Περὶ τῆς μεθόδου τῆς ὑφαιρέσεως.

146. Μέθοδος ὑφαιρέσεως ἤθελεν ὀνομασθῆ ‹ ὅταν χρεωςῶν τις νὰ δώσῃ εἰς ἐποχὴν μακρὰν, καταβάλλῃ ἤδη, ὅπερ ἀκολουθεῖ μάλιςα εἰς τὰ συναλλάγματα (πόλιτζας) τῶν ἐμπόρων. Ἔχων τις, φέρε εἰπεῖν, νὰ λάβῃ 5000 γρ. μετὰ 7 μῆνας ἔκ τινος, ὄντων πρὸς 8 τὰ $\frac{0}{0}$, ἢ $\frac{2}{3}$ γρ. τὸν μῆνα, ζητεῖ ἤδη τὰ χρήματα. Ἡ ζημία λοιπὸν αὐτοῦ, ἢ ἡ ὑφαίρεσις θέλει εἶναι $= 233\frac{1}{3}$. Καθότι ἐγὼ ἔχω ταύτην τὴν ἀναλογίαν $100 : \frac{7\times2}{3} :: 5000 : \chi = 233\frac{1}{3}$. Ὥςε ἔμειναν νὰ λάβῃ $4766\frac{2}{3}$ γρ. Οὗτος λοιπὸν ὁ τρόπος λέγεται ὑφαίρεσις, ἐξωτερικῶς, καὶ εἶναι μᾶλλον ἐν χρήσει, ἔνθα δηλ. κρατοῦσι μὲν τόκον 5000 γρ., πραγματικῶς ὅμως πληρώνουσι μόνον $4766\frac{2}{3}$.

Ὑφαίρεσιν δ' ἐσωτερικῶς ὀνομάζουσιν ‹ ὅταν τις ὑφελῃ τὸν τόκον ἐξ ὁλοκλήρου τοῦ κεφαλαίου, ὅπερ πληρώνει. Καὶ ἰδοὺ πῶς. Ἔςω πρὸς 8 τὰ $\frac{0}{0}$: τουτέςι $\frac{2}{3}$ γρ. τὸν μῆνα τὰ 100. Ὥςε μετὰ 7 μῆνας τὰ $100 + \frac{14}{3}$ γρ. $= 104\frac{2}{3}$ τρέπονται εἰς 100 ‹ καὶ ἑχομένως ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν, $104\frac{2}{3} : 100 :: 5000 : \chi = 4777\frac{11}{157}$.

Εἷς ‹ πραγματευτὴς ἔμεινε νὰ λάβῃ ἔκ τινος μετ' ἐνιαυτὸν γρ. 3000.. δίδει τὴν ὁμολογίαν εἰς ἕνα τραπεζίτην, συμφωνῶν νὰ λάβῃ ἐξ αὐτοῦ πρὸ 8 μηνῶν τῆς διορίας τὰ εἰρημένα γρόσια. Ζητεῖται λοιπὸν πόσα πρέπει νὰ δώσῃ εἰς αὐτὸν ὁ τραπεζίτης; Τώρα ἐπειδὴ καὶ τὰ καταβαλλόμενα χρήματα ἔχουσι νὰ ἐπιςρέψωσιν εἰς τὸν τραπεζίτην μετὰ 8 μῆνας ‹ δῆλον ὅτι εἰς τὴν ἐκπλήρωσιν πρέπει νὰ κρατήσῃ καὶ τὸν τόκον τοῦ καταβαλλομένου κεφαλαίου. εἰς τρόπον ὅτι ἂν δώσωμεν ὁ τόκος νὰ ἦναι 12 τὰ $\frac{0}{0}$, τότε εἰς 8 μῆνας θέλει εἶναι 8 : 12, εἴτε 2 : 3 : ὅ ἐστιν 8 γρόσια : ὅ ἐστιν ὁ δανεισθεὶς πρέπει νὰ ἐάσῃ ἀντὶ 100, 108, καὶ διὸ τοῦτο ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν, ἐὰν τὰ 108 ἔγιναν 100, τὰ 3000, πόσα θέλουσι γένῃ; ὅ ἐστι 108 : 100 :: 3000 : χ, εἴτε 9 : 25 :: 1000 : χ, καὶ διὰ τοῦτο $\chi = 2777$ γρ $\frac{7}{9}$: ὅ ἐστιν ὁ τραπεζίτης πρέπει νὰ δώσῃ γρ. 2777 $\frac{7}{9}$: ὅπερ δηλονότι εἶναι τὸ ἐναντίον τῆς μεθόδου τῶν τόκων.

Περὶ τῆς μεθόδου τῆς συντροφίας.

147. Μέθοδον τῆς συντροφίας ὀνομάζουσιν ἐκείνην, δι' ἧς περ διανέμουσιν εἰς πολλοὺς συντρόφους τὸ κέρδος, ἢ τὴν ζημίαν τῆς αὐτῶν συντροφίας, ἥτις δηλονότι ἄλλο δὲν εἶναι, εἰμὴ διαίρεσις τοῦ κέρδους, ἢ ζημίας εἰς μέρη ἀνάλογα μὲ τὸ καταβληθὲν ὑφ' ἑκάστου κεφάλαιον.

Τρεῖς, φέρε εἰπεῖν, πραγματευταὶ κατέβαλον εἰς τὴν ἑαυτῶν συντροφίαν κεφάλαια διάφορα: ὁ μὲν πρῶτος 6000 γρόσια, ὁ δὲ δεύτερος 4900, καὶ ὁ τρίτος 1900. Αἱ περιστάσεις συνέτρεξαν, καὶ ἡ συντροφία ἐκέρδησε 5000 γρόσια, ζητεῖται λοιπὸν πόσον ἐκ τοῦ κέρδους ἀνήκει εἰς ἕκαστον τῶν πραγματευτῶν;

Εἶναι οἴκοθεν σαφὲς ὅτι τὸ ἀνῆκον εἰς ἕκαστον αὐτῶν κέρδος, θέλει εἶναι ἀνάλογον μὲ τὸ εἰς τὴν συντροφίαν καταβληθὲν κεφάλαιον. Ὥστε ἂν ὀνομάσω ψ τὸ κέρδος τοῦ πρώτου, χ τοῦ δευτέρου, καὶ η τοῦ τρίτου· ἔξω ταύτην

κεφ. τοῦ α. : κεφ. τοῦ β. : κεφ. τοῦ γ.

τὴν ἀναλογίαν. 6000 : ψ : : 4900 : χ : : 1900 : η

Ἀλλ' εἴδομεν ὅτι τὸ κεφάλαιον τῶν ἡγουμένων, εἰς μίαν ἀναλογίαν, ἔχει πρὸς τὸ κεφάλαιον τῶν ἑπομένων· ὡς ἓν ἡγούμενον πρὸς ἓν ἑπόμενον (136). καὶ ἐπειδὴ τὸ μὲν κεφάλαιον τῶν ἡγουμένων εἶναι = 12800· τῶν δὲ ἑπομένων = ψ + χ + η = 5000· τούτου ἕνεκεν ἔξω ταύτας τὰς τρεῖς ἀναλογίας.

12800 : 5000 : : 6000 : ψ, εἴτε 16 : 25 : : 1500.

$\psi = 2343\frac{12}{16}$: κέρδος τοῦ πρώτου:

12800 : 5000 : : 4900 : χ, εἴτε 16 : 25 : : 1225 :

$\chi = 1914\frac{1}{16}$: κέρδος τοῦ δευτέρου.

12800 : 5000 : : 1900 : η, εἴτε 16 : 25 : : 475 :

$\eta = 742\frac{3}{16}$: κέρδος τοῦ τρίτου.

5000

148. Ἂν ὅμως προσεθῇ καὶ ἡ περίςασις τοῦ χρόνου: ὅ ἐςιν ἂν ὁ παρελθὼν χρόνος δὲν ἦναι ἴσος μονάδι: ἢ ἂν θέλῃς ἴσος εἰς ἅπαντας τοὺς συντρόφους· τότε ἡ μέθοδος ἤθελεν ἦναι σύνθετος.

Τρεῖς, φέρε εἰπεῖν, πραγματευταὶ κατέβαλον εἰς τὴν ἑαυτῶν συντροφίαν καὶ κεφάλαια διάφορα, καὶ οἱ χρόνοι τῆς διαμονῆς αὐτῶν διάφοροι: ὁ μὲν πρῶτος, φέρε εἰπεῖν, κατέβαλεν 6000 γρ. καὶ διέμειναν 4 μῆνας· ὁ δὲ δεύτερος 4000, καὶ διέμειναν 8 μῆνας· ὁ δὲ τρίτος 3000, καὶ διέμειναν 12 μῆνας εἰς τὴν συντροφίαν· καὶ ἡ συντροφία ἐκέρδησε 5000 γρόσια. Ζητεῖται λοιπὸν — πόσον ἀνήκει εἰς ἕκαςον αὐτῶν;

Δῆλον ὅτι αὕτη ἡ σύνθετος ἀναλογία μεταβάλλεται εἰς ἁπλῆν (141). Καθότι εἶναι οἴκοθεν σαφὲς ὅτι ἢ 6000 γρόσια νὰ δουλεύσωσι 4 μῆνας, ἢ τετράκις 6000 ἕνα μῆνα, εἶναι ἓν καὶ τὸ αὐτό.. ὡσαύτως καὶ ἢ 4000 γρόσια νὰ δουλεύσωσι 8 μῆνας, ἢ ὀκτάκις 4000 γρόσια ἕνα μῆνα, εἶναι ἓν καὶ τὸ αὐτό.. καὶ τέλος ἢ 3000 γρόσια 12 μῆνας, ἢ 12×3000 ἕνα μόνον, εἶναι ἓν καὶ τὸ αὐτό. Ὥςε ὀνομάζων ψ τὸ κέρδος τοῦ πρώτου, χ τοῦ δευτέρου, ϥ τοῦ τρίτου ‹ ἔξω τὴν ἑξῆς ἀναλογίαν.

