δὲν περιέχει μᾶλλον τῶν τεσσάρων ὅρων ‹ ἀντιπεπονθυῖα δὲ ‹ ἐκ τοῦ διότι οἱ δύο ὁμοειδεῖς αὐτῆς ὅροι εἶναι ὁλοτελῶς ἀνάλογα μὲ τοὺς λοιποὺς δύο ὁμοειδεῖς ‹ ἀλλ᾽ ἀντιπεπονθότως, καὶ διὰ τοῦτο ὁ ἄγνωςος ὅρος κατέχει τὸν τρίτον χῶρον τῆς ἀναλογίας: ἢ ἂν θέλῃς εἶναι παρονομαςὴς τοῦ τετάρτου: ὅ ἐςιν εἰς τοῦτο τὸ πρόβλημα ἑκάτερος τῶν προφερομένων λόγος εἶναι ἴσος μὲ τὴν μονάδα ‹ καὶ διὰ τοῦτο καὶ πρὸς ἀλλήλους ‹ καὶ τούτου ἕνεκεν διὰ νὰ μεταβληθῶσιν εἰς ἀναλογίαν εἶναι ἀνάγκη νὰ ληφθῶσιν ἀντιπεπονθότως (131) ‹ ὡς τὸ πρᾶγμα ὁρᾶται ἐπὶ τῶν παραδειγμάτων.

Παράδειγμα α. 12 ἐργάται εἰς 5 ἡμέρας ἔσκαψαν τὸν σὸν ἀμπελῶνα.. 20 ἐργάται εἰς πόσας — ἡμέρας δύνανται νὰ τὸν σκάψωσι; ἂν ὀνομάσω ψ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν, ὅνπερ ἔχουσι νὰ δαπανήσωσιν, ὥςε νὰ σκάψωσι τὸν ἀμπελῶνα, καὶ ω τὸν ἀμπελῶνα ‹ ἔξω $12^{\acute{\epsilon}\rho} \times 5^{\acute{\eta}} =$ ω, καὶ $20^{\acute{\epsilon}\rho} \times \psi^{\acute{\eta}} =$ ω.. ἐκ τοῦ διότι δηλονότι καὶ εἰς ἑκάτερα τὰ μέρη οἱ ἐργάται ἔχουσι νὰ ἐκτελέσωσιν ἓν καὶ τὸ αὐτὸ ἔργον. Ὥςε $12^{\acute{\epsilon}\rho} \times 5^{\acute{\eta}} = 20^{\acute{\epsilon}\rho}\,\psi^{\acute{\eta}}$.

Ἀλλ᾽ ἐπειδὴ καὶ πᾶσα ἐξίσωσις ἄλλο δὲν εἶναι, εἰμὴ μία ἀναλογία (αὐτόθι) ‹ τούτου ἕνεκεν καὶ ἐγὼ ἔξω $12^{\acute{\epsilon}\rho} : 20^{\acute{\epsilon}\rho} :: \psi^{\acute{\eta}} : 5^{\acute{\eta}}$, εἴτε $3^{\acute{\epsilon}\rho} : 5^{\acute{\epsilon}\rho} :: \psi^{\acute{\eta}} : 5^{\acute{\eta}}$ ‹ εἴτε

$3^{\acute{\epsilon}\rho} : 5^{\acute{\epsilon}\rho} :: 1^{\acute{\eta}} : \dfrac{5^{\acute{\eta}}}{\psi^{\acute{\eta}}}$ ‹ ὅθεν $\psi^{\acute{\eta}} = 3^{\acute{\eta}}$, ἔνθα, ὡς ὁρᾶται, οἱ δύο ὅροι τοῦ πρώτου μέρους τοῦ προβλήματος: τὸ 12 ἐργάται λέγω, καὶ τὸ 5 ἡμέραι, δὲν εἶναι εἷς λόγος: ἢ ἂν θέλῃς, ἓν κλάσμα ‹ καθὼς οὔτε οἱ τοῦ δευτέρου μέρους, εἴτε τὸ 20 ἐργάται καὶ τὸ ψ ἡμέραι ‹ καὶ διὰ τουτο οὔτε ἀνάλογα ‹ ἀλλὰ γινόμενα ‹ καὶ ἴσα πρὸς ἄλληλα ‹ καὶ ἐπομένως καὶ ἀντιπάσχουσιν οἱ ὅροι αὐτῶν, εἴτε αἱ ἡμέραι μὲ τοὺς ὅρους τῶν ἐργατῶν.

Παράδειγμα β΄. Δι᾽ ἓν ἔνδυμα ἔφθασεν ὕφασμα 6 πηχῶν, ὄντος τοῦ πλάτους αὐτοῦ $\frac{2}{3}$ πήχεως.. ἂν λοιπὸν καὶ τὸ πλάτος αὐτοῦ ἦν $\frac{3}{4}$ πήχεως ‹ πόσοι-πήχεις ἤθελον φθάσει; Ὀνομάζω ψ τοὺς ζητουμένους πήχεις.. καὶ ἐπειδὴ τὸ ἔνδυμα εἶναι ἓν καθ᾽ ἑκάτερα ‹ διὰ τοῦτο ἔξω $\overset{\pi\eta\chi}{6} \times \frac{2}{3} = 1$, καὶ $\frac{3}{4}\ \overset{\pi\eta\chi}{\psi} = 1$ ‹ καὶ διὰ τοῦτο $\frac{3}{4}\,\psi = 6 \times \frac{2}{3}$, εἴτε $\psi = 5\frac{1}{3}$. Καὶ ἐπομένως ἡ ἀναλογία ἤθελεν εἶναι τοιαύτη $\overset{\pi\lambda}{\frac{2}{3}} : \overset{\pi\lambda}{\frac{3}{4}} :: \psi : \overset{\pi\eta\chi}{6}$, εἴτε $\overset{\pi\lambda}{\frac{2}{3}} : \overset{\pi\lambda}{\frac{3}{4}} :: 1 : \overset{\pi\eta\chi}{\frac{6}{\psi}}$. πηχ

Παράδειγμα γ΄. Τὰ ἐφόδια ἑνὸς πλοίου ἦσαν ἱκανὰ διὰ 12 ἡμέρας.. τοῦ καιροῦ ἐμποδίσαντος, ἔπρεπε νὰ ζήσωσι δι᾽ αὐτῶν 20 ἡμέρας.. ζητεῖται λοιπὸν πόσον πρέπει νὰ σμικρυνθῇ ἑκάστου ἡ μερὶς διὰ νὰ ἐξαρκέσωσι τὰ ἐφόδια. Ὀνομάζω ψ τὴν μερίδα ἑκάστου τὴν εἰς τὴν δευτέραν περίστασιν, οὔσης 1 δηλονότι εἰς τὴν πρώτην ‹ καὶ οὕτως ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν $\overset{\eta}{12} : \overset{\eta}{20} :: \overset{\mu\varepsilon}{\psi} : \overset{\mu\varepsilon}{1}$ ‹ καὶ διὰ τοῦτο $\psi = \frac{3}{5}^{\mu\varepsilon}$. Καθότι ὄντων τῶν αὐτῶν καὶ τῶν ἐφοδίων καὶ τῶν ἐσθιόντων, ὅσον ὁ χρόνος αὐξάνει ‹ τοσοῦτον ἡ μερὶς ἑκάστου ἔχει νὰ σμικρυνθῇ, ὅπερ δηλονότι εἶναι ὁ ἀντιπεπονθὼς λόγος.

Παράδειγμα δ΄. Ἔχοντος τοῦ σίτου $4\frac{1}{2}$ γρόσια τὸ κοιλὸν, τὸ ψωμίον ἐπωλεῖτο πρὸς 60 δραχμὰς τοῦ παρᾶ.. ὁ σῖτος ἤδη τιμᾶται 9 γρ. τὸ κοιλὸν.. πόσα πρέπει νὰ πωλῆται τὸ ψωμίον; Ἐγὼ λέγω $4\frac{1}{2}$ γρ. = 180 παρ. ἀλλ' 180 παρ.=1 κοιλῷ.. καὶ ὡσαύτως 9 γρ.=360 παρ.. ὅθεν καὶ 360 παρ.=1 κοιλῷ. Ἀλλὰ πρῶτον ἐπωλεῖτο 60 δραχμαὶ εἰς τὸν παρὰ ὥστε $\overset{\pi}{180} \times \overset{\delta\rho}{60} = 1$ ὡσαύτως $\overset{\pi}{360} \times \overset{\delta\rho}{\psi} = 1$. καὶ διὰ τοῦτο $\overset{\pi}{180} : \overset{\pi}{360} :: \overset{\delta}{\psi} : \overset{\delta}{60}$, εἴτε $1 : 2 :: \overset{\delta\rho}{\psi} : \overset{\delta\rho}{60}$.. καὶ διὰ τοῦτο $\psi = \overset{\delta\rho}{30}$, ὅπερ καὶ ἄνευ ἀναλογίας ἤθελεν εὑρεθῇ. Καθότι ἂν ἡ τιμὴ τοῦ σίτου ἐδιπλασιάσθη, δῆλον ὅτι καὶ ἡ τοῦ ψωμίου θέλει διπλασιασθῇ καὶ ἐχομένως νὰ ὑποδιπλασιασθῶσιν αἱ δραχμαί.

Περὶ τῆς συνθέτου καὶ εὐθυίας μεθόδου τῶν τριῶν.

141. Ἂν ἡ μέθοδος τῶν τριῶν ἔχῃ μὲν ἑκατέρους τοὺς ὁμοειδεῖς ὅρους ἀνάλογα μὲ ἑκατέρους τοὺς ὁμοειδεῖς πλὴν πάντας, ἢ τινὰς ἐξ αὐτῶν συνθέτους ἐκ δύο ἢ τριῶν παραγόντων τότε ὀνομάζεται σύνθετος.

Παράδειγμα α'. 20. ἐργάται εἰς 8 ἡμέρας ἔσκαψαν 124 ὀργυιὰς τετραγωνικὰς.. 30 ἐργάται λοιπὸν εἰς 10 ἡμέρας πόσας ὀργυιὰς ἔχουσι νὰ σκάψωσι; Ὀνομάζω ψ τὰς ζητουμένας ὀργυιὰς καὶ συλλογίζομαι ὧδέ πως. Ἡ 20 ἐργάται νὰ σκάψωσι 8 ἡμέρας, ἢ 160 μίαν, εἶναι ἓν καὶ τὸ αὐτὸ.. ὡσαύτως καί, ἢ 30 ἐργάται νὰ σκάψωσι 10 ἡμέρας, ἢ 300 μίαν. εἶναι ἓν καὶ τὸ αὐτὸ.. ὥστε ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν $\overset{\epsilon\rho}{160} : \overset{\epsilon\rho}{300} ::$

$\overset{\acute{o}\rho}{124} : \psi$, εἴτε $\overset{\acute{\epsilon}\rho}{8} : \overset{\acute{\epsilon}\rho}{15} :: \overset{\acute{o}\rho}{124} : \overset{\acute{o}\rho}{\psi}$ ὅθεν $\psi = \frac{124 \times 15}{8} = \frac{\overset{\acute{\epsilon}\rho}{31 \times 15}}{2} = \overset{\acute{o}\rho}{232\frac{1}{2}}$. Ἂν ὅμως καὶ ἔβαλλον τοὺς ἐργάτας πολλαπλασιαζομένους ἐπὶ τὰς ἡμέρας: ἢ ἂν θέλῃς, ἂν ἔκθετον τὴν ἀναλογίαν συνθετικῶς, καὶ ὄχι ἁπλῶς ἤθελον ἔχοι ταύτην $20 \times 8 : 30 \times 10 :: 124 : \psi$, ἥτις δηλονότι διαφέρει ὁλοτελῶς τῆς ἀνωτέρω, εἰμὴ καθὸ οἱ ὅροι τοῦ πρώτου λόγου εἶναι ἐπίπεδοι ἀριθμοί.

Παράδειγμα β΄. 10. ἐργάται ἔσκαψαν ἐντὸς φρέατος 18 ὀργυιὰς εἴς τινα χρόνον, ἔνθα καθημερινῶς ἐξήντλουν 5 πόδας νεροῦ.. 20 λοιπὸν ἐργάται εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, νὰ ἐξαντλῶσι 8 πόδας νεροῦ καθημερινῶς, πόσας ὀργυιὰς θέλουσι σκάψοι; Ὀνομάζω ψ τὰς ζητουμένας ὀργυιὰς, καὶ ἐπειδὴ ὡς τὸ σκάψιμον οὕτω καὶ ἡ ἐξάντλησις τοῦ νεροῦ εἶναι ἔργον τῶν ἐργατῶν: τουτέστιν ἀποτέλεσμα δυνάμεων τούτου ἕνεκεν αἱ δυνάμεις θέλουσιν εἶναι ἀνάλογα μὲ τὰ ἀποτελέσματα αὐτῶν ὅθεν ἔξω $\overset{\acute{\epsilon}\rho}{10} : \overset{\acute{\epsilon}\rho}{20} :: 18 \times \overset{\acute{o}\rho}{5} : \overset{\acute{\epsilon}\rho}{8}\ \psi$, εἴτε $\overset{\acute{\epsilon}\rho}{1} : \overset{\acute{\epsilon}\rho}{2} :: 18 \times \overset{\acute{o}\rho}{5} : \overset{\acute{\epsilon}\rho}{8}\ \underset{}{\psi}$ καὶ διὰ τοῦτο $\psi = \frac{18 \times 5 \times 2}{8} = \frac{9 \times 5}{2} = \overset{\acute{o}\rho}{22\frac{1}{2}}$: ἔνθα δηλονότι οὔσης μείζονος τῆς ἐξαντλήσεως, τὸ σκάψιμον ὑπῆρξεν ἔλασσον, ἢ εἰς τοὺς πρώτους ἐργάτας. Ἂν ὅμως προσεθῇ καὶ ὁ χρόνος τὸ πρόβλημα θέλει γένεται ἔτι σύνθετον.

Παράδειγμα γ΄. 10 τέκτονες ἐργαζόμενοι 12 ὥρας τὴν ἡμέραν, εἰς 8 ἡμέρας ᾠκοδόμησαν 124 ὀργυιὰς τετραγωνικάς.. 20 λοιπὸν τέκτονες ἐργαζόμενοι 11 ὥρας τὴν ἡμέραν, εἰς 7 ἡμέρας πόσας ὀργυιὰς θέλουσιν οἰκοδομήσει; Δῆλον ὅτι οὗτοι οἱ ἑπτὰ ἐγνωσμένοι ὅροι μεταβάλλονται εἰς τρεῖς: ὅ ἐςιν εἰς τὴν ἁπλῆν μέθοδον τῶν τριῶν (139). Καθότι τὸ τέκτονες, καὶ τὸ ὧραι, καὶ τὸ ἡμέραι εἶναι πραγματικῶς εἷς ὅρος.. καὶ διὰ τοῦτο ὀνομάζων ψ τὸ ζητούμενον ἀποτέλεσμα ‹ ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν $\overset{\text{τίκ}}{10} \times 12 \times 8 : \overset{\text{τίκ}}{20} \times 11 \times 7 :: \overset{\text{όρ}}{124} : \psi$, εἴτε $\overset{\text{τίκ}}{12} : \overset{\text{τίκ}}{77} :: \overset{\text{ἐρ}}{31} : \psi$ ‹ καὶ διὰ τοῦτο $\psi = \overset{\text{ἐρ}}{198}\,\frac{11}{12}$.

Εἶναι ὅμως δυνατὸν νὰ τεθῶσι καὶ ἄλλαι περιςάσεις, ὥςε νὰ μεταβληθῇ τὸ πρόβλημα εἰς μᾶλλον σύνθετον ‹ πλὴν πάντοτε δυνατὸν εἰς τὸ νὰ μεταβληθῇ εἰς τὴν ἁπλῆν μέθοδον τῶν τριῶν.

20. Ἐργάται, φέρε εἰπεῖν, ἐργαζόμανοι 10 ὥρας τὴν ἡμέραν, εἰς 22 ἡμέρας ἐξήγαγον χῶμα 70 ὀργυιῶν κυβικῶν.. τώρα ζητεῖται ἂν οἱ ἐργάται ἦσαν 14, καὶ εἰργάζωντο 9 ὥρας τὴν ἡμέραν ‹ εἰς 44 ἡμέρας πόσον χῶμα ἤθελον ἐξάξοι, ὑποτεθεμένου ἐν ταυτῷ ἡμὲν δύναμις τῶν πρώτων νὰ ἔχῃ πρὸς τὴν δύναμιν τῶν δευτέρων, ὡς 4 πρὸς 5 ‹ ἡ δὲ σκληρότης τῆς γῆς τῶν πρώτων ὡς πρὸς τῶν δευτέρων, ὡς 8 πρὸς 9;

Τώρα εἶναι ὁρατὸν ὅτι τὸ ἐργάται, τὸ ἡμέραι, τὸ ὧραι, καὶ ἡ δύναμις τῶν ἐργατῶν εἶναι αἴτιον ‹ καὶ ὅτι τὸ ἐξαχθησόμενον χῶμα καὶ ἡ ἀντίςασις τῆς γῆς εἶναι ἀποτέλεσμα ‹ καὶ διὰ τοῦτο ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν. $\overset{\text{ἐρ}}{20} \times 10 \times 22 \times 4 : \overset{\text{ἐρ}}{14} \times 9 \times 44 \times 5 :: \overset{\text{όρ}}{70} \times 8 : 9\,\psi$, εἴτε $\overset{\text{ἐρ}}{11}$:

$\overset{\text{ἐρ}}{7} :: \overset{\text{ἐρ}}{1386} : 9\,\psi$, ἢ $\overset{\text{ἐρ}}{11} : \overset{\text{ἐρ}}{7} :: \overset{\text{ὀβ}}{154} : \psi$, καὶ διὰ τοῦτο $\psi = \overset{\text{ἐρ. χωμ.}}{98}$.

Περὶ τῆς συνθέτου καὶ ἀντιπεπονθυίας μεθόδου τῶν τριῶν.

