



Τ Ρ Ι Γ Ω Ν Ο Μ Ε Τ Ρ Ι Α Σ
 Μ Ε Ρ Ο Σ Δ Ε Υ Τ Ε Ρ Ο Ν
 Β Ι Β Λ Ι Ο Ν Τ Ρ Ι Τ Ο Ν .

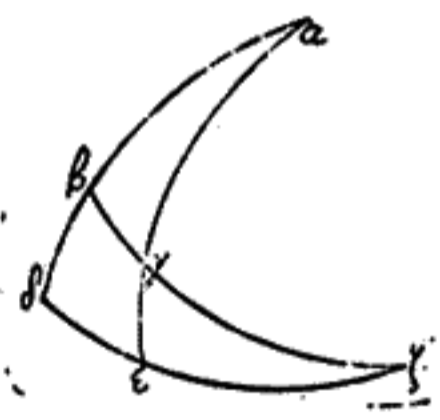
Π Ε Ρ Ι Δ Ι Α Λ Τ Σ Ε Ω Σ Σ Φ Α Ι Ρ Ι Κ Ω Ν Τ Ρ Ι Γ Ω Ν Ω Ν .

Πρότασις Α΄:

Παμπός σφαιρικῆ ὀρθογωνίῃ τριγώνῳ μιᾶς τῶν παρα' τινὶ ὀρθῶν γωνίῳ δοθείσης, ἢ τῆς προσκειμένης πλευρᾶς πρὸς τε τῆ ὀρθῆ γωνίᾳ, ἢ τῆ δοθείση, τινὶ λοιπῶν γωνίῳ εἶρημ.

Δ Οθήτω τῷ $αβγ$, σφαιρικῷ τριγώνῳ, ὀρθογωνίᾳ κατὰ τὸ $β$, ἢσε ὑπὸ $αγβ$, γωνία, καὶ $βγ$, πλευρᾶ, ἢ ζητηθῆτω ἢ πρὸς τῷ $α$, γωνία. Γενίθω δὴ ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $αγβ$, δοθείσης γωνίας, ἔστω τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματι τῆς $βγ$, δοθείσης πλευρᾶς πρὸς ἄλλοτε, ἢ εἶσαι τὸ ζητούμενον. Ἐξαχθήτω γὰρ ἑκατέρα τῶν $αβ$, $αγ$, κατὰ τὸ συνεχές, ὥστε εἶναι ἑκατέρα τῶν $αβδ$, $αγε$, ἴσῳν παραπληρώματι. καὶ ἀπὸ τῷ $α$, σημείω ὡς *Fig. Sfer. lib. 3. Fig. 1.*

ἀπὸ πόλεως γραφῆτω τὸ $δεζ$, τῆξον συμπίπτου τῆς $βγ$, ἐκβαλλομένη κατὰ τὸ $ζ$. καὶ ἐπεὶ τὰ $αδ$, $αε$, τῆξα παραπληρώματι κατὰ τινὶ κατασκευῶν, καὶ διὰ τῷ $α$, πόλεως τῷ $δεζ$, διέρχονται κύκλω, πάντως γὰρ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $αδε$, $αεζ$, ὀρθογώνιαι. ἀλλὰ δὴ καὶ ἢ ὑπὸ $αβγ$, ὀρθογώνιαι κατὰ τινὶ ὑπόθεσιν, ἄρα τὰ $ζεδ$, $ζγβ$, τῆξα παραπληρώματι, καὶ τὸ $ζ$, σημείον πόλος ἐστὶ τῷ $αβδ$, τῆξου ὥστε τῆς μετὰ $βγ$, πλευρᾶς παραπληρώματι τὸ $γζ$, τῷ δὲ $δε$, τῆξου τὸ $εζ$. ἐπεὶ δὲ τὸ $δε$, μίξον ἐστὶ τῆς πρὸς τῆ $α$, γωνίας κατὰ τὸν $β$: ὄρον, δῆλον ὅτι τὸ $εζ$, παραπληρώματι καὶ τῆς πρὸς τῷ $α$, γωνίας. ἐγνωσμένης ἄρα τῆς $βγ$, ἐγνωσται καὶ τὸ $γζ$, ἔστι δὲ καὶ ἢ ὑπὸ $ζγε$, γωνία ἴση τῆ ὑπὸ $αγβ$, κατὰ κορυφῶν, ἢ δὲ ὑπὸ $γεζ$, ὀρθή, ἄρα εὐθὺ γίνηται, ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς



X x x

ὑπό

530 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ: ΔΕΥΤΕΡΟΝ .

ὑπὸ $\zeta\gamma\epsilon$, γωνίας, ἢτοι τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, ἔπω τὸ ἡμίτονον τῆς $\gamma\zeta$, παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, πρὸς ἄλλο τι, ἔριθίσεται τὸ ἡμίτονον τῆς $\epsilon\zeta$, παραπληρώματος τῆς $\delta\epsilon$, δηλον: τῆς πρὸς τῷ α , γωνίας, καὶ τὴν $\iota\theta$: τῆς παρόντος. ἕτινος ἔριθίσεται ἐν τοῖς πίναξι τῶν ἡμίτων, γνωθίσεται τὸ $\delta\epsilon$, τόξον: ἐπεὶ δὲ τὸ μίθρον ἐστὶ τῆς πρὸς τῷ α , γωνίας, γνωθίσεται παύτως, καὶ ἡ πρὸς τῷ α , γωνία. ὅπερ ἠὲ τὸ ζητούμενον.

Η΄ Π Ρ Α Ξ Ι Σ .

Ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον

Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, δοθείσης γωνίας.

Ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς παραπληρ: τῆς $\beta\gamma$, δοθείσης πλάρ:

Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς παραπληρ: τῆς πρὸς τῷ α , γωνίας.

Α΄ Λ Λ Ω Σ .

Διωκτὸν δὲ καὶ ἔπως εἰπεῖν, ὡς ἡ πέμψασα τῆς $\beta\gamma$, δοθείσης πλάρᾶς, πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἔπω τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας πρὸς ἄλλο τι, καὶ ἔριθίσεται τὸ ἡμίτονον τῆς παραπληρώματος τῆς πρὸς τῷ α , γωνίας, ὡς καὶ πρὸς πρῶτον. καὶ γὰρ τὴν $\iota\theta$: τῆς α : βιβλ: τῆς α : μέρους τῆς παρόντος, ὡς ἡ πέμψασα τῆς $\beta\gamma$, πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἔπω τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς $\gamma\zeta$, παραπληρώματος. ὡς δὲ τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς $\gamma\zeta$, ἐστὶ καὶ τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\epsilon\gamma\zeta$, ἢτοι τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς $\epsilon\zeta$, παραπληρ: τῆς $\delta\epsilon$, ἢτοι τῆς πρὸς τῷ α , γωνίας καὶ τὴν $\iota\theta$: τῆς παρόντος. ἄρα ὡς ἡ πέμψασα τῆς $\beta\gamma$, πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἔπω τὸ ἡμίτ: τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς παραπληρ: τῆς πρὸς τῷ α , γωνίας.

Πρότασις Β΄:

Παντὸς σφαιρικῆς ὀρθογωνίης τριγώνου μίας τῶν παρὰ τὴν ὀρθὴν γωνίαν δοθείσης καὶ τῆς ἀπεραμτίου πλάρᾶς, τὴν λοιπὴν γωνίαν δειρεῖν.

Δοθήτω παρὰ τὴν $\alpha\beta\gamma$, ὀρθὴν γωνίαν τῆς $\alpha\beta\gamma$, τριγώνου γωνία μὲν ἡ πρὸς τῷ α , πλάρᾶ δὲ ἡ $\beta\gamma$, καὶ ζητηθήτω ἡ ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$. Γεγείθω δὲ ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, δοθείσης πλάρᾶς πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἔπω τὸ ἡμίτονον τῆς παραπληρώματος τῆς πρὸς τῷ α , γωνίας πρὸς ἄλλο τι, καὶ τὸ ἔριθίσεται ἔσαι ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας. Τῶν αὐτῶν γὰρ κατασκευασθέντων, τὸ $\gamma\epsilon\zeta$, τρίγωνον ὀρθογώνιον ἐστὶ κατὰ τὸ ϵ , διὰ τὸ εἶναι τεταρτημόρια τὰ $\alpha\delta$, $\alpha\epsilon$, τόξα. καὶ καὶ τὴν $\iota\theta$: τῆς παρόντος ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς $\gamma\zeta$, βάσειος πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\gamma\epsilon\zeta$, γωνίας, ἔπως ἐστὶ τὸ ἡμίτονον τῆς $\epsilon\zeta$, πλάρᾶς πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\epsilon\gamma\zeta$. ἐστὶ δὲ ἡ μὲν $\gamma\zeta$, βᾶσις παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, δοθείσης, τὸ δὲ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\gamma\epsilon$ ὀλικόν ἐστὶν ἡμίτονον, ἡ δὲ $\epsilon\zeta$.

εζ, πλάρα παραπλήρωμά ἐστι τῷ δε, τῷ ε, μίξου ὄντος τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας, καὶ ἡ ὑπὸ ε γ ζ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ β γ α, καὶ κορυφῶν. εἰ δὲ ἄρα γίνηται, ὡς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρῆ τῆς β γ, πλάρας, ὡς εἴρηται, πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας πρὸς ἄλλο τι, ἀριθῆσεται τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ α γ β, γωνίας, ὅπερ ἐν τοῖς πίναξι ἐπὶ ἡμιτόνων παρῆσται τῷ ὑπὸ α γ β, γωνίας. Δεῖ δὲ ἡ τῆς ζητουμένης γωνίας τὸ εἶδος ἐγνωσμένον εἶναι. τὸ γὰρ ἡμίτονον τῆς ὀξείας γωνίας ἡμίτονόν ἐστι καὶ τῆς ἀμβλείας, ὡς παραπλήρωμα ἕσης πρὸς δύο ὀρθαῖς, κατὰ τὸν ι γ: ὅρον τῷ α: τῷ α: μέρει. ἡ ἐγνωσμένον εἶναι τὸ εἶδος τῆς α β. εἰ μὲν γὰρ ἡ α β, περτημόριον ἦ, πᾶσι γινεῖται καὶ ἡ α γ, περτημόριόν ἐστι καὶ τῷ α: πόρισμα τῆς κ β: τῷ παρόντος, καὶ ἡ ὑπὸ α γ β, γωνία ὀρθή. εἰ δὲ ἐλάττων περτημορίου ἦ ἡ α β, ἡ ὑπὸ α γ β, γωνία ὀξεία ἔσται. εἰ δὲ πλεοναίον ἦ ἡ α β, μείζων εἴη περτημορίου, ἡ ὑπὸ α γ β, ἀμβλεία ἔσται. τὰ αὐτὰ συμβαίνει καὶ ἡ α γ, γωνίῃ, ὡς ἐγνωσμένον τῷ εἶδος τῆς ὑπὸ α γ β, γωνίας, ἡ τῆς α β, πλάρας, ἡ τῆς α γ, βάσειος, ἀμφιβολία ἐπὶ τῆς ἀράξιως ἔκ ἔσται. εἰ δὲ μὴ, τὸ ἀριθῶν ἡμίτονον αὐτὶ τῷ πέριπτον ὅρου ἔκ ἔσται παραστατικὸν ὀρισμένον τινός, δύναται γὰρ καὶ αὐτὶ τῆς ὀξείας, καὶ αὐτὶ τῆς ἀμβλείας λαμβάνεσθαι.

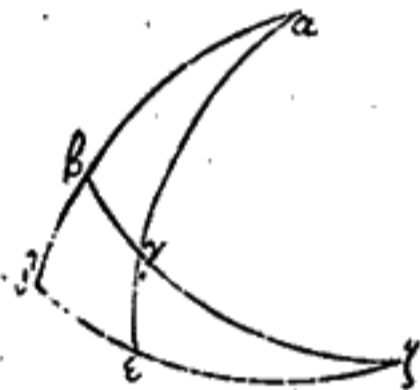


Fig. Sfer. lib. 3. Fig. 2.

Α Λ Λ Ω Σ.

Γενίθω καὶ ἔτω, ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τῷ τέμνησαν τῆς β γ, δοθείσης πλάρας, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρῆ τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας πρὸς ἄλλο τι, καὶ ἀριθῆσεται τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ α γ β, ζητουμένης γωνίας. καὶ γὰρ εἰ δὲ τῷ α: βιβλίον τῷ α: μέρει τῷ παρόντος ὡς τὸ ἡμίτονον τῷ γ ζ, παραπληρῆ πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἔτω τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τῷ τέμνησαν τῆς β γ, πλάρας. ἀλλ' ὡς τὸ ἡμίτονον τῷ γ ζ, πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, δέδεικται εἶναι καὶ τὸ ἡμίτονον τῷ ε ζ, παραπληρῆ πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας, ἄρα κατὰ τῷ ι α: τῷ ε: τῷ Στοιχειωτῷ, ἔσται καὶ ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τῷ τέμνησαν, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρῆ τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ α γ β, γωνίας.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Α:

Ὡς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς β γ, πλάρας
 Πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον,
 Οὕτω τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας
 Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ α γ β, γωνίας.

E.γ.Δ της Κ.τ.Π
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

532 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ: ΔΕΥΤΕΡΟΝ

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Β':

Ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον

Πρὸς τὴν πένυσιν τῆς βγ, πλάρᾳς.

Οὕτω τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματι τῆς ἀπὸς τῆς α, γωνίας.

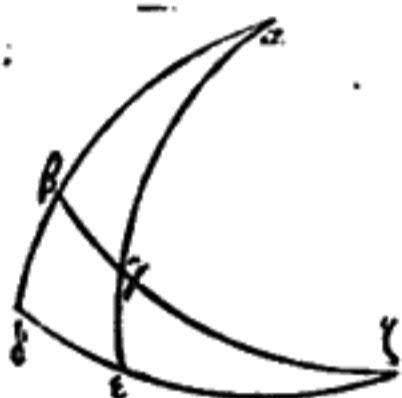
Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ α γ β, γωνίας.

Πρότασις Γ':

Βάσεις σφαιρικῶν ὀρθογωνίων τριγώνων δοθείσης, καὶ μιᾶς πλάρᾳς τῆς περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, εἴρημ τὴν γωνίαν ὑφ' ἧς ἡ δοθεῖσα ὑποτείμη πλάρᾳ.

Δοθέντα τὰ α β γ, σφαιρικῶν ὀρθογωνίων τριγώνων καὶ τὸ β, ἢ π α γ, βάσεις, καὶ β γ, πλάρᾳ, καὶ ζητηθέντα ἢ ἀπὸς τῶ α, γωνία. Γνωρίζω δὲ ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς α γ, βάσιως ἀπὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, εἶπω τὸ ἡμίτονον τῆς β γ, πλάρᾳς πρὸς ἄλλο τι, καὶ εἶσαι τὸ ζητούμενον. καὶ γὰρ τὴν ια: τῷ παρόντι, ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς α γ, πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ α β γ, εἶπω τὸ ἡμίτονον τῆς β γ, πλάρᾳς πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ἀπὸς τῶ α, ζητούμενης γωνίας. ἀλλὰ τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ α β γ, ὀρθῆς γωνίας ὀλικόν ἐστιν ἡμίτονον, ἄρα εἰς γνήσια ὡς προηρημύδαται, ὑγιῆς εἶσαι ἢ πράξις.

Trig.Sfer.lib.3. Fig.3.



Λ' Λ Λ Ω Σ.

Ἡ γὰρ γνωρίζω, ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν πένυσιν τῷ παραπληρώματι τῆς α γ, βάσιως, εἶπω τὸ ἡμίτονον τῆς β γ, πρὸς ἄλλο τι, καὶ εἶσαι ἡμίτονον τῆς ζητούμενης γωνίας. ἐπεὶ γὰρ τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον μίσην ἐστὶν ἀνάλογον τῷ ἡμίτονου τῆς α γ, βάσιως, καὶ πένυσης τῷ παραπληρώματι τῆς αὐτῆς, κατὰ τὴν Δ': τῷ πρώτῳ βιβλίου τῷ α: μίρους τῷ παρόντι, πάντως γι' ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς α γ, πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, εἶπω εἰς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν πένυσιν τῷ παραπληρώματι τῆς α γ. ἀλλ' ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς α γ, πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἔχει καὶ τὸ ἡμίτονον τῆς β γ, πλάρᾳς πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ἀπὸς τῶ α, γωνίας, ἄρα καὶ ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν πένυσιν τῷ παραπληρώματι τῆς α γ, οὕτω τὸ ἡμίτονον τῆς β γ, πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ἀπὸς τῶ α, γωνίας, καὶ τὴν ια: τῷ ε: τῷ στοιχειωτῷ. εἰρημύδατος δὲ τῷ ἡμίτονου τῆς ἀπὸς τῶ α, γωνίας, ἀχίρως εἰσάγεται καὶ ἢ πρὸς τῶ α, γωνία ἐν τοῖς πίναξι τῶν ἡμιτόνων καὶ τῶν προηρημύδα.

Π Ρ Α Ξ

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Α΄

Ὡς τὸ ἥμισυ πρὸς α γ:

Πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον.

Οὕτω τὸ ἡμίτονον πρὸς β γ:

Πρὸς τὸ ἡμίτονον πρὸς τῆς α, γωνίας.

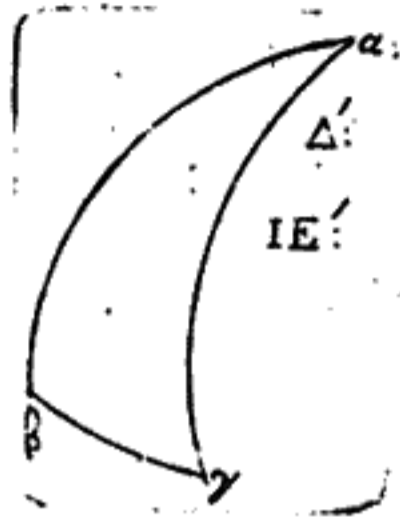
Π Ρ Α Ξ Ι Σ Β΄

Ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον,

Πρὸς τὴν πένυσα τῆ παραπλ: πρὸς α γ:

Οὕτω τὸ ἡμίτονον πρὸς β γ:

Πρὸς τὸ ἡμίτονον πρὸς τῆς α, γωνίας.



Πρότασις Δ΄

Τῶν πλῆρῶν ὀρθῶν σφαιρικῶν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, τὰς παρὰ τὴν ὀρθὴν αὐτῆ γωνίας ἄρῃν.

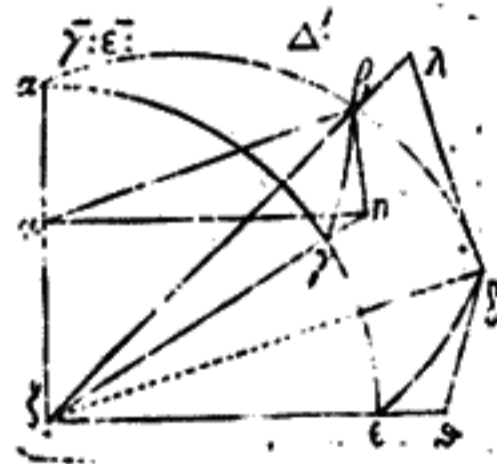
Λοθῆναι τὸ α β γ, σφαιρικῶ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ κατὰ τὸ β, αἱ α β, β γ, πλάρῃ, καὶ ζητηθῆτω ἢ ὑπὸ β α γ, γωνία. Γενίθω δὴ ὡς τὸ ἡμίτονον πρὸς α β, πλάρῃς πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἕπως ἢ ἀπομένῃ πρὸς β γ, πλάρῃς πρὸς ἄλλο τι, καὶ ἴσαι τὸ ζητούμενον. καὶ γὰρ τὴν α δ: τὴν α γ: τὸ παρόντος, ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον πρὸς α β, πλάρῃς, ἕπως ἴσιν ἢ ἀπομένῃ πρὸς ὑπὸ β α γ, γωνίας πρὸς τὴν ἀπομένῃ πρὸς β γ, πλάρῃς. ὡς καὶ ἀνάπαλιον ὡς τὸ ἡμίτονον πρὸς α β, πλάρῃς πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἕπως ἢ ἀπομένῃ πρὸς β γ, πρὸς τὴν ἀπομένῃ πρὸς ὑπὸ β α γ, γωνίας. ἀριθείσης δὲ πρὸς ἀπομένῃ πρὸς ὑπὸ β α γ, γωνίας, γνωθῆσεται πάσι καὶ ἢ ταύτης γωνία.

Ζητηθῆτω β΄: ἢ πρὸς τῆς γ, γωνία. εἰς εὐρισιν οὐκ καὶ ταύτης γενίθω ὡς τὸ ἡμίτονον πρὸς β γ, πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἕπως ἢ ἀπομένῃ πρὸς α β, πλάρῃς πρὸς ἄλλο τι, καὶ ἴσαι ἢ ἀπομένῃ πρὸς ὑπὸ β γ α, γωνίας, ἢ δεῖξαι ἢ αὐτῆ.

Trig. Sfer. lib. 3. Fig. 4.

Λ Ξ Λ Ω Σ.

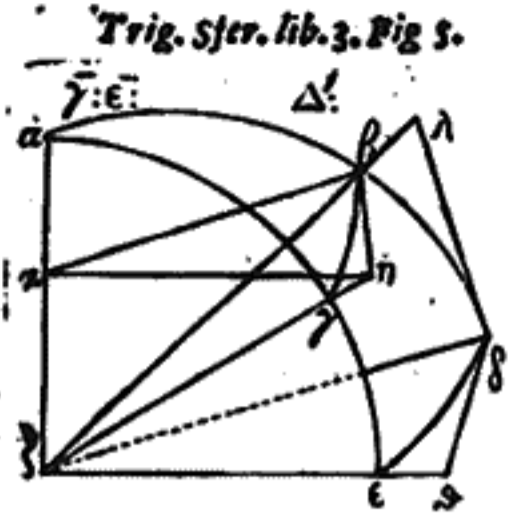
Γενίθω ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τὴν πένυσα τῆ παραπληρώματος πρὸς α β, πλάρῃς, ἕπως ἢ ἀπομένῃ πρὸς β γ, πλάρῃς πρὸς ἄλλο τι, καὶ ἀριθείσεται ἢ ἀπομένῃ πρὸς ὑπὸ β α γ, γωνίας. Ἐξαχθήναι γὰρ αἱ α β, α γ, καὶ τὸ συνεχῆς ἐπὶ τὰ δ καὶ ε, σημεία, ὡς καὶ α δ, α ε, τῶν παραπληρώματα εἶναι. καὶ ἐπιζῆχθῶσαι αἱ ζ α, ζ β, ζ δ, ζ ε, ἡμιδιάμετροι ἀπὸ τῆς ζ, κέντρου πρὸς σφαίρας ἀρχόμεναι. καὶ συσταθῆναι καθεῖται ἐπὶ μὲν πρὸς ζ β, ἢ β η, συμπιπτουσα τῆς ζ γ,



εἶναι

534 ΤΡΙΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ: ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ἐκβαλλομένη κτὶ τὸ η, ἐπὶ δὲ πῆς ζ δ, ἢ πε δ θ, συμπίπτουσα πῆς ζ ε, ἐκβαλλομένη κτὶ τὸ θ, κὶ δ λ, συμπίπτουσα πῆς ζ β, ἐκβαλλομένη κτὶ τὸ λ. ἀπὸ δὲ τῶ β, παράλληλος πῆς ζ δ, ἢ χ θ ω ἢ β κ, καὶ ἐπιζεύχθω ἢ κ η. καὶ ἐπεὶ ἢ κ β, παράλληλος ἦκται πῆς ζ δ, πάσι γωνίαι ὑπὸ κ β ζ, γωνία ἴση ἐστὶ πῆς ὑπὸ β ζ δ, ἐναλλάξ. ἴσι δὲ καὶ ἢ ὑπὸ β κ ζ, ἴση πῆς ὑπὸ ζ δ λ, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα, ἄρα καὶ λοιπὴ ἢ ὑπὸ κ ζ β, λοιπὴ πῆς ὑπὸ ζ λ δ, ἴση ἐστὶν. ὥστε τὰ κ β ζ, ζ λ δ, τρίγωνα ἰσο-



γωνία ἐστίν, ἄρα ὡς ἢ κ β, πρὸς τὴν β ζ, ὥτως ἢ δ ζ, πρὸς τὴν ζ λ, ἀλλ' ἢ μὲν κ β, ὀρθὸν ἐστὶν ἢμίτονον πῆς α β, ἢ δὲ β ζ, ὀλικὸν ἢμίτονον, ὥσπερ καὶ ἢ ζ δ, ἢ δὲ ζ λ, πέννησά ἐστι τῶ β δ, παραπληρώματος πῆς α β, πλάρᾳς κατὰ τὸν ι θ: ὄρον τῶ α: τῶ α: μέρους, ἄρα ὡς τὸ ὀρθὸν ἢμίτονον πῆς α β, πλάρᾳς πρὸς τὸ ὀλικὸν ἢμίτονον, ὥτω τὸ ὀλικὸν ἢμίτονον πρὸς τὴν πέννησαν τῶ παραπληρώματος πῆς α β, ἀλλ' ὡς τὸ ὀρθὸν ἢμίτονον πῆς α β, πλάρᾳς πρὸς τὸ ὀλικὸν ἢμίτονον, ἴσι καὶ ἢ ἀπτομένη πῆς β γ, πρὸς τὴν ἀπτομένην πῆς ὑπὸ β α γ, γωνίας, κατὰ τὸ α: πρόσιμα τῆς ι θ: τῶ α: τῶ παρόντος, ἄρα καὶ ὡς τὸ ὀλικὸν ἢμίτονον πρὸς τὴν πέννησαν τῶ παραπληρώματος πῆς α β, γωνίας, ὥτως ἢ ἀπτομένη πῆς β γ, πλάρᾳς πρὸς τὴν ἀπτομένην πῆς ὑπὸ β α γ, γωνίας, ἥτις ἀριθεῖσα ἐπιπείραξι τῶ ἢμίτωνων ἀπτομένων τε, καὶ πέννησῶν δείξει σοὶ πόσων αὐτῶν μοιρῶν ἢ ὑπὸ β α γ, γωνία. Τὸν αὐτὸν τρόπον ἀριθεύεται καὶ ἢ ὑπὸ α γ β, γωνία. τῶ πλάρῶν ἄρα δευτέρων σφαιρικῶ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ εὔρηται αἱ τῆς γωνίας.

Π Ρ Α' Ξ Ι Σ Δ':

- Ὡς τὸ ἢμίτ: τῆς α β, πλάρᾳς
- Πρὸς τὸ ὀλικὸν ἢμίτονον.
- Ὡς τὸ ὀλικὸν ἢμίτονον πρὸς τὴν πέννησαν τῶ παραπληρώματος πῆς α β, πλάρᾳς
- Πρὸς τὴν ἀπτομένην πῆς ὑπὸ β α γ, γωνίας.

Π Ρ Α' Ξ Ι Σ Β':

- Ὡς τὸ ὀλικὸν ἢμίτονον,
- Πρὸς τὴν πέννησαν τῶ παραπληρώματος πῆς α β, πλάρᾳς
- Ὡς τὸ ὀλικὸν ἢμίτονον πρὸς τὴν πέννησαν τῶ παραπληρώματος πῆς α β, πλάρᾳς
- Πρὸς τὴν ἀπτομένην πῆς ὑπὸ β α γ, γωνίας.

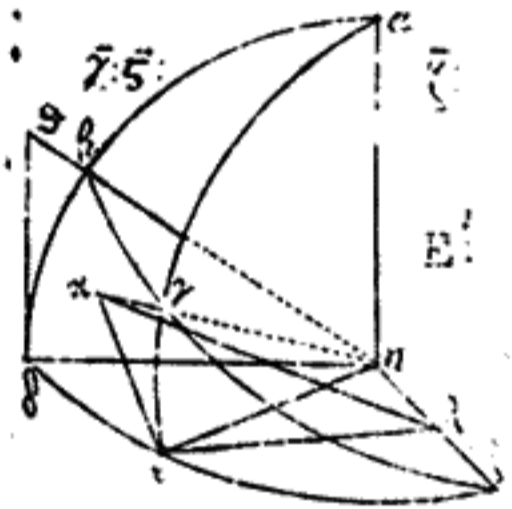
Πρότασις Ε':

Βάσειος δοθείσης καὶ μιᾶς πλάρᾳς σφαιρικῶ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, τὴν ὑπ' αὐτῶν περιεχομένην γωνίαν ἀρεῖν.

Δοθέντω τῶ α β γ, σφαιρικῶ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ καὶ τὸ β, ἢ πε α γ, βάσις,

καὶ αβ, πλάρα. καὶ ζητηθῆτω ἡ ὑπὸ βαγ, γωνία ἢ ὑπ' αὐτῶν περιεχομένη. Γενέσθω δὲ ὡς ἡ ἀπτομένη τῷ παραπληρώματος τῆς αβ, πλάρας ἀπὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ἕτως ἡ ἀπτομένη τῷ παραπληρώματος τῆς αγ, βάσειος ἀπὸς ἄλλο τι, κακεῖνο ἔσαι ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς ζητωμένης γωνίας, ἢτοι τῆς ὑπὸ βαγ. ἕτινος ὀριθούτος ἐν τοῖς πίναξι τῶν ἡμιτόνων, γνωσθήσεται τὸ παραπλήρωμα τῆς ὑπὸ βαγ, γωνίας, ὅπερ ἀφαιρέσθαι ἀπὸ τῆς ὀρθῆς δώσει σοι τὴν ζητωμένην γωνίαν. Ἐξαχθήτωσαν γὰρ καὶ τὸ σωμαχίς αἱ αβ, αγ, ἀχρεῖς αὐ γίνηται ἑκατέρα ἴση πταρτημορίῳ. καὶ ἔσωσαν αὐταὶ αἱ αβδ, αγε. Ἐξαχθήτω ἔτι καὶ ἡ βγ, πλάρα ἐπὶ τὸ ζ, ὡς καὶ τὸ βγζ, τόξον ἴσον εἶναι πταρτημορίῳ, καὶ διὰ τῆς δεζ, γραφήτω τὸ δεζ, τόξον. εἴτα ἀπὸ τῆς η, κέντρου τῆς σφαιρας ἀχθήτωσαν αἱ ηα, ηβ, ηγ, ηδ, ηε, ηζ, δειχθῆσαι. ἀπὸ δὲ τῆς δ, σημείου ἀνιστάθω κάθιστος ἐπὶ τῆς δη, ἢ δθ, συμπίπτουσα τῇ ηβ, ἐκβαλομένη κατὰ τὸ θ, ἀπὸ δὲ τῆς ε, ὁμοίως ἀνιστάθω μὲν κάθιστος ἐπὶ τῆς ηε, ἢ εκ, συμπίπτουσα τῇ ηγ, ἐκβαλομένη καὶ αὐτῇ κατὰ τὸ κ. πίπτουσα δὲ ἀπὸς ὀρθῆς ἐπὶ τῷ ηζ, ἢ ελ, καὶ ἐπιζάχθω ἡ λκ. Δείκνυται. Ἐπεὶ τὸ αβδ, πταρτημόριον ἔστι, πάντως γὰρ διὰ τῆς πόλως τῆς δεζ, τόξου διέρχεται, καὶ ἀπὸς ὀρθῆς αὐτὸ τέμνει, κατὰ τῷ ιβ': τῷ α': τῶν Σφαιρικῶν. ἢ δὲ ηδ, κοινή ἐστι τομῇ τῆς αβδ, καὶ δεζ, ἀλλ' ἡ δθ, ἀπὸς ὀρθῆς ἐστὶν ἐπὶ τῆς δη, καὶ τῷ κατασκέδῳ, ἄρα, καὶ τὸ πόρισμα τῆς ιε': τῷ γ': τῆς Στοιχειωτῆς, ἢ δθ, ἀπτεται τῷ βδ, τόξου. διὰ τὰ αὐτὰ δειχθήσεται ὅτι καὶ ἡ ηε, ἀπτεται τῷ γε, τόξου. Ἀφθίς ἐπεὶ ἡ ηβθ, κοινή ἐστι τομῇ τῆς αβδ, καὶ βγζ, πάντως γὰρ ἐν τῇ τῷ βγζ, ἐπιπέδῳ ἐστὶν, ἔστι δὲ καὶ ἡ ηζ, ἐν τῇ τῷ βγζ, ἐπιπέδῳ, ὡσπερ καὶ ἡ ηγκ, ἄρα καὶ ἡ κλ, ἐν τῇ τῷ βγζ, ἐπιπέδῳ ἐστὶν, κατὰ τὴν α': τῷ α': τῶν Στιριῶν. ἀλλ' ἑκατέρα τῆς ηθ, λκ, ἀπὸς ὀρθῆς ἐστὶν ἐπὶ τῆς ηζ, ὡς ὀψόμιθῳ, ἄρα παράλληλοι εἰσι καὶ τὸν ε': τῷ αὐτῷ. ἐπεὶ δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν δη, ελ, παράλληλοι εἰσι διὰ τὰ αὐτὰ, πάντως γὰρ καὶ τῷ ι': τῷ αὐτῷ αἱ ὑπὸ δηθ, ελη, γωνίαι ἴσαι εἰσιν. ἀλλὰ καὶ αἱ ὑπὸ θδη, κελ, ἴσαι εἰσιν, ὀρθῆ γὰρ ἑκατέρα, ἄρα τὰ θδη, κελ, τρίγωνα ἰσογώνια εἰσι, καὶ καὶ τῷ δ': τῷ ε': τῆς Στοιχ: ὡς ἡ θδ, ἀπὸς τῆς δη, ἕτως ἐστὶν ἡ κε, ἀπὸς τῷ ελ. ἐλλ' ἡ μὲν θδ, ἀπτομένη ἐστὶ τῷ βδ, παραπληρώματος τῆς αβ, πλάρας, ἢ δὲ δη, ὀλικὸν ἡμίτονον, ἢ δὲ κε, ἀπτομένη τῷ γε, παραπληρ.

Fig. Sfer. lib. 3. Fig. 6.



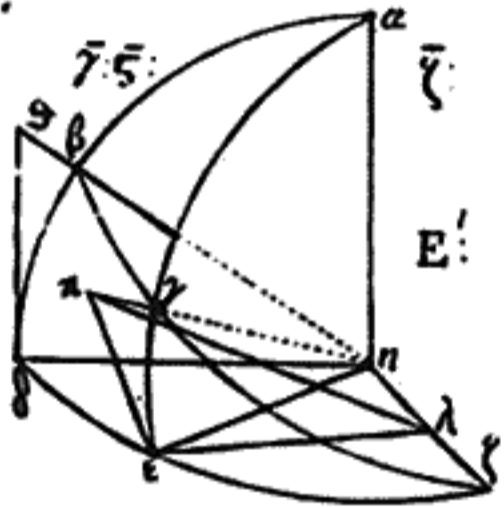
§ 36 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ: ΔΕΥΤΕΡΟΝ

πληρώματος τῆς $αγ$, βάσειως, ὡς δίδεται, καὶ ἡ $ελ$, ὀρθὸν ἡμίτονον, τῷ $εζ$, παραπληρώματος τῆς $δε$, ἥτοι τῆς ἑπὶ τῆς $α$, γωνίας, μίξον γὰρ τὸ $δε$, τόξον τῆς αὐτῆς γωνίας, ἄρα ἐὰν γινῆται ὡς ἡ ἀπτομένη τῷ παραπληρώματος τῆς $αβ$, πλάρᾳς ἑπὶ τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ἕπως ἡ ἀπτομένη τῷ παραπληρώματος τῆς $αγ$, βάσειως ἑπὶ ἄλλο τι, ἀριθῆσεται, ὡς εἴρηται, τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς ἑπὶ τῆς $α$, ζητούμενης γωνίας, καὶ δὲ αὐτῷ γνωσθῆσεται καὶ ἡ γωνία.

Ὅτι δὲ ἑκατέρω τῶν $ηθ$, $λκ$, ὀρθή ἐστιν ἐπὶ τῆς $ηζ$, δῆλον. ἡ μὲν γὰρ $ηθ$, κοινὴ ἐστὶ τομὴ τῶν $βγζ$, καὶ $αβδ$, τόξου. ἐπεὶ δὲ τὸ $βγ$, τόξον ὀρθόν ἐστιν ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῶν $αβδ$, πᾶσις γὰρ καὶ ἡ $ζη$, ὀρθή ἐστιν ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ $αβδ$, ὡς ὀρθή ἐστι καὶ ἑπὶ τῶν $ηθ$, κατὰ τὸν $γ$: ὅρον τοῦ $α$: ἢ Στεριῶν. ἐπεὶ δὲ ἡ $λκ$, ἐν τῇ αὐτῇ ἐστὶ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ καὶ ἡ $ελ$, καὶ τῶν $ε$: τῷ αὐτῷ, ἐπὶ δὲ τῆς $ελ$, ὀρθή ἐστιν ἡ $ζη$, ἄρα ἡ $ζη$, ὀρθή ἐστι καὶ ἐπὶ τῆς $λκ$, ὡς καὶ ἀνάπαλιν ἡ $λκ$, ὀρθή ἐστιν ἐπὶ τῆς $ζη$, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $δη$, ὀρθή ἐπὶ τῆς $ζη$, διὰ τὸ παρακμῶδες εἶναι τὸ $δεζ$, δίδεται δὲ καὶ ἡ $μθ$, ὀρθή ἐπὶ τῆς αὐτῆς $ζη$, ἑκατέρω ἄρα τῶν $ηθ$, $λκ$, ὀρθή ἐστιν ἐπὶ τῆς $ζη$.

Λ Λ Λ Ω Σ.

Γινώσκω ἔτι ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἑπὶ τὴν ἀπτομένην τῆς $αβ$, πλάρᾳς, ἕπως ἡ ἀπτομένη τῶν $γε$, παραπληρώματος τῆς $αγ$, πλάρᾳς ἑπὶ ἄλλο τι, καὶ ἀριθῆσεται ὁμοίως τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς ἑπὶ τῆς $α$, γωνίας. μίξον γὰρ ἐστὶν ὡς εἴρηται τὸ $δε$, τόξον τῆς ἑπὶ τῆς $α$, γωνίας. κατὰ γὰρ τῶν $ε$: τῷ $α$: βιβλ: τῶν $α$: τμήματος τῷ παρόντος, ὡς ἡ ἀπτομένη τῶν $δβ$, παραπληρώματος τῆς $αβ$, πλάρᾳς ἑπὶ τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ἕπως ἐστὶ τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἑπὶ τὴν ἀπτομένην τῆς $αβ$, πλάρᾳς. ἀλλ' ὡς ἡ ἀπτομένη τῶν $δβ$, παραπληρώματος τῆς $αβ$, πλάρᾳς ἑπὶ τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἐστὶ καὶ ἡ ἀπτομένη τῶν $γε$, παραπληρώματος τῆς $αγ$, βάσειως ἑπὶ τὸ ἡμίτονον τῷ $εζ$, παραπληρώματος τῆς ἑπὶ τῆς $α$, γωνίας, ἄρα κατὰ τῶν $ε$: τῷ $α$: τῷ Σοιχειῶν, ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἑπὶ τὴν ἀπτομένην τῆς $αβ$, πλάρᾳς, ἕπως ἡ ἀπτομένη τῷ παραπληρώματος τῆς $αγ$, βάσειως ἑπὶ τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς ἑπὶ τῆς $α$, γωνίας.



Trig. Ster. lib. 3. Fig. 7.

ΠΡΑΞΙΣ Α΄

Ὡς ἢ ἀπομνή τῷ παραπληρώματος τῆς α β, πλώρᾳς

Πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον

Οὕτως ἢ ἀπομνή τῷ παραπληρώματος τῆς α γ, βάσει.

Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς ἀπὸ τῆς α, γωνίας.

ΠΡΑΞΙΣ Β΄

Ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον

Πρὸς τὴν ἀπομνή τῆς α β, πλώρᾳς.

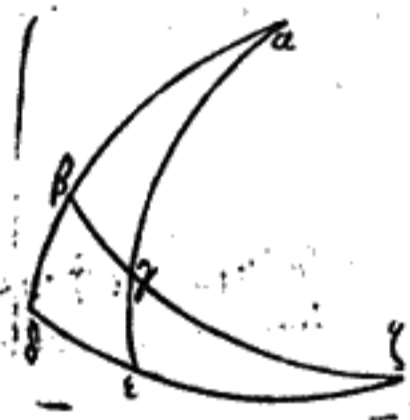
Οὕτως ἢ ἀπομνή τῷ παραπληρώματος τῆς α γ, βάσει.

Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς ἀπὸ τῆς α, γωνίας.

Πρότασις ς΄

Βάσις καὶ μιᾶς γωνίας, τῆς παρὰ τὴν ὀρθὴν, δοθείσης σφαιρικῆς ὀρθογωνίᾳ ῥιζῶν, τὴν λοιπὴν γωνίαν ἀρεῖν.

Ἐστω ῥιζῶν σφαιρικὸν τὸ α β γ, ὀρθογώνιον καὶ τὸ β, καὶ δοθείσης τῆς π α γ, βάσις, καὶ ὑπὸ α γ β, γωνίας, ζητήσω ἢ ἀπὸ τῆς α, γωνία. Τούτω δὴ ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἀπὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς α γ, δοθείσης βάσις, ὡς ἢ ἀπομνή τῆς ὑπὸ α γ β, δοθείσης γωνίας ἀπὸς ἄλλο τι, καὶ τὸ ἀρεῖν εἶναι ἢ ἀπομνή τῷ παραπληρώματος τῆς ἀπὸς τῆς α, γωνίας. Ἀναπιπληρώσθωσαν γὰρ τὰ τὸ α β δ, α γ ε, πταρτημόρια, καὶ τὰ β γ ζ, δεζ. καὶ ἐπεὶ τὸ γ ε ζ, ὀρθογώνιον εἶναι κατὰ τὸ ε, πῶπως γὰρ κατὰ τὴν ε δ: τὸ β: τὸ παρόντος, ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἀπὸς τὸ ἡμίτονον τῆς γ ε, πλώρᾳς, ὡς ἢ ἀπομνή τῆς ὑπὸ ε γ ζ, γωνίας ἀπὸς τὴν ἀπομνή τῆς ε ζ, ὑποτεινύσης τῆς αὐτῆς ὑπὸ ε γ ζ, γωνίας. ἀλλ' ἢ μὲν γ ε, παραπλήρωμά εἶναι τῆς α γ, δοθείσης βάσις, ἢ δὲ ὑπὸ ε γ ζ, γωνία ἴση εἶναι τῇ ὑπὸ β γ ε, καὶ κορυφῶν, καὶ ἢ ε ζ, παραπλήρωμα ὁμοίως εἶναι τῆς ἀπὸς τῆς α, γωνίας, διὰ τὸ μέγιστον εἶναι τῆς αὐτῆς γωνίας τὸ δ ε, τόξον, οὐ παραπλήρωμά εἶναι τὸ ε ζ. ἄρα εἴαν γινῆται ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἀπὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς α γ, δοθείσης βάσις, ὡς ἢ ἀπομνή τῆς ὑπὸ α γ β, γωνίας ἀπὸς ἄλλο τι, γινώσκονται ἢ ἀπομνή τῷ παραπληρώματος τῆς ἀπὸς τῆς α, γωνίας, ὡς ἀποείρηται. ταύτης δὲ ἀρεῖσθαι ἐν τοῖς πίναξι τῆς ἡμίτονων ἀπομνίων τε καὶ πμυσῶν, γινώσκονται καὶ ἢ ἀπὸς τῆς α, γωνία, καὶ τὰ ἐκεῖ εἰρημένα. ὅπερ ἔστι τὸ ζητούμενον.



Υ γ υ ΠΡΑ΄

538 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ. ΔΕΥΤΕΡΟΝ

Π Ρ Α Ξ Ι Σ .

Ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτοιον

Πρὸς τὸ ἡμίτοιον τῷ παραπληρώμ: τῆς $αγ$, βάσει,

Οὕτως ἢ ἀπομένει τῆς ὑπὸ $αγβ$, γωνίας

Πρὸς τὴν ἀπομένειν τῷ παραπληρώμ: τῆς ἐπὶ τῷ $α$, γωνίας.

Ἐπὶ τῆς παρουσίας προτάσεως οὐδὲμία ἀμφιβολία ἐστὶ, κατὰ γὰρ τὸ β': πόρισμα τῆς $αβ$: τῷ $α$: τῷ παρόντος, ὁγνωσμένης τῆς $αγ$, γινώσκονται καὶ αἱ ὑπὸ $βαγ$, $βγα$, γωνίαι ποῖα εἶδος εἰσὶν, ὁγνωσμένης δὲ καὶ τῆς ὑπὸ $βγα$, γινώσκονται καὶ ἡ ὑπὸ $βαγ$.

Πρότασις Ζ':

Βάσεως δοθείσης ἓ μιᾶς γωνίας τῆς κατὰ τὴν ὀρθὴν σφαιρικῆ ὀρθογωνίᾳ ῥιγώμ, τὴν ὑποτείνουσαν τῆς δοθείσης γωνίας ἀρεῖν.

- Δοθήτω τῷ $αβγ$, σφαιρικῆ ὀρθογωνίᾳ ῥιγώμ ἢ π $αγ$, βάσις, καὶ ἡ ὑπὸ $βαγ$, γωνία, καὶ ζητηθήτω ἡ $βγ$, πλάρα. Γινώσκω δὲ ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτοιον πρὸς τὸ ἡμίτοιον τῆς πρὸς τῷ $α$, δοθείσης γωνίας, ἔτω τὸ ἡμίτοιον τῆς $αγ$, βάσει πρὸς ἄλλοτι, καὶ ἔσαι τὸ ζητούμενον. καὶ γὰρ τὴν $αβ$: τῷ $α$: τῷ παρόντος τὰ ἡμίτοια τῶν γωνιῶν τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς τὰ ἡμίτοια τῶν πλάρων.

Πρότασις Η':

Βάσεως δοθείσης σφαιρικῆ ὀρθογωνίᾳ ῥιγώμ, ἓ μιᾶς πλάρας, τὴν λοιπὴν ἀρεῖν πλάρα.

Δοθήτω τῷ $αβγ$, σφαιρικῆ ὀρθογωνίᾳ ῥιγώμ ἢ π $αγ$, βάσις, καὶ $βγ$, πλάρα, καὶ ζητηθήτω ἡ $αβ$. Γινώσκω δὲ ὡς τὸ ἡμίτοιον τῷ παραπληρώμ: τῆς $βγ$, πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτ: ἔτω τὸ ἡμίτ: τῷ παραπληρώμ: τῆς $αγ$, βάσει πρὸς ἄλλοτι, καὶ γινώσκονται τὸ ἡμίτοιον τῷ παραπληρώματος τῆς $αβ$. Ἀποπληρωθέντος γὰρ τῷ σχήματος ὡς προσημειώσται, ἔσαι δὴ πνευθεῖν κατὰ τὴν $αβ$: τῷ $α$: τῷ παρόντος ὡς τὸ ἡμίτοιον τῆς $γζ$, πλάρας τῷ $γεζ$, σφαιρικῆ ὀρθογωνίᾳ ῥιγώμ κατὰ τὸ $ε$, πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτοιον, ἔτω τὸ ἡμίτοιον τῆς $γε$, πλά-

Τρίγ. Στ. lib. 3. Fig. 9.



ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ. 539

ρᾶς τῷ αὐτῷ πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ἑπὶ τῷ ζ, γωνίας. ἀλλ' ἢ μὲν γζ, βάσις
 παραπληρώματι τῆς βγ, δοθείσης, ἢ δὲ γι, παραπλήρωμα τῆς αγ, καὶ
 τῆς ἑπὶ τῷ ζ, γωνίας μίξον ἔσιν ἢ βδ. ἄρα εἰάν γένηται ὡς τὸ ἡμίτονον τῷ
 παραπληρώματι τῆς βγ, ἑπὶ τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, οὕτω τὸ ἡμίτονον τῷ παρα-
 πληρώματι τῆς αγ, δοθείσης βάσειος ἑπὶ ἄλλοτι, γνωθῆσεται τὸ ἡμίτονον
 τῆς βδ. αὐτὸ δ' ἔστι παραπλήρωμα τῆς αβ, ζητούμενης, γνωθῆσεται ἄρα τὸ
 ἡμίτονον τῷ παραπληρώματι τῆς αβ, ἕτινος ἀριθέτου ἐν ταῖς πίναξι τῷ ἡ-
 μιτόνων ἀπομένῳ τῷ πμυσῶν, γνωθῆσεται ἢ αβ.

Α' Λ Λ Ω Σ.

Γνωθῶν ἔτι ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν πμυσαυ τῆς βγ, οὕτω τὸ ἡμί-
 τονον τῷ παραπληρώματι τῆς αγ, δοθείσης βάσειος πρὸς ἄλλοτι, καὶ γνω-
 θῆσεται τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματι τῆς αβ, ζητούμενης πλῆρᾶς, ὡς καὶ
 ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω πράξεως. κατὰ γὰρ τὴν θ': τῷ α': βιβλίου τῷ α': μίρκης τῷ
 παρόντος, ὡς τὸ ἡμίτονον τῷ γζ, παραπληρώματι τῆς βγ, πρὸς τὸ ὀλικὸν
 ἡμίτονον, οὕτω τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν πμυσαυ τῆς βγ, πλῆρᾶς. ἀλλ'
 ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς γζ, πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, οὕτως ἔστι καὶ τὸ ἡμίτονον τῷ
 γι, παραπληρώματι τῆς αγ, βάσειος πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς βδ, παραπλη-
 ρώματι τῆς αβ, ζητούμενης, ἄρα κατὰ τὴν ια': τῷ ε': τῷ Στοιχειωτῷ, καὶ ὡς
 τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν πμυσαυ τῆς βγ, δοθείσης πλῆρᾶς, οὕτω τὸ
 ἡμίτονον τῷ γι, παραπληρώματι τῆς αγ, δοθείσης βάσειος πρὸς τὸ ἡμίτο-
 νον τῆς βδ, παραπληρώματι δὴλον: τῆς αβ, ζητούμενης. ἔπιρ ὡς τὸ προ-
 σαχθῆν.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Α':

Ὡς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματι τῆς βγ, πλῆρᾶς,
 Πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον,
 Οὕτω τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματι τῆς αγ, βάσειος,
 Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματι τῆς αβ, πλῆρᾶς.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Β':

Ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον
 Πρὸς τὴν πμυσαυ τῆς βγ, πλῆρᾶς,
 Οὕτω τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματι τῆς αγ, βάσειος.
 Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματι τῆς αβ, πλῆρᾶς.

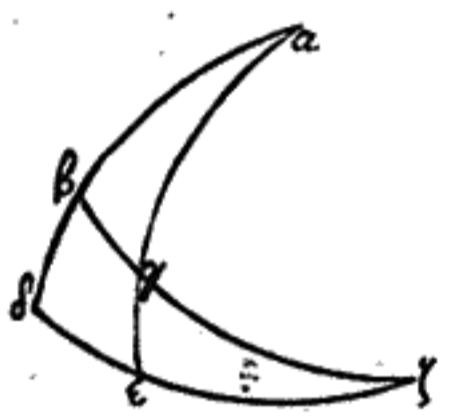
Ἐπὶ τῷ παρόντος ἀμφιβολία ἔκ ἔστιν. ἐγνωσμένης γὰρ πῆς αγ, βάσειος γι-
 νώσκονται καὶ αἱ πλῆρᾶι, εἰώπε μείζους, εἰώπε ἐλάττους παρτημορίε ὄσι, καὶ
 ἐπομένως γινώσκονται καὶ αἱ γωνίαι ὁποῖα εἶδης εἰσὶ, καὶ τὴν κβ': τῷ α': τῷ
 παρόντος.

Πρότασις Θ':

Τῶν γωνιῶν σφαιρικῶν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ δεδομένων, τὰς περὶ τῆν ὀρθὴν γωνίαν ἄρῃν πλάρᾳς.

Δοθέντα αἱ γωνίαι τῶν α, β, γ , σφαιρικῶν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ καὶ τὸ β , ἢ ζητηθῆτω ἡ $\beta\gamma$, πλάρᾳ. Γενίθω δὴ ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας προσκειμένης τῇ $\beta\gamma$, ζητηθῆτω πλάρᾳ πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῇ α , γωνίας ἄλλο τι, καὶ γνωθῆσεται τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, πλάρᾳς. καὶ γὰρ πρὸς αἱ τῶν παρόντος, ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῇ α , γωνίας, ὡς τε καὶ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῇ α , γωνίας πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, πλάρᾳς. ἔτιτος ἄριστος ἐν τοῖς πίναξι τῶν ἡμίτονον ἀποτομένωσ τε καὶ πένυσων, γνωθῆσεται ἡ $\beta\gamma$, ζητηθῆτω πλάρᾳ.

Trig. Sfer. lib. 3. Fig. 10.



Κ Λ Λ Ω Σ.

Γενίθω ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τὴν πένυσαν τῆ παραπληρώματος τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς ὑπὸ $\beta\alpha\gamma$, γωνίας πρὸς ἄλλο τι, καὶ γνωθῆσεται τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, πλάρᾳς. καὶ γὰρ τὴν ῥηθεῖσαν $\iota\theta$: ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, ἔτω τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τὴν πένυσαν τῆ παραπληρώματος τῆς αὐτῆς, ἂν γὰρ εἴρηται ἐν τῇ ῥηθείσῃ ὁμοτάσει περὶ τῶν πόξων, καὶ περὶ τῶν γωνιῶν ἀληθεῖς λεγόμενα, ἀλλ' ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, δίδικται εἶναι καὶ τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῇ α , γωνίας πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, πλάρᾳς, ἄρα καὶ τὴν $\iota\alpha$: τῆ ι : Στοιχειωτῆ, καὶ ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τὴν πένυσαν τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῇ α , γωνίας πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, πλάρᾳς.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Α :

Ως τὸ ἡμίτονον πῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας.

Πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον.

Οὕτω τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς ἀπὸς τῆς α , γωνίας.

Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, πλευρᾶς

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Β :

Ως τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον.

Πρὸς τῷ πῆμυσαν τῷ παραπληρώματος τῆς ὑπὸ $\alpha\gamma\beta$, γωνίας.

Ὅτω τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς ἀπὸς τῆς α , γωνίας.

Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, πλευρᾶς.

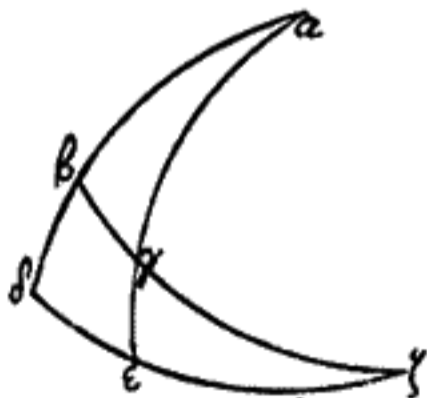
Σημειωτέον δι' ὅτι ἐπιταῦθα ἀμφιβολία τίς ἐστι . κατὰ γὰρ τῷ $\alpha\beta$: τῷ α : τῷ παρόντος ἐγνωσμένων τῶν γωνιῶν , γινώσκονται καὶ αἱ πλευραὶ ὁποῖα εἶδος εἰσὶ .

Πρότασις Ι :

Πλευρᾶς δοθείσης καὶ πῆς προσκειμένης αὐτῇ τῷ παρα τῆν ὀρθὴν γωνίῳ σφαιρικῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνου , τῷ ἀπεμαυτίῳ τῆς δοθείσης γωνίας πλευρᾶν εἶρη .

Δοθήτω τῷ $\alpha\beta\gamma$, σφαιρικῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ καὶ τὸ β , ἢ π $\alpha\beta$, πλευρᾶ καὶ ἡ προσκειμένη αὐτῇ γωνία , ἢ ἀπὸς τῆς α , καὶ ζητηθήτω ἡ $\beta\gamma$, ἀπεναντίον πλευρᾶ . Γνωσθῶ δὴ ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἀπὸς τὴν ἀπτομένῳ πῆς ἀπὸς τῆς α , δοθείσης γωνίας , ἔτω τὸ ἡμίτονον πῆς $\alpha\beta$, δοθείσης πλευρᾶς ἀπὸς ἄλλο τι , καὶ γνωσθῆσεται ἡ ἀπτομένη πῆς $\beta\gamma$, ζητούμενης πλευρᾶς . καὶ γὰρ τὴν $\epsilon\delta$: τῷ α : τῷ παρόντος , ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἀπὸς τὸ ἡμίτονον πῆς $\alpha\beta$, ἔτως ἡ ἀπτομένη πῆς ἀπὸς τῆς α , γωνίας ἀπὸς τὴν ἀπτομένῳ πῆς $\beta\gamma$, πλευρᾶς , ὡς καὶ ἐναλλάξ , ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον ἀπὸς τὴν ἀπτομένῳ πῆς ἀπὸς τῆς α : γωνίας , ἔτω τὸ ἡμίτονον πῆς $\alpha\beta$, πλευρᾶς ἀπὸς τὴν ἀπτομένῳ πῆς $\beta\gamma$, ζητούμενης . ἡς τινος ἀριθείσης ἐν τοῖς πίναξι τῶν ἡμιτόνων ἀπτομένων πῆς πῆμυσαν , γνωσθῆσεται ἡ $\beta\gamma$, πλευρᾶ . Ὅτι δὲ κατὰ ταῦθα ἐπιταῦθα ἀμφιβολία ἐστὶ , δῆλον . καὶ γὰρ τῷ ῥηθεῖσαν $\alpha\beta$: γωνίας πῆς ἀπὸς τῆς α , γωνίας , γινώσκεται καὶ ἡ $\beta\gamma$, πλευρᾶ .

Trig. Syst. lib. 3. Fig. 11.



Η' ΠΡΑΞ.

542 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ. ΔΕΥΤΕΡΟΝ

Η Π Ρ Α Ξ Ι Σ.

Ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον

Πρὸς τὴν ἀπτομένω πῆς πρὸς τῷ α, γωνίας,

Οὕτω τὸ ἡμίτονον πῆς α β, πλευρᾶς

Πρὸς τὴν ἀπτομένω πῆς β γ, πλευρᾶς

Πρότασις Ι Α΄:

Πλευρᾶς δεθείσης καὶ γωνίας ἀπεναντίου ταύτη σφαιρικῆ ὀρθογωνία τριγώνου, τὴν ἑτέραν πλευρὰν εὐρεῖν.

Δοθέντων τῶ α β γ, ὀρθογ: ἔστω ἡ π β γ, πλευρὰ καὶ ἡ πρὸς τῷ α, γωνία, καὶ ζητηθῆτω ἡ α β, πλευρὰ. Γενίθω δὲ ὡς ἡ ἀπτομένη πῆς πρὸς τῷ α, γωνίας πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ὅπως ἡ ἀπτομένη πῆς γ β, πλευρᾶς, πρὸς ἄλλοτι, καὶ γνωθῆσεται τὸ ἡμίτονον πῆς α β, πλευρᾶς. καὶ γὰρ πὴν ε δ: τὸ παρόντος, ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον πῆς α β, πλευρᾶς, ὅπως ἡ ἀπτομένη πῆς πρὸς τῷ α, γωνίας πρὸς τὴν ἀπτομένω πῆς β γ, ὡς καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν ἀπτομένω πῆς πρὸς τῷ α, γωνίας, ὅπως τὸ ἡμίτονον πῆς α β, πλευρᾶς πρὸς τὴν ἀπτομένω πῆς β γ, καὶ ἀντιπαλίαν ἄρα, ὡς ἡ ἀπτομένη πῆς πρὸς τῷ α, γωνίας πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ὅπως ἡ ἀπτομένη τῆς β γ, πλευρᾶς πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς α β, ζητωμένης.

Ἔστίον δ' ὅτι, ἐπεὶ ἐπαύθῃ ἀμφιβολία εἰς, δύναται γὰρ τὸ εὐρεθὲν ἡμίτονον καὶ μείζονα καὶ ἐλάττωνα περρωμοῦ παραστῆσαι τὴν α β, πλευρὰν. προρωμοῦ δὲ ὅποιον αὐτὸ εἴη εἶδος ἢ ὑπὸ α γ β, ἢ ἢ α γ, βάσεις, εἰδὲ γὰρ ελάττων ἢ περρωμοῦ, αἱ α β, β γ, πλευρᾶς τῶ αὐτῶ εἰσιν εἶδος, εἰ δὲ μείζων διαφέρῃ, καὶ τὴν ῥηθῶσαν α β:

Λ Λ Λ Ω Σ.

Γενίθω ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν ἀπτομένω τῶ παραπληρώματος πῆς πρὸς τῷ α, γωνίας, ὅπως ἡ ἀπτομένη πῆς γ β, πλευρᾶς πρὸς ἄλλοτι, καὶ γνωθῆσεται τὸ ἡμίτονον τῆς α β, πλευρᾶς. κατὰ γὰρ τὴν ε: τῶ δ: βιβλ: τῶ δ: τμήματος τῶ παρόντος, ὡς ἡ ἀπτομένη τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ὅπως τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν ἀπτομένω τῶ παραπληρ: τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας, ἀλλ' ὡς ἡ ἀπτομένη πῆς πρὸς τῷ α, γωνίας, πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, δέδεικται καὶ ἡ ἀπτομένη τῆς γ β, πλευρᾶς πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς α β, ἄρα, κατὰ τὴν ε: τῶ ε: τῶ Στοιχειωτῶ ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν ἀπτομένω τῶ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας, ὅπως ἡ ἀπτομένη τῆς β γ, δεθείσης πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς α β, ζητωμένης.

ΠΡ.Λ.Π

Ε.Υ.Δ. της Κ.Τ.Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Α΄

Ὡς ἡ ἀπτομένη τῆς πρὸς τῷ a , γωνίας
πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον.

Οὕτως ἡ ἀπτομένη τῆς $\beta\gamma$, πλιυρᾶς,
πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς $a\beta$:

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Β΄

Ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον

πρὸς τὴν ἀπτομένην τῆ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῷ a , γωνίας,

οὕτως ἡ ἀπτομένη τῆς $\beta\gamma$, πλιυρᾶς

πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς $a\beta$.

Προτάσεις Ι Β΄

**Βάσιως δοθείσης σφαιρικῆ ὀρθογωνίᾳ τριγώνῳ, ἢ μιᾶς γωνίας τῶν
παρὰ τῆν ὀρθήν, τῆν προσκαμύλῳ τῆ δοθείση γωνία πλῆ-
ρᾶν εἶρη.**

Δοθήτω τῷ $a\beta\gamma$, σφαιρικῆ ὀρθογωνίᾳ ἔργαίνε κατὰ τὸ β , ἢ π $a\gamma$, βά-
σις, ἢ ἢ πρὸς τῷ a , γωνία, καὶ ζητηθήτω ἡ $a\beta$, πλιυρά. Ἐσείθω δὴ ὡς
τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῷ a , γωνίας πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτο-
νον, ὅπως ἡ ἀπτομένη τῷ παραπληρώματος τῆς $a\gamma$, βάσιως πρὸς ἄλλοτι, καὶ
εἰρηθίσεται ἡ ἀπτομένη τῷ παραπληρώματος τῆς $a\beta$, ζητούμενης πλιυρᾶς. πληρω-
θῆτος γὰρ τῷ χήματος, πῶτως γι ἐπὶ τῷ $\gamma\zeta$, ὀρθογωνίᾳ ἔργαίνε κατὰ τὸ ϵ , ὡς
τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ζ , πλιυρᾶς,
ἔστι καὶ ἡ ἀπτομένη τῆς πρὸς τῷ ζ , γωνίας, ἢ π $\epsilon\delta$,
μέτρον γὰρ ἡ $\delta\beta$, τῆς πρὸς τῷ ζ , γωνίας πρὸς
τῆν ἀπτομένην τῆς $\epsilon\gamma$, ὑποτεινέσης, κατὰ τὴν
 $\epsilon\delta$: τῷ δ : τῷ παρόντος, ὡς καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ
ἡμίτονον τῆς $\epsilon\zeta$, πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ὅπως ἡ
ἀπτομένη τῆς $\epsilon\gamma$, πρὸς τὸν ἀπτομένην τῆς $\beta\delta$,
ἀλλ' ἢ μὲν $\epsilon\zeta$, παραπλήρωμα ἔστι τῆς $\delta\epsilon$, ἢ π $\epsilon\delta$ τῆς
πρὸς τῷ a , γωνίας, ἢ δὲ $\gamma\epsilon$, ὁμοίως παραπλήρω-
μα τῆς $a\gamma$, καὶ ἡ $\beta\delta$, τῆς $a\beta$, ὀρθῶς ἄρα ἔχει
ἢ πρᾶξις. εἰδὲ γίνεται ὡς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπλη-
ρώματος τῆς πρὸς τῷ a , γωνίας πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ὅπως ἡ ἀπτομένη τῷ
παραπληρώματος τῆς $a\gamma$, βάσιως πρὸς ἄλλοτι, καθάπερ εἴρηται, εἰρηθίσεται
ἡ ἀπτομένη τῷ $\beta\delta$, παραπληρώματος τῆς $a\beta$, καὶ δὲ αὐτῆς γνωθίσεται ἡ $a\beta$.

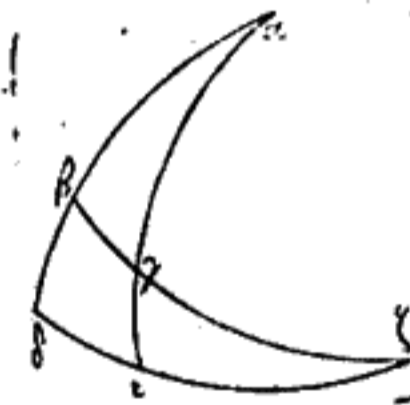


Fig. 5. See Lib. 3. Fig. 12.

Α'Α.

544 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΤ' ΔΕΥΤΕΡΟΝ

Λ' Λ Λ Ω Σ.

Γενίθω έτι ως τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας, ὡς ἡ ἀπτομένη τῆς α γ, βάσειος πρὸς ἄλλο τι, καὶ γνωθίσειται ἡ ἀπτομένη τῆς α β, πλάρᾳς, καὶ γὰρ τὴν ια: τῆ δ: βιβλ: τῆ δ: τμήματος τῆ παρόντος, ὡς ἡ ἀπτομένη τῆς β δ, πρὸς τὴν ἀπτομένην τῆς γ ε, ὡς ἡ ἀπτομένη τῆς α γ, πρὸς τὴν ἀπτομένην τῆς α β, ἀλλ' ὡς ἡ ἀπτομένη τῆς β δ, πρὸς τὴν ἀπτομένην τῆς γ ε, ἔστι καὶ τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ε ζ, ὡς δέδεικται τῆς ἀναλογίας κατὰ τὸ ἐναλλαξ̄ θεωρημάτων. ἄρα κατὰ τὴν ια: τῆ ε: τῆ Στοιχειωτῶ, ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ε ζ, ὡς ἡ ἀπτομένη τῆς α γ, πρὸς τὴν ἀπτομένην τῆς α β, ἀλλ' ἡ ε ζ, παραπλήρωμά ἐστι τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας, ὡς πολλαπλασιάζονται, ἄρα καὶ τῶν ἄλλων ὁμοίων ὡς ἡ πρᾶξις.

Π Ρ Α' Ζ Ι Σ Α':

Ὡς τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας
 Πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον,
 ὡς ἡ ἀπτομένη τῆ παραπληρώματος τῆς α γ, βάσειος,
 Πρὸς τὴν ἀπτομένην τῆ β δ, παραπληρώματος τῆς α β, πλάρᾳς.

Π Ρ Α' Ζ Ι Σ Β':

Ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον
 Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς πρὸς τῷ α, γων:
 ὡς ἡ ἀπτομένη τῆς α γ, βάσειος
 πρὸς τὴν ἀπτομένην τῆς α β, πλάρᾳς.

Πρότασις ΙΓ':

Τῶν γωνιῶν σφαιρικῶν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ δοθεσῶν, τὴν βάσιν αὐτῆ ἀρεῖν.

Δοθέντων αἱ γωνίαι τῆ α β γ, σφαιρικῶ ὀρθογωνίῳ ἔργωτε κατὰ τὸ β, καὶ ζυπηθῆτω ἡ α γ, τῆς βάσις. Γενίθω δὲ ὡς ἡ ἀπτομένη τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ὡς ἡ ἀπτομένη τῆ παραπληρ: τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας πρὸς ἄλλο τι, καὶ γνωθίσειται τὸ ἡμίτονον τῆ παραπληρώματος τῆς α γ, βάσειος. Τῆς αὐτῆς γὰρ γνωμένης κατασκευῆς, ἔπει ἐπὶ τῆ γ ε ζ, ἔργωτε ὀρθογωνίῳ καὶ τὸ ε, ἔστι, κατὰ τὴν ιθ': τῆ δ: τῆ παρόντος ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς γ ε, ὡς ἡ ἀπτομένη τῆς ὑπὸ ε γ ζ, γωνίας πρὸς τὴν ἀπτομένην τῆς ε ζ, ὑποκειμένης, πάντως γε καὶ ἐναλλάξ ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς

Fig. Sfer. lib. 1. Fig. 13.



τὴν ἀπτομείω πῆς ὑπὸ $\epsilon\zeta$, γωνίας, ἔτω τὸ ἡμίτονον πῆς $\gamma\epsilon$, πλῆρᾶς
 πρὸς τὴν ἀπτομείω πῆς $\epsilon\zeta$, ὡς καὶ ἀπάλιν ὡς ἡ ἀπτομείω πῆς ὑπὸ $\epsilon\zeta$,
 γωνίας πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον ἔπως ἡ ἀπτομείω πῆς $\epsilon\zeta$, βάσειως πρὸς τὸ ἡμί-
 τονον τῷ παραπληρώματος πῆς $\epsilon\gamma$, πλῆρᾶς. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ $\epsilon\zeta$, ἴση ἐστὶ
 τῇ ὑπὸ $\beta\gamma\alpha$, κατὰ κορυφῶν, ἡ δὲ $\epsilon\zeta$, παραπλήρωμά ἐστι πῆς πρὸς τῆς α ,
 γωνίας, ὡς πολλαίαι εἴρηται, καὶ ἡ $\epsilon\gamma$, ὁμοίως παραπλήρωμά ἐστι πῆς $\alpha\gamma$,
 βάσειως. ἄρα ἐὰν γινῆται, ὡς ἡ ἀπτομείω πῆς ὑπὸ $\beta\gamma\alpha$, γωνίας πρὸς
 τὸ ὅλικόν ἡμίτονον, καθὰ προηρμηνεύεται, ἔπως ἡ ἀπτομείω τῷ παραπλη-
 ρώματος πῆς πρὸς τῆς α , γωνίας πρὸς ἄλλο τι, γνωσθήσεται τὸ ἡμίτονον τῷ
 παραπληρώματος τῆς $\alpha\gamma$, ζητωμένης, ὡς προείρηται. ἕτινος ἄριθμῶτος ἐν
 τοῖς πίναξι τῶν ἡμίτων ἀπτομείων καὶ πμνουσῶν, γνωσθήσεται καὶ
 ἡ $\alpha\gamma$.

Η΄ ΠΡΑΞΙΣ.

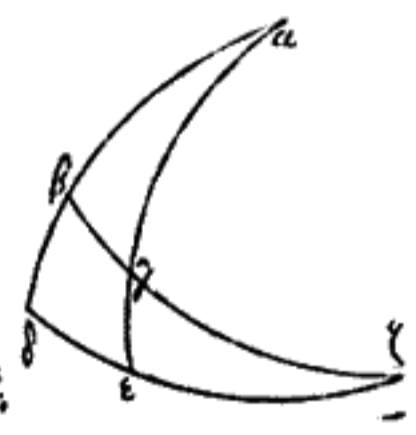
Ὡς ἡ ἀπτομείω πῆς ὑπὸ $\beta\gamma\alpha$, γωνίας,
 πρὸς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον,
 οὕτως ἡ ἀπτομείω τῷ παραπληρώματος πῆς πρὸς τῆς α , γωνίας
 πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος πῆς ὑπὸ $\alpha\gamma$, βάσειως.

Πρότασις ΙΔ΄:

Τῶν πλῆρῶν δοθεσῶν σφαιρικῆ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, τὴν βάσιν
 εὐρεῖν.

Δοθήτωσαν τῷ $\alpha\beta\gamma$, τριγώνῳ αἱ $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, πλῆρᾶς, καὶ ζητηθῆτω ἡ $\alpha\gamma$,
 αὐτῶν βάσις. Γενίθω δὴ ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παρα-
 πληρώματος πῆς $\beta\gamma$, πλῆρᾶς, ἔτω τὸ ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παρα-
 πληρώματος πῆς $\alpha\beta$, πλῆρᾶς πρὸς ἄλλο
 τι, καὶ γνωσθήσεται τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώ-
 ματος πῆς $\alpha\gamma$, βάσειως. Τῆς κατασκευῆς γὰρ γι-
 νομένης, ὡς προηρμηνεύεται, πάτως γινῆται ἐπὶ τῷ
 $\gamma\epsilon\zeta$, ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, κατὰ τὸ ϵ , ὡς τὸ ὅλι-
 κόν ἡμίτονον πρὸς τὸ ἡμίτονον πῆς $\gamma\zeta$, βάσειως ἔπως
 ἐστὶ τὸ ἡμίτονον πῆς πρὸς τῆς ζ , γωνίας πρὸς τὸ ἡ-
 μίτονον πῆς $\gamma\epsilon$, πλῆρᾶς. ἀλλ' ἡ μὲν $\gamma\zeta$, παρα-
 πλήρωμά ἐστι πῆς $\beta\gamma$, πῆς δὲ πρὸς τῆς ζ , γωνίας
 μέτρον ἐστὶν ἡ $\delta\beta$, καὶ ἡ $\gamma\epsilon$, παραπλήρωμα τῆς
 $\alpha\gamma$, ἄρα ἐὰν γινῆται ὡς τὸ ὅλικόν ἡμίτονον πρὸς
 τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς $\beta\gamma$, πλῆρᾶς, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῷ πα-

Trig-Sfer.lib. 3. Fig. 14.



Z z z παραπλη-

546 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ: ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ραπληρώματος τῆς $αβ$, πρὸς ἄλλοτι, γνωθῆσεται, ὡς εἶρηται, τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς $αγ$, βάσει, ἕτινος ὀριθέυτος ἐν τοῖς πίναξι τῶν ἡμιτόνων ἀπομέων καὶ πμυσῶν, γνωθῆσεται ἢ $αγ$, βάσις, ὅπιρ ὡ τὸ ζη-
τέμνον.

Η' Π Ρ Λ Ζ Ι Σ.

Ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον

Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρώματος τῆς $βγ$, πλάρᾳς

Ὡς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρ: τῆς $αβ$, πλάρ:

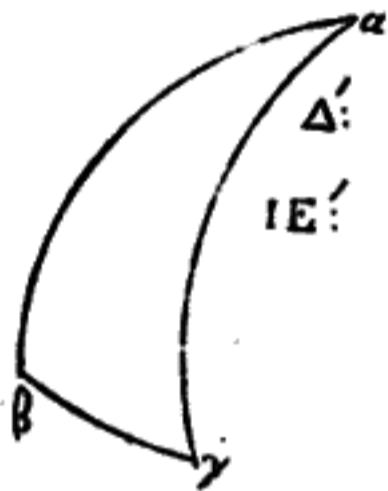
Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῷ παραπληρμ: τῆς $αγ$, βάσιως.

Πρότασις ΙΕ':

Πλάρᾳς δοθείσης σφαιρικῆ ὀρθογωνίᾳ τριγώνῳ καὶ τῆς ὑποταυομένης ὑπ' αὐτῆς γωνίας, τὴν βάσιμ ὀρεῖμ.

Trig.Sfer.Lib. 3. Fig. 19.

Δοθήτω τῷ $αβγ$, τριγώνῳ ἢπε $αβ$, πλάρᾳ, καὶ ἢ ὑπ' αὐτῆς ὑποταυομένη γωνία, ἢ ὑπὸ $βγα$, καὶ ζηθῆτω ἢ $αγ$, βάσις. Γενίθω δὴ ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $βγα$, γωνίας πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῆς $αβ$, πλάρᾳς πρὸς ἄλλοτι, καὶ γνωθῆσεται τὸ ἡμίτονον τῆς $αγ$, βάσιως. κατὰ γὰρ τὴν $ιη$: τῷ $α$: τῷ παρόντος ἐπὶ παντὸς σφαιρικῆ τριγώνῳ τὰ ἡμίτονα τῶν γωνιῶν τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς τὰ ἡμίτονα τῶν ὑποταυομένων.



Λ Λ Λ Ω Σ.

Γενίθω ἔτι ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν τῆς $αβ$, πλάρᾳς τῷ παραπληρώματος τῆς ὑπὸ $βγα$, γωνίας, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῆς $αβ$, πλάρᾳς πρὸς ἄλλοτι, καὶ γνωθῆσεται, τὸν ἔσοπον τῶτον, τὸ ἡμίτονον τῆς $αγ$, βάσιως, ὡς καὶ ὀρόπερον. καὶ γὰρ τὴν $θ$: τῷ $α$: βιβλ: τῷ $α$: τμήματος τῷ παρόντος, ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $βγα$, γωνίας πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, ἔτω ἐς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν τῆς $αβ$, πλάρᾳς τῷ παραπληρώματος τῆς αὐτῆς γωνίας. ἀλλ' ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ $βγα$, γωνίας πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον, δίδεικται εἶναι καὶ τὸ ἡμίτονον τῆς $αβ$, πλάρᾳς πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς $αγ$, βάσιως. ἄρα καὶ τὴν $ια$: τῷ $ε$: τῷ Στοιχειωτῷ, ὡς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τὴν τῆς $αβ$, πλάρᾳς τῷ παραπληρώματος τῆς ὑπὸ $βγα$, γωνίας, ἔτω τὸ ἡμίτονον τῆς $αβ$, πλάρᾳς τὸ ἡμίτονον τῆς $αγ$, βάσιως.

Π Ρ Λ Ζ

Ε.Υ.Δ της Κ.Α.Τ.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Α΄

Ως τὸ ἡμίτονον τῆς ὑπὸ βγα, γωνίας
Πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον,
Οὕτω τὸ ἡμίτονον πῆς αβ, πλόραῶς
Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς αγ.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ Β΄

Ως τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον
Πρὸς τὴν πένυσα τῆ παραπληρώμ: τῆς ὑπὸ βγα, γωνίας.
Οὕτω τὸ ἡμίτονον πῆς αβ, πλόραῶς,
Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς αγ.

Τέλος τῆ δούτέρου πῆς Σφαιρικῆς Τριγωνομετρίας Βιβλίου,
καὶ δούτέρου Τόμου.