$$6000 \times 4 : \psi :: 4000 \times 8 : \chi :: 3000 \times 12 : ϥ$$

Καὶ ἐπειδὴ τὸ κεφάλαιόν τῶν ἡγουμένων ἔχει πρὸς τὸ κεφάλαιον τῶν ἑπομένων ‹ ὡς ἓν ἡγούμενον πρὸς ἓν ἑπόμενον (αὐτόθι) ‹ τούτου ἕνεκεν μοὶ προκύπτουσιν αἱ ἑξῆς τρεῖς ἀναλογίαι.

$$92000 : 5000 :: 24000 : \psi = 1304 \tfrac{8}{23} \ldots \text{κέρδος τοῦ } \alpha'.$$

$$92000 : 5000 :: 32000 : \chi = 1739 \tfrac{5}{23} \ldots \text{κέρδος τοῦ } \beta'.$$

$$92000 : 5000 :: 36000 : \underline{ϥ = 1956 \tfrac{12}{23}} \ldots \text{κέρδος τοῦ } \gamma'.$$

$$5000$$

Περὶ τῆς μεθόδου τῆς μίξεως.

149. Μέθοδος τῆς μίξεως ἤθελεν ὀνομασθῆ ἡ μέθοδος, δι' ἧς περ, δοθέντων διαφόρων, ἢ διαφορετικῶν σωμάτων, νὰ ἐκτελέσῃ τις ἓν μίγμα.. ἢ τὸ ἀνάπαλιν τοῦ μίγματος δοθέντος, νὰ εὕρῃ τις τὴν ποσότητα ἑκάςου τῶν εἰδῶν, ἐξ ὧν σύγκειται.

Εἷς, φέρε εἰπεῖν, οἰνοπώλης ἔχων οἴνους διαφόρου τιμῆς: 15 φέρε εἰπεῖν παραδῶν τὴν ὀκᾶν καὶ 8, ζητεῖ πόσον πρέπει νὰ βάλῃ ἐξ ἑκατέρου ‹ ὥςε νὰ ἀξίζῃ 12 παράδες ἡ ὀκᾶ.

῾Εγὼ τάττω ταύτας τὰς τρεῖς τιμὰς τοῦ οἴνου: τὰ 12 λέγω 15, καὶ 8, οὕτως, ὡς ὁρῶνται $12\begin{cases}15\ldots4\\8\ldots3\end{cases}$

ἔπειτα γράφω τὴν μὲν διαφορὰν τῶν 12 ὡς πρὸς τὴν ἐλάσσονα τιμήν: τουτέςι τὰ 3 ἀντίκρυ τῆς κρείττονος τιμῆς, εἴτε τῶν 8 ‹ τὴν δὲ διαφορὰν τῶν 12 ὡς πρὸς τὴν ἐλάσσονα τιμήν: τουτέςι τὰ 4 ἀντίκρυ τῆς κρείττονος τιμῆς, εἴτε τῶν 15. Καὶ λέγω ὅτι ἐκ μὲν τοῦ οἴνου τῆς χείρονος τιμῆς πρέπει νὰ βαλθῇ ὡς 3, ἐκ δὲ τῆς κρείττονος ὡς 4. Καθότι ἐπειδὴ καὶ ἡ διαφορὰ τῆς τιμῆς τῶν μιχθησομένων οἴνων εἶναι 7.. ἐκ τοῦ διότι $15-8=7$ ‹ τούτου ἕνεκεν καὶ ἡ μονὰς τοῦ μίγματος πρέπει νὰ εἶναι $=\frac{7}{7}$ ‹ συγκειμένη ἐκ μὲν τοῦ κρείττονος $\frac{4}{7}$, ἐκ δὲ τοῦ ἐλάττονος $\frac{3}{7}$.

Εἰ δὲ καὶ ἐζητεῖτο νὰ ἀξίζῃ τὸ μίγμα 14 παράδες ἡ ὀκᾶ ‹ τότε ἔπρεπε ἐκ μὲν τοῦ κρείττονος νὰ περιέχῃ ἡ μονὰς $\frac{6}{7}$ ‹ ἐκ δὲ τοῦ χείρονος $\frac{1}{7}$. Καὶ ἐξεναντίας ἂν ἐζητεῖτο ἡ ὀκᾶ τοῦ μίγματος νὰ ἀξίζῃ 9 παράδες ‹ τότε ἡ μονὰς τοῦ μίγματος ἔπρεπε νὰ περιέχῃ ἐκ μὲν τοῦ κρείττονος $\frac{1}{7}$ ‹ ἐκ δὲ τοῦ χείρονος $\frac{6}{7}$.

Παράδειγμα β΄. Εἷς οἰνοπώλης ἀγοράσας οἴνους διαφόρου τιμῆς: 130, φέρε εἰπεῖν, ὀκάδες πρὸς 10 παράδες.. 231 πρὸς 12.. 75 πρὸς 15.. καὶ 27 πρὸς 20. ζητεῖ πόσον πρέπει νὰ πωλῇ τὴν ὀκᾶν τοῦ μίγματος; ἐνταῦθα ἡ ποσότης τῶν μιχθησομένων δηλ. εἶναι δεδομένη. Καὶ ἐπειδὴ ἐγὼ βλέπω ὅτι ἡ μὲν τιμὴ τοῦ ὅλου μίγματος εἶναι = 5737 παρ.. τὸ δὲ κεφάλαιον τῶν ὀκάδων εἶναι = 463 ‹ τούτου ἕνεκεν, διαιρέσας τὸν ἀριθμὸν 5737 διὰ τοῦ 463, ἔχω διὰ πηλίκον $12\frac{1}{3}$, ὅπερ δηλονότι εἶναι ἡ τιμὴ τῆς ὀκᾶς τοῦ μίγματος.

150. Ἂν ὅμως καὶ δοθῇ τὸ μίγμα, καὶ ζητηθῇ ἡ ποσότης ἑκάσου εἴδους τοῦ μίγματος ‹ τὸ πρόβλημα θέλει εἶναι ἄλυτον. Εἰ δὲ καὶ τὰ εἴδη τοῦ μίγματος εἶναι διαφόρου εἰδικῆς βαρύτητος ‹ τότε εἶναι δυνατὸν νὰ λυθῇ. Ὁ Ἱέρων, φέρε εἰπεῖν, ἐζήτησε παρὰ τοῦ Ἀρχιμήδου, ἂν τὸ ςέμμα αὐτοῦ ἦν ἐκ καθαροῦ χρυσοῦ, ἢ περιεῖχε καὶ ἄργυρον μεμιγμένον.

Τώρα εἶναι γνωςὸν ἐκ τῆς ὑδροςατικῆς ὅτι ἡ εἰδικὴ βαρύτης τοῦ μὲν χρυσοῦ εἶναι περὶ 19, τοῦ δὲ ἀργύρου ὡς 10.. καὶ ὅτι πᾶν σῶμα εἰδικῶς βαρύτερον ἑνὸς ῥευςοῦ, βαπτιζόμενον ἐντὸς αὐτοῦ ἀπολλύει βάρος ἴσον μὲ ἰσογκον ῥευςόν. Ὥςε ἂν τὸ ςέμμα τοῦ Ἱέρωνος βαπτιζόμενον ἐντὸς νεροῦ ἀπώλλυεν $\frac{1}{19}$ τοῦ ἰδίου βάρους ‹ ὁ Ἀρχιμήδης ἔπρεπε νὰ ἀποφασίσῃ ὅτι τὸ ςέμμα ἦν ἄδολον.. εἰδὲ καὶ ἀπώλλυε $\frac{1}{10}$ ‹ ὅτι ἦν ἐκ μόνου ἀργύρου. Δεδόσθω λοιπὸν ὅτι ἀπώλλυε $\frac{1}{15}$. Τότε ἐπειδὴ καὶ ἡ εἰδικὴ βαρύτης τῶν εἰρημένων μετάλλων εἶναι ὡς 19 καὶ 10, καὶ διὰ τοῦτο ἡ διαφορὰ αὐτῶν ὡς 9 ‹ τούτου ἕνεκεν τὸ δοθὲν μίγμα ἔχει διὰ μονάδα $\frac{9}{9}$. Καὶ ἐπειδὴ ὁ μὲν χρυσὸς διαφέρει τοῦ μίγματος ∴ ὄντος δηλονότι ὡς 15, κατὰ τὴν εἰδικὴν βαρύτητα ὡς 4 ‹ ὁ δὲ ἄργυρος ὡς 5 ‹ τούτου ἕνεκεν τὸ μίγμα σύγκειται ἐκ μὲν χρυσοῦ $\frac{5}{9}$, ἐκ δ' ἀργύρου $\frac{4}{9}$.

Εἰδὲ καὶ τὸ μίγμα συνέκειτο ἐκ μᾶλλον, ἢ δύο μετάλλων: ἐκ τριῶν, φέρε εἰπεῖν, χρυσοῦ, ἀργύρου, καὶ χαλκοῦ· τότε τὸ πρόβλημα ἤθελεν εἶναι ἀπροσδιόριστον: ὃ ἐστιν ἤθελε δέχεται πολλὰς λύσεις· πάντοτε ὅμως γνωστὸν, ὅτι δὲν ἦν ἐκ καθαροῦ χρυσοῦ.

Περὶ τῆς συνεζευγμένης μεθόδου.

151. Μέθοδον συνεζευγμένην ὀνομάζουσι τὸ, γινωσκομένης τῆς ἀναφορᾶς τινων ποσότητων μιᾶς πόλεως ὡς πρὸς ἄλλας δύο, νὰ εὕρῃ τις τὴν ἀναφορὰν αὐτῶν ἐν ἐκείναις.

Εἶναι γνωστὸν ὅτι 100 λίτραι τοῦ Παρισίου ἐξισοῦνται $154\frac{45}{100}$ λίτραις τῆς Τουρκίας.. καὶ ὅτι 50 λίτραι τοῦ Παρισιου ἐξισοῦνται $59\frac{41}{101}$ λίτραις τῆς Ῥωσσίας.. ζητεῖται λοιπὸν ἡ ἀναφορὰ τῆς λίτρας τῆς Τουρκίας ὡς πρὸς τὴν τῆς Ῥωσσίας: ἐπειδὴ λοιπὸν $\overset{\text{λ.Παρ}}{100} = \overset{\text{λ.Τουρ δρ}}{154\ \ 45}$· διὰ τοῦτο ἔξω $\dfrac{\overset{\text{λ.Τουρ δρ}}{154\ \ 45}}{100} = \overset{\text{λ.Παρ}}{1}$. Ὡσαύτως ἐπειδὴ $\overset{\text{λ.Παρ}}{50} = \overset{\text{λ.Ρωσ}}{59\frac{41}{101}}$· διὰ τοῦτο ἔξω $\dfrac{\overset{\text{λ.Ρωσ}}{59\frac{41}{101}}}{50} = \overset{\text{λ.Παρ}}{1}$. Ὥστε ἔξω $\dfrac{\overset{\text{λ.Τουρ δρ}}{154\ \ 45}}{100} = \dfrac{\overset{\text{λ.Ρωσ}}{59\frac{41}{101}}}{50}$..

ὅθεν $\overset{\text{λ.Τουρ δρ}}{154\ \ 45} = \overset{\text{λ.Ρωσ}}{118\frac{82}{101}}$, ἥτις εἶναι ἡ ἀναφορὰ τῆς λίτρας τῆς Τουρκίας ὡς πρὸς τὴν τῆς Ῥωσσίας.

Εἶναι δυνατὸν νὰ ἦναι πλείονες αἱ ἀναφοραὶ ὡς ἄλλοι κρίκοι ἁλύσου. Ζητείσθω, φέρε εἰπεῖν, 100 πισόλαι τῆς Ἰσπανίας πόσα φράγκα τῆς Γαλλίας κάμνουσι.. γινωσκομένου ὅμως ὅτι ἓν δουκάτον τῆς Ἰσπανίας ἐκτιμᾶται 95 δηνάρια παχέα τοῦ Αμςερδὰμ.. ὅτι 34 σολδία παχέα ἐκτιμῶνται μίαν λίτραν ςερλὶγγ τοῦ Λονδίου.. ὅτι 32 δηνάρια ςερλὶγγ ἐκτιμῶνται 3 φράγκα.: ἔτι ὅτι μία πισόλα τῆς Ἰσπανίας ἐκτιμᾶται 1088 μαραυέδες, ἐξ ὧν 375 ἐκτιμῶνται ἓν δουκάτον.. καὶ ὅτι ἡ παχέα λίτρα, ὁμοίως καὶ ἡ λίτρα ςερλὶγγ εἶναι ἐξ 20 σολδίων, ὧν περ ἑκάςη ἐξισοῦται μὲ 12 δηνάρια: Ὥςε ἔξω ταύτας τὰς ἐξισώσεις.

φρ — δ. ςερ
3 = 32

δ. ςερ — λ. ςερ
240 = 1

λ. ςερ — σ. παχ
1 = 34

σ. παχ — δ. παχ
1 = 12

δ. παχ — δουκ
95 = 1

δουκ — μαρ
1 = 375

μαρ — πις
1088 = 1

πις — φρ
100 = χ

Πολλαπλασιάζω ταύτας τὰς ἐξισώσεις, καὶ ἔχω $\chi = \frac{3 \times 240 \times 95 \times 1088 \times 100}{32 \times 34 \times 12 \times 375} = 4 \times 19 \times 20$. Ὥςε 100 πιςόλαι = 1520 φράγ. καὶ διὰ τοῦτο $\overset{\pi\iota\varsigma}{1} = 15\frac{1}{5}$ φράγ.

Περὶ ἡμαρτημένης ὑποθέσεως.

152. Ὑπόθεσιν ἡμαρτημένην ὀνομάζουσιν οἱ ἀριθμητικοὶ τὸ νὰ διαιρέσῃ τις μίαν ποσότητα ἢ ἀριθμὸν, εἰς μέρη ἀνάλογα μὲ ἄλλους δοθέντας ἀριθμοὺς, δι' ἧς δηλονότι λύουσι ζητήματα τῆς μεθόδου τῆς συντροφίας (147).

Ζητείσθω, φέρε εἰπεῖν, νὰ διαιρέσῃ τις κέρδος γροσίων 658 εἰς τρεῖς συντρόφους οὕτως, ὥςε ὁ μὲν δεύτερος νὰ λάβῃ τριπλάσια τοῦ πρώτου, ὁ δὲ τρίτος ἴσα ἀμφοτέροις.

Ὑποτίθημι λοιπὸν τὴν μερίδα τοῦ πρώτου $= \overset{\gamma\rho}{1}$, καὶ διὰ τοῦτο ἡ τοῦ δευτέρου θέλει εἶναι $= \overset{\gamma\rho}{3}$, καὶ ἡ τοῦ τρίτου $= \overset{\gamma\rho}{4}$, καὶ ἑπομένως ἡ τῶν τριῶν $= \overset{\gamma\rho}{8}$, ἔνθα, ὡς ὁρᾶται, ἡ ἐμὴ ὑπόθεσις ὑπῆρξε μὲν ὄχι ἀληθὴς.. ἐκ τοῦ διότι ἀντὶ τῶν 658 ἐγὼ εὗρον 8 μόνον.. πλὴν εἶναι πλέον, ἢ ἀληθὲς ὅτι τὰ ὑποτεθέντα μέρη ἔχουσι πρὸς τὸ ὅλον αὐτῶν 8, ὡς καὶ τὰ πραγματικὰ πρὸς τὰ 658: ὥςε ἔχω ταύτας τὰς ἀναλογίας:

8 : 1 :: 658 πρὸς τὴν πρώτην πραγματικὴν μερίδα, ἥτις $= \overset{\gamma\rho}{82}\frac{1}{4}$. 8 : 3 :: 658 πρὸς τὴν δευτέραν πραγματικὴν

μερίδα, ἥτις $= 246 \frac{3}{4}$ 8 : 4 :: 658 πρὸς τὴν τρίτην πραγματικὴν μερίδα, ἥτις $= 329$

Καὶ τούτου ἕνεκεν $82 \frac{1}{4} + 246 \frac{3}{4} + 329 = 658$.

Παράδειγμα β΄. Νὰ διαιρέσῃ τις γρόσια 550 εἰς τρεῖς συντρόφους οὕτως, ὥστε ὁ μὲν β΄. αὐτῶν νὰ λάβῃ τετραπλάσια τοῦ α΄., ὁ δὲ γ΄. διπλάσια τοῦ β΄.

Ὑποτίθημι λοιπὸν τὴν μερίδα τοῦ α΄. $= \overset{\text{γρ}}{3}$, καὶ διὰ τοῦτο ἡ τοῦ β΄. θέλει εἶναι $= \overset{\text{γρ}}{12}$, καὶ ἡ τοῦ γ΄. $= \overset{\text{γρ}}{35}$, καὶ ἐχομένως τὸ κεφάλαιον αὐτῶν $= \overset{\text{γρ}}{50}$, ἔνθα δηλονότι ἡ ἐμὴ ὑπόθεσις ὑπῆρξε μὲν ἡμαρτημένη, ἐκ τοῦ διότι ἀντὶ τῶν 550 ἐγὼ εὗρον 50 μόνον, πλὴν εἶναι ἀληθέστατον ὅτι τὰ ὑποτεθέντα μέρη εἶναι ἀνάλογα μὲ τὰ ζητούμενα, καὶ διὰ τοῦτο ἔξω, ὀνομάσας αὐτὰ ψ, χ, ч, ταύτας τὰς ἀναλογίας.

$$50 : 3 :: 550 : \psi$$
$$50 : 12 :: 550 : \chi$$
$$50 : 35 :: 550 : ч$$

εἴτε

$$1 : 3 :: 11 : \psi = 32$$
$$1 : 12 :: 11 : \chi = 132$$
$$1 : 35 :: 11 : ч = 385$$

Καὶ τούτου ἕνεκεν $33 + 132 + 385 = 550$.

Εἶναι ὅμως οἴκοθεν σαφὲς ὅτι τὰ τοιαῦτα προβλήματα λύονται καὶ ἄνευ τῆς ἡμαρτημένης ὑποθέσεως. Καθότι ἂν εἰς τὸ πρῶτον παράδειγμα ἐγὼ ὀνομάσω χ τὴν μερίδα τοῦ πρώτου· τοῦ δευτέρου θέλει εἶναι $=3\chi$· καὶ τοῦ τρίτου $=4\chi$· καὶ ἑπομένως αἱ τρεῖς ὁμοῦ μερίδες $=8\chi$, ἅπερ δηλονότι εἶναι $=658$: ὅ ἐςιν $8\chi=658$· καὶ διὰ τοῦτο $\chi=\frac{658}{8}=82\frac{1}{4}$. Τώρα ἂν ἐγὼ πολλαπλασιάσω ταύτην τὴν μερίδα διὰ τοῦ 3· ἔξω τὴν μερίδα τοῦ β΄.. καὶ ἂν διὰ τοῦ 4, τὴν μερίδα τοῦ τρίτου, ὅπερ δηλονότι εἶναι τῆς ἀλγέβρης. Συμπέρασμα λοιπὸν ἐντεῦθεν ὅτι τὰ τοιαῦτα προβλήματα καὶ ἄλλα ὅμοια λύονται εὐκολοτέρως διὰ τῆς ἀλγέβρης· καὶ τούτου ἕνεκεν δὲν ἤθελεν εἶναι φρόνησις ἡ μᾶλλον διατριβὴ εἰς τὴν ἀριθμηκήν. Ἀλλ᾽ ἐπειδὴ καὶ ἡ ἄλγεβρα ἔχει δὶ ὑποκείμενον ὄχι μόνον τοὺς ἀριθμοὺς· ἀλλὰ καὶ τὸ συνεχὲς ποσόν· τούτου ἕνεκεν ἡ τάξις προαπαιτεῖ τὴν γεωμετρίαν πρὸ τῆς ἀλγέβρης.

ΤΕΛΟΣ.

Παροράματα.

Σελ. Στοῖχοι

9 24 ἀντὶ τοῦ δὲν εἶχεν ἄγνοῆ περὶ αὐτῶν, γράφε δὲν ἦν ἀγνῶς τούτων..

22 1 ἀντὶ τοῦ 100=, γρ. 100..

24 24 ἀντὶ τοῦ ὁ εἷς μονὰς, γρ. ὁ εἷς μονάδες.

29 20 ἀντὶ τοῦ ἔχω 64372, γρ. ἔχω 64392.

— 22 ἀντὶ τοῦ μείζονες, γρ. ἐλάσσονες.

32 2 ἀντὶ τοῦ τῶν 478640, γρ. τῶν 498640.

43 20 ἀντὶ τοῦ γινόμενον 157600, γρ. γινόμενον 159600.

60 6 ἀντὶ τοῦ πηλίκον $128\frac{514}{672}$, γρ. πηλίκον $128\frac{4}{7}$

61 2 ἀντὶ τοῦ διαιρέτην, γρ. διαιρετέον.

73 22 ἀντὶ τοῦ διότι $\frac{20}{20} < \frac{20}{20} > \frac{20}{40}$,, γρ. διότι $\frac{\frac{20}{40}}{2}\left(=\frac{20}{20}\right) > \frac{20}{40}$.

74 1 ἀντὶ τοῦ διότι $\frac{20:2}{40} = \left(\frac{10}{40}\right) < \frac{20}{40}$, γρ. διότι $\frac{20:2}{40}\left(=\frac{10}{40}\right) < \frac{20}{40}$.

— 3 ἀντὶ τοῦ διότι $\frac{20}{40 \times 2} = \left(\frac{20}{80}\right) < \frac{20}{40}$ γρ. διότι $\frac{20}{40 \times 2}\left(=\frac{20}{80}\right) < \frac{20}{40}$.

76 6 ἀντὶ τοῦ συγκεκραμμένος, γρ. κεκρυμμένος.

77 7 ἀντὶ τοῦ $\frac{102}{438} = \frac{36}{140}$, γρ. $\frac{102}{438} = \frac{34}{146}$.

79 11 ἀντὶ τοῦ $\frac{576}{576 \times 2 + 2} = \frac{48 \times 12}{48 \times 2 \times 12 + 12}$, γρ. $\frac{576}{576 \times 2 + 12} = \frac{48 \times 12}{48 \times 2 \times 12 + 12}$.

86 26 ἀντὶ τοῦ $\overset{\lambda}{154}\ \overset{\delta}{45}=\overset{οκ}{38}\frac{62}{101}$, γρ. $\overset{\lambda}{154}\ \overset{\delta}{45}\frac{1}{2}$

$\overset{οκ}{38}\frac{62}{101}$

87 7 ἀντὶ τοῦ $\overset{δρ.}{154}\ \overset{κοκ.}{21}$, γρ. $\overset{δ.}{154}\ \overset{κοκ.}{20}$.

— 9 ἀντὶ τοῦ $\overset{κοκ}{9144}=\overset{κοκ}{9267}$, γρ. $\overset{κοκ}{9216}=\overset{κοκ}{9267}$.

— 10 ἀντὶ τοῦ $\overset{κοκ}{3048}=\overset{κοκ}{3089}$, γρ. $\overset{κοκ}{3072}=3089$.

— 17 ἀντὶ τοῦ καὶ $1=\overset{σολ}{18}$, γρ. καὶ $\overset{δρ}{1}=\overset{σολ}{18}$.

95 10 ἀντὶ τοῦ $\frac{60+80+84+56+100-45-30-50}{120}$,

γρ. $\frac{60+80+72+84+56-100-45-30-50}{120}$.

96 2 ἀντὶ τοῦ $413+\frac{5}{105}$, γρ. $413\frac{50}{105}=413+\frac{10}{21}$.

— 21 ἀντὶ τοῦ $\overset{ἡ}{21}\ \overset{ὡ}{12}\ 30'\ 17''$, γρ. $\overset{ἡ}{21}\ \overset{ὡ}{12}\ 43'\ 17''$.

— 23 ἀντὶ τοῦ ἔχω 66′, γρ. ἔχω 85′.

98 9 ἀντὶ τοῦ νὰ τὸ λάβη δὶς τριτοῦς, γρ. νὰ τὸ λάβη ὑποτρίτιος.

99 23 ἀντὶ τοῦ $10\times\frac{1}{10}>10\times\frac{1}{1000}$ κτξ. γρ. $10\times\frac{1}{100}>10\times\frac{1}{1000}$ κτξ.

101 17 ἀντὶ τοῦ $\overset{ὀκ}{\frac{13}{400}}=\left(\frac{1}{4}+\overset{ὀκ}{\frac{3}{400}}\right)$ γρ. $\overset{ὀκ}{\frac{13}{400}}=\left(\frac{1}{40}+\overset{ὀκ}{\frac{3}{400}}\right)$.

— 22 ἀντὶ τοῦ $54+\frac{9368\,[illegible]}{10220}$, γρ. $54+\frac{\frac{9368\,[illegible]}{10220}}{3}=56+\frac{1533}{2044}$.

107 4 ἐκ τούτου μέχρι τοῦ 10 στίχου εἶναι ἀντιγραφέων προσθήκη ἀποβλητέα.

111 24 ἀντὶ τοῦ τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ $\frac{1}{2}$, γρ. τὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ $\frac{1}{2}$.

112 4 ἀντὶ τοῦ ὅθεν $\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{10}{24}$, γρ. ὅθεν $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{16}{24}$.

113 25 ἀντὶ τοῦ Καὶ ἔτι $A = \frac{1}{3}$, γρ. Καὶ ἔνω $A = \frac{1}{3}$ κτξ.

120 12 ἀντὶ τοῦ ὃ ἐστι τοῦ κατέχοντος, γρ. ὃ ἐστὶ τοῦ 3 κατέχοντος.

123 19 ἀντὶ $\begin{array}{r} 43,3 \\ 33 \\ \hline 14421 \end{array}$, γρ. $\begin{array}{r} 43,7 \\ 33 \\ \hline 1442,1 \end{array}$

125 19 ἀντὶ τοῦ $\frac{2,13410506}{0,100103}$, γρ. $\frac{2,13410506}{0,100103} = 21,32$

127 2 ἀντὶ τοῦ πρὸ τοῦ 87, γρ. πρὸ τοῦ 7.

130 15 ἀντὶ τοῦ $\frac{62}{7} = 8,859$, γρ. $\frac{62}{7} = 8,857$

132 15 ἀντὶ τοῦ $\frac{75}{100} = \frac{5}{4}$, γρ. $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

133 12 ἀντὶ τοῦ $\frac{342}{999} = \frac{4}{111}$, γρ. $\frac{342}{999} = \frac{38}{111}$

— 13 ἀντὶ τοῦ $\frac{302857}{392857} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$, γρ. $\frac{142857}{142857} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$

— 21 ἀντὶ τοῦ $0, \frac{16}{9} = 0,1\frac{2}{3}$, γρ. $\frac{16}{99} = 0,1\frac{2}{3}$

— 22 ἀντὶ τοῦ ἐκ τοῦ $\frac{1}{8}$, γρ. ἐκ τοῦ $\frac{1}{0}$.

134 17 ἀντὶ τοῦ $\overset{\text{ποδ}}{3}\ \overset{\text{γρ}}{11}\ 44$, γρ. $\overset{\text{ποδ}}{3}\ \overset{\text{γρ}}{11},\ 44$

150 2 ἀντὶ τοῦ $\sqrt{\frac{26}{7}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{182}{7}}$, γρ. $\sqrt{\frac{26}{7}} = \sqrt{\frac{182}{7^2}}$

156 9 ἀντὶ τοῦ $3 \times 62^2 = 57660$, γρ. $3 \times 62^2 \times 5 = 57660$

162 16 ἀντὶ τοῦ ἡ ὁ ἁπλῶς λόγος, γρ. ἡ ἁπλῶς λόγος

166 7 ἀντὶ τοῦ $30:5::35:$, γρ. $30:6::35:7$

166 18 ἀντὶ τοῦ τῶν ἰδίων παραγόντων, γρ. τῶν ἰδίων παρονομασῶν.

170 17 ἀντὶ τοῦ $12\times5=20\times5$, γρ. $12\times5=20\times3$

174 15 ἀντὶ $\chi=360\times25=\overset{\lambda}{8700}$, γρ. $\chi=360\times25=9000$

175 2 ἀντὶ τοῦ $\overset{\delta}{564}:\overset{\delta}{1692}::\overset{\pi\alpha\rho}{2808}:\chi$, γρ. $\overset{\delta}{569}:\overset{\delta}{1695}::\overset{\pi\alpha\rho}{2508}:\chi=\overset{\gamma}{186}\ \overset{\pi}{31}$.

185 22 ἀντὶ τοῦ $\frac{533\frac{1}{2}}{120\gamma\rho}=\overset{\gamma\rho}{4}\ \overset{\pi\alpha\rho}{17}\ \overset{\lambda}{2\frac{1}{2}}$, γρ. $\frac{\overset{\gamma\rho}{533\frac{1}{2}}}{120}=\overset{\gamma\rho}{4}\ \overset{\pi\alpha}{17}\ \overset{\lambda}{2\frac{1}{2}}$

189 14 ἀντὶ τοῦ 5000, γρ. $\begin{array}{r} 2343\frac{12}{16}, \\ 1914\frac{1}{16} \\ 742\frac{3}{16} \\ \hline 5000 \end{array}$

191 7 ἀντὶ τοῦ ἐλάσσονα, γρ. κρείττονα, καὶ ἀντὶ τῆς κρείττονος, γρ. ἐλάσσονος.