, λέγοντες, ἕν, δύο, τρία, τέσσαρα, πέντε, ἕξ, ἑπτὰ, ὀκτώ, ἐννέα, δέκα (περαιτέρω ὁμοίως ἡμεῖς δὲν δυνάμεθα να χωρήσωμεν ἄλλως, εἰμὴ διὰ τῆς συνθέσεως τῶν αὐτῶν μονάδων *) , δεκάδων, καὶ ἑκατοντάδων κ. τ. ξ. λέγοντες ἑνδεκά, δώδεκα, εικοσιδύο, ἑκατονδῶδεκα, κ. τ. ξ. Ὡς ἂν ἡ διαφορὰ τῶν ἀριθμῶν ὑφίσταται εἰς μόνας τὰς μονάδας, δεκάδας, ἑκατοντάδας, καὶ χιλιάδας, ὑπερῖσοδυναμεῖ μὲ τὸ, οἱ ἀριθμοὶ βαίνουσι περιοδικῶς κατὰ δεκάδα. Καὶ τοῦτο εἶναι ἡ Ἐπαριθμησις.

5. Ἄλλ' ὡς φαίνεται, οἱ ἄνθρωποι δὲν εὐχαριστήθησαν μόνον να ἐκφράξωσιν εἰς τοὺς ὁμοίους αὐτῶν περὶ τῶν ἀριθμῶν τὰς ἑαυτῶν ἰδέας (ἠθέλησαν να τὰς σειλωσι καὶ εἰς τὸ μέλλον, καὶ εἰς μακρινούς τόπους. "Ὅθεν καὶ ἐδιάσθησαν να ἐπινοήσωσι καὶ σημειά τινά πρὸς παράστασιν αὐτῶν, ἐπιτήθεια πρὸς πᾶσαν ἀριθμητικὴν ἐργασίαν, ἅπερ καὶ Χαρακτικῆς ὀνομάζονται. Τὸ α'. λοιπὸν μὲ μίαν κεραίαν ἄνωθεν σημαίνει ἕν.. τὸ β'. δύο.. τὸ γ'. τρία, καὶ οὕτως ἐφεξῆς: ὃ ἔστι μεθερμηνευόμενον, οἱ" Ἐλ-

*) Τοῦ δ' ἀριθμοῦ τὸ πεπερασμένον διάστημα ἢ δεκάς. Ὁ γὰρ ἐπὶ πλείον ἀριθμῶν ἰθίλων ἀνακάμπτει πάλιν ἐπὶ τὸ ἕν, καὶ δύο, καὶ τρία.. καὶ δευτέραν ἀριθμῶν δεκάδα πρὸς τὴν τῆς εικοσάδος συμπλήρωσιν, καὶ τρίτην ὁμοίως, ἵνα τριάκοντα εἴπη, καὶ τοῦτο ἕξῃς, ἕως ἂν δεκάτην ἀριθμῆσας δεκάδα εἰς ἑκατὸν προέλθῃ. Καὶ πάλιν ἑκατὸν τὸν αὐτὸν τρόπον ἀριθμῶν. Ἰερραλίους Φιλ:

ληνες ἐμεταχειρίσθησαν πρὸς παράσσειν τῶν ἀριθμῶν τὸ ἀλφάβητον αὐτῶν. Πλὴν ἐπειδὴ καὶ τὸ ἀλφάβητον δὲν φθάνει μέχρι τῶν χιλίων (τούτου ἕνεκεν ἐδανείσθησαν, ἢ ἐκατασκεύασαν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐκ τῶν ἔξω : τουτέστι τὸ ς' τὸ μ' καὶ τὸ θ'. Ἀφ' οὗ πάλιν φθάσουσιν εἰς τὰς χιλιάδας, τότε αἴρουνσι τὴν κεραίαν ἐκ τῶν ἄνω, καὶ τὴν θέτουσιν ὑποκάτω τοῦ ςαιχείου, ὡς ὁραῖται ἐνταῦθα.

α'	ἓν.	ξ'	ἑξήκοντα.
β'	δύο.	ο'	ἑβδομήκοντα.
γ'	τρία	π'	ὀγδοήκοντα.
δ'	τέσσαρα.	μ'	ἐνενήκοντα.
ε'	πέντε.	ρ'	ἑκατόν.
ς'	ἕξ.	ρά	ἑκατονέν.
ζ'	ἑπτά.	ριά	ἑκατονένδεκα.
η'	ὀκτώ	ς'	διακόσια.
θ'	ἐννέα.	τ'	τριακόσια.
ι'	δέκα.	υ'	τετρακόσια.
ια'	ἑνδεκα.	φ'	πεντακόσια.
ιβ'	δώδεκα.	χ'	ἑξακόσια.
κ'	εἴκοσι.	ψ'	ἑπτακόσια.
λ'	τριακόσια.	ω'	ὀκτακόσια.
μ'	τεσσαράκοντα.	θ'	ἐννεακόσια.
ν'	πεντήκοντα.	ζ'	χίλια.

Ὡς ἐ οὗτος ὁ ἀριθμὸς βρακθ' σημαίνει δύο χιλιάδας καὶ ἑκατὸν εἴκοσι τέσσαρα.

6. Πλὴν δὲν εἶναι δύσκολον γὰρ ἰδοῦναι ὅτι οἱ Ἕλληνοί χαρακτήρες ἀγκαλὰ καὶ ἐπιτηδειότατοι πρὸς παρά-

ρασιν τῶν ἀριθμῶν (πλὴν ὅχι καὶ πρὸς τὰς ἐργασίας αὐ-
τῶν : τωτέσι πρόσθεσιν, ἀφαιρέσιν, πολλαπλασιασμὸν,
καὶ διαίρεσιν. Ἄλλ' ὡς φαίνεται οἱ τῶν Λατίνων χαρα-
κτῆρες εἶναι χείρονες τῶν ἡμετέρων, καὶ εἶναι οὕτοι, εἰς
μεγάλα γράμματα.

α.	· · · I ^κ .	· · · XV	σ.	· · · CC	αρ.	· · · MC	β.	· · · · Π	
β.	· · · II	· · · λ.	· · · XXX	γ.	· · · CCC	ασ.	· · · MCC	γ.	· · · ΠΙ
γ.	· · · III	· · · ς.	· · · XL	δ.	· · · CD	στ.	· · · MCCC	δ.	· · · ΙV
δ.	· · · IV	· · · ζ.	· · · L	ε.	· · · D	στ.	· · · MCD	ε.	· · · V
ε.	· · · V	· · · η.	· · · LX	χ.	· · · DC	αρ.	· · · MD	ς.	· · · VI
ς.	· · · VI	· · · θ.	· · · LXX	ψ.	· · · DCC	σχ.	· · · MDC	ζ.	· · · VII
ζ.	· · · VII	· · · π.	· · · LXXX	ω.	· · · DCCC	σψ.	· · · MDCC	η.	· · · VIII
η.	· · · VIII	· · · ρ.	· · · XC	γ.	· · · CM	τω.	· · · MDCCC	θ.	· · · IX
θ.	· · · IX	· · · σ.	· · · C	ζ.	· · · M. CIO	ση.	· · · MCM	ι.	· · · X.CCICIO
ι.	· · · X								

Ἐνθα, ὡς ὁράται, καὶ ἡ ἔκθεσις ἀτυχῆς, καὶ αἱ
ἐργασίαι αὐτῶν ἀτυχέστεραι.

7. Οἱ χαρακτῆρες ὁμῶς τῶν Ἀράβων, ἢ ὀρθότε-
ρον εἰπεῖν τῶν Ἰνδῶν, διὰ τε τὴν ἑαυτῶν ἀπλότητα, καὶ
διὰ τὴν εὐκολίαν πρὸς τὰς ἀριθμητικὰς ἐργασίας, εἶναι
δῶρον οὐράνιον. Ὅθεν ἅπαντα τὰ ἔθνη τῆς Εὐρώπης
δὲν ᾔκνευσαν ἀπὸ τοῦ νὰ τοὺς αἰκαιοποιήσωσιν, ὡς καὶ ἡ-
μεῖς δηλονότι τὴν σήμερον. Εἶναι ὁμῶς εὐδύξων
γεωμέτρων, ὅτι ὁ ἡμίθεος Ἀρχιμήδης δὲν εἶχεν ἀγνοῆ
περὶ αὐτῶν. Καθότι, ὡς ἐκ τῶν συγγραμμάτων αὐτοῦ εἶ-
ναι φανερόν, αὐτὸς ἐγίνωσκε νὰ ἐξάγῃ τὰς ρίζας τῶν ἀ-
ριθμῶν εἰς ὡς τοῦτο ὁράται ἐκ τῆς καταμετρήσεως τοῦ κύ-
κλου, ἔνθα αὐτὸς ἐζήτησε τὸ ἐγγεγραμμένον καὶ περιγε-
γραμμένον πολύγωνον τῶν 96 πλευρῶν, ὧν περὶ ἡ ἐργα-
σία γίνεται διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν τετραγωνικῶν

ρίζων: ἔπερ ὀηλονότι ἦν ἀδύνατον νὰ ἐκτελεσθῆ διὰ τῶν Ἑλληνικῶν χαρακτήρων. Καὶ κατὰ τὸν Βοέτιον *) οἱ Πυθαγόρειοι ἐπενόησαν εἰς τὸν λογαριασμὸν ἐννέα χαρακτῆρας διαφορετικούς, καὶ τοὺς ἐμεταχειρίζοντο, ὡς οἱ λοιποὶ τὰ γράμματα.

Οἱ χαρακτῆρες λοιπὸν τῶν Ἰνδῶν εἶναι ὅσκα· τουτέστι, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, ἔνθα τὸ 1, σημαίνει μίαν μονάδα, ὡς τὸ ἀ, καὶ ὀνομάζεται ἔν.. τὸ 2, σημαίνει δύο μονάδας, ὡς τὸ β', καὶ ὀνομάζεται δύο.. τὸ 3, σημαίνει τρεῖς μονάδας, ὡς τὸ γ', καὶ ὀνομάζεται τρία.. τὸ 4, σημ. τέσσαρας μονάδας, ὡς τὸ δ', καὶ ὀνομάζ. τέσσαρα.. τὸ 5, σημαίνει πέντε μονάδας, ὡς τὸ ε', καὶ ὀνομάζεται πέντε.. τὸ 6, σημαίνει ἕξ μονάδας, ὡς τὸ ς', καὶ ὀνομάζεται ἕξ.. τὸ 7, σημαίνει ἑπτὰ μονάδας, ὡς τὸ ζ', καὶ ὀνομάζεται ἑπτὰ.. τὸ 8, σημαίνει ὀκτὼ μονάδας, ὡς τὸ η', καὶ ὀνομάζεται ὀκτὼ.. τὸ 9, σημαίνει ἐννέα μονάδας, ὡς τὸ θ', καὶ ὀνομάζεται ἐννέα.. τὸ 0, σημαίνει οὐδὲμίαν μονάδα, καὶ ὀνομάζεται μηδέν.

8. Τούτους λοιπὸν μόνους, καὶ ὀλοτελῶς περισσοτέρους χαρακτῆρας μεταχειρίζεται ἡ ἀριθμητικὴ εἰς παράστασιν παντὸς ἀριθμοῦ παντὸς μεγέθους, καὶ εἰς πᾶσαν αὐτῶν ἐργασίαν. Ὡς τὸ μέγα πνεῦμα τοῦ πατρὸς τούτων τῶν χαρακτήρων ὑπῆρξε νὰ οἰκοδομήσῃ τοσαύτην μεγάλην οἰκοδομήν διὰ τοσαύτης ὀλίγης ὕλης. Καὶ τοῦτο ὄχι οἱ ἄλλοι, εἰμὴ διότι ἔδωκεν ἀπείρους σημασίας εἰς ἕκαστον τῶν χαρακτήρων, ὡς ἐκ μόνης τῆς τοποθεσίας αὐτοῦ. Οὕτως ὁ χαρακτήρ 1 σημαίνει—μὲν μίαν μονάδα

*) Εἰς τὴν γεωμετρίαν.

(7,) ἐν ᾧ κατέχει τὸν πρῶτον χῶρον εἰ ἂν ὁμοῦ μετατοπισθῆ, καὶ λάβῃ τὸν δεύτερον χῶρον πρὸς τὰ ἀριστερὰ οὕτως 12 τότε πλείον δὲν σημαίνει μονάδας, σημαίνει δεκάδας, καὶ τὸ ὅλον ὁμοῦ σημαίνει 120. εἴτε δώδεκα μονάδας. Καὶ ἂν δευτέρως μετατοπισθῆ, ὡς ἐὰν λάβῃ τὸν τρίτον χῶρον οὕτως 123 τότε ἡ σημασία αὐτοῦ δεκαπλασιάζεται, καὶ ἀντὶ τούτου σημαίνει δεκάδας, σημαίνει ἑκατοντάδας, καὶ τὸ ὅλον ὁμοῦ σημαίνει 1200, εἴτε ἑκατὸν εἰκοσι τρεῖς μονάδας. Καὶ ἂν τρίτον μετατοπισθῆ, ὡς ἐὰν λάβῃ τὸν τέταρτον χῶρον οὕτως 1234 τότε ἡ σημασία αὐτοῦ δεκαπλασιάζεται καὶ ἀντὶ τούτου σημαίνει ἑκατοντάδας, σημαίνει χιλιάδας, καὶ τὸ ὅλον ὁμοῦ σημαίνει 12000, εἴτε χιλίας διακοσίας τριάκοντα τέσσαρας μονάδας. Ἐὰν δ' εἴτε μετατοπισθῆ, ὡς ἐὰν λάβῃ τὸν πέμπτον χῶρον, οὕτως 12345 τότε σημαίνει δέκα χιλιάδας. καὶ ἂν τὸν ἕκτον, ὡς εἰς τὸ 123456 σημαίνει ἑκατὸν χιλιάδας. καὶ ἂν τὸν ἑβδόμον, ὡς εἰς τὸ 1234567 σημαίνει χιλίας χιλιάδας ὅπερ καὶ μιλλιόνιον ὀνομάζεται, καὶ οὕτως ἐφεξῆς ἐπὶ ἄπειρον.

Ὡς εἰς τὸν ἐκτεθέντα ἀριθμὸν 1234567, τὰ μὲν 7 σημαίνουσιν μονάδας, τὰ δὲ 6, δεκάδας, τὰ δὲ 5, ἑκατοντάδας, τὰ δὲ 4, χιλιάδας, τὰ δὲ 3, δεκάκις χιλιάδας, τὰ δὲ 2, ἑκατοντάκις χιλιάδας, τὸ δὲ 1, μιλλιόνιον: ὅτι μεθερμηνευόμενον, βαίνοντος τινὸς ἐκ τῶν δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερὰ, ἀπαντὰ τοὺς χαρακτῆρας δεκαπλασίους ἑαυτῶν. Οὕτως εἰς τὸν ἀριθμὸν 1111111, ὁ πρῶτος ἐκ τῶν δεξιῶν χαρακτήρ σημαίνει μίαν μονάδα, ὁ δεύτερος, μίαν δεκάδα, ὁ τρίτος, μίαν ἑκατοντάδα, ὁ τέταρτος, μίαν

χιλιάδα, ὁ πέμπτος δέκα χιλιάδας, ὁ ἕκτος, ἑκατὸν χιλιάδας, καὶ ὁ ἕβδομος, ἐν μιλλιόνιον: ὁ ἔστι μεθερμηνευόμενον ὁ ἠγούμενος ἐκ τῶν ἀρισερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ περιέχει τὸν ἐπόμενον δεκάκις.

9. Ὁ δὲ χαρακτήρ Θ σημαίνει μὲν, ὡς εἶπομεν (7.) οὐδεμίαν μονάδα εἶναι ὅμως ἀναγκαιότατος εἰς τὴν ἀριθμητικὴν. ἐκ τοῦ διότι καὶ αὐξάνει τὴν σημασίαν τῶν λαπῶν πρὸ αὐτοῦ χαρακτήρων διὰ τῆς ἑαυτοῦ παρουσίας, καὶ μηδενίζει τὴν ὑπαρξίν τῶν μονάδων καὶ δεκάδων καὶ τ. ξ.

Τὸ 1, φέρε εἰπεῖν, σημαίνει μὲν μίαν μονάδα εἰάν ὅμως πρὸ αὐτοῦ ἐκ τῶν δεξιῶν λάσῃ ἐν μηδενικὸν οὕτως 10 τότε οὗτος ὁ ἀριθμὸς ἐκ μονάδος ἐτρέπη εἰς δεκάδα εἰς καὶ περιέχει μὲν μίαν δεκάδα εἰς πλην οὐδεμίαν μονάδα. καὶ ἂν δύο οὕτως 100 τότε οὗτος ὁ ἀριθμὸς περιέχει μὲν μίαν ἑκατοντάδα, πλην οὐδεμίαν μονάδα, οὔτε δεκάδα. Ὅμοιοντι ἤθελε λεχθῆ καὶ περὶ τῶν ἀριθμῶν 1000, 10000, 100000, 1000000, οἵτινες δηλ: ὀνομάζονται χίλια, δέκα χιλιάδες, ἑκατὸν χιλιάδες, ἐν μιλλιόνιον. Ὡς τὸ μηδὲν χρησιμεύει εἰς τοὺς ἀριθμοὺς διττῶς: καὶ καθὸ μετατοπίζον τοὺς χαρακτήρας εἶδει εἰς αὐτοὺς δεκαπλάσιον σημασίαν, καὶ καθὸ ἐκτελεῖ τοὺς ἀριθμοὺς καὶ σερούονται μονάδων, ἢ δεκάδων, ἢ κ.τ.ξ., ὅπερ εἶναι τῶν ὧν οὐκ ἄνευ.

10. Συμπέρασμα λοιπὸν εὐτεῦθεν, ὅτι ἐπειδὴ καὶ ὁ ἀριθμὸς δέκα γράφεται οὕτως 10, καὶ ὁ ἐννευήκοντα ἐννέα οὕτως 99, καὶ ὁ ἑκατὸν οὕτως 100, καὶ ὁ ἐννεακόσια ἐννενηήκοντα ἐννέα οὕτως 999, καὶ ὁ χίλια οὕτως

1000, ἐπόμενον εἶναι α'. πᾶς ἀριθμὸς ἀπὸ τῆς μονάδος μέχρι τῶν ἐννέα νὰ γράφηται δι' ἐνὸς χαρακτήρος.. β': ἀπὸ τῶν δεκά μέχρι τῶν ἐννεηήκοντα ἐννέα, διὰ δύο.. γ'. ἀπὸ τῶν ἑκατὸν μέχρι τῶν ἐννεακασίων ἐννεηήκοντα ἐννέα, διὰ τριῶν, καὶ οὕτως ἐφεξῆς: ὁ εἰς μεθερμηνευόμενον, πᾶς ἀριθμὸς σημαίνων μὲν μονάδας νὰ γράφηται δι' ἐνὸς χαρακτήρος, δεκάδας δὲ, διὰ δύο, ἑκατοντάδας δὲ, διὰ τριῶν, χιλιάδας δὲ, διὰ τεσσάρων, καὶ οὕτως ἐφεξῆς.

Ὡς ἐκ πρώτης ὄψεως ἤυελεν ἀποφασίσαι τις τὴν σημασίαν ἐνὸς ἀριθμοῦ: ὁ εἰς ἂν οὗτος σύγκηται ἐκ τριῶν χαρακτήρων ὅτι ἄρχεται ἐξ ἑκατοντάδων.. ἂν ἐκ τεσσάρων ἑκ χιλιάδων.. ἂν ἐκ πέντε ἑκ δεκάδων χιλιάδος.. ἂν ἐξ ἑξ ἑκ ἑκατοντάδων χιλιάδος, καὶ ἂν ἐξ ἑπτά ἑκ μελλιονίων.

Συμπέρασμα β'. ὅτι ἐπειδὴ καὶ εἰς χαρακτήρ ἀλλάσσει σημασίαν ὡς ἐκ μόνης ἐναλλαγῆς τῆς ἰδίας τοποθεσίας (8) χωρὶς οἱ πρὸ αὐτοῦ χαρακτήρες νὰ ἔχωσιν ἐπ' αὐτὸν τινα ἐπιρροήν ἢ τούτου ἕνεκεν, ὅσα μηθευικά καὶ ἄντις θέσῃ ἐκ τῶν ἀριστερῶν ἐνὸς ἀριθμοῦ ἢ σημασία αὐτοῦ δὲν θέλει ἀλλάξει ὀλοτελῶς. Οὕτως τὸ 21 εἶναι ἰσοδύναμον μὲ τὸ, 0 21, καὶ μὲ τὸ, 00 21, καὶ μὲ τὸ, 000 21, κ. τ. ξ.

11. Εἶναι ὅμως ἄξιον σημειώσεως, ὅτι εἰς ἕκαστον ἀριθμὸν ὁ ἐκ τῶν ἀριστερῶν χαρακτήρ σημαίνει πλείονα, ἢ ἅπαντες ὁμοῦ οἱ ἀκόλουθοι. Οὕτως εἰς τὸν ἀριθμὸν 1234567 ὁ πρῶτος χαρακτήρ ὢν 1000000, εἶναι μείζων τοῦ λοιποῦ 234567 ἀριθμοῦ.. ὡσαύτως καὶ εἰς τὸν ἀριθμὸν 234567 ὁ πρῶτος χαρακτήρ ὢν 200000, εἶναι μείζων τοῦ 34567 ἀριθμοῦ, καὶ οὕτως ἐφεξῆς.