142. Ἂν ὅμως καὶ εἰς τὴν ἐκτεθεῖσαν σύνθετον μέθοδον τῶν τριῶν ἦναι τὰ δύο ἑπόμενα ἴσα ἀλλήλοις, τότε ἀναγκαίως καὶ τὰ ἡγούμενα θέλουσιν εἶναι ὡσαύτως, καὶ ἐπομένως αὕτη ἡ ἀναλογία τότε ἀλλάσσει ὄνομα, καὶ ἀντὶ εὐθείας ὀνομάζεται ἀντιπεπονθυῖα (140). Καὶ ἂν μὲν ἑκάτερον τῶν ἡγουμένων ἦναι ἀριθμὸς μὴ ἐκ μᾶλλον, ἢ δύο παραγόντων συγκείμενος, ὀνομάζεται ἁπλῆ αὕτη ἡ μέθοδος, εἰδὲ μὴ, σύνθετος. Καὶ ἰδοὺ πῶς.

12 τέκτονες ᾠκοδόμησαν μίαν οἰκίαν εἰς 5 ἔτη. 20 τέκτονες εἰς πόσα-ἔτη ἤθελον τὴν οἰκοδομήσοι; ὀνομάζω ω ταῦτα τὰ ἔτη, καὶ ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν $12 \times 5 : 1 :: 20 \times \omega : 1$, εἴτε $12 \times 5 : 20 \times \omega :: 1 : 1$ (136). Καὶ ἐπειδὴ οἱ ὅροι τοῦ δευτέρου λόγου εἶναι ἴσοι, ἄρα καὶ οἱ τοῦ πρώτου, καὶ διὰ τοῦτο ἔξω $12 \times 5 = 20 \times \omega$, ὅθεν $\overset{\text{τεκ}}{12} : \overset{\text{τεκ}}{20} :: \omega : \overset{\text{ἔτ}}{5}$, καὶ διὰ τοῦτο $\omega = \overset{\text{ἔτ}}{3}$: ὅ ἐστιν εἶναι ἡ λεγομένη ἁπλῆ ἀντιπεπονθυῖα μέθοδος τῶν τριῶν (αὐτόθι)· ἰδοὺ καὶ ἡ σύνθετος.

Παράδειγμα α'. 12 τέκτονες ᾠκοδόμησαν εἰς 5 ἔτη, ἐργαζόμενοι 10 ὥρας τὴν ἡμέραν, μίαν οἰκίαν. 20 λοιπὸν τέκτονες ἐργαζόμενοι 9 ὥρας τὴν ἡμέραν, εἰς πόσα-ἔτη ἤθελον τὴν οἰκοδομήσοι; ὀνομάζω ω τοῦτον τὸν ζητούμενον χρόνον (καὶ ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν $12 \times 10 \times 5 : 1 :: 20 \times 9 \times ω : 1$, εἴτε $12 \times 10 \times 5 : 20 \times 9 \times ω :: 1 : 1$. Καὶ ἐπειδὴ οἱ ὅροι τοῦ δευτέρου λόγου εἶναι ἴσοι (ἄρα καὶ οἱ τοῦ πρώτου (καὶ διὰ τοῦτο $12 \times 10 \times 5 = 20 \times 9 \times ω$.. ὅθεν $12^{ετ} \times 10^{ετ} : 20^{ετ} \times 9 :: ω : 5$ (καὶ διὰ τοῦτο $ω = \frac{12 \times 10 \times 5}{20 \times 9} = 3\frac{1}{3} = 3$ καὶ τέσσαρσι μησί.

Παράδειγμα β΄. 20 ἐργάται ἐργαζόμενοι 10 ὥρας τὴν ἡμέραν, εἰς 22 ἡμέρας ἐξήγαγον χῶμα 70 ὀργυιῶν κυβικῶν.. 14 λοιπὸν ἐργάται ἐργαζόμενοι 9 ὥρας τὴν ἡμέραν, εἰς πόσας-ἡμέρας ἤθελον ἐξάξοι χῶμα ἴσον; ὀνομάζω ω τοῦτον τὸν χρόνον (καὶ ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν $20 \times 10 \times 22 : 70 :: 14 \times 9 \times ω : 70$, εἴτε $20 \times 10 \times 12 : 14 \times 9 \times ω :: 70 : 70$. Καὶ διὰ τοῦτο $20 \times 10 \times 22 = 14 \times 9 \times ω$: τουτέστιν ἀντιπεπονθυῖα ἡ μέθοδος, εἴτε $20 \times 10 : 14 \times 9 :: ω : 22$ (καὶ διὰ τοῦτο $ω = \frac{20 \times 10 \times 22}{14 \times 9^{ημ}} = \frac{10 \times 10 \times 22}{7 \times 9^{ημ}} = 34\frac{58}{63}$ ἡμ.

Περὶ τῆς μεθόδου τῶν τόκων.

143. Ὁ τοκισμὸς τῶν χρημάτων ἄλλο δὲν εἶναι, ἢ ἡ μέθοδος τῶν τριῶν (μέθοδος ὅμως εὐθεῖα (πλὴν ἢ ἁπλῆ, ἢ σύνθετος μέθοδος εἰς εὕρεσιν τοῦ συμφωνηθέντος τόκου εἰς τὰ 100: τουτέστιν ἢ 8, ἢ 10, ἢ 15 ἢ κ. τ. ξ., ἅπερ γράφονται οὕτως 8 τὰ $\frac{0}{0}$. Καὶ ἔχει ὧδέ πως· 100 γρόσια μοὶ δίδουν εἰς ἓν ἔτος 15 γρόσια τόκον.. 1232 γρόσια

λοιπὸν πόσα ἔχουσι νά μοι δώσωσι; Ὀνομάζω χ τοῦτον τὸν τόκον (καὶ οὕτως τῶν κεφαλαίων ἀναλόγων μὲ τοὺς τόκους, ἔξω $\overset{κε}{100} : \overset{κε}{1232} :: \overset{το}{15} : \overset{το}{χ}$ (καὶ διὰ τοῦτο $χ = \frac{\overset{το}{1232 \times 15}}{100} = \frac{\overset{το}{308 \times 15}}{25} = \frac{308 \times 3}{5} = \overset{το}{184}\frac{4}{5} = \overset{γρ}{184}\ \overset{παρ}{32}$. ὥςε τὰ $\overset{γρ}{1232}$ θέλουσι μοὶ δώσοι $\overset{γρ}{184}\ \overset{παρ}{32}$ πρὸς 15 $\frac{0}{0}$: ὃ ἐςι τὸ πᾶν $= \overset{γρ}{1416}\ \overset{παρ}{32}$.

Εἰ δὲ καὶ ἦσαν πρὸς δέκα $\frac{0}{0}$ (τότε ἡ ἀναλογία ἤθελεν εἶναι αὕτη. $\overset{κε}{100} : \overset{κε}{1232} :: \overset{το}{10} : \overset{το}{χ}$ (ὅθεν $χ = \frac{\overset{το}{1232}}{10} = \overset{γρ}{123}\frac{1}{5} = \overset{γρ}{123}\ \overset{παρ}{8}$· ἔνθα δηλονότι ὁ τόκος τῶν τοκιζομένων χρημάτων εἶναι πάντοτε ἴσος μὲ τὰ τοκιζόμενα ἐπὶ τὸν τόκον, καὶ διαιρούμενα διὰ τῶν 100. Ἦν ὅμως τὸ αὐτὸ ἢ τόσα τὰ $\frac{0}{0}$ νὰ ζητῇ τις, ἢ τόσα τὸ ἓν γρόσιον. Καθότι 10 τὰ $\frac{0}{0}$ ἰσοδυναμεῖ μὲ τὸ 4 παράδες τὸ ἓν γρόσιον. Ὥςε ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν $\overset{γρ}{1} : \overset{παρ}{4} :: \overset{γρ}{1232} : χ = \overset{παρ}{1232 \times 4} = \overset{γρ}{123}\ \overset{παρ}{8}$, εἴτε $\overset{γρ}{1} : \overset{γρ}{\frac{1}{10}} :: \overset{γρ}{1232} : χ = \overset{γρ}{123}\frac{2}{10}$. Ἂν ὅμως ἦν δεδομένον τάτε τοκισθέντα χρήματα, καὶ τὸ πόσα τὰ $\frac{0}{0}$, καὶ ἐζητεῖτο πόσα γρόσια ἐδόθησαν εἰς τὸν τόκον: ἃ ἐςιν ἂν ἦν δεδομένον ὅτι ἦσαν $1416^{γρ}$ $32^{παρ}$ καὶ ὅτι πρὸς 15 τὰ $\frac{0}{0}$ (τότε ἡ ἀναλογία ἔπρεπε νὰ γένῃ οὕτως $115 : 100 :: 1416\frac{4}{5} : χ$ (ὅθεν $χ = \frac{\overset{γρ}{141680}}{115} = 1232^{γρ}$.

144. Ἂν ὅμως καὶ εἰς τὸν τοκισμὸν τῶν χρημάτων δοθῇ καὶ ἡ περίςασις τοῦ χρόνου: ὃ ἐςὶ μεθερμηνευόμενον, ἂν ὁ χρόνος δὲν εἶναι μονὰς ‹ τότε ἡ μέθοδος τῶν τριῶν δὲν εἶναι πλέον ἁπλῆ ‹ εἶναι σύνθετος. Πλὴν ἡμεῖς, ὡς φαίνεται, ἐμάθαμεν νὰ μεταβάλλωμεν τὴν σύνθετον εἰς ἁπλῆν (141). Ζητείσθω φέρε εἰπεῖν τὸ, 232 γρόσια εἰς 18 μῆνας πόσον-τόκον δίδουσι πρὸς 10 τὰ $\frac{0}{0}$; Ἐγὼ λοιπὸν λέγω, ὀνομάσας χ τὸν ζητούμενον τόκον, ἢ 100 γρόσια νὰ τοκισθῶσι 12 μῆνας, ἢ γρόσια 100 × 12 εἰς ἕνα μῆνα, εἶναι ἓν καὶ τὸ αὐτὸ.. καὶ ἔτι ἢ 1232 γρόσια νὰ τοκισθῶσι 18 μῆνας, ἢ γρόσια 1232 × 18 εἰς ἕνα μῆνα, εἶναι ἓν καὶ τὸ αὐτὸ.. καὶ ἐπειδὴ τὰ κεφάλαια πρέπει νὰ ἦναι ἀνάλογα μὲ τοὺς τόκους αὐτῶν ‹ διὰ τοῦτο ἔξω $\overset{\kappa\epsilon}{100} \times 12 : \overset{\kappa\epsilon}{1232} \times 18 :: \overset{\tau}{10} : \chi$ ‹ ὅθεν $\chi =$

$$\frac{1232 \times 18 \times 10}{100 \times 12} = \frac{1232 \times 3}{20} = \frac{1848}{10} = 184\tfrac{4}{5} = \overset{\gamma\rho}{184}\ \overset{\pi\alpha}{32}.$$

Ὅμοιόν τι ἤθελεν ἐκτελεσθῇ ‹ ἂν ὁ χρόνος ἦταν ἡμέραι· Ζητείσθω, φέρε εἰπεῖν, 200 γρόσια, 15 τὰ $\frac{0}{0}$ εἰς 19 ἡμέρας πόσον-τόκον γεννῶσι; Τώρα εἶναι γνωςὸν ἐξ ἑαυτοῦ, ὅτι ἢ 100 γρόσια νὰ δουλεύωσι 12 μῆνας, ἢ δωδεκάκις 100 γρόσια νὰ δουλεύωσιν ἕνα μῆνα, εἶναι ἓν καὶ τὸ αὐτὸ.. καὶ ἐπειδὴ αἱ 19 ἡμέραι $= \frac{19}{30}$ μηνὸς ‹ τούτου ἕνεκεν ὀνομάσας χ τὸν ζητούμενον τόκον, ἔξω ταύτην τὴν ἀναλογίαν, $100 \times 12 : 200 \times \frac{19}{30} :: 15 : \chi$ ‹ καὶ διὰ τοῦτο $\chi = \dfrac{200 \times 15 \times \frac{19}{30}}{100 \times 12} = \dfrac{200 \times 15 \times 19}{300 \times 120}$.

Εἶναι ὅμως ἄξιον παρατηρήσεως ὅτι ὁ μὲν ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος $\frac{200 \times 15 \times 19}{300 \times 120}$ εἶναι οὐδὲν ἄλλο, εἰμὴ γινόμενον τῶν τοκισθέντων γροσίων: τῶν 200 λέγω, ἐπὶ τάς τε παρελθούσας ἡμέρας: τὰς 19, καὶ ἐπὶ τὸν συμφωνηθέντα τόκον, εἴτε 200 × 15 × 19·· ὁ δὲ παρονομαςὴς εἶναι = 300 × 120, ἔνθα ἐπειδὴ καὶ 120 λεπτὰ ἐξισοῦνται μὲ ἓν γρόσιον ‹ τούτου ἕνεκεν ἂν ἀντὶ νὰ κάμω παρονομαςὴν τὸν 300 × 120, κάμνω τὸν 300 μόνον ‹ τότε τὸ προκύπτον ἀντὶ νὰ ἦναι γρόσια θέλει εἶναι λεπτὰ, ἐξ οὗ ἕπεται ὅτι διὰ νὰ εὕρῃ τις τὸν τόκον γροσίων τινῶν, φθάνει μόνον νὰ πολλαπλασιάσῃ τὰ τοκισθέντα γρόσια ἐπίτε τὰς παρελθούσας ἡμέρας, καὶ ἐπὶ τὸν συμφωνηθέντα τόκον τῶν $\frac{0}{0}$, εἶτα νὰ διαιρέσῃ τὸ γινόμενον διὰ τῶν 300 ‹ καὶ τὸ προκύπτον πηλίκον θέλει εἶναι ὁ ζητούμενος τόκος εἰς λεπτὰ, εἴτε εἰς $\frac{1}{3}$ τοῦ παρᾶ.

Ζητείσθω, φέρε εἰπεῖν, 200 γρόσια, 12 τὰ $\frac{0}{0}$, εἰς 15 ἡμέρας πόσα-γρόσια μοὶ δίδουσι; Καὶ ἐγὼ λέγω = $\frac{200 \times 12 \times 15}{300}$ λεπ. = $\frac{2 \times 12 \times 15}{3}$ λεπ. = 2 × 12 × 15 λεπ. = 120 λεπ. = 40 παρ, ὅπερ δηλονότι ἦν γνωςὸν οἴκοθεν. Ὡσαύτως καὶ ἂν ἐζητεῖτο καὶ 1000 γρόσια εἰς 16 ἡμέρας πρὸς 10 τὰ $\frac{0}{0}$ πόσον-τόκον δίδουσι; Ἡ ἀπόκρισις ἤθελεν ἦναι = $\frac{1000 \times 16 \times 10}{300}$ λεπ. = $\frac{1600}{3}$ λεπ = 533 $\frac{1}{3}$ λεπ =

$$\frac{533\frac{1}{3}}{120\,\gamma\rho} = \overset{\gamma\rho}{4}\ \overset{\pi\alpha}{17}\ \overset{\lambda\epsilon}{2\frac{1}{3}}.$$

145. Πολλάκις ὅμως ζητεῖται καὶ ὁ τόκος τῶν τόκων ‹ καὶ τότε τὸ πρόβλημα εἶναι περιπεπλεγμένον.

Ἐτόκισέ τις, φέρε εἰπεῖν, γρόσια 3000 πρὸς 10 τὰ $\frac{0}{0}$ ‹ καὶ μετὰ πέντε ἔτη ζητεῖ λογαριασμόν. Ἐπειδὴ λοιπὸν καὶ ἐτοκίσθησαν πρὸς 10 τὰ $\frac{0}{0}$ ‹ τούτου ἕνεκεν εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου ἔτους: τουτέστιν εἰς τὸ β΄. ἔτος τὸ κεφάλαιον ἦν $= 3000 + \frac{3000}{10} = 3300$.

Εἰς δὲ τὸ γ΄. ἔτος $= 3300 + \frac{3300}{10} = 3630$.

Εἰς τὸ δ΄. $= 3630 + \frac{3630}{10} = 3993$.

Εἰς τὸ ε΄. $= 3993 + \frac{3993}{10} = 4392\,\frac{3}{10}$.

Καὶ ἐπειδὴ ταῦτα ἐτόκισε τὸ πέμπτον ἔτος ‹ τούτου ἕνεκεν εἰς τὸ τέλος αὐτοῦ πρέπει νὰ λάβῃ $4392\,\frac{3}{10}$ γρ $+ \frac{4392\frac{3}{10}}{10}$ γρ $= 4731\,\frac{53}{100}$ γρ $= 4731$ γρ $21\,\frac{1}{5}$ πα.

Παράδειγμα β΄. ἐτόκισέ τις 3000 γρ. πρὸς 8 τὰ $\frac{0}{0}$.. καὶ μετὰ ἔτη 3 ζητεῖ τὸ κεφάλαιον καὶ τὸν τόκον τῶν τόκων. Εἰς τὸ τέλος λοιπὸν τοῦ α΄. ἔτους: τουτέστιν εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ β΄. τὸ κεφάλαιον ἦν $= 3000 + \frac{8 \times 3000}{100} = 3240$ γρ. Εἰς δὲ τὴν ἀρχὴν τοῦ γ΄. ἔτους ἦταν $= 3240 + \frac{8 \times 3240}{100} = 3499$ γρ $\frac{1}{5}$. Ὥστε εἰς τὸ τέλος τοῦ γ΄. ἔτους τὸ κεφάλαιον θέλει εἶναι $= 3499\,\frac{1}{5} + \frac{8 \times 3499\frac{1}{5}}{100} = 3779,23\,\frac{3}{5}$. Δῆλον ὅμως ὅτι διὰ ταύτης τῆς μεθόδου βαίνει τις εἰς τὸ ζητούμενον βαθμηδὸν: ὅ ἐστιν ἐξ ἔτους εἰς ἔτος, ὅπερ ἰσοδυναμεῖ μὲ τὸ, ἡ λύσις γίνεται μερικῶς ‹ καὶ ἑπομένως ἂν τὰ παρελθόντα ἔτη ἦναι πολλὰ ‹ τὸ πρόβλημα θέλει εἶναι ἐπίμοχθον. Διὰ τῶν λογαρίθμων ὅμως λύονται τὰ τοιαῦτα προβλήματα γενικῶς καὶ εὐκόλως ‹ ὅθεν καὶ τὰ μετακομίζομεν εἰς τὴν ἄλγεβραν.