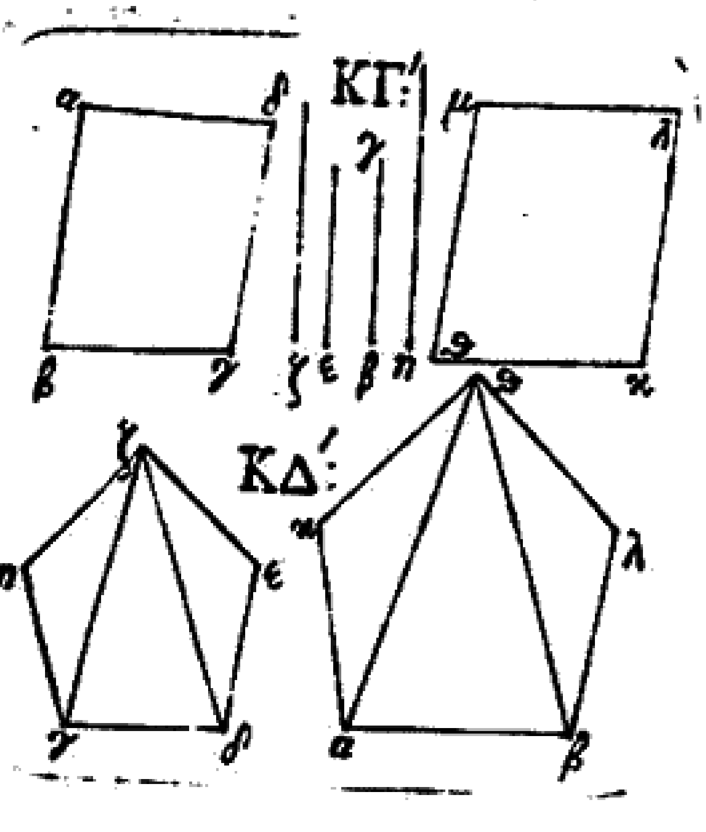
Πρότασις ΚΓ'.

Τῷ δοθέντι οἱῳδήποτε εὐθυγράμμῳ ὅμοιον εὐθύγραμμον συστήσασθαι κατὰ τὸν δοθέντα λόγον.

Ἔστω εὐθύγραμμον μὲν τὸ αβγδ, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ε, πρὸς τὴν ζ, καὶ ζητείσθω ὅμοιον εὐθύγραμμον τῷ δοθέντι κατὰ τὸν τῆς ε, πρὸς τὴν ζ, λόγον: Γενέσθω δὴ ὡς ἡ ε, πρὸς τὴν ζ, ἡ βγ, πρὸς τὴν η. καὶ εὑρήσθω μέση ἀνάλογος τῶν βγ, καὶ η, ἡ θκ, καὶ παρὰ τὴν θκ, παραβληθήτω εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ δοθέντι αβγδ, οἷον τὸ θκλμ, καὶ τοῦτο ἔσται τὸ ζητούμενον. Ἐπεὶ γὰρ αἱ βγ, θκ, καὶ εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι, πάντως γε τὸ ἐπὶ τῆς α': βγ, τὸ αβγδ, πρὸς τὸ ἐπὶ τῆς β': θκ, τὸ θκλμ, γέγονεν ὡς ἡ α': βγ, εὐθεῖα πρὸς τὴν γ': η, ἀλλ' ἡ βγ, ἔχει πρὸς τὴν η, ὡς ἡ ε, πρὸς τὴν ζ, ἄρα καὶ τὸ αβγδ, εὐθύγραμμον πρὸς τὸ θκλμ, ἔχει ὡς ἡ ε, πρὸς τὴν ζ. Τῷ δοθέντι ἄρα εἰσδήποτε εὐθυγράμμῳ, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 6. Fig. 19.



Πρότασις ΚΔ'.

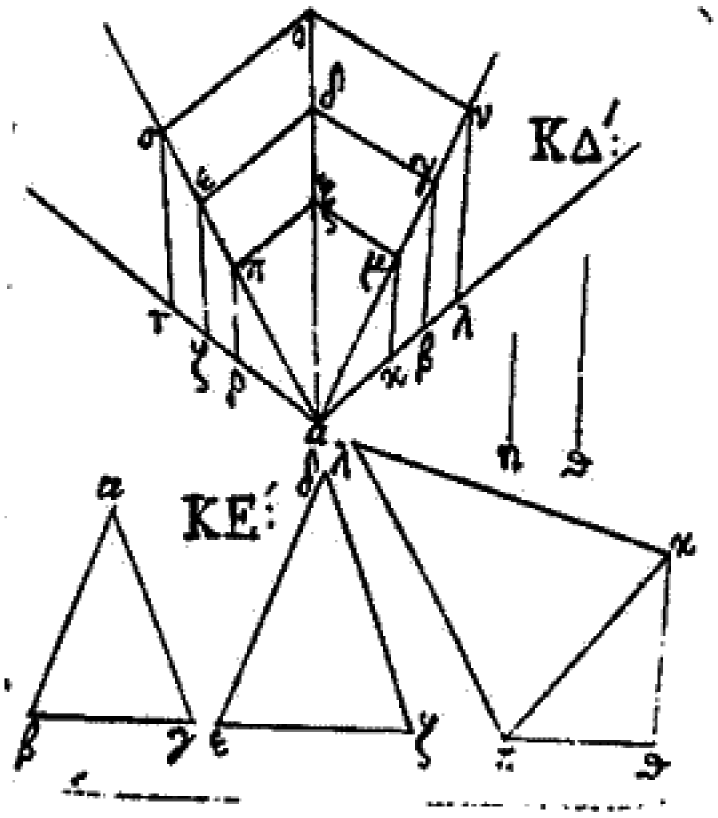
Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον παραβαλεῖν.

Ἔστω εὐθεῖα μὲν ἡ αβ, εὐθύγραμμον δὲ τὸ γδεζη, καὶ ζητείσθω παραβληθῆναι παρὰ τὴν αβ, εὐθύγραμμον ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τῷ γδεζη, δοθέντι. Διῃρήσθω δὴ τὸ δοθὲν εἰς τὰ ζηγ, γζδ, δζε, τρίγωνα, καὶ τῇ μὲν ὑπὸ ζγδ, γωνίᾳ γενέσθω ἴση ἡ ὑπὸ θαβ, τῇ δὲ ὑπὸ ζδγ, ἡ ὑπὸ θβα, τῇ δὲ ὑπὸ ζγη, ἡ ὑπὸ θακ, τῇ δὲ ὑπὸ γζη, ἡ ὑπὸ αθκ, τῇ δὲ ὑπὸ ζδε, ἡ ὑπὸ θβλ, καὶ τῇ ὑπὸ δζε, ἡ ὑπὸ βθλ, καὶ τὸ αβλθκ, συσταθὲν εὐθύγραμμον ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ἔσται τῷ δοθέντι γδεζη. Ἐπεὶ γὰρ τὰ θκα, αθβ, βθλ, τρίγωνα ἰσογώνιά εἰσι τοῖς ζηγ, γζδ, δζε, ἕκαστον ἑκάστῳ. πάντως γε κατὰ τὴν δ': τοῦ ς': τῶν Στοιχείων, αἱ πλευραὶ τῶν θκα, αθβ, βθλ, τριγώνων ἀνάλογόν εἰσι ταῖς πλευραῖς τῶν ζηγ, γζδ, δζε, καὶ ἑπομένως ὅμοιά εἰσι κατὰ τὸν α': ὅρον τοῦ παρόντος. τὰ ἄρα θκα, αθβ, βθλ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσι

εἰσι τοῖς ζηγ, γζδ, ζδε. ὥστε καὶ ὅλον τὸ θκαβλ, πολύγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ ζηγδε, κατὰ τὴν κʹ: τοῦ ϛʹ: τοῦ αὐτοῦ. τὰ γὰρ ὅμοια πολύγωνα εἰς ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ ἀνάπαλιν. Ἐπεὶ δὲ ἔχει καὶ τὴν αὐτὴν θέσιν, ἔστι δήπουθεν καὶ ὁμοίως κείμενον αὐτῷ.

Ἄλλως. Ἔστω εὐθύγραμμον, ᾧ δὴ ἕτερον ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον παραβαλεῖν, τὸ αβγδεζ, εὐθεῖα δὲ ἡ η, ἢ θ. Ἐξαχθήτωσαν δὴ κατὰ τὸ συνεχὲς αἱ αβ, αζ, εὐθεῖαι, καὶ ἀπὸ τοῦ α, διὰ τῶν γ δ, καὶ ε, σημείων διήχθωσαν αἱ αγ, αδ, αε, ἐκβαλλόμεναι καὶ αὗται ἐπ' ἄπειρον. κἂν μὲν ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἐλάττων εἴη τῆς αβ, ὡς ἡ η, ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς αβ, ἡ ακ, ἴση τῇ δοθείσῃ η. εἰ δὲ μείζων ὡς ἡ θ, ἀφῃρήσθω ἡ αλ, ἴση τῇ θ, καὶ ἀπὸ τοῦ κ, ἡ λ, παράλληλος τῇ βγ, ἤχθω ἡ κμ, ἡ λν, ἀπὸ δὲ τοῦ μ, ἡ ν, ἤχθω ὁμοίως παράλληλος τῇ γδ, ἡ μξ, ἡ νο, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, καὶ συσταθήσεται τὸ ακμξπρ, ἢ αλνοστ, ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τῷ αβγδεζ, δοθέντι. Τὰ γὰρ ακμ, αβγ, αλν, τρίγωνα, ὅμοιά εἰσι καὶ ὁμοίως κείμενα, διὰ τὸ παραλλήλους εἶναι τὰς κμ, βγ, λν, εὐθείας, καὶ τὴν ὑπὸ καμ, γωνίαν κοινήν. Διὰ τὰ αὐτὰ ἔσται καὶ τὰ λοιπὰ τρίγωνα ὅμοια. ὥστε κατὰ τὴν κʹ: τοῦ ϛʹ: τοῦ Στοιχειωτοῦ, τὰ ακμξπρ, αβγδεζ, αλνοστ, πολύγωνα ὅμοιά εἰσι καὶ ὁμοίως κείμενα. Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 6. Fig. 20.



Πρότασις ΚΕʹ.

Δύο ὁμοίων τριγώνων δοθέντων, ἢ ἴσων, ἢ ἀνίσων, ἴσον καὶ ὅμοιον αὐτοῖς τρίγωνον εὑρεῖν.

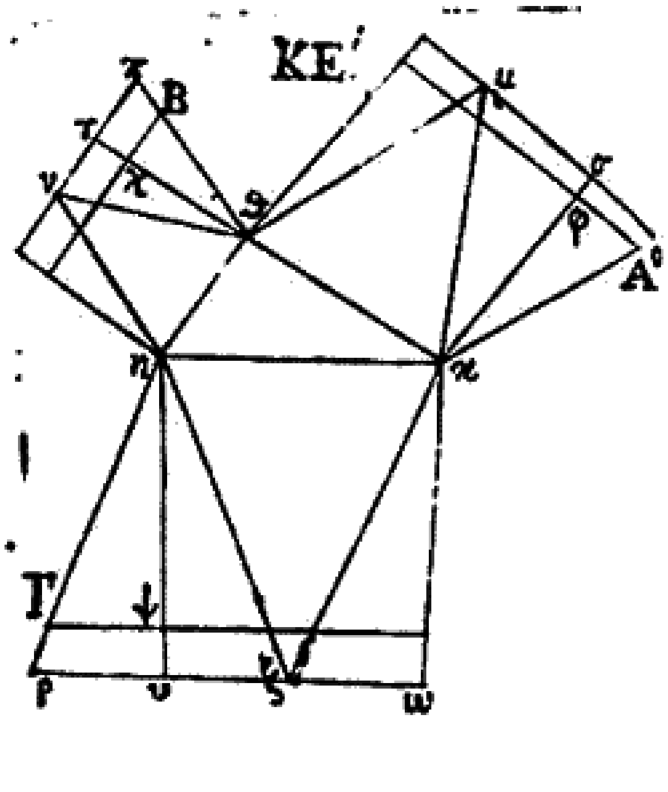
Ἔστωσαν δύο ὅμοια τρίγωνα ἄνισα τὰ αβγ, δεζ, καὶ ζητηθήτω ἕτερον τρίγωνον ἴσον καὶ ὅμοιον τοῖς αὐτοῖς ὁμοῦ λαμβανομένοις. Συνεστάθω δὴ τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ηθκ, ὀρθὴν ἔχον γωνίαν τὴν πρὸς τῷ θ, ὥστε τὴν μὲν ηθ, αὐτοῦ πλευρὰν ἴσην εἶναι τῇ βγ, τὴν δὲ θκ, τῇ εζ, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ηκ, βάσιν τοῦ ηθκ, τριγώνου τρίγωνον ὅμοιον ἑκατέρῳ τῶν δοθέντων αβγ, δεζ, τὸ ηκλ. καὶ τοῦτο ἴσον ἔσται τοῖς δοθεῖσιν αβγ, δεζ, ὁμοῦ λαμβανομένοις. Παραβεβλήσθωσαν γὰρ παρὰ τὰς ηθ, θκ, κη, τρεῖς τοῦ αὐτοῦ τριγώνου πλευρὰς τοῦ ηθκ, τὰ ηθν, κθμ, ηκξ, τρίγωνα, ὥστε τὸ μὲν ηθν, ἴσον εἶναι καὶ ὅμοιον τῷ αβγ, τὸ δὲ κθμ, τῷ δεζ. καὶ

τῷ μὲν

τῇ μὲν κθ, ἴση τε καὶ παράλληλος ἤχθω ἡ μο, τῇ δὲ ηθ, ἡ νπ, καὶ τῇ ηκ, ἡ ξρ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ κο, θπ, ηρ εἶτα συνεστάθωσαν ἐφ' ἑκάστης τῶν ηθ, θκ, κη, εὐθειῶν κάθετοι αἱ κσ, θτ, ηυ. καὶ εἰλήφθω τῇ μὲν κθ, ἡ κφ, ἴση, τῇ δὲ θη, ἡ θχ, καὶ τῇ κη, ἡ ηψ, καὶ συμπεπληρώσθωσαν τὰ θφ, ηχ, κψ, τετράγωνα, καὶ τὰ θΑ, ηΒ, κΓ, παραλληλόγραμμα. Δείκνυται.

Ἐπεὶ τὰ ηχ, ηΒ, παραλληλόγραμμα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, πάντως γε ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ κατὰ τὴν λε': τοῦ α': τῶν Στοιχείων. ὥστε κατὰ τὴν αὐτὴν, καὶ τὰ ητ, κπ, κψ, κΓ, κυ, κρ, ἴσα ὁμοίως ἀλλήλοις εἰσίν. ἄρα ὡς ἔχει τὸ ηχ, πρὸς τὸ ηΒ, ἔχει καὶ τὸ κψ, πρὸς τὸ κΓ. ὡς δὲ ἔχει τὸ ηχ, πρὸς τὸ ηΒ, ἔχει καὶ τὸ ητ, πρὸς τὸ ηπ, ὡς δὲ τὸ κψ, πρὸς τὸ κΓ, ἔχει καὶ τὸ κυ, πρὸς τὸ κρ, τέσσαρα ἄρα μεγέθη τὰ ηχ, ηΒ, κψ, κΓ, τέσσαρσι μεγέθεσι τοῖς ητ, ηπ, κυ, κρ, ἀνάλογόν εἰσιν, ὥστε καὶ δὴ ἴσως τὸ ηχ, πρὸς τὸ κΓ, ἢ τὸ ἴσον τούτῳ κψ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν καὶ τὸ ητ, πρὸς τὸ κρ, ἢ τῷ ἴσον τούτῳ κυ, κατὰ τὴν κβ': τοῦ ε': τῶν Στοιχείων. διὰ τὰ αὐτὰ δειχθήσεται καὶ τὸ θφ, τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον πρὸς τὸ κψ, ὃν καὶ τὸ θσ, πρὸς τὸ κυ. Πρῶτον ἄρα τὸ ηχ, πρὸς β': τὸ κψ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ γ'ον τὸ ητ, πρὸς τέταρτον τὸ κυ. ἔχει δὲ καὶ πέμπτον τὸ θφ, τὸν αὐτὸν λόγον πρὸς δεύτερον τὸ κψ, καὶ ἕκτον τὸ θσ, πρὸς τέταρτον τὸ κυ. ἄρα κατὰ τὴν κδ': τοῦ αὐτοῦ, καὶ συντεθὲν πρῶτον τὸ ηχ, καὶ πέμπτον τὸ θφ, πρὸς β': τὸ κψ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ γ': τὸ ητ, καὶ ϛ': τὸ θσ, πρὸς δ': τὸ κυ. ἀλλὰ τὰ ηχ, καὶ θφ, τετράγωνα ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα ἐστὶ τῷ κψ, κατὰ τὴν μζ': τοῦ α': τοῦ αὐτοῦ. ἄρα καὶ τὰ ητ, θσ, ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα ἐστὶ τῷ κυ. τὰ δὲ ητ, θσ, διπλάσιά ἐστι τῶν ηθν, θκμ, ὥσπερ καὶ τὸ κυ, τοῦ ηκξ, τριγώνου, κατὰ τὴν μα: τοῦ α: τοῦ αὐτοῦ. ἄρα καὶ τὰ ηθν, θκμ, τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ηκξ, τριγώνῳ. ὡς ἔχει γὰρ τὸ ὅλον πρὸς τὸ ὅλον, ἔχει καὶ τὸ ἥμισυ πρὸς τὸ ἥμισυ. Δύο ἄρα ὁμοίων τριγώνων δοθέντων ἀνίσων, εὕρηται τρίγωνον ἴσον αὐτοῖς καὶ ὅμοιον.

Geom. Lib. 6. Fig. 21.



ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτων δῆλον ὅτι ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ παρὰ τὴν ὑποτείνουσαν τὴν ὀρθὴν γωνίαν πλευρὰν παραβαλλόμενον οἱονδήποτε εὐθύγραμμον ἴσον, ἐστὶ τοῖς παρὰ τὰς τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχούσας πλευρὰς παραβαλλομένοις, οἱοισδήποτε εὐθυγράμμοις, ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις.

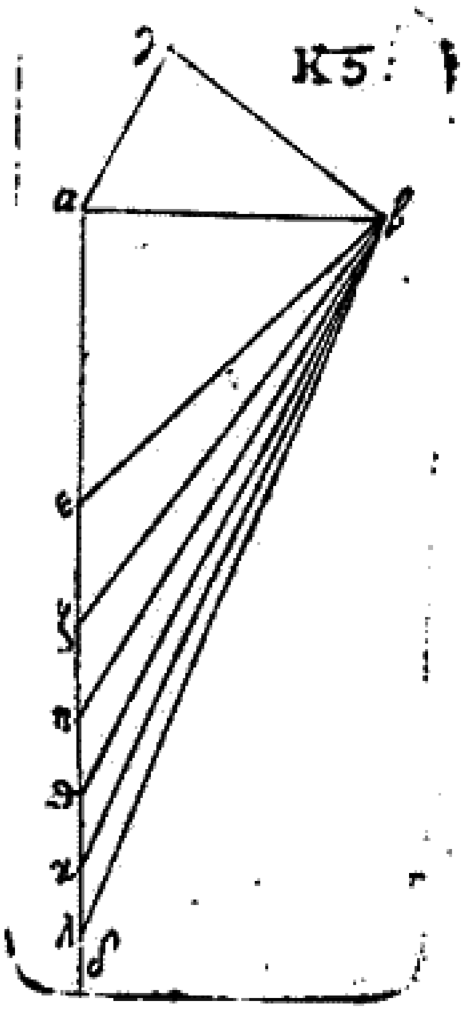
Πρό-

Πρότασις Κϛʹ.

Τοῦ δοθέντος εὐθυγράμμου εὐθύγραμμον ὅμοιον εὑρεῖν διπλάσιον, τριπλάσιον, τετραπλάσιον, καὶ ἐφεξῆς μεῖζον κατὰ τὸν τοῦ πολλαπλασίου λόγον γεωμετρικῶς.

Ἔστω εὐθύγραμμον τὸ α β γ, καὶ ζητηθήτω τούτῳ εὐθύγραμμον ἕτερον διπλάσιον, τριπλάσιον, τετραπλάσιον, καὶ ἐφεξῆς μεῖζον κατὰ τὸν τοῦ πολλαπλασίου λόγον. Συνεστάθω δὴ κάθετος ἐπὶ τῆς α β, ἡ α δ, ἀορίστως ἐκτεινομένη. καὶ ταύτης ἀφῃρήσθω ἡ α ε, ἴση τῇ α β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ β ε. Ἀφαιρουμένης δὲ ἀπὸ τῆς α δ, τῆς α ζ, ἴσης τῇ β ε, ἐπεζεύχθω ἡ β ζ, τῇ δὲ β ζ, ἀφαιρουμένης ἴσης τῆς α η, ἐπεζεύχθω ἡ β η, καὶ τοῦτο γινέσθω ἀεὶ, ἕως οὗ βούλει, καὶ ἕξεις τὸ ζητούμενον. Ἐὰν γὰρ ἐπὶ τῆς β ε, συσταθῇ τρίγωνον ὅμοιον τῷ δοθέντι α β γ, ἔσται τὸ ἐπὶ τῆς β ε, διπλάσιον τοῦ α β γ. Ἐὰν δὲ ἐπὶ β ζ, συσταθῇ, τριπλάσιον ἔσται τὸ αὐτό. ἐὰν δὲ ἐπὶ τῆς β η, τετραπλάσιον, καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς ἀναλόγως, κατὰ γὰρ τὸ πόρισμα τῆς ἀνωτέρω, τὸ μὲν παρὰ τὴν β ε, παραβαλλόμενον εὐθύγραμμον ἴσον ἐστὶ τοῖς παρὰ τὰς α β, α ε, παραβαλλομένοις ὁμοίοις εὐθυγράμμοις. ἀλλὰ τὰ παρὰ τὰς α β, α ε, ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ, διὰ τὸ ἴσας εἶναι καὶ τὰς α β, α ε, καὶ τὰ δύο ὁμοῦ τοῦ ἑνὸς διπλάσια, ἄρα καὶ τὸ παρὰ τὴν β ε, διπλάσιόν ἐστι τοῦ α β γ, ἴση δὲ τῇ β ε, ἡ α ζ, ἄρα καὶ τὸ παρὰ τὴν α ζ, διπλάσιόν ἐστι τοῦ αὐτοῦ α β γ, λαμβανομένου δὲ καὶ τοῦ παρὰ τὴν α β, τὰ δύο ὁμοῦ πάντως τό, τε παρὰ τὴν α β, καὶ τὸ παρὰ τὴν α ζ, τριπλάσια ἔσονται τοῦ α β γ. τοῖς δὲ παρὰ τὴν α β, καὶ α ζ, ἴσον ἐστὶ τὸ παρὰ τὴν β ζ, κατὰ τὸ ῥηθὲν πόρισμα, ἄρα τὸ παρὰ τὴν α ζ, τριπλάσιόν ἐστι τοῦ α β γ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ τὸ παρὰ τὴν β η, τετραπλάσιον τοῦ αὐτοῦ, τὸ δὲ παρὰ τὴν β θ, πενταπλάσιον. τὸ δὲ παρὰ τὴν β κ, ἑξαπλάσιον, τὸ δὲ παρὰ τὴν β λ, ἑπταπλάσιον, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως.

Geom. Lib. 6. Fig. 22.



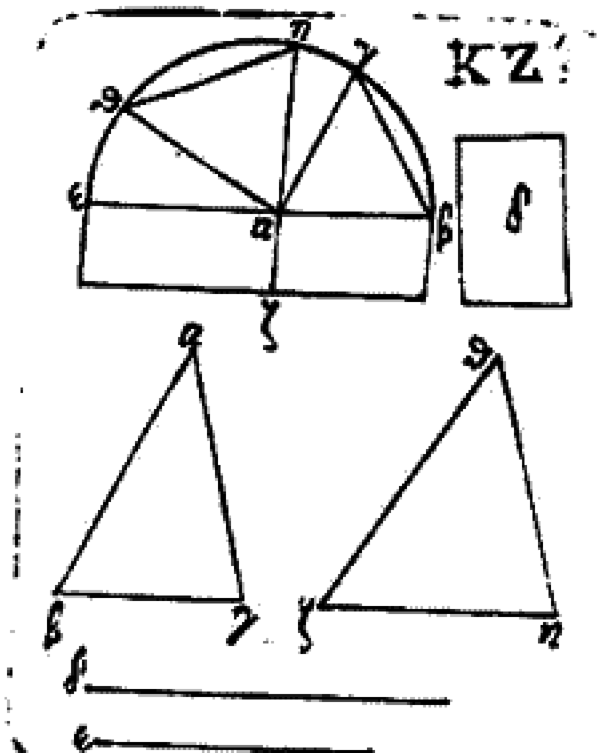
Αὕτη ἡ πρότασις ἀληθεύει καὶ ἐπὶ τῶν κύκλων, καὶ λοιπῶν καμπυλογράμμων ἐπιπέδων σχημάτων, καὶ παντὸς ἄλλου εἴδους, ὥστε ἐὰν ἡ α β, β ε, β ζ, καὶ λοιπαὶ εὐθεῖαι ἀντὶ διαμέτρων ληφθῶσι κύκλων, ἢ πλευρῶν ἑτέρου εἴδους ἐπιπέδων ὁμοίων σχημάτων, ὁ μὲν τῆς β ε, κύκλος, ἢ τὸ παρὰ τὴν β ε, παραβαλλόμενον εὐθύγραμμον διπλάσιον ἔσται τοῦ τῆς α β, κύκλου, ἢ τοῦ παρὰ τὴν α β, εὐθυγράμμου, ὁ δὲ τῆς β ζ, τριπλάσιος, ὁ δὲ τῆς β η, τετραπλάσιος, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀνάλογως. Εἰσὶ γὰρ καὶ οἱ κύκλοι ἐνδιπλασίονι λόγῳ τῶν ἰδίων διαμέτρων, καθάπερ καὶ τὰ εὐθύγραμμα, ὡς ἐν τοῖς ἑξῆς ῥηθήσεται.

Πρότασις ΚΖ':

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον εὐθύγραμμον συστήσασθαι ὅμοιον ἑτέρῳ δοθέντι.

Ἔστωσαν εὐθύγραμμα τὸ αβγ, καὶ δ, καὶ ζητηθήτω εὐθύγραμμον ἴσον μὲν τῷ δ, ὅμοιον δὲ τῷ αβγ. Παραβεβλήσθω δὴ παρὰ μὲν τὴν αβ, παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ αβγ, δοθέντι τὸ βζ, ὀρθογώνιον κατὰ τὴν ιβ': τοῦ παρόντος. Παρὰ δὲ τὴν αζ, τὸ ζε, ἴσον τῷ δ· καὶ εὑρεθήτω μέση ἀνάλογος τῶν αβ, αε, ἡ αη, κατὰ τὴν θ': τοῦ α': τοῦ παρόντος, καὶ συνεστάσθω ἐπ' αὐτῆς τὸ αηθ, ὅμοιον τῷ αβγ, κατὰ τὴν κγ': τοῦ αὐτοῦ, καὶ τοῦτο ἔσται τὸ ζητούμενον. Ἐπεὶ γὰρ τὰ βζ, ζε, ἰσοϋψῆ εἰσί, πάντως γε ὡς ἡ βα, πρὸς τὴν αε, τὸ βζ, πρὸς τὸ ζε, τουτέστι τὸ δ, κατὰ τὴν α': τοῦ ϛ': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἀλλ' ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν αε, ἔχει, καὶ τὸ αβγ, πρὸς τὸ αηθ, κατὰ τὴν α': τοῦ γ': τοῦ παρόντος, ἄρα ὡς ἔχει τὸ βζ, πρὸς τὸ ζε, ἔχει καὶ τὸ αβγ, πρὸς τὸ αηθ, τὸ δὲ βζ, ἴσον ἐστὶ τῷ αβγ, ἄρα καὶ τὸ ζε, ἴσον ἐστὶ τῷ αηθ. Ἐπεὶ δὲ τὸ ζε, γέγονεν ἴσον τῷ δ, πάντως γε καὶ τὸ αηθ, ἴσον ἐστὶ τῷ δ, γέγονε δὲ καὶ ὅμοιον τῷ αβγ. Τῷ δοθέντι ἄρα εὐθυγράμμῳ, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 6. Fig. 23.



Πρότασις ΚΗ':

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον συστήσασθαι κατὰ τὸν δοθέντα λόγον τῶν πλευρῶν.

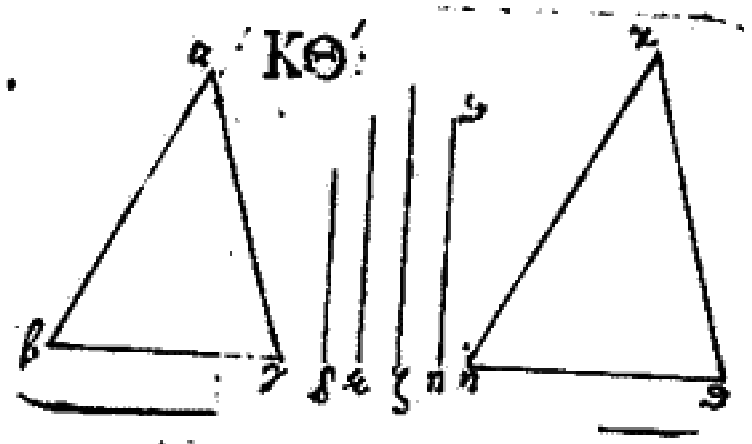
Ἔστω εὐθύγραμμον τὸ αβγ, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ δ, μεγέθους πρὸς τὸ ε, καὶ ζητηθήτω συσταθῆναι ἕτερον εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ δοθέντι αβγ, ὥστε ἔχειν ἑκάστην τῶν πλευρῶν ἐκείνου πρὸς ἑκάστην τῶν πλευρῶν τοῦ αβγ, ὡς τὸ δ, πρὸς τὸ ε. Γενέσθω δὲ ὡς τὸ ε, πρὸς τὸ δ, ἡ βγ, πρὸς τὴν ζη, κατὰ τὴν ιϛ': τοῦ α': τοῦ παρόντος, καὶ πρὸς τῷ ζ, σημείῳ συνεστάσθω ἡ ὑπὸ ηζθ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ γβα, κατὰ τὴν κγ': τοῦ αὐτοῦ. ἡ δὲ ὑπὸ ζηθ, τῇ ὑπὸ βγα, καὶ τὸ ζηθ, εὐθύγραμμον ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον ἔσται τῷ αβγ· κατὰ γὰρ τὴν δ': τοῦ ϛ': τοῦ Στοιχειωτοῦ. ἐπεὶ τὰ αβγ, θηζ, ἰσογώνιά εἰσι, πάντως γε τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχουσι τὰς σι τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βγ, πρὸς τὴν γα, ἡ ζη, πρὸς τὴν ηθ, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ βγ, πρὸς τὴν ζη, ἡ γα, πρὸς τὴν ηθ. ὡς δὲ ἡ βγ, πρὸς τὴν ζη, ἔστι καὶ τὸ ε, πρὸς τὸ δ. ἄρα ἡ γα, πρὸς τὴν ηθ, ἔχει ὡς τὸ ε, πρὸς τὸ δ. καὶ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ δ, πρὸς τὸ ε, ἡ ζη, πρὸς τὴν βγ. Διὰ τὰ αὐτὰ δειχθήσεται καὶ ἡ θζ, ἔχειν πρὸς τὴν αβ, ὡς τὸ δ, πρὸς τὸ ε. ὧν δὲ σχημάτων αἱ πλευραὶ ἀνάλογον, ὅμοιά εἰσι κατὰ τὸν μ α΄. ὅρον τοῦ παρόντος. τὸ ηθζ, ἄρα συνέστη ὅμοιον τῷ αβγ, κατὰ τὸν δοθέντα λόγον. Ὅτι δὲ καὶ ὁμοίως κείμενον, δῆλον. Τὴν αὐτὴν γὰρ ἔχει ἐκείνῳ θέσιν.

Πρότασις ΚΘ΄.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον συστήσασθαι κατὰ τὸν δοθέντα λόγον τῶν ἐμβαδῶν.

Ἔστω εὐθύγραμμον μὲν τὸ αβγ, λόγος δὲ [illegible], καθ' ὃν δεῖ συστήσασθαι ἕτερον τρίγωνον ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον τῷ αβγ, ὁ τοῦ δ, πρὸς τὸ ε. Εὑρεθήτω κατὰ τὴν ιϛ΄. τοῦ α΄. τοῦ παρόντος δ΄. ἀνάλογος τῶν δ, ε, καὶ βγ, ἢ ἄλλης ὁποτερασδήποτε πλευρᾶς τοῦ αβγ, τριγώνου, καὶ ἔστω αὕτη ἡ ζ. τῶν δὲ βγ, καὶ ζ, εὑρεθήτω μέση ἀνάλογος κατὰ τὴν θ΄. τοῦ αὐτοῦ, καὶ ἔστω αὕτη ἡ ηθ. Εἶτα παρὰ τὴν ηθ, παραβληθήτω εὐθύγραμμον ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τῷ δοθέντι αβγ, τὸ ηθκ, καὶ τοῦτο ἔσται τὸ ζητούμενον. Ἐπεὶ γὰρ αἱ βγ, ηθ, καὶ ζ, ἀνάλογόν εἰσι, πάντως γε τὸ ἐπὶ τῆς βγ, εὐθύγραμμον πρὸς τὸ ἐπὶ τῆς ηθ, ἔχει ὡς ἡ βγ, πρὸς τὴν ζ, ὡς ἡ α΄. δηλ. πρὸς τὴν γ΄. κατὰ τὴν α΄. τοῦ γ΄. τοῦ παρόντος. ὡς δὲ ἡ βγ, πρὸς τὴν ζ, ἔχει καὶ ἡ δ, πρὸς τὴν ε. ἄρα τὸ αβγ, εὐθύγραμμον πρὸς τὸ ηθκ, ἔχει ὡς ἡ δ, πρὸς τὴν ε. γέγονε δὲ καὶ ὅμοιον αὐτῷ. Τῷ δοθέντι ἄρα τριγώνῳ, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 6. Fig. 24.



Πρότασις Λ΄.

Δύο δοθέντων εὐθυγράμμων τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

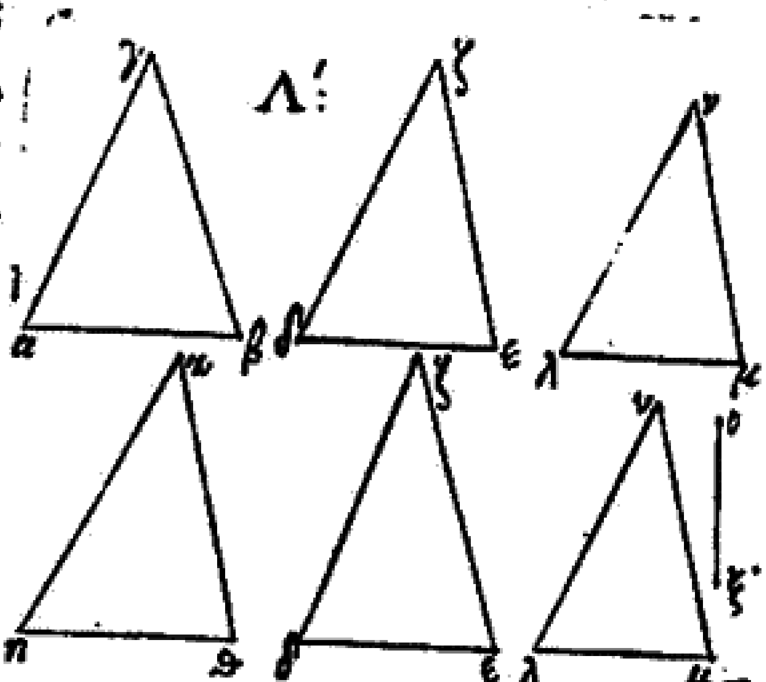
Ἔστωσαν δύο ὁποιαδήποτε εὐθύγραμμα τὰ αβγ, δεζ, καὶ ζητείσθω γ΄. ἀνάλογος. Συνεστάθω δὴ τὸ ηθκ, ἴσον μὲν τῷ αβγ, ὅμοιον δὲ τῷ δεζ, κατὰ τὴν κζ΄. τοῦ παρόντος, καὶ εὑρεθήτω τῶν ηθ, δε, ὁμολόγων πλευρῶν γ΄. ἀνάλογος ἡ λμ, κατὰ τὴν ιγ΄. τοῦ α΄. τοῦ παρ. καὶ συσταθήτω ἐπ' αὐτῆς τὸ λμν, ὅμοιον τῷ δεζ, καὶ τοῦτο ἔσται τὸ ζητούμενον. Ἐπεὶ γὰρ τὰ ηθκ, δεζ, λμν, ὅμοιά εἰσι, καὶ τὰς

V 2 ὁμο-

ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς τὰς η θ, δ ε, λ μ, ἔχουσιν ἀναλόγους, πάντως γε καὶ αὐτὰ ἀνάλογά εἰσιν. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ η θ κ, πρὸς τὸ δ ε ζ, οὕτω καὶ τὸ δ ε ζ, πρὸς τὸ λ μ ν, ἀλλὰ τὸ η θ κ, γέγονεν ἴσον τῷ α β γ, τὰ τρία ἄρα α β γ, δ ε ζ, καὶ λ μ ν, ἀνάλογά εἰσι. Δύο ἄρα δοθέντων εὐθυγράμμων, καὶ τὰ ἑξῆς.

Ὅτι δὲ τὰ η θ κ, δ ε ζ, λ μ ν, ἀνάλογόν εἰσι, δῆλον. Εὑρεθήτω γὰρ τετάρτη ἀνάλογος ἡ ξ ο. καὶ ἐπεὶ ἡ η θ, πρὸς τὴν δ ε, ἔχει ὡς ἡ λ μ, πρὸς τὴν ξ ο, ἐναλλὰξ ἄρα, ὡς ἡ η θ, πρὸς τὴν λ μ, ἡ δ ε, πρὸς τὴν ξ ο. Αὖθις ἐπεὶ τὰ ὅμοια εὐθύγραμμα ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν κατὰ τὴν ιθ': καὶ κ': τοῦ ϛ': τῶν Στοιχειώσεων, πάντως γε καὶ τὸ η θ κ, ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ πρὸς τὸ δ ε ζ, ἤπερ ἡ η θ, πρὸς τὴν δ ε, ἀλλ' ἡ η θ, πρὸς τὴν λ μ, ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶν, ἤπερ πρὸς τὴν δ ε, ἄρα ὡς ἡ η θ, πρὸς τὴν λ μ, τὸ η θ κ, πρὸς τὸ δ ε ζ. Ὁμοίως δειχθήσεται, ὅτι καὶ τὸ δ ε ζ, ἔχει πρὸς τὸ λ μ ν, ὡς ἡ δ ε, πρὸς τὴν ξ ο, ὡς δ' ἔχει ἡ η θ, πρὸς τὴν λ μ, ἔχει καὶ ἡ δ ε, πρὸς τὴν ξ ο, ὡς δέδεικται. ἄρα καὶ τὸ η θ κ, ἔχει πρὸς τὸ δ ε ζ, ὡς ἔχει τὸ αὐτὸ δ ε ζ, πρὸς τὸ λ μ ν. Δύο ἄρα δοθέντων εὐθυγράμμων, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 6. Fig. 25.

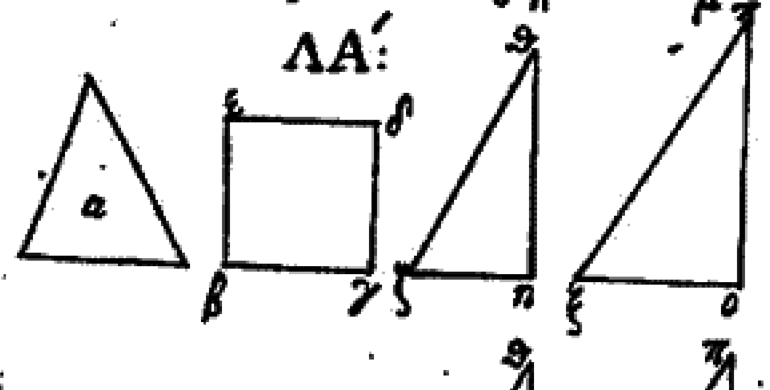


ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι τὰ ὅμοια εὐθύγραμμα, ὧν αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ἀνάλογον, καὶ αὐτὰ ἀνάλογόν εἰσιν.

Πρότασις ΛΑ':

Τριῶν δοθέντων εὐθυγράμμων τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.



Ἔστωσαν εὐθύγραμμα τὰ α, β γ δ ε, ζ η θ, καὶ ζητείσθω τέταρτον ἀνάλογον. Συνεστάθω α': τὸ κ λ μ ν, ἴσον τῷ α, καὶ ὅμοιον τῷ β γ δ ε, κατὰ τὴν κε': τοῦ παρόντος. εἶτα εὑρεθήτω δ': ἀνάλογος τῶν κ λ, β γ, ζ η, εὐθειῶν ἡ ξ ο, καὶ ἐπ' αὐτῆς συνεστάθω τὸ ξ ο π, ὅμοιον τῷ ζ η θ, καὶ τοῦτο ἔσται τὸ ζητούμενον. Ἐπεὶ γὰρ τὰ τε κ μ, β δ, καὶ ζ η θ, ξ ο π, ὅμοιά εἰσι, πάντως γε τὸ μὲν κ μ, πρὸς τὸ β δ, ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶν, ἤπερ ἡ κ λ, πρὸς τὴν β γ, τὸ δὲ ζ η θ, πρὸς τὸ ξ ο π, ἤπερ ἡ ζ η, πρὸς τὴν ξ ο.

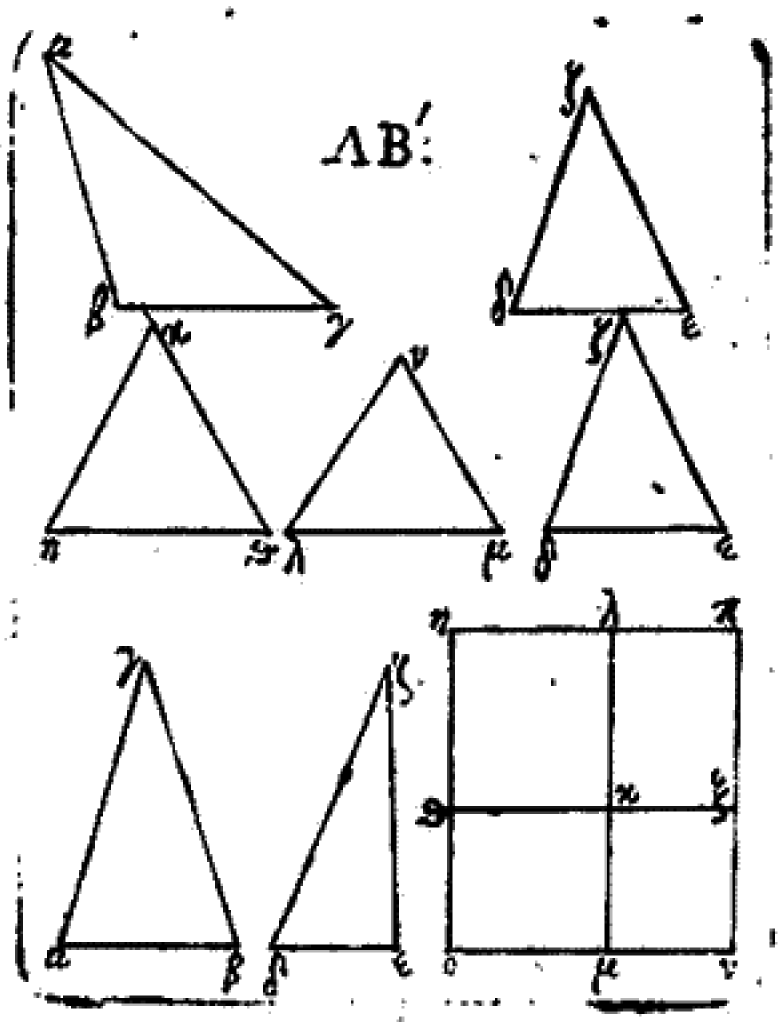
τὴν ξο, ὡς δὲ ἡ κλ, πρὸς τὴν βγ, ἔχει καὶ ἡ ζη, πρὸς τὴν ξο, ἄρα καὶ τὸ κμ, πρὸς τὸ βδ, ἔχει, ὡς τὸ ζηθ, πρὸς τὸ ξοπ. ἀλλὰ τὸ κμ, γέγονεν ἴσον τῷ α, ἄρα καὶ τὸ α, πρὸς τὸ βδ, ἔχει ὡς τὸ ζηθ, πρὸς τὸ ξοπ. ὥστε τὸ ξοπ, τέταρτόν ἐστιν ἀνάλογον. Τριῶν ἄρα δοθέντων, καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις ΛΒ′:

Δύο εὐθυγράμμων δοθέντων μέσον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἔστωσαν εὐθύγραμμα τὰ αβγ, δεζ, καὶ ζητείσθω τούτων μέσον ἀνάλογον. Συνεστάθω τὸ ηθκ, ἴσον μὲν τῷ αβγ, ὅμοιον δὲ τῷ δεζ, καὶ τῶν ηθ, δε, εὐθειῶν, εὑρεθήτω μέση ἀνάλογος ἡ λμ, καὶ ἐπ᾿ αὐτῆς συσταθήτω τὸ λμν, ὅμοιον τῷ ηθκ, ἢ δεζ, καὶ ἔσται τὸ ζητούμενον. Κατὰ γὰρ τὸ πόρισμα τῆς λ′: τοῦ παρόντος, ἐπεὶ τῶν ηθκ, λμν, δεζ, ὁμοίων εὐθυγράμμων, αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ηθ, λμ, δε, ἀνάλογόν εἰσι, πάντως γε καὶ τὰ ηθκ, λμν, δεζ, ἀνάλογόν εἰσιν. ἀλλὰ τὸ ηθκ, γέγονεν ἴσον τῷ αβγ. τὰ ἄρα αβγ, λμν, δεζ, εὐθύγραμμα ἀνάλογόν εἰσιν, ὥστε ὡς ἔχει τὸ αβγ, πρὸς τὸ λμν, ἔχει δήπουθεν καὶ τὸ λμν, πρὸς τὸ δεζ, καὶ ἑπομένως τὸ αὐτὸ λμν, μέσον ἀνάλογόν ἐστι τῶν δοθέντων αβγ, δεζ, εὐθυγράμμων, ὅπερ ἔδει τὸ ζητούμενον.

Geom. Lib. 6. Fig. 26.



Ἔστωσαν ἄλλως εὐθύγραμμα τὰ αβγ, δεζ, καὶ ζητείσθω μέσον αὐτῶν ἀνάλογον. Συνεστάθω δὴ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ μὲν αβγ, τὸ ηθκλ, τῷ δὲ δεζ, τὸ κμνξ, ὅμοιον τῷ ηθκλ, καὶ συναφθήτωσαν ἀλλήλοις τὰ θλ, μξ, παραλληλόγραμμα, ὥστε τὰς θκ, κξ, καὶ λκ, κμ, πλευρὰς αὐτῶν ἐπ᾿ εὐθείας εἶναι, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ηονπ, καὶ ἑκάτερον τῶν κο, κπ, παραπληρωμάτων μέσον ἀνάλογόν ἐστι τῶν αβγ, δεζ, δοθέντων εὐθυγράμμων. κατὰ γὰρ τὴν α′: τοῦ ς′: τῶν Στοιχείων: τὸ θλ, πρὸς τὸ κπ, ἔχει ὡς ἡ θκ, πρὸς τὴν κξ, ὡς δὲ ἡ θκ, πρὸς τὴν κξ, ἔχει καὶ τὸ θμ, τουτέστι τὸ κπ, πρὸς τὸ μξ, ἄρα ὡς ἔχει τὸ θλ, πρὸς τὸ κπ, ἔχει καὶ τὸ κπ, πρὸς τὸ μξ. ἀλλὰ τὸ μὲν θλ, ἴσον ἐστὶ τῷ αβγ, τὸ δὲ μξ, τῷ δεζ, ἄρα ὡς τὸ αβγ, πρὸς ἑκάτερον τῶν κο, κπ, παραπληρωμάτων, οὕτω καὶ ἑκάτερον τῶν κο, κπ, πρὸς τὸ δεζ. Δύο ἄρα εὐθυγράμμων δοθέντων, καὶ τὰ ἑξῆς.

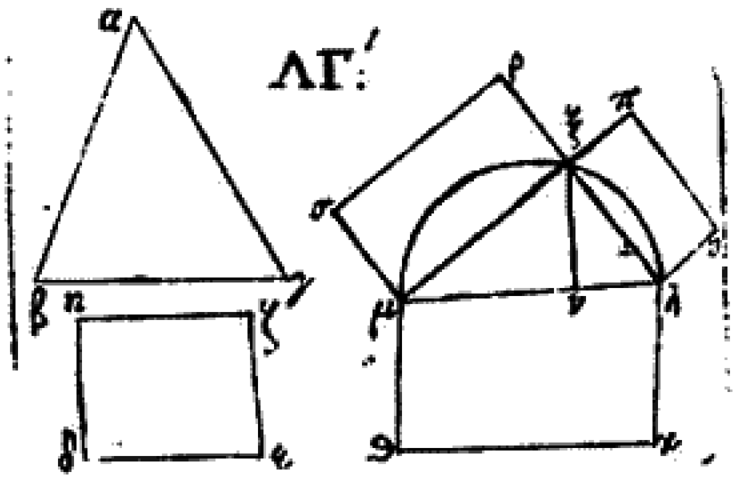
Πρό-

Πρότασις ΛΓ′.

Παρὰ τοῦ δοθέντος εὐθυγράμμου τὸ ἐπιταχθὲν μέρος ἀφελεῖν, ὥστε τὸ ἀφαιρεθὲν ὅμοιον εἶναι ἑτέρῳ δοθέντι εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω εὐθύγραμμον τὸ μὲν αβγ, παρ' οὗ ζητεῖται γ′. μέρος ἀφελεῖν, τὸ δὲ δεζη, ᾧ δὴ ὅμοιον εἶναι τὸ ἀφαιρεθέν, καὶ ἔστω ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ αβγ, τρίτον μέρος ὅμοιον τῷ δζ. Συνεστάθω δὴ παραλληλόγραμμον ἴσον μὲν τῷ αβγ, ὅμοιον δὲ τῷ δζ, τὸ θκλμ, καὶ ἀφῃρήσθω τῆς μλ, γ′. μέρος τὸ λν, καὶ γραφήτω περὶ αὐτὴν ἡμικύκλιον τὸ μξλ, ἀπὸ δὲ τοῦ ν, ἀνεστάθω ἐπ' αὐτῆς πρὸς ὀρθὰς ἡ νξ, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ξμ, ξλ. Εἶτα συνεστάθωσαν ἐπὶ τῶν ξλ, ξμ, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τῷ θλ, παραλληλόγραμμα τὰ ξλοπ, καὶ μξρσ, καὶ τὸ ξλοπ, γ′. ἔσται μέρος τοῦ αβγ. Ἐπεὶ γὰρ τὰ μνξ, μξλ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσι, πάντως γε ὡς ἔχει ἡ μν, πρὸς τὴν νξ, ἔχει καὶ ἡ μξ, πρὸς τὴν ξλ. Αὖθις ἐπεὶ ἡ μν, πρὸς τὴν νλ, ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶν, ἤπερ πρὸς τὴν νξ, ἔστι δὲ καὶ τὸ μρ, πρὸς τὸ ξο, ἐν διπλασίονι ὁμοίως λόγῳ, ἤπερ ἡ μξ, πρὸς τὴν ξλ, τὸ μρ, διαιρεθὲν πρὸς τὸ ξο, ἔχει ὡς ἡ μν, πρὸς τὴν νλ, ἐν συνθέσει ἄρα ὡς ἔχει ὅλη ἡ μλ, πρὸς τὴν νλ, ἔχουσι

Geom. Lib. 6. Fig. 27.



καὶ τὰ μρ, ξο, ὁμοῦ πρὸς τὸ ξο, μόνον, ἀλλὰ τὰ μρ, ξο, ἴσα ἐστὶ τῷ θλ, κατὰ τὸ πόρ. τῆς κε′. τοῦ παρ. ἄρα ὡς ἡ μλ, πρὸς τὴν νλ, τὸ θλ, πρὸς τὸ ξο, ἡ δὲ νλ, γ′. ἐστὶ μέρος τῆς μλ, καὶ τὸ ξο, ἄρα γ′. μέρος ἐστὶ τοῦ θλ, τούτου δὲ ἴσον γέγονε τῷ αβγ. ἄρα παρὰ τοῦ δοθέντος εὐθυγράμμου, καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις ΛΔ′.

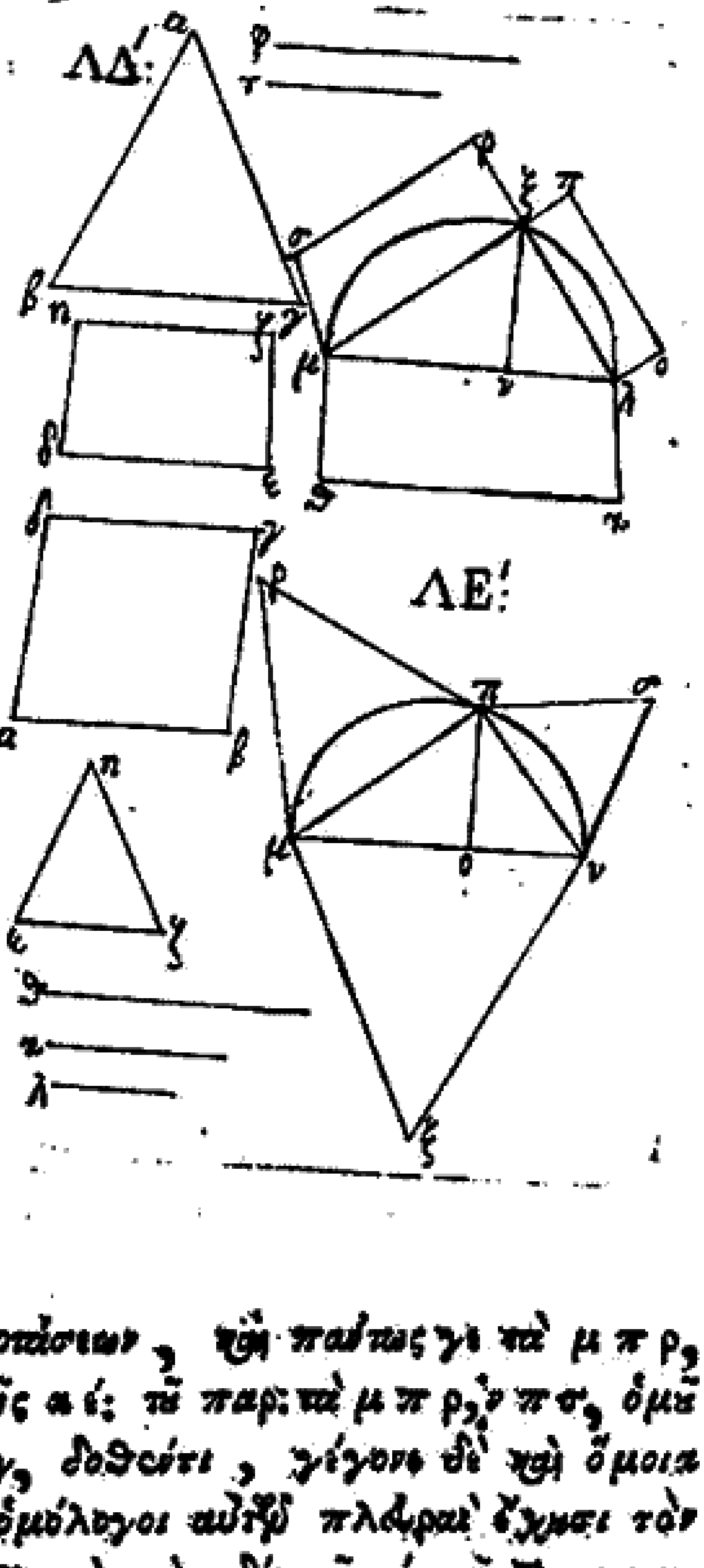
Δοθέντος εὐθυγράμμου, δύο εὐθύγραμμα συστήσασθαι, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα ἑτέρῳ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ὥστε τὰ συσταθέντα ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα εἶναι τῷ δοθέντι, ἔχοντα τὸν δοθέντα λόγον.

Ἔστω εὐθύγραμμον τὸ αβγ, καὶ ζητηθήτωσαν δύο ἕτερα εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τῷ δεζη, καὶ αὐτῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἅτινα ὁμοῦ λαμβανόμενα ὀφείλει ἴσα εἶναι τῷ αβγ, ἔχοντα τὸν τοῦ τ, πρὸς τὸ φ, λόγον. Συσταθήτω δὴ τὸ θκλμ, ἴσον μὲν τῷ αβγ, ὅμοιον δὲ τῷ δεζη, διὰ τῆς κζ′. τοῦ παρόντος, καὶ τμηθήτω ἡ μλ, κατὰ τὸ ν, ὥστε τὴν μν, ἔχειν πρὸς τὴν νλ,

ὡς

ὡς τὸ τ, μέγεθος πρὸς τὸ φ, κατὰ τὴν ϛ': τοῦ α: τοῦ παρόντος. ἀπὸ δὲ τοῦ ν, ἀνεστάθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ν ξ, ἐπὶ τῆς λ μ, καὶ γραφέσθω περὶ τὴν μ λ, ἡμικύκλιον τὸ μ ξ λ, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ξ μ, ξ λ. Εἶτα συνεστάθωσαν ἐπ' αὐτῶν ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τῷ θ κ λ μ, παραλληλογράμμῳ τὰ ξ λ ο π, μ ξ ρ σ, καὶ τὰ μ ρ, ξ ο, ἔσονται τὰ ζητούμενα. Ὅτι μὲν γὰρ ταῦτα ἴσα εἰσὶ τῷ θ λ, δῆλον ἐκ τοῦ πορίσ: τῆς κ ε: τοῦ παρόντος. Γέγονε δὲ τὸ θ λ, ἴσον τῷ α β γ, δοθέντι, τὰ μ ρ, ἄρα ξ ο, ἴσα εἰσὶ τῷ α β γ. Ὅτι δὲ ἔχουσι καὶ τὸν δοθέντα λόγον, δείκνυται διὰ τῆς κατασκευῆς. ὡς γὰρ ἔχει ἡ μ ν, πρὸς τὴν ν λ, ἔχει καὶ τὸ μ ρ, πρὸς τὸ ξ ο, κατὰ τὴν πλευτέραν, ἀλλ' ἡ μ ν, πρὸς τὴν ν λ, ἔχει ὡς τὸ τ, πρὸς τὸ φ, ἄρα καὶ τὸ μ ρ, εὐθύγραμμον πρὸς τὸ ξ ο, ἔχει ὡς τὸ τ, πρὸς τὸ φ, γέγονε δὲ καὶ ὅμοια τῷ δ ε ζ. Δοθέντος ἄρα εὐθυγράμμου, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 6. Fig. 28.



Πρότασις ΛΕ':

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ δύο εὐθύγραμμα ἴσα ὁμοῦ λαμβανόμενα συστήσασθαι, ὥστε εἶναι ὅμοια ἑτέρῳ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, τὰς δ' ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς ἔχειν τὸν δοθέντα λόγον.

Ἔστω εὐθύγραμμον τὸ α β γ δ, καὶ ζητείσθωσαν δύο εὐθύγραμμα ὅμοια μὲν τῷ ε ζ η, ὁμοῦ δὲ λαμβανόμενα ἴσα τῷ α γ, καὶ τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς ἔχειν τὸν τῆς θ, λόγον πρὸς τὴν κ. Εὑρεθήτω δὴ κατὰ τὴν ι γ': τοῦ α: τοῦ παρόντος ἡ τρίτη ἀνάλογος τῶν θ, κ, ἡ λ, διὰ δὲ τῆς κ ζ': τοῦ παρόντος συνεστάθω τὸ μ ν ξ, ἴσον μὲν τῷ α γ, ὅμοιον δὲ τῷ ε ζ η, καὶ τμηθήτω ἡ μ ν, κατὰ τὸ ο, διὰ τῆς ϛ': τοῦ α: τοῦ αὐτοῦ, ὥστε ἔχειν τὴν μ ο, πρὸς τὴν ο ν, ὡς ἡ θ, πρὸς τὴν λ, καὶ τὰ λοιπὰ γενέσθω ὡς προειρημένα εἰσὶ ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω προτάσεων, καὶ πάντως γε τὰ μ π ρ, ν π σ, ἔσονται τὰ ζητούμενα. κατὰ γὰρ τὸ πόρισ: τῆς α ε: τοῦ παρ: τὰ μ π ρ, ν π σ, ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα ἐστὶ τῷ μ ξ ν, τουτέστι τῷ α γ, δοθέντι, γέγονε δὲ καὶ ὅμοια τῷ ε ζ η, κατὰ τὴν κατασκευήν. Ὅτι δὲ καὶ αἱ ὁμόλογοι αὐτῶν πλευραὶ ἔχουσι τὸν δοθέντα λόγον τῆς θ, πρὸς τὴν λ, δῆλον. κατὰ γὰρ τὴν δ': τοῦ ϛ': τοῦ Στοιχειωτοῦ. ἐπεὶ τὰ μ ο π, μ π ν, ἰσογώνιά εἰσι, πάντως γε ὡς ἔχει ἡ μ ο, πρὸς τὴν ο π,

ἔχει

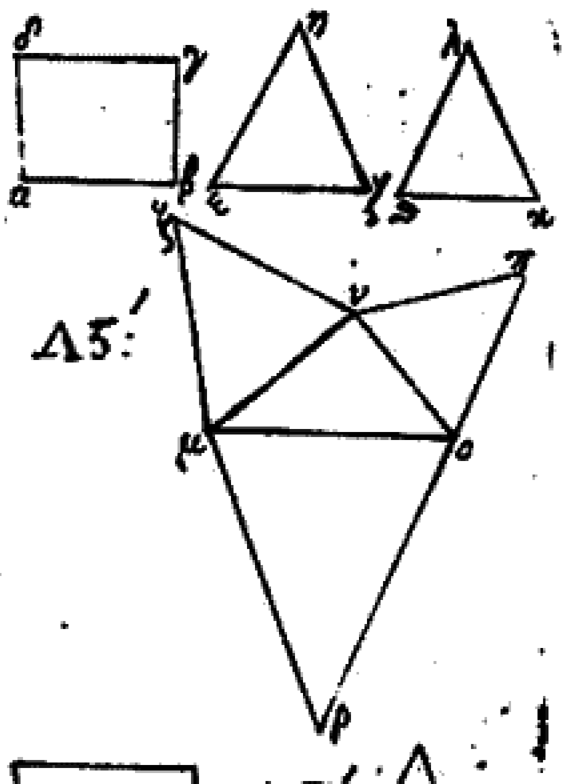
ἔχει καὶ ἡ μπ, πρὸς τὴν πν, ἀλλ' ἡ μο, πρὸς τὴν οπ, ἔχει ὡς ἡ θ, πρὸς τὴν κ, ἄρα καὶ ἡ μπ, πρὸς τὴν πν, ἔχει ὡς ἡ θ, πρὸς τὴν κ. ὅτι δὲ ἡ μο, πρὸς τὴν οπ, ἔχει ὡς ἡ θ, πρὸς τὴν κ, δῆλον. καὶ γὰρ ἐπεὶ θ, πρὸς τὴν λ, ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶν, ἤπερ πρὸς τὴν κ, καὶ ἡ μο, πρὸς τὴν ον, ἤπερ πρὸς τὴν οπ. ὡς δὲ ἡ θ, πρὸς τὴν λ, γέγονε καὶ ἡ μο, πρὸς τὴν ον. ἄρα καὶ ὡς ἡ θ, πρὸς τὴν κ, ἔχει καὶ ἡ μο, πρὸς τὴν οπ, ἀλλ' αἱ μπ, πν, εὐθεῖαι ὁμόλογοί εἰσι πλευραὶ τοῦ μπρ, νπσ, ἃ καὶ ἴσα μὲν δέδεικται τῷ αγ, ὅμοια δὲ τῷ εζη. Τῷ δοθέντι ἄρα εὐθυγράμμῳ δύο, καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις Λϛ':

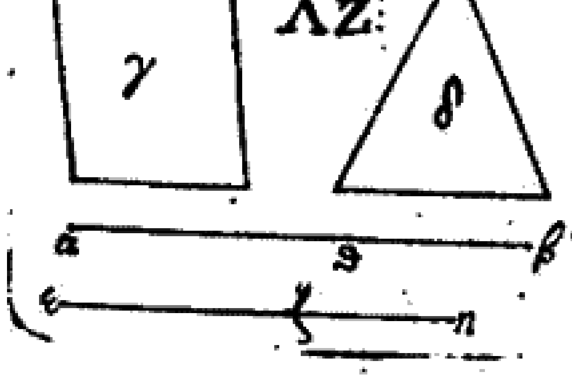
Δυσὶ δοθεῖσιν εὐθυγράμμοις ἴσον εὐθύγραμμον συστήσασθαι, ὅμοιον ἑτέρῳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστωσαν δύο εὐθύγραμμα τὰ αγ, εζη, καὶ τούτοις μὲν ἴσον, ὅμοιον δὲ τῷ θκλ, δοθέντι καὶ αὐτῷ, ζητείσθω εὐθύγραμμον. Συνεστάθω δὴ τὸ μὲν μνξ, ἴσον τῷ αβγδ, τὸ δὲ νοπ, ἴσον τῷ εζη, καὶ ἑκάτερον ὅμοιον τῷ θκλ, κατὰ τὴν κζ': τοῦ παρόντος. καὶ κείσθωσαν τὰ αὐτὰ μνξ, νοπ, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς μν, νο, ὀρθὴν ποιεῖν γωνίαν τὴν ὑπὸ μνο. καὶ τῆς μο, ἐπιζευχθείσης, συνεστάθω ἐπ' αὐτῆς τὸ μορ, ὅμοιον τῷ θκλ, καὶ τοῦτο ἔσται τὸ ζητούμενον. κατὰ γὰρ τὸ πόρ: τῆς κέ: τοῦ παρόντ: ἴσον ἐστὶ τὸ μρο, τοῖς μνξ, νοπ. ἀλλὰ τὸ μὲν μνξ, γέγονεν ἴσον τῷ αβγδ, τὸ δὲ νοπ, τῷ εζη, τὸ μρο, ἄρα ἴσον ἐστὶ τοῖς αγ, καὶ εζη, γέγονε δὲ καὶ ὅμοιον τῷ θκλ. Δυσὶν ἄρα δοθεῖσιν εὐθυγράμμοις, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 6. Fig. 29.



Πρότασις ΛΖ':



Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὰ αὐτῆς μέρη ἔχειν πρὸς ἄλληλα, ὡς τὰ δοθέντα εὐθύγραμμα.

Κείσθω εὐθεῖα μὲν ἡ αβ, εὐθύγραμμα δὲ τὰ γ, καὶ δ, καὶ ἔστω τεμεῖν τὴν αβ, ὥστε τὰ μέρη αὐτῆς ἔχειν πρὸς ἄλληλα, ὡς τὰ γ, δ, δοθέντα εὐθύγραμμα. Εὑρεθήτωσαν αἱ εζ, ζη, εὐθεῖαι ἀνάλογον τοῖς γ, καὶ δ, εὐθυγράμμοις, κατὰ τὴν ιθ': τοῦ παρόντος, καὶ διαιρεθήτω ἡ αβ, κατὰ τὸ θ, ἀναλόγως τῇ εη, κατὰ τὴν

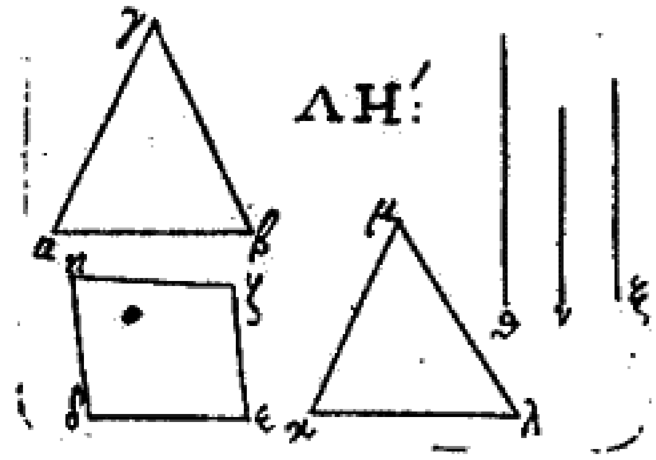
τὴν ϛʹ: τοῦ αʹ: τοῦ παρόντος, καὶ γενήσεται τὸ προσαχθέν. Ἐπεὶ γὰρ ἡ αβ, τέτμηται κατὰ τὸ θ, ἀναλόγως τῇ εη, πάντως γε ὡς ἔχει ἡ εζ, πρὸς τὴν ζη, ἔχει καὶ ἡ αθ, πρὸς τὴν θβ, ἀλλ' ἡ εζ, πρὸς τὴν ζη, γέγονεν, ὡς τὸ γ, εὐθύγραμμον πρὸς τὸ δ, ἄρα καὶ ἡ αθ, πρὸς τὴν θβ, ἔχει ὡς τὸ γ, πρὸς τὸ δ. Ἡ δοθεῖσα ἄρα εὐθεῖα, καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις ΛΗʹ:

Δύο εὐθυγράμμων δοθέντων, καὶ μιᾶς εὐθείας, ἑτέραν εὑρεῖν εὐθεῖαν, ὥστε τὰς δύο εὐθείας τήν τε δοθεῖσαν καὶ τὴν εὑρεθεῖσαν ἔχειν πρὸς ἀλλήλας, ὡς τὰ δοθέντα εὐθύγραμμα.

Ἔστωσαν εὐθύγραμμα μὲν τὰ αβγ, δεζη, εὐθεῖα δὲ ἡ θ, καὶ ζητηθήτω εὐθεῖα ἑτέρα, ὥστε ἔχειν πρὸς αὐτὴν τὴν θ, ὡς τὸ αβγ, εὐθύγραμμον πρὸς τὸ δζ. Συνιστάσθω δὴ τὸ κλμ, εὐθύγραμμον ἴσον μὲν τῷ δζ, ὅμοιον δὲ τῷ αβγ, κατὰ τὴν κζʹ: τοῦ παρόντος, καὶ εὑρεθήτω γʹ: ἀνάλογος τῶν αβ, κλ, ἡ ν. Εἶτα τριῶν εὐθειῶν κειμένων τῶν αβ, ν, θ, εὑρεθήτω τετάρτη ἀνάλογος ἡ ξ, ὥστε ἔχειν τὴν θ, πρὸς τὴν ξ, ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν ν. καὶ ἡ ξ, ἔσται ἡ ζητουμένη. Ἐπεὶ γὰρ αἱ τρεῖς αβ, κλ, καὶ ν, εὐθεῖαι ἑξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, πάντως γε ὡς ἔχει ἡ αβ, αʹ: πρὸς τὴν ν, γʹ: ἔχει καὶ τὸ ἐπὶ τῆς αʹ: αβ, τουτέστι τὸ αβγ, πρὸς τὸ ἐπὶ τῆς βʹ: κλ, ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ κλμ, κατὰ τὴν αʹ: τοῦ γʹ: τοῦ παρόντος, ἀλλ' ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν ν, γέγονε καὶ ἡ θ, πρὸς τὴν ξ, ἄρα ὡς ἡ θ, πρὸς τὴν ξ, ἔχει τὸ αβγ, πρὸς τὸ κλμ, ἢ τὸ δζ, τὸ ἴσον τούτῳ. Δύο ἄρα εὐθυγράμμων δοθέντων, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib.6. Fig.30

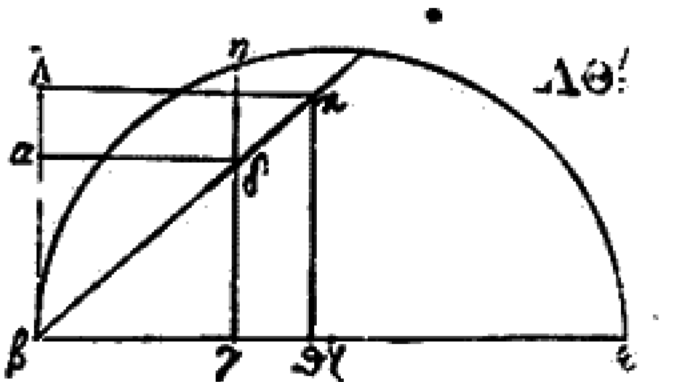


Πρότασις ΛΘʹ:

Τῷ δοθέντι ὀρθογωνίῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ὀρθογώνιον συστήσασθαι κατὰ τὸν δοθέντα λόγον.

Ἔστω δὴ ὀρθογώνιον τὸ αβγδ, καὶ ζητηθήτω τούτῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον ἕτερον ὀρθογώνιον κατὰ τὸν τοῦ διπλασίου λόγον. Ἐξαχθήτω δὴ ἡ βγ, κατὰ τὸ συνεχές, ὥστε τὴν γε, διπλασίαν εἶναι τῆς βγ, καὶ τμηθείσης δίχα τῆς βε, κατὰ τὸ ζ, γραφήτω ἡμικύκλιον τὸ βηε, καὶ ἐξαχθήτω ἡ γδ, τέμνουσα τὸ βηε, ἡμικύκλιον κατὰ τὸ η, ἴση δὲ τῇ γη, εἰλήφθω ἡ βθ, καὶ ἀπὸ τοῦ θ, παράλληλος τῇ γη, ἤχθω ἡ θκ, τέμνουσα τὴν βδ, διάμετρον τοῦ δοθέντος ὀρθογωνίου ἐκβαλλομένη λομένω κατὰ τὸ κ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ θ λ, ὀρθογώνιον, καὶ τοῦτο ἔσαι τὸ ζητούμενον. Ο῎τι μὲν γὰρ τὸ β κ, ὅμοιόν ἐςι τῷ β δ, δῆλον ἐκ τῆς κατασκευῆς, καὶ κατὰ τὴν δ': τοῦ ς': τῶν Στοιχείων, ἡ β γ, ἔχει πρὸς τὴν γ δ, ὡς ἡ β θ, πρὸς τὴν β κ. Ο῎τι δὲ καὶ διπλάσιον τοῦ αὐτοῦ, δείκνυται. ἡ γὰρ γ η, μέση ἀνάλογός ἐςι τῶν β γ, γ ε, ὥςε κατὰ τὴν α': τοῦ γ': τοῦ παρόντος, ὡς ἔχει ἡ γ ε, ᾱ: πρὸς τὴν β γ, γ': ἔχει καὶ τὸ ἐπὶ τῆς β': γ η, παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ἐπὶ τῆς γ': β γ, ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον. ἀλλὰ τῇ γ η, ἴση εἴληπται ἡ β θ, ἄρα καὶ τὸ παρὰ τὴν β θ, παραβαλλόμενον ὀρθογώνιον τὸ β κ, ἔχει πρὸς τὸ παρὰ τὴν β γ, τουτέςι τὸ β δ, ὡς ἡ γ ε, πρὸς τὴν β γ, ἀλλ᾽ ἡ γ ε, διπλασία εἴληπται τῆς β γ, ἄρα καὶ τὸ β κ, διπλάσιόν ἐςι τοῦ β δ. Τῷ δοθέντι ἄρα ὀρθογωνίῳ, καὶ τὰ ἑξῆς. Αὕτη ἡ πρότασις ἀληθεύει καὶ ἐπὶ παντὸς ἄλλου εἴδους τῶν πολυγώνων.

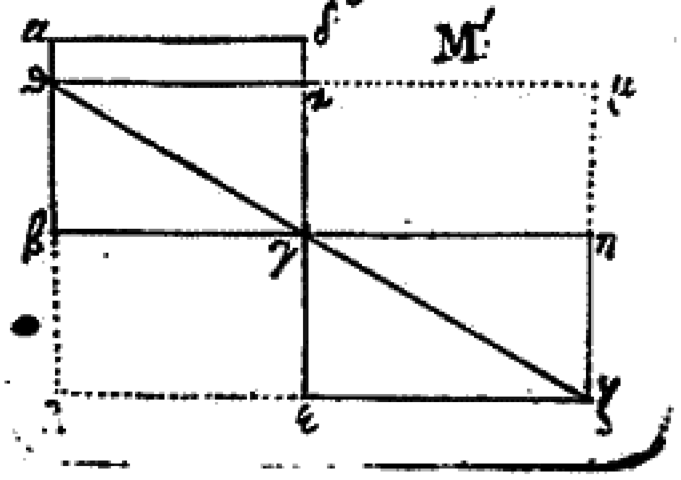
Geom. Lib. 6. Fig. 31.



ΛΘ'

Πρότασις Μ':

Δύο δοθέντων ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀνίσων τε καὶ ἀνομοίων, ἀπὸ τοῦ μείζονος τῷ ἐλάττονι ὅμοιον ἀφελεῖν παραλληλόγραμμον.



Μ'

Ε῎ςωσαν δύο παραλληλόγραμμα ἰσογώνια μὲν, οὐ μὴν δὲ ἴσα καὶ ὅμοια τὸ α β γ δ, καὶ γ ε ζ η, καὶ ζητηθήτω ἀφαιρεθῆναι ἀπὸ τοῦ μείζονος α β γ δ, ὅμοιον τῷ γ ε ζ η, ἐλάττονι. Κείσθωσαν δὴ τὰ α β γ δ, γ ε ζ η, δοθέντα παραλληλόγραμμα οὕτως, ὥςε τὴν μὲν β γ, ἐπ᾽ εὐθείας εἶναι τῇ γ η, τὴν δὲ δ γ, τῇ γ ε, ἡ μείζων τῇ μείζονι, καὶ ἡ ἐλάττων τῇ ἐλάττονι, καὶ ἀπὸ τοῦ ζ, διὰ τοῦ γ, διήχθω ἡ ζ γ θ, εὐθεῖα τέμνουσα ὡς ἐπὶ τοῦ παρόντος τὴν α β, κατὰ τὸ θ, ἀπὸ δὲ τοῦ θ, ἤχθω παράλληλος τῇ β γ, τὸ θ κ, καὶ τὸ θ β γ κ, ὅμοιον ἔσαι τῷ γ ε ζ η. Α᾽ναπεπληρώσθω οὖν τὸ θ λ ζ μ, παραλλ: καὶ ἐπεὶ τὰ β κ, ε η, παραλλ: περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἐςι, δῆλον ὅτι καὶ ὅμοια κατὰ τὴν κ δ': τοῦ ς': τῶν Στοιχείων, εἰδὲ ἡ ζ γ θ, ἐκβαλλομένη τεμεῖ τὴν α δ, πλευρὰν, ἤχθω ἀπὸ τῆς αὐτῆς τομῆς παράλληλος τῇ γ δ, καὶ τὰ λοιπὰ γινέσθω ὡς ἤδη εἴρηται, καὶ ἔσαι τὸ ἐπιταχθὲν, ὁ λόγος ὁ αὐτός.

Π Ο' Ρ Ι Σ Μ Α.

Ε᾽κ τούτου δῆλον, ὅτι τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα παντὸς παραλληλογράμμου, οὐ μόνον ὅμοιά εἰσιν, ἀλλὰ καὶ ὁμοίως κείμενα.

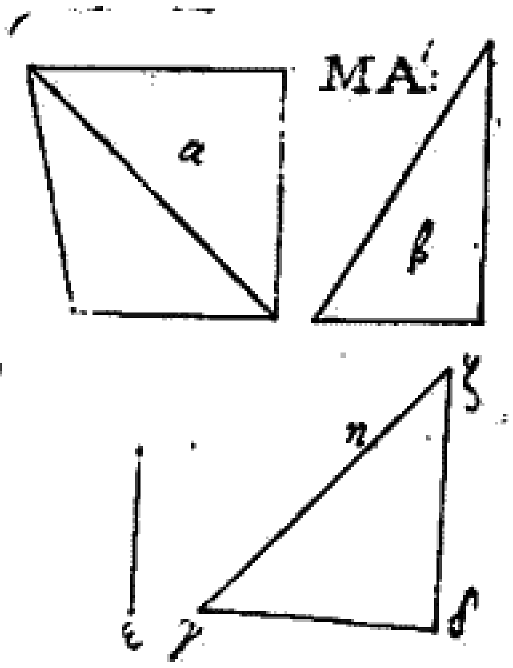
Πρό-

Πρότασις ΜΑ'.

Δύο δοθέντων εὐθυγράμμων, ὧν θάτερον μὲν ἴσον ἐστὶ δυσί τισι τετραγώνοις, θάτερον δὲ τῷ ὑπὸ τῶν πλευρῶν τῶν αὐτῶν τετραγώνων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, τὰς τῶν τετραγώνων εὑρεῖν πλευράς.

Ἔστωσαν εὐθύγραμμα τὰ α, καὶ β, ὧν τὸ μὲν α, κείσθω εἶναι ἴσον δυσὶ τετραγώνοις, τὸ δὲ β, τῷ ὑπὸ τῶν πλευρῶν τῶν αὐτῶν τετραγώνων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ ζητείσθωσαν αἱ πλευραὶ τῶν τετραγώνων ἐκείνων. Συνεστάθωσαν δὴ διὰ τῆς ιζ': τοῦ παρόντος, δύο τετράγωνα ἴσα τοῖς α, καὶ β, καὶ τοῦ μὲν ἴσου τῷ α, ἔστω πλευρὰ ἡ γδ, τοῦ δὲ ἴσου τῷ β, ἡ ε. Εὑρεθήτω δὲ καὶ ἕτερον τετράγωνον διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ε, κατὰ τὴν κ': τοῦ παρόντος, καὶ ἔστω τούτου πλευρὰ ἡ δζ, καὶ κείσθω αὕτη πρὸς ὀρθὰς τῇ γδ, κατὰ τὸ δ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ γζ. Εἶτα διαιρεθήτω αὕτη κατὰ τὸ η, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν γη, ηζ, ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ε, τετραγώνῳ διὰ τῆς θ': τοῦ α': τοῦ παρόντος, καὶ αἱ γη, ηζ, ἔσονται πλευραὶ τῶν ζητουμένων τετραγώνων. τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς γζ, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γδ, δζ, τετραγώνοις κατὰ τὴν μζ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς γζ, τετράγωνον ἴσον ἐστὶν ἔτι καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γη, ηζ, τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γη, ηζ, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ κατὰ τὴν δ': τοῦ β': τοῦ αὐτοῦ. ἄρα καὶ τὰ ὑπὸ τῶν γδ, δζ, τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν γη, ηζ, τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γη, ηζ, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Ἐπεὶ δ' αὖθις τὸ μὲν ἀπὸ τῆς δζ, τετράγωνον γέγονε διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ε, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν γη, ηζ, περιεχόμενον ἅπαξ ὀρθογώνιον ἴσον τῷ αὐτῷ τετραγώνῳ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ε, πάντως γε τὸ ἀπὸ τῆς δζ, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γη, ζη, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς γδ, τοῖς ἀπὸ τῶν γη, ηζ, τετραγώνοις, ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς γδ, ἴσον ἐστὶ τῷ α. Εὕρηνται ἄρα δύο τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν γη, ηζ, οἷς τὸ α, ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ε, τῷ ὑπὸ τῶν πλευρῶν αὐτῶν περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἦν τὸ προτεθέν.

Geom. Lib.6. Fig.32.



Τέλος τοῦ Ἕκτου τῆς Γεωμετρίας Βιβλίου.