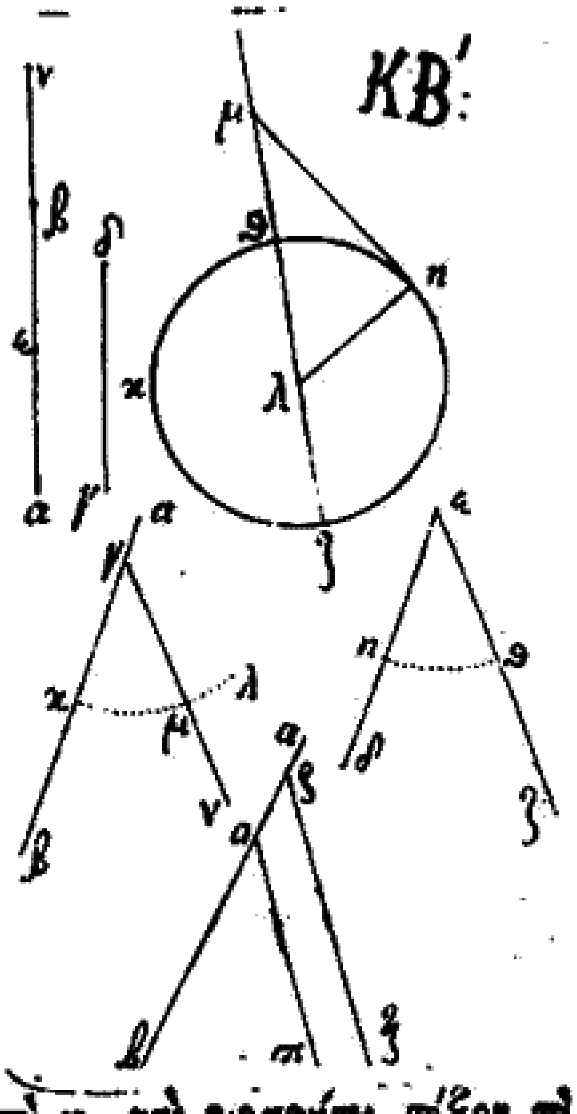
Πρότασις ΚΒ':

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν εἴτε ἴσων, εἴτε ἀνίσων, τῇ μιᾷ τούτων εὐθεῖαν ἐπ' εὐθείας προσθεῖναι, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προστεθείσῃ καὶ τῆς προστεθείσης, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ἑτέρας τετραγώνῳ.

Δοθήτωσαν τοίνυν δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ α β, γ δ, καὶ ζητηθήτω προστεθῆναι τῇ α β, εὐθείᾳ ἐπ' εὐθείας ἑτέρα τις εὐθεῖα, ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προστεθείσῃ καὶ τῆς προστεθείσης ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς γ δ, τετραγώνῳ. Τμηθήτω δίχα ἡ α β, κατὰ τὸ ε, καὶ διαστήματι τῷ ε β, ἢ α ε, γραφήτω κύκλος ὁ ζ η θ κ, ὡς ἀπὸ κέντρου τοῦ λ, ἀφ' οὗ ἤχθω ὡς ἔτυχεν ἡμιδιάμετρος ἡ λ η, ἀπὸ δὲ τοῦ η, ἀνεστάθω κάθετος ἐπὶ τῆς λ η, ἴση τῇ γ δ, ἡ η μ, καὶ ἀπὸ τοῦ μ, σημείου διὰ τοῦ λ, ἤχθω ἡ μ λ ζ. τῇ δὲ α β, προστεθήτω ἡ β ν, ἴση τῇ θ μ, καὶ ἔσται τὸ ἐπιταχθέν. κατὰ γὰρ τὴν λ ς': τοῦ γ': τοῦ Στοιχειωτοῦ, τὸ ὑπὸ τῶν ζ μ, μ θ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μ η, τετραγώνῳ, ἀλλ' ἡ μὲν ζ μ, ἴση ἐστὶ τῇ α ν, ἡ γὰρ ζ θ, διάμετρος τοῦ κύκλου ἴση ἐστὶ τῇ α β, κατὰ τὴν κατασκευὴν, καὶ προσετέθη αὐτῇ ἡ β ν, ἴση τῇ θ μ, εἴληπται δὲ καὶ ἡ μ η, ἴση τῇ γ δ, ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν α ν, ν β, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γ δ, τετραγώνῳ. δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 1. Fig. 28.



Πρότασις ΚΓ':

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ δοθέντι σημείῳ ἴσην γωνίαν συστήσασθαι τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Δοθήτω ἡ α β, εὐθεῖα, πρὸς αὐτῇ δὲ σημεῖον τὸ γ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ δ ε ζ, καὶ ζητηθήτω συστῆναι πρὸς τῷ γ, σημείῳ τῆς α β, εὐθείας γωνία ἴση τῇ ὑπὸ δ ε ζ. Ληφθήτω δὴ ἐπὶ τῆς ε δ, τυχὸν σημεῖον τὸ η, καὶ γραφήτω τόξον τὸ η θ, καὶ τῷ αὐτῷ διαστήματι ὡς ἀπὸ κέντρου τοῦ γ, γραφήτω ἕτερον τόξον τὸ κ λ. εἶτα ληφθήτω τὸ η θ, διάστημα, καὶ τούτῳ ἴσον ἀφῃρήσθω τὸ κ μ, καὶ διὰ τοῦ γ, καὶ μ, ἤχθω ἡ γ ν, εὐθεῖα, καὶ ἔσται ἡ ὑπὸ β γ ν, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ δ ε ζ, κατὰ τὴν η: τοῦ α. τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Εἰ δὲ τὸ δοθὲν σημεῖον ἐκτὸς ᾖ τῆς δοθείσης εὐθείας ὡς τὸ ξ, ληφθήτω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς α β, τὸ ο, καὶ πρὸς τῷ ο, σημείῳ συνεστάθω κατὰ τὰ ἀνωτέρω ἡ

ὑπὸ

ὑπὸ βοπ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ δεζ, κἂν ἡ οπ, διὰ τοῦ ξ, διέλθῃ, γέγονε τὸ ἐπιταχθὲν, εἰδὲ μὴ, ἤχθω τῇ οπ, παράλληλος ἀπὸ τοῦ ξ, σημείου ἡ ξρ, εὐθεῖα, καὶ ἡ ὑπὸ βρξ, γωνία ἴση ἔσαι τῇ ὑπὸ δεζ, δοθείσῃ. ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ βοπ, κατὰ τὴν κθ΄: τοῦ α΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἥτις γέγονεν ἴση τῇ ὑπὸ δεζ, δοθείσῃ γωνίᾳ. πρὸς τῇ δοθείσῃ ἄρα εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ δοθέντι σημείῳ ἴση γωνία συνέσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

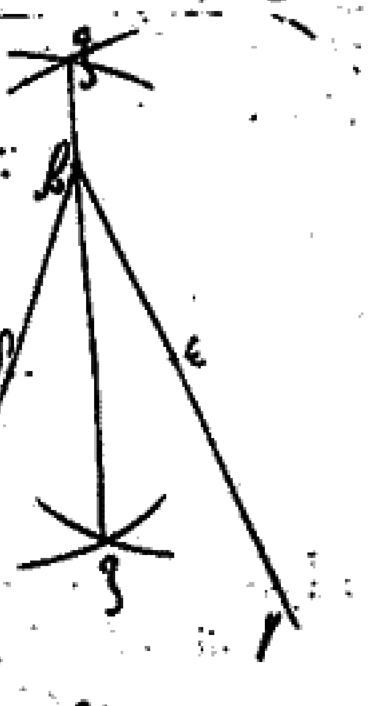
Πρότασις ΚΔ΄:

Τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον γωνίαν δίχα τεμεῖν.

Ἔσω δοθεῖσα γωνία ἡ ὑπὸ αβγ, ἣν δεῖ δίχα τεμεῖν. Ληφθήτω δὴ τυχὸν σημεῖον τὸ δ, ἐπὶ τῆς αβ, καὶ ἀφῃρήσθω ἴση τῇ βδ, ἀπὸ τῆς βγ, ἡ βε, εἶτα κέντροις μὲν τοῖς δ, ε, διαστήματι δὲ, ὅπερ ἔτυχε, τόξα γραφήτωσαν ἐντὸς, ἢ γοῦν ἐκτὸς τῆς δοθείσης γωνίας κατὰ τὸ ζ, τεμνόμενα, καὶ ἡ διὰ τῶν βζ, διερχομένη εὐθεῖα δίχα τεμεῖ τὴν ὑπὸ βαγ, γωνίαν κατὰ τὴν θ΄: τοῦ α΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ βδ, ἴση ἐστὶ τῇ βε, κοινὴ δὲ ἡ βζ, ἔστι δὲ καὶ βάσις ἡ δζ, βάσει τῇ εζ, ἴση, πάντως καὶ ἡ ὑπὸ δβζ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ εβζ, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

Geom. Lib. 1. Fig. 29.

ΚΔ΄:

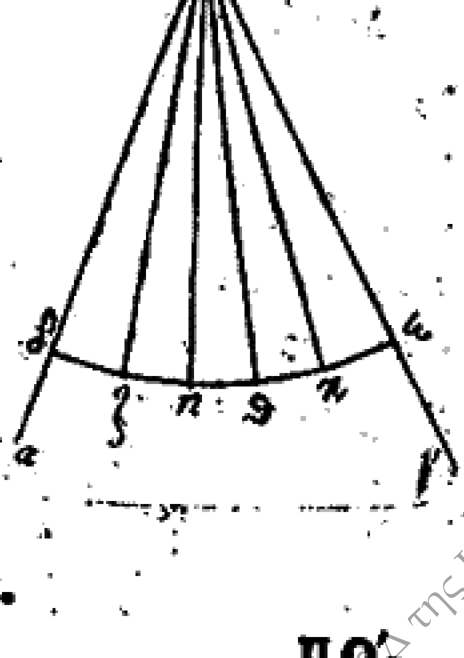


ΠΟ'ΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτων δυνάμεθα συναγαγεῖν, καὶ ὅπως ἔχωμεν διαιρεῖν τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον γωνίαν εἰς πλείονα μέρη κατὰ τὸ διπλάσιον χωροῦντα, δηλονότι εἰς τέσσαρα, ὀκτὼ, ἑκκαίδεκα, δύο καὶ τριάκοντα, καὶ τὰ λοιπὰ, ὑποδιαιρουμένων ἀεὶ τῶν μερῶν τῆς δοθείσης γωνίας εἰς δύο.

Πρότασις ΚΕ΄:

Τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον γωνίαν εἰς ὁσαδηποτοῦν μέρη ἴσα ἀλλήλοις τεμεῖν.



Κείσθω δὴ τὴν ὑπὸ αβγ, δοθεῖσαν εὐθύγραμμον εἰς πέντε μέρη ἴσα διελεῖν. Ἵνα δὲ τοῦτο Γεωμετρικῶς γένηται, κέντρῳ μὲν τῷ β, διαστήματι δὲ ὃ ἔτυχε, τῷ βδ, γραφήτω τόξον τὸ δε, καὶ διαιρεθήτω εἰς μέρη ἴσα πέντε, τὰ δζ, ζη, ηθ, θκ, κε, καὶ ἀπὸ τοῦ β, ἐφ' ἕκαστον σημεῖον τοῦ δθε, τόξου ἤχθωσαν εὐθεῖαι αἱ βζ, βη, βθ, βκ, καὶ διαιρεθήσεται ἡ ὑπὸ αβγ, γωνία ὁμοίως εἰς πέντε μέρη ἴσα ἀλλήλοις κατὰ τὴν κζ΄: τοῦ γ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τῶν εἰρημένων ἔξεστι συναγαγεῖν καὶ ὅπως δυνάμεθα διελεῖν τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εἰς μέρη ὁσαδηποτοῦν ἄνισα κατὰ τὴν δοθεῖσαν ἀναλογίαν. ἐὰν γὰρ τόξον γραφῇ ὡς ἐπὶ τῆς παρούσης τὸ δε, καὶ τοῦτο εἰς τὰ δοθέντα μέρη διαιρεθῇ κατὰ τὴν δοθεῖσαν ἀναλογίαν, καὶ ἐφ᾽ ἑκάστου σημείου εὐθεῖαι ἀχθῶσιν ἀπὸ τῆς δοθείσης γωνίας ἔσται τὸ ἐπιταχθέν.

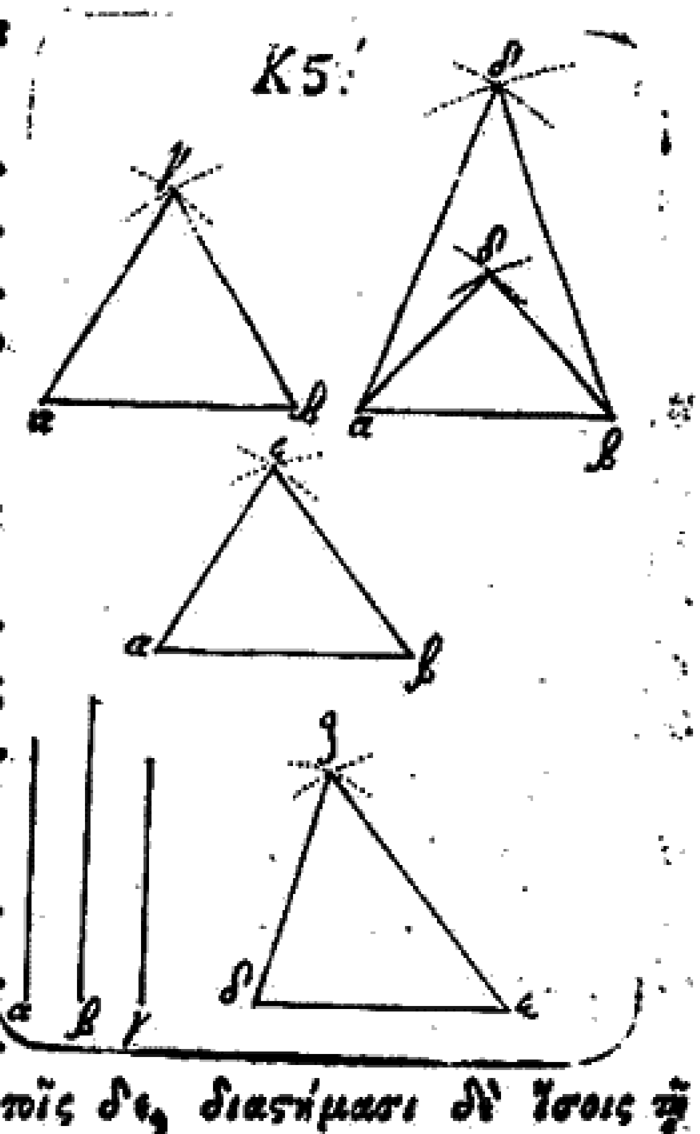
Πρότασις Κϛʹ:

Ἐπὶ τῆς δοθείσης πεπερασμένης εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Δοθήτω ἤδη ἡ αβ, πεπερασμένη εὐθεῖα, καὶ ἔστω ἐπ᾽ αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι. Κέντροις μὲν δὴ τοῖς α, καὶ β, διαστήματι δὲ τῷ αβ, τόξα γραφήτωσαν τεμνόμενα κατὰ τὸ γ, καὶ ἐπιζευχθήτωσαν αἱ αγ, γβ, εὐθεῖαι, καὶ ἔσται τὸ ἐπιταχθὲν κατὰ τὴν α: τοῦ α: τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Εἰ δὲ βούλει ἐπὶ τῆς αὐτῆς αβ, εὐθείας τρίγωνον ἰσοσκελὲς συστήσασθαι, κέντροις μὲν τοῖς αβ, διαστήματι δὲ μείζονι ἢ ἐλάττονι τοῦ αβ, γραφήτωσαν δύο τόξα τεμνόμενα κατὰ τὸ δ, καὶ ἐπιζευχθεισῶν τῶν δα, δβ, ἕξεις τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ αδβ, κατὰ τὸν κδʹ: ὅρον τοῦ α: τοῦ αὐτοῦ.

Geom. Lib. 1. Fig. 30.



Σκαληνὸν δὲ βουλόμενος κατασκευάσαι, κέντροις μὲν τοῖς αὐτοῖς α, καὶ β, διαστήμασι δὲ ἀνίσοις γράψον τόξα τεμνόμενα κατὰ τὸ ε. Ἐπιζευχθεισῶν γὰρ τῶν αε, εβ, ἔσται τὸ εαβ, τρίγωνον σκαληνὸν κατὰ τὸν κεʹ: ὅρον τοῦ αὐτοῦ.

Πρότασις ΚΖʹ:

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν ἴσων ταῖς δοθείσαις τρισὶν εὐθείαις, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι τρίγωνον συστήσασθαι.

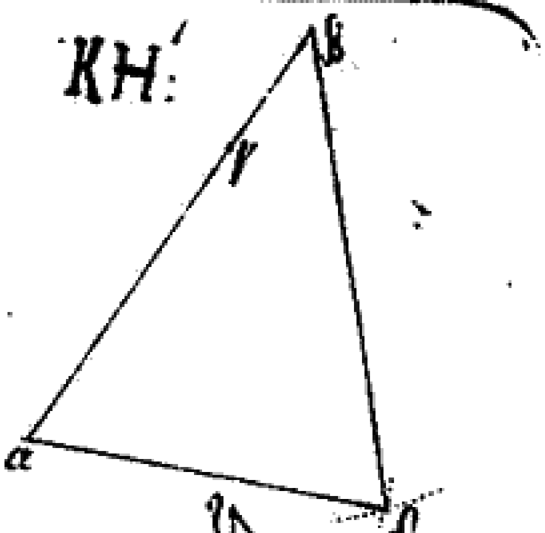
Τριῶν ἤδη δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν α, β, γ, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. Εἰλήφθω ἡ δε, ἴση μιᾷ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, δὸς εἰπεῖν τῇ α, καὶ κέντροις μὲν τοῖς δε, διαστήμασι δὲ ἴσοις τῇ β, καὶ γ, τόξα γραφήτωσαν τεμνόμενα κατὰ τὸ ζ, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ζδ, ζε. καὶ ἔσται τὸ ἐπιταχθέν, κατὰ τὴν κβʹ: τοῦ α: τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Πρότασις ΚΗ':

Εὐθείας πεπερασμένης δοθείσης τρίγωνον ἰσοσκελὲς συστήσασθαι ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς κατὰ κορυφήν.

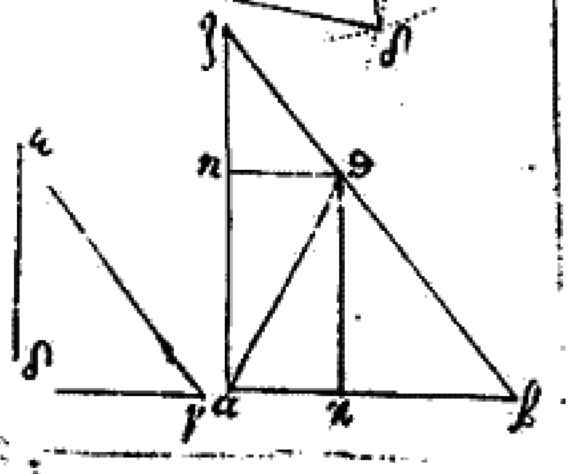
Δοθήτω ἡ αβ, εὐθεῖα, καὶ ζητείσθω ἐξ αὐτῆς τρίγωνον ἰσοσκελὲς συσταθῆναι, ὥστε ἔχειν ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς κατὰ κορυφήν. Τμηθήτω δὴ ἡ δοθεῖσα αβ, εὐθεῖα κατ' ἄκρον καὶ μέσον λόγον διὰ τῆς ζ': τοῦ παρόντος, κατὰ τὸ γ, καὶ κέντροις μὲν τοῖς α, β, διαστήμασι δὲ τοῖς αβ, αγ, τόξα γραφήτωσαν κατὰ τὴν ἀνωτέρω τεμνόμενα κατὰ τὸ δ, καὶ συσταθήσεται τὸ αβδ, τρίγωνον ἰσοσκελὲς κατὰ τὴν αὐτήν. ὅτι δὲ ἔχει ἑκατέραν τῶν ὑπὸ βαδ, βδα, γωνιῶν διπλασίονα τῆς ὑπὸ αβδ, δείκνυται διὰ τῆς ι: τοῦ δ': τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Geom. Lib. 1. Fig. 31.



Πρότασις ΚΘ':

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τρίγωνον συστήσασθαι ἔχον τὴν δοθεῖσαν γωνίαν καὶ ὕψος τὸ δοθέν.



Δοθήτω εὐθεῖα μὲν ἡ αβ, γωνία δὲ πρὸς τῇ γ, καὶ ὕψος τὸ δε, καὶ ζητείσθω συσταθῆναι τρίγωνον ἐπὶ τῆς αβ, ἔχον γωνίαν μὲν ἴσην τῇ πρὸς τῇ γ, ὕψος δὲ τῇ εδ. Συνεστάθω δὴ πρὸς τῇ αβ, εὐθείᾳ, καὶ τῇ πρὸς αὐτῇ β, σημείῳ διὰ τῆς κγ': τοῦ παρόντος, γωνία ἡ ὑπὸ αβζ, ἴση τῇ πρὸς τῇ γ, ἀπὸ δὲ τοῦ α, ἀνεστάθω κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, κατὰ τὴν γ': τοῦ αὐτοῦ ἡ αη, καὶ παράλληλος τῇ αβ, ἤχθω ἡ ηθ, κατὰ τὴν β': τοῦ αὐτοῦ, τέμνουσα τὴν βζ, κατὰ τὸ θ, ἀφ' οὗ πιπτέτω κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν γ': ἡ θκ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ θα, καὶ τὸ αθβ, ἔσται τὸ ζητηθέν. Συνέστη μὲν γὰρ ἐπὶ τῆς αβ, ἔχει δὲ τὴν πρὸς τῇ β, γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῇ γ, δοθείσῃ, καὶ ὕψος τὸ θκ, ἴσον τῇ δε, δοθέντι. ἡ μὲν γὰρ θκ, ἴση ἐστὶ τῇ αη, κατὰ τὴν λδ': τοῦ α: τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἡ δὲ αη, εἴληπται ἴση τῇ δε. ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα, καὶ τὰ ἑξῆς.

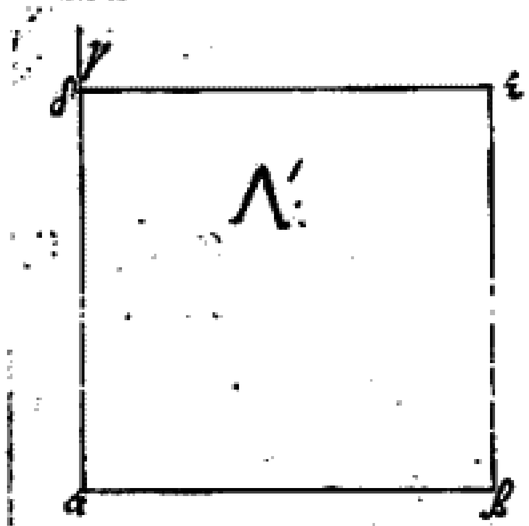
Πρό-

Πρότασις Λ':

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον συστήσασθαι.

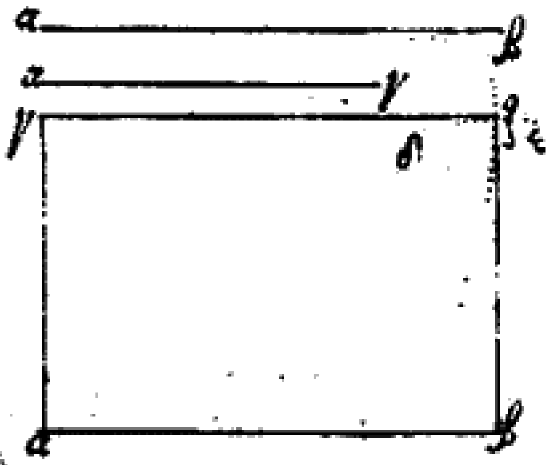
Δοθήτω εὐθεῖα ἡ αβ, ἐφ' ἧς δεῖ τετράγωνον συσταθῆναι· συνεστάτω δὴ πρὸς τῷ α, σημείῳ ἐπὶ τῆς αβ, εὐθείας πρὸς ὀρθὰς ἡ αγ, καὶ εἰλήφθω ἡ αδ, ἴση τῇ αβ. Εἶτα κέντροις μὲν τοῖς α, καὶ β, διαστήματι δὲ τῷ αβ, ἢ αδ, τόξα γραφήτωσαν τεμνόμενα κατὰ τὸ ε, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ βε, δε, καὶ τὸ αβεδ, τετράγωνον ἔσται ἐπὶ τῆς αβ. ὅτι μὲν γὰρ ἰσόπλευρον, ἐκ τῆς κατασκευῆς δῆλον. ὅτι δὲ καὶ ἰσογώνιον δείκνυται. τὸ γὰρ αβεδ, ἰσόπλευρον ὄν, ἔσται πάντως καὶ παραλληλόγραμμον. εἰ γὰρ μή, οὐδὲ ἰσόπλευρον πάντως ἔσται. ἐπεὶ δὲ παραλληλόγραμμον, δῆλον, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. κατὰ γὰρ τὴν κθ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ αἱ ὑπὸ δαβ, αβε, γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' ἡ ὑπὸ δαβ, ὀρθὴ γέγονεν, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ αβε, ὁμοίως ὀρθή ἐστι. κατὰ δὲ τὴν λδ': τοῦ αὐτοῦ, ἡ μὲν ὑπὸ δεβ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ δαβ, ἡ δὲ ὑπὸ εδα, τῇ ὑπὸ αβε, ὥστε καὶ ἰσογώνιόν ἐστι τὸ αβεδ, σχῆμα. ἐπεὶ δὲ τῶν τετραπλεύρων σχημάτων τὸ ἰσόπλευρόν τε καὶ ὀρθογώνιον τετράγωνόν ἐστι, πάντως γε καὶ τὸ αβεδ, τετράγωνον ἔσται. Ἐπὶ τῆς αβ, ἄρα δοθείσης εὐθείας συνέστη τὸ αβεδ, τετράγωνον, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

Geom. Lib. 1. Fig. 32.



Πρότασις ΛΑ':

Ἐκ δύο εὐθειῶν ἀνίσων ἑτερόμηκες συστήσασθαι.



Δοθήτωσαν αἱ αβ, αγ, ἐξ ὧν ὀφείλει ἑτερόμηκες συσταθῆναι. Κείσθωσαν δὴ αἱ δοθεῖσαι αβ, αγ, εὐθεῖαι ἀλλήλαις πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ α, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ β, διαστήματι δὲ τῷ αγ, τόξον γραφήτω τὸ δε, κέντρῳ δὲ τῷ γ, καὶ διαστήματι τῷ αβ, γραφήτω καὶ ἕτερον τόξον τέμνον τὸ δε, κατὰ τὸ ζ, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ βζ, γζ, καὶ τὸ αβζγ, ἔσται τὸ ζητούμενον. ὅτι μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν δοθεισῶν περιέχεται πλευρῶν, δῆλον ἐκ τῆς κατασκευῆς. Ὅτι δὲ καὶ ὀρθογώνιον, δείκνυται διά τε τῆς κθ': καὶ λδ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ. τοιοῦτον δ' ἐστὶ τὸ ἑτερόμηκες κατὰ τὸν λ': ὅρον τοῦ αὐτοῦ, ἄρα τὸ αβζγ, ἑτερόμηκές ἐστιν ὑπὸ τῶν δοθεισῶν αβ, αγ, περιεχόμενον πλευρῶν. ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

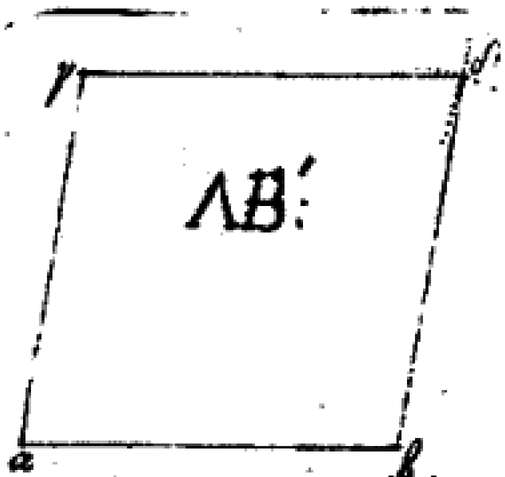
Πρό-

Πρότασις ΛΒ':

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας Ῥόμβον συστήσασθαι.

Δοθήτω τοίνυν ἡ αβ, εὐθεῖα, ἐφ' ἧς ὀφείλει Ῥόμβον συσταθῆναι. Ἀπὸ τοῦ α, τοίνυν σημείου ἤχθω ἡ αγ, ἴση τῇ αβ, τὴν τυχοῦσαν ποιοῦσα γωνίαν, ὀξεῖαν δηλ: ἢ ἀμβλεῖαν. καὶ κέντροις μὲν τοῖς β, καὶ γ, διαστήματι δὲ τῶν αβ, ἢ αγ, γραφήτωσαν τόξα ἔνδον τῶν αβ, αγ, τεμνόμενα κατὰ τὸ δ, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ βδ, γδ, καὶ ἔσται τὸ ἐπιταχθέν. Ὅτι μὲν γὰρ ἰσόπλευρον, δῆλον ἐκ τῆς κατασκευῆς. τῷ αὐτῷ γὰρ διαστήματι ἑκάστη τῶν πλευρῶν συνέστη. Ὅτι δὲ καὶ παραλληλόγραμμον, δείκνυται διὰ τῆς β': τοῦ παρόντος. ὅτι δὲ οὐδ' ὀρθογώνιον, ἔχει τὸ πιστὸν ἐκ τῆς λδ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἀλλὰ μὴν τοιοῦτος ὁ Ῥόμβος, τὸ ἄρα αβδγ, συσταθὲν σχῆμα ἐπὶ τῆς δοθείσης αβ, εὐθείας, Ῥόμβος ἐστὶ κατὰ τὸ προσταχθέν.

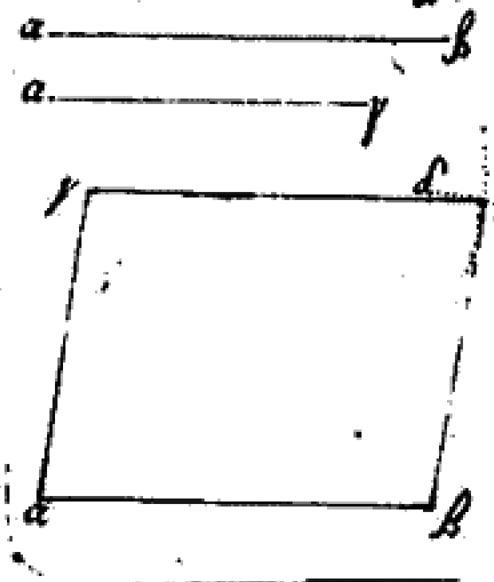
Geom. Lib. I. Fig. 33.



Πρότασις ΛΓ':

Ἐκ δύο δοθεισῶν ἀνίσων εὐθειῶν ῥομβοειδὲς συστήσασθαι.

Δοθήτωσαν αἱ αβ, αγ, ἄνισοι εὐθεῖαι, ἐξ ὧν δεῖ ῥομβοειδὲς συσταθῆναι. Κείσθωσαν δὴ αἱ αβ, αγ, δοθεῖσαι εὐθεῖαι, ὥστε τὴν τυχοῦσαν ὀξεῖαν ποιεῖν γωνίαν τὴν ὑπὸ βαγ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ β, διαστήματι δὲ τῷ αγ, γραφήτω τόξον τὸ δε, κέντρῳ δὲ τῷ γ, καὶ διαστήματι τῷ αβ, γραφήτω ἕτερον τόξον τέμνον τὸ πρότερον κατὰ τὸ ζ, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ βζ, γζ, εὐθεῖαι, καὶ τὸ αβζγ, ἔσται τὸ ζητούμενον. ὅτι μὲν γὰρ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον, ἐκ τῆς κατασκευῆς πιστοῦται. ὅτι δὲ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἔχει, δείκνυται διὰ τῆς λδ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ. τοῦτο δὲ τοῦ ῥομβοειδοῦς σχήματος ἴδιον, κατὰ τὸν λβ': ὅρον τοῦ αὐτοῦ. ἄρα ἐκ τῶν αβ, αγ, δοθεισῶν εὐθειῶν συνέστη τὸ αβζγ, ῥομβοειδὲς σχῆμα. ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

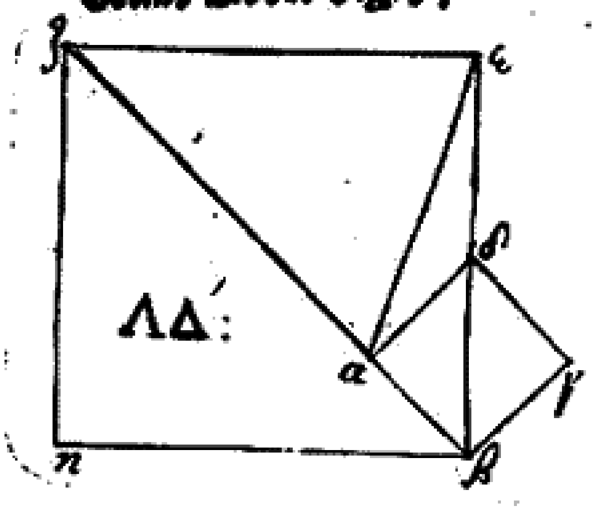


Πρότασις ΛΔ΄.

Ὑπεροχῆς διαμέτρου τετραγώνου τινὸς πρὸς τὴν αὐτοῦ πλευρὰν δοθείσης, τὴν τοῦ τετραγώνου εὑρεῖν πλευράν.

Ἔστω ἡ αβ, διαφορὰ διαμέτρου τινὸς τετραγώνου πρὸς τὴν αὐτοῦ πλευρὰν, καὶ ζητείσθω ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρά. Συνεστάθω δὴ ἐπὶ τῆς αβ, τετράγωνον τὸ αβγδ, καὶ διὰ τῶν β, καὶ δ, ἤχθω ἡ βδ, ὥστε τὴν δε, ἴσην εἶναι τῇ αδ, καὶ ἡ βε, ἔσται ἡ τοῦ ζητουμένου τετραγώνου πλευρά. Ἀχθείσης γὰρ τῆς αβ, κατὰ τὸ συνεχὲς, συνεστάθω ἐπὶ τῆς βε, κάθετος ἡ εζ, τέμνουσα τὴν βζ, κατὰ τὸ ζ. αἱ γὰρ ὑπὸ ζεβ, αβε, ἐλάττονές εἰσι δύο ὀρθῶν. Εἶτα τῇ μὲν εβ, παράλληλος ἤχθω ἡ ζη, τῇ δὲ εζ, ἡ βη. καὶ τὸ βεζη, τετράγωνον, ἔσται τὸ ζητούμενον, οὗ πλευρὰ μὲν ἡ βε, διάμετρος δὲ ἡ βζ, ὑπερέχουσα τῆς βε, τῇ αβ, δοθείσῃ διαφορᾷ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ βεζ, ὀρθή ἐστι κατὰ τὴν κατασκευὴν, ἡ δὲ ὑπὸ αβδ, ἡμίσεια ὀρθῆς κατὰ τὸ α: πόρισμα τῆς λβ΄: τοῦ α: τῶν Στοιχείων: πάντως γε καὶ ἡ ὑπὸ εζβ, ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὥστε αἱ βε, ζε, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ κατὰ τὴν ϛ: τοῦ α: τοῦ αὐτοῦ, κατὰ δὲ τὴν λδ΄: τὸ βεζη, τετράγωνόν ἐστι, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ἡ βε. Αὖθις ἐπεὶ αἱ δε, δα, ἴσαι εἰσὶ, δῆλον ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ δεα, δαε, γωνίαι ἴσαι ὁμοίως ἀλλήλαις εἰσὶ κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν ε: ἀφῃρημένων δὲ τῶν ὑπὸ δεα, δαε, ἴσων γωνιῶν ἀπὸ τῶν βεζ, ζαδ, ὀρθῶν, καὶ αἱ ἐναπολειπόμεναι ζεα, ζαε, ἴσαι ἔσονται, ὥστε κατὰ τὴν προειρημένην ϛ: πρότασιν καὶ αἱ ζα, ζε, εὐθεῖαι ἴσαι εἰσὶ, τῇ δὲ ζε, ἴση ἐστὶν ἡ βε, ἄρα ἡ ζα, ἴση ἐστὶ τῇ βε, ἡ ὅλη δὲ ζβ, ὑπερέχει τῆς βε, τῇ αβ, δοθείσῃ ὑπεροχῇ, ὑπεροχῆς ἄρα διαμέτρου τετραγώνου τινὸς δοθείσης, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 1. Fig. 34.



Πρότασις ΛΕ΄.

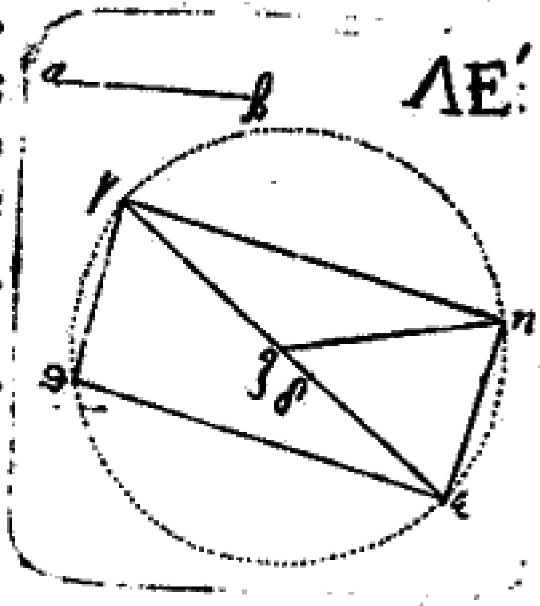
Μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου δοθείσης, καὶ τῆς διαφορᾶς ᾗ ἡ διάμετρος τὴν αὐτὴν ὑπερέχει πλευρὰν, τὸ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον συστήσασθαι.

Δοθήτω πλευρὰ μὲν παραλληλογράμμου τινὸς ὀρθογωνίου ἡ αβ, διαφορὰ δὲ τῆς διαμέτρου τοῦ παραλληλογράμμου πρὸς τὴν αὐτοῦ πλευρὰν ἡ γδ, καὶ ζητείσθω τὸ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον. Ἤχθω δὴ ἡ γδ, κατὰ τὸ συνεχὲς, φέρε εἰπεῖν ἀπὸ τοῦ δ, ὥστε τὴν δε, ἴσην εἶναι τῇ αβ, καὶ τμηθήτω ἡ γε, δίχα κατὰ

τὸ ζ,

τὸ ζ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ ζ, διαστήματι δὲ τῷ ζ γ, ἡμικύκλιον γραφήτω τὸ γ η ε. Εἶτα κέντρῳ μὲν τῷ ε, διαστήματι δὲ τῷ α β, τόξον γραφήτω τέμνον τὸ γ η ε, ἡμικύκλιον κατὰ τὸ η, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ε η, η γ, καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ γ, παράλληλος ἤχθω τῇ ε η, ἡ γ θ, ἀπὸ δὲ τοῦ ε, ἡ ε θ, παράλληλος τῇ η γ, καὶ τὸ γ θ ε η, ἔσται τὸ ζητούμενον. Ὅτι μὲν γὰρ παραλληλόγραμμον, ἐκ τῆς κατασκευῆς δῆλον. Ὅτι δὲ καὶ ὀρθογώνιον, οὐ χαλεπὸν ἤδη δεῖξαι. Ἡ μὲν γὰρ ὑπὸ γ η ε, γωνία ὀρθή ἐστι κατὰ τὴν λα΄: τοῦ γ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ. Ἐπεὶ δὲ ἡ ε θ, παράλληλος ἦκται τῇ γ η, πάντως γε κατὰ τὴν κθ΄: τοῦ α΄: τοῦ αὐτοῦ, καὶ ἡ ὑπὸ η ε θ, γωνία ὀρθή ἐστι. τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων κατὰ τὴν λδ΄: τοῦ αὐτοῦ, αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἄρα καὶ αἱ λοιπαὶ δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ η γ θ, καὶ γ θ ε, ὀρθαί εἰσιν ἑκατέρα, ὥστε ὀρθογώνιόν ἐστι τὸ γ θ ε η, παραλληλόγραμμον. Ἐπεὶ δ᾽ αὖθις ἡ δ ε, εἴληπται ἴση τῇ α β, ὥσπερ καὶ ἡ ε η, πάντως γε ἡ γ ε, διάμετρος ὑπερέχει τὴν α β, δοθεῖσαν αὐτοῦ πλευρὰν τῇ γ δ, δοθείσῃ διαφορᾷ. μιᾶς ἄρα τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου δοθείσης, καὶ τῆς διαφορᾶς, ᾗ ἡ διάμετρος τὴν αὐτὴν ὑπερέχει πλευράν, συνίστη τὸ γ θ ε η, παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Geom. Lib. 1. Fig. 35.



Τέλος τοῦ Πρώτου τῆς Γεωμετρίας Βιβλίου.

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΟΥΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΠΕΡΙ ΚΥΚΛΟΥ, ΚΑΙ ΤΩΝ ΤΟΥΤΟΥ

Ἰδιωμάτων τε καὶ παθῶν.

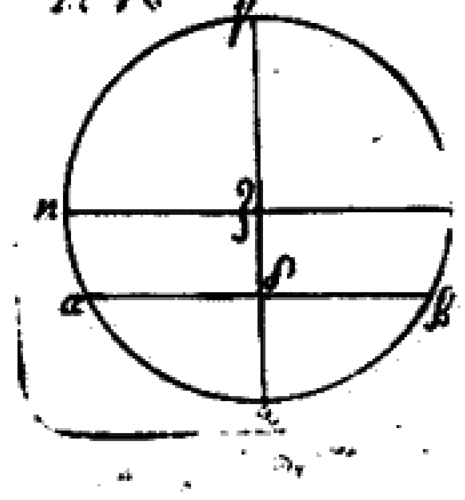
Πρότασις Α':

Κύκλου δοθέντος τὸ κέντρον αὐτοῦ εὑρεῖν.

Ἔστω κύκλος, οὗ τὸ κέντρον ζητεῖται, ὁ α β γ, καὶ ἄχθήτω ἐντὸς τοῦ κύκλου ἡ α β, εὐθεῖα, ὡς ἔτυχεν. Εἶτα τμηθήτω δίχα ἡ αὐτὴ α β, κατὰ τὸ δ, ἀπὸ δὲ τοῦ δ, ἀνεστάθω κάθετος ἐπ' αὐτῆς ἡ γ δ ε, καὶ τμηθήτω δίχα κατὰ τὸ ζ, καὶ τοῦτο ἔσται τὸ κέντρον τοῦ α β γ, δοθέντος κύκλου. Ἐπεὶ γὰρ ἡ α β, τέμνεται δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς ὑπὸ τῆς γ ε, ἡ γ ε, πάντως διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου τοῦ α β γ, κύκλου κατὰ τὴν γ': τοῦ γ': τοῦ Στοιχειωτοῦ, καὶ διάμετρός ἐστι τοῦ α β γ, κύκλου, ταύτης δὲ τὸ ἥμισυ ἡμιδιάμετρός ἐστι τοῦ αὐτοῦ κύκλου, ὥστε κέντρον τοῦ α β γ, κύκλου τὸ ζ, ἐστί. Εἰ δὲ τύχωσι τεμνόμεναι ἄμφω δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς αἱ εὐθεῖαι, ὡς αἱ η θ, γ ε, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ, οἷον τὸ ζ, ἔσται τὸ τοῦ κύκλου κέντρον. δοθέντος ἄρα κύκλου, καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 2. Fig. 1.

Π Α':

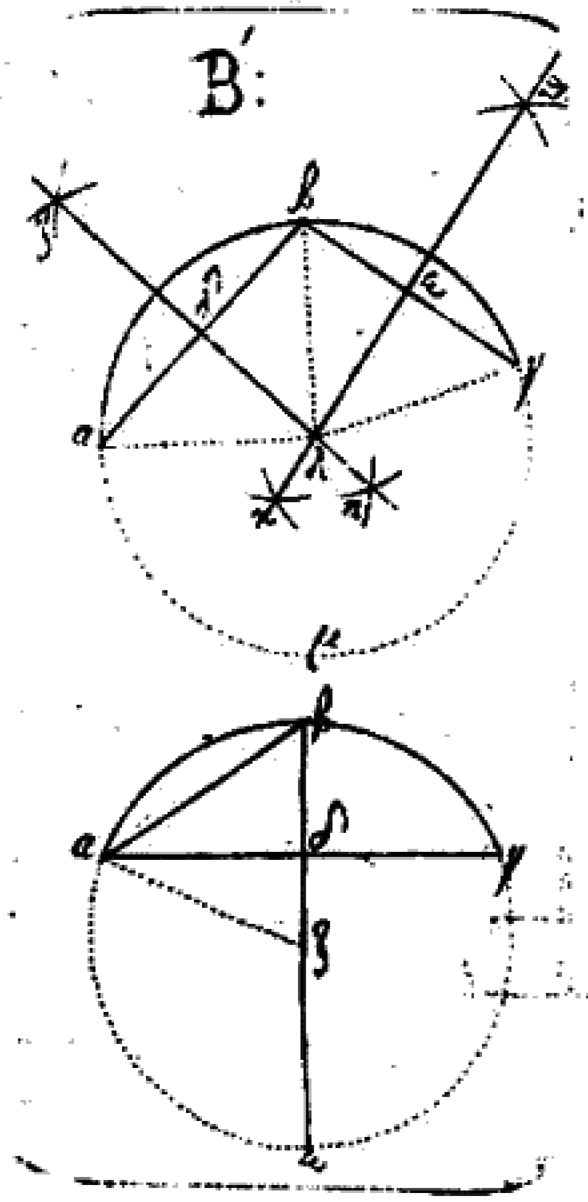


Πρότασις Β':

Τμήματος κύκλου δοθέντος τὸν κύκλον προσαναγράψαι, καὶ τὸ κέντρον αὐτοῦ εὑρεῖν.

Δοθήτω τὸ α β γ, τμῆμα, καὶ ζητηθήτω ὁ κύκλος, οὗ ἐστι τμῆμα. Ληφθήτω δὴ τυχὸν σημεῖον τὸ β, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ α β, β γ, ἑκατέρας δὲ τούτων δίχα τεμνομένης κατὰ τὰ δ, καὶ ε, συνεστάθωσαν ἐπ' αὐτῶν κάθετοι αἱ ζ η, θ κ, τεμνόμεναι κατὰ τὸ λ, καὶ τοῦτο ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἀφ' οὗ διαστήματι τῷ λ α, ἢ λ γ, αναἀναπληρωθήσεται ὁ αβγμ, κύκλος. Ἐπιζεύχθωσαν γὰρ αἱ λα, λβ, λγ, αἵγε ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται κατὰ τὴν δʹ: τοῦ αʹ: τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὥστε κέντρῳ μὲν τῷ λ, διαστήματι δὲ τῷ λα, γραφήσεται ὁ αβγμ, κύκλος.

Geom. Lib. 2. Fig. 2.



Ἢ οὕτως. Ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν αβ, βγ, δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται ὑπὸ τῶν ζη, θκ, πάντως γε κατὰ τὴν ἀνωτέρω τὸ τοῦ κύκλου κέντρον ἐφ' ἑκατέρας τῶν ζη, θκ, ἐστὶν, οὗ τμῆμα τὸ αβγ, ἀλλ' αἱ ζη, θκ, τέμνονται κατὰ τὸ λ, τὸ λ, ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον: τὸ γὰρ κέντρον κοινή ἐστι τομὴ τῶν διὰ τοῦ κέντρου ἀχθεισῶν ἐν παντὶ κύκλῳ.

Ἄλλως. Ἐπιζεύχθω ἡ αγ, καὶ τμηθήτω δίχα κατὰ τὸ δ, καὶ κάθετος ἐπ' αὐτῆς ἡ βδ, ἐξαγομένη κατὰ τὸ συνεχές. κἂν μὲν ἡ ὑπὸ δαβ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ δβα, τὸ δ, πάντως ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, οὗ τμῆμά ἐστι τὸ αβγ, εἰδὲ μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάττων ἡ ὑπὸ δβα, τῆς ὑπὸ δαβ, συνεστάθω πρὸς τῇ αβ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α, ἡ ὑπὸ βαζ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ δβα, καὶ τὸ ζ, ἔσται τὸ κέντρον τοῦ ζητουμένου κύκλου κατὰ τὴν κεʹ: τοῦ γʹ: τοῦ Στοιχειωτοῦ. Τμήματος ἄρα κύκλου δοθέντος τοῦ αβγ, προσαναγέγραπται ὁ αβγε, ζητούμενος κύκλος.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι καὶ τριῶν δοθέντων σημείων, δυνατὸν κύκλον καταγράψαι διὰ τῶν δοθέντων διερχόμενον σημείων. δοθέντων γὰρ τῶν αβγ, σημείων, ὡς ἐπὶ τοῦ αʹ: διαγράμματος, καὶ τῶν αβ, βγ, ἐπιζευχθεισῶν, ἐὰν γένηται καὶ τὰ λοιπὰ, ὡς προηρμήνευται, ἔσται τὸ ζητούμενον.

Πρότασις Γʹ:

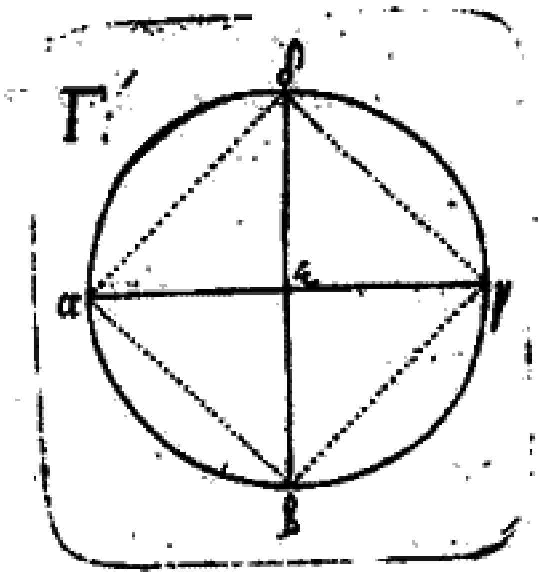
Τὸν δοθέντα κύκλον εἰς μέρη τέσσαρα ἴσα διελεῖν.

Ἔστω ὁ αβγδ, κύκλος, ὃν δεῖ εἰς μέρη τέσσαρα ἴσα ἀλλήλοις τεμεῖν. Εὑρεθήτω δὴ κατὰ τὴν αʹ: τοῦ παρόντος, τὸ κέντρον αὐτοῦ, εἴγε ἄγνωστον εἴη, καὶ ἔστω τοῦτο τὸ ε, δι' οὗ ἤχθω ἡ αεγ, ὡς ἔτυχε, καὶ συνεστάθω ἐπ' αὐτῆς πρὸς ὀρθὰς πρὸς τῷ ε, σημείῳ ἡ δεβ, εὐθεῖα, περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, καὶ ὁ αβγδ, δοθεὶς κύκλος διαιρεθήσεται εἰς μέρη τέσσαρα ἴσα ἀλλήλοις, ἃ καὶ τεταρτημόρια λέγεται, τὰ αδ, δγ, γβ, βα. Ἐπιζεύχθω-

σαν

σαν δὴ αἱ α δ, δ γ, γ β, β α, ὑποτείνουσαι. καὶ ἐπεὶ ἡ α ε, ἴση ἐστὶ τῇ ε γ, κοινὴ δὲ ἡ ε δ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ α ε δ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δ ε γ, ἴση, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα, πάντως καὶ αἱ α δ, δ γ, ὑποτείνουσαι ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὴν δ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, καὶ διὰ τὴν κη': τοῦ γ': τοῦ αὐτοῦ, καὶ αἱ α δ, δ γ, περιφέρειαι ἴσαι ὅμοιαι εἰσί. Διὰ τὰ αὐτὰ δειχθήσονται ἴσαι καὶ αἱ δ γ, γ β, καὶ αἱ γ β, β α, καὶ αἱ β α, α δ, ὥστε ὁ α β γ δ, κύκλος διῄρηται διὰ τῶν α ε γ, δ ε β, διαθειῶν εἰς μέρη τέσσαρα ἴσα ἀλλήλοις τὰ α δ, δ γ, γ β, β α, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

Geom. Lib. 2. Fig. 3.

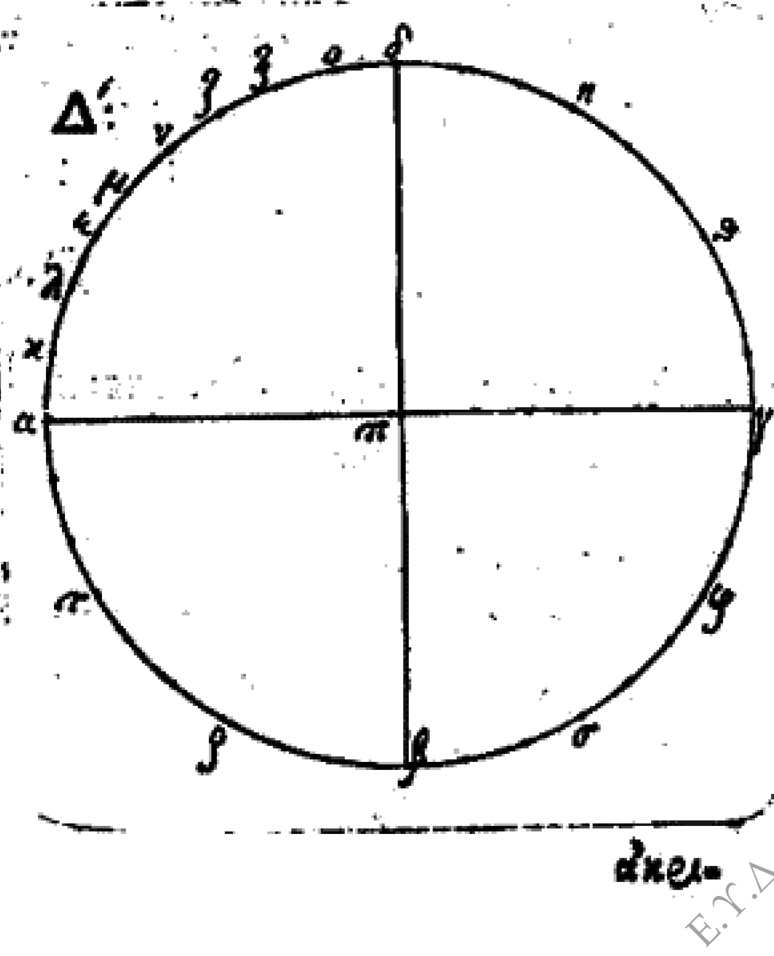


Πρότασις Δ':

Τὸν δοθέντα κύκλον εἰς μοίρας τριακοσίας καὶ ἑξήκοντα διελεῖν.

Ἔστω ὁ α β γ δ, κύκλος διαιρεθησόμενος εἰς μοίρας τριακοσίας καὶ ἑξήκοντα. Διαιρεθήτω δὴ α: κατὰ τὴν ἀνωτέρω εἰς μέρη τέσσαρα τὰ α δ, δ γ, γ β, β α, ἴσα ἀλλήλοις. εἶτα ἕκαστον τῶν α δ, δ γ, γ β, β α, τεταρτημορίων διαιρεθήτω εἰς τρία ἴσα τὰ α ε, ε ζ, ζ δ, δ η, καὶ λοιπά. καὶ διαιρεθήσεται ὁ κύκλος ὅλος εἰς δυοκαίδεκα μέρη ἴσα ἀλλήλοις, ὁ γὰρ 4: ἐπὶ τὸν 3: πολλαπλασ: τὸν 12: ποιεῖ. ἕκαστον δὲ τῶν δωδεκατημορίων διαιρεθήτω αὖθις εἰς τρία ἴσα τὰ α κ, κ λ, λ ε, ε μ, μ ν, ν ζ, ζ ξ, ξ ο, ο δ, καὶ λοιπά, καὶ διαιρεθήσεται πάντως ὁ αὐτὸς κύκλος εἰς μέρη λς': ἕκαστον δὲ τῶν τριακονταεξημορίων διαιρεθήτω εἰς δύο, καὶ τούτων ἕκαστον εἰς πέντε, ἢ γοῦν ἕκαστον τῶν τριακονταεξημορίων εἰς πέντε, καὶ τούτων ἕκαστον εἰς δύο, τὸ αὐτὸ γὰρ ἔσται, καὶ διαιρεθήσεται ὁ κύκλος ὅλος εἰς τὸν ζητούμενον ἀριθμὸν τῶν μερῶν. τὰ γὰρ ἓξ καὶ τριάκοντα μέρη διπλασιαζόμενα μὲν ποιοῦσι τὰ δύο καὶ ἑβδομήκοντα, ἅτινα πενταπλασιαζόμενα ποιοῦσι τὰ τριακόσια καὶ ἑξήκοντα μέρη, πενταπλασιαζόμενα δὲ ποιοῦσι τὰ ἑκατὸν καὶ ὀγδοήκοντα, ἅτινα διπλασιαζόμενα τὰ τριακόσια καὶ ἑξήκοντα ἀναδείκνυσι, καὶ ταῦτα μοῖραι προσαγορεύονται, ὧν ἕκαστον εἰς ἑξήκοντα αὖθις ὑποδιαιρεῖται, καὶ καὶ προσυποδιαιρεῖται, ὡς ἐν ἄλλοις Θεοῦ διδόντος ὀψόμεθα.

Geom. Lib. 2. Fig. 4.



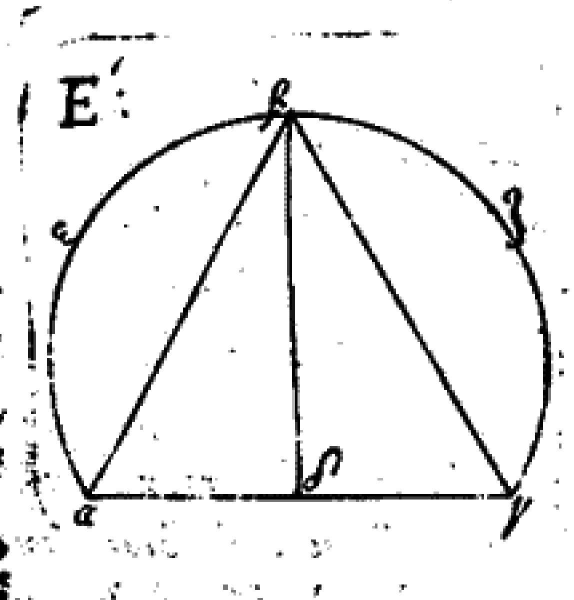
Διὰ δὲ τὸ εὐχερέστερον διῃρημένου τοῦ κύκλου εἰς μέρη τέσσαρα, καθ' ὃν εἴρηται τρόπον, ληφθήτω τῷ διαβήτῃ μετὰ πάσης

ἀκειἀκριβείας τὸ τῆς α π, ἡμιδιαμέτρου διάςημα, καὶ ἀρξάμενος ἀφ' ἑνὸς τῶν παρά-ρων ἀρκτικῶν σημείων, δὸς εἰπεῖν ἀπὸ τοῦ γ, μετάφερε τοῦτο ἐπὶ τὸ η, ἀπὸ δὲ τοῦ η, ἐπὶ τὸ ζ, ἀπὸ δὲ τοῦ ζ, ἐπὶ τὸ α, ἀπὸ δὲ τοῦ α, ἐπὶ τὸ ρ, καὶ ἀπὸ τοῦ ρ, ἐπὶ τὸ σ, ἀπὸ δὲ τοῦ σ, εἴγε ἡ πρᾶξις μετ' ἀκριβείας γένηται, συμπεσεῖται τῷ γ. Ἀρξάμενος δὲ ἀπὸ τοῦ δ, μετάφερε τοῦτο ἐπὶ τὸ ε, ἀπὸ δὲ τοῦ ε, ἐπὶ τὸ τ, ἀπὸ δὲ τοῦ τ, ἐπὶ τὸ β, ἀπὸ δὲ τοῦ β, ἐπὶ τὸ φ, καὶ ἀπὸ τοῦ φ, ἐπὶ τὸ θ, ἀπὸ δὲ τοῦ θ, μεταφερόμενον συμπεσεῖται τῷ δ, καὶ διαιρεθήσεται ὁ κύκλος εἰς μέρη δυοκαίδεκα, ὧν ἕκαστον διαιρεθήτω εἰς τρία, καὶ τὰ λοιπὰ γενέσθω ὡς προηρμηνεύεται.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω δυνάμεθα συναγαγεῖν, καὶ ὅπως ἔξεστι περιφερόμενον κύκλου εἰς μοίρας τξ: διαιρεῖν. Διῃρημένου γὰρ τοῦ ἀρχῆς εἰς γ: ἕκαστον δὲ τῶν τριῶν αὐτοῦ μερῶν αὖθις εἰς τρία, διαιρεθήσεται τὸ ὅλον εἰς θ': διῃρημένου δὲ καὶ ἑκάστου τῶν ἐννέα δίχα, διαιρεθήσεται εἰς ιη, ἐὰν δὲ καὶ τῶν ιη, ἕκαστον εἰς κ': διαιρεθῇ, διαιρεθήσεται τὸ ὅλον εἰς τξ:

Geom. Lib. 2. Fig. 5.



Πρότασις Ε':

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.

Ἔςω τεμεῖν δίχα τὴν α β γ, περιφέρειαν. Ἐπιζεύχθω δὴ ἡ α γ, εὐθεῖα, καὶ τμηθήτω δίχα κατὰ τὸ δ, διὰ τῆς δ': τοῦ α': τοῦ παρόντος, ἀφ' οὗ ἀνεςάσθω κάθετος ἐπὶ τῆς α γ, ἡ δ β, καὶ τμηθήσεται ἡ α β γ, δίχα κατὰ τὸ β. Ἐπιζευχθεῖσαι γὰρ αἱ α β, β γ, καὶ ἐπεὶ αἱ α δ, δ γ, ἴσαι εἰσὶ, κοινὴ δὲ ἡ δ β, καὶ ἡ ὑπὸ α δ β, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ γ δ β, πάντως γε αἱ α β, γ β, εὐθεῖαι ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὴν δ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὥςε καὶ αἱ α ε β, γ ζ β, περιφέρειαι ἴσαι ὁμοίως εἰσὶ κατὰ τὴν κη': τοῦ γ': τοῦ αὐτοῦ.

Πρότασις ϛ':

Τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου.

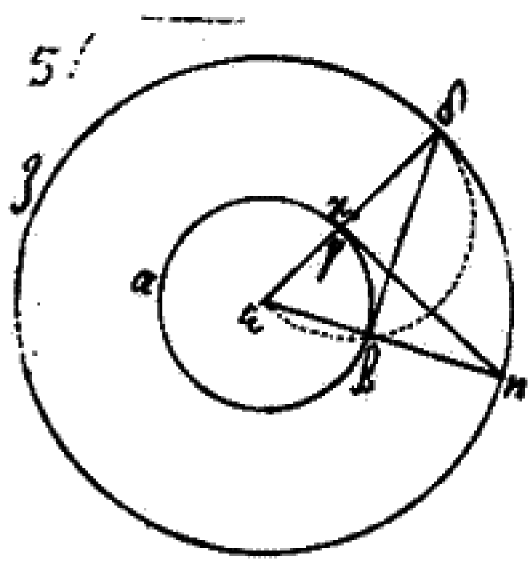
Ἔςω κύκλος μὲν ὁ α β γ, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον, ἀφ' οὗ ζητεῖται ἐφαπτομένην εὐθεῖαν τοῦ α β γ, κύκλου ἀγαγεῖν, τὸ δ. Εὑρεθήτω δὴ τὸ ε, κέντρον τοῦ δοθέντος κύκλου α β γ, κατὰ τὴν α': τοῦ παρόντος, ἀφ' οὗ ὡς ἀπὸ κέντρου διαςήματι τῷ ε δ, γραφήτω ὁ ζ η δ, κύκλος, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ε δ, τέμνουσα τὸν α β γ, κύκλον κατὰ τὸ γ, πρὸς ᾧ συνεςάσθω κάθετος ἐπὶ τῆς ε δ, ἡ γ η. Εἶτα ἐπιζευχθῶσαν

θῶσαν αἱ ε η, δ β, καὶ ἡ δ β, ἐφάψεται τοῦ δοθέντος α β γ, κύκλου κατὰ τὴν ιζ΄: τοῦ γ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Ἄλλως. Ἐπιζεύχθω ἡ ε δ, καὶ τμηθείσης δίχα ταύτης κατὰ τὸ κ, κέντρῳ μὲν τῷ κ, διαστήματι δὲ τῷ ε κ, γραφήτω ἡμικύκλιον τὸ ε β δ, τέμνον τὸν α β γ, κύκλον κατὰ τὸ β. Εἶτα ἐπιζεύχθωσαν αἱ ε β, δ β, καὶ ἡ δ β, ἅψεται τοῦ δοθέντος α β γ, κύκλου κατὰ τὸ β, ἡ γὰρ ὑπὸ ε β δ, γωνία ὀρθή ἐστι, κατὰ τὴν λα΄: τοῦ γ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, κατὰ δὲ τὸ πόρισμα τῆς ιϛ΄: τοῦ αὐτοῦ, ἡ πρὸς ὀρθὰς τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου ἐπ᾽ ἄκρας ἀγομένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου.

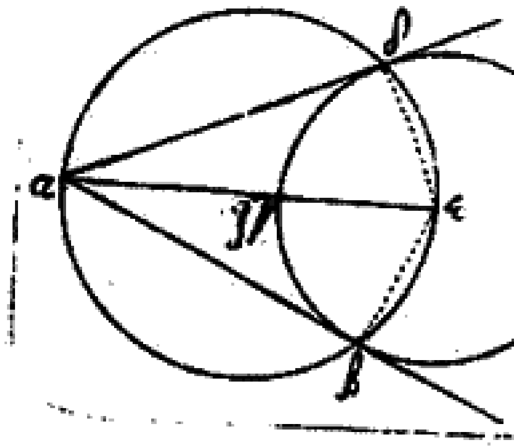
Geom. Lib. 2. Fig. 6.

5!



Πρότασις Ζ΄:

Κύκλου δοθέντος δύο εὐθείας ἁπτομένας αὐτοῦ ἀγαγεῖν ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου ἐκτὸς τοῦ κύκλου.



Ἀπὸ τοῦ α, ἤδη δοθέντος σημείου ἔξω ἐκβαλεῖν δύο εὐθείας ἁπτομένας τοῦ β γ δ, δοθέντος κύκλου. Εὑρεθήτω τοίνυν τὸ κέντρον αὐτοῦ, καὶ ἔστω τὸ ε, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ α ε, ταύτης δὲ δίχα τμηθείσης κατὰ τὸ ζ, γραφήτω ἀπὸ τοῦ ζ, σημείου, διαστήματι τῷ ζ α, ἢ ζ ε, κύκλος ὁ α β ε δ, τέμνων τὸν δοθέντα κύκλον κατὰ τὰ β, καὶ δ, σημεῖα, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ α β, α δ, ἃς λέγω εἶναι τὰς ζητουμένας, καὶ ἐφάπτεσθαι τοῦ β γ δ, δοθέντος κύκλου. Ἐπιζεύχθωσαν γὰρ αἱ ε β, ε δ, καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ α β ε, α δ ε, γωνιῶν ἐν ἡμικυκλίῳ ἐστὶ, πάντως γε κατὰ τὴν λα΄: τοῦ γ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὀρθαί εἰσιν. ὥστε κατὰ τὸ πόρισμα τῆς ιϛ΄: τοῦ αὐτοῦ, αἱ α δ, α β, εὐθεῖαι ἅπτονται τοῦ β γ δ, δοθέντος κύκλου, ἡ μὲν κατὰ τὸ δ, ἡ δὲ κατὰ τὸ β, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

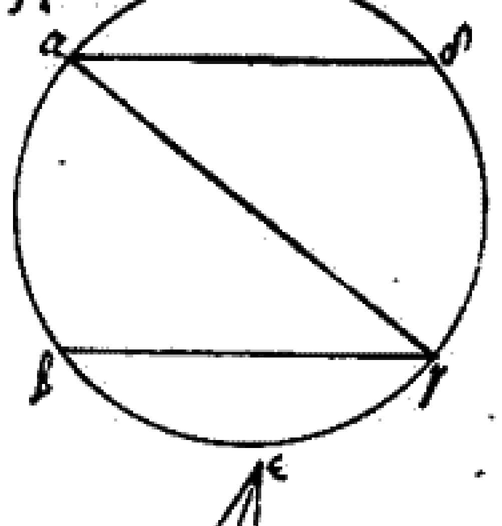
Πρότασις Η΄:

Δύο εὐθεῖαι ἐν κύκλῳ ἀλλήλας μὴ τεμνόμεναι παράλληλοί εἰσιν, ἐὰν τὰ ὑπ᾽ αὐτῶν ἑκατέρωθεν τοῦ κύκλου ἐναπολαμβανόμενα τόξα ἴσα ὦσιν. ἐὰν δὲ αἱ εὐθεῖαι παράλληλοι ὦσι, τὰ ὑπ᾽ αὐτῶν ἐναπολαμβανόμενα τόξα ἑκατέρωθεν τοῦ κύκλου ἴσα εἰσίν.

Εὐθεῖαι ἤδη αἱ α δ, β γ, ἐν κύκλῳ τῷ α β γ δ, μὴ τεμνόμεναι ἀλλήλας, ἐναπολαμβανέτωσαν δύο τόξα ἴσα τὰ α β, δ γ. Λέγω δὴ ταύτας παραλλήλους εἶναι. Ἐπιζεύχθω γὰρ ἡ α γ. καὶ ἐπεὶ αἱ α β, δ γ, περιφέρειαι ἴσαι εἰσὶ, πάνπος γε καὶ αἱ ὑπὸ α γ β, γ α δ, γωνίαι ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὴν κζ': τοῦ γ': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὥστε κατὰ τὴν κζ': τοῦ α': τοῦ αὐτοῦ, αἱ α δ, β γ, εὐθεῖαι παράλληλοί εἰσι. Διὰ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται ἔτι καὶ τὰ α β, δ γ, τόξα ἴσα εἶναι ἀλλήλοις. Κειμένων γὰρ τῶν α δ, β γ, εὐθειῶν παραλλήλως, καὶ τῆς α γ, ἐπιζευχθείσης, ἔσονται αἱ ὑπὸ δ α γ, β γ α, γωνίαι ἴσαι, αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν. ὥστε τὰ α β, δ γ, τόξα ἴσα εἰσίν, ὅπερ ἔδει τὸ β': δύο ἄρα εὐθεῖαι ἐν κύκλῳ, καὶ τὰ ἑξῆς.

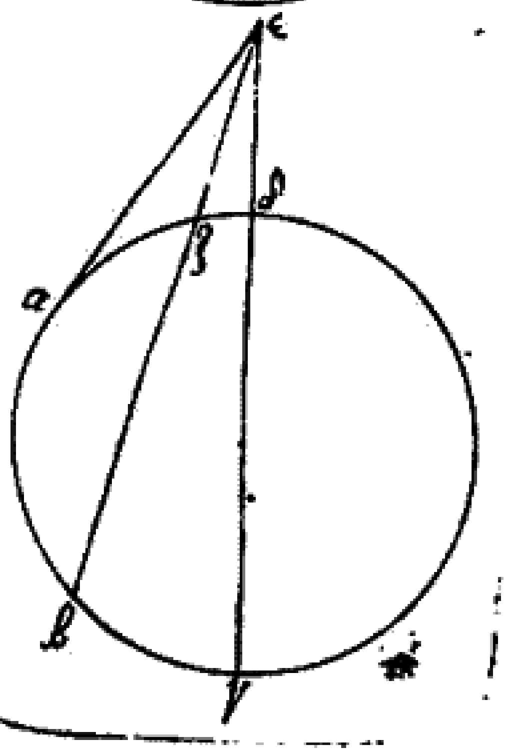
~~Geom. Lib. 2. Fig. 7.~~

Η'



ΛΗ'ΜΜΑ.

Ἐὰν κύκλου ἐκτὸς ληφθῇ τι σημεῖον, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπέσωσι τρεῖς εὐθεῖαι, ὧν ἡ μὲν ἅπτηται τοῦ κύκλου, αἱ δὲ λοιπαὶ δύο τέμνωσιν αὐτόν, αἱ μὲν τὸν κύκλον τέμνουσαι εὐθεῖαι, ἀντιπεπονθότως ἕξουσι πρὸς τὰ ἐκτὸς τοῦ κύκλου τμήματα αὐτῶν, ἡ δ' ἁπτομένη μέση ἀνάλογος ἔσται ἑκατέρας τῶν τεμνουσῶν καὶ τῶν ἐκτὸς τοῦ κύκλου τμημάτων.



Ληφθήτω δὴ ἐκτὸς τοῦ α β γ δ, κύκλου τυχὸν σημεῖον τὸ ε, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πιπτέτωσαν τρεῖς εὐθεῖαι αἱ α ε, ε β, ε γ, ὧν ἡ μὲν ε α, ἁπτέσθω τοῦ κύκλου κατὰ τὸ α, σημεῖον, ἡ δὲ ε β, τεμνέτω αὐτὸν κατὰ τὸ ζ, ὥσπερ καὶ ἡ ε γ, κατὰ τὸ δ. Λέγω ὅτι ὡς ἔχει ἡ ε β, ὅλη πρὸς τὴν ε γ, ὅλην, οὕτως ἔχει ἀντιπεπονθότως καὶ τὸ ε δ, τμῆμα τῆς ε γ, πρὸς τὸ τῆς ε β, τμῆμα τὸ ε ζ, ὡς δὲ ἑκατέρα τῶν ε β, ε γ, πρὸς τὴν ε α, οὕτως ἔχει καὶ ἡ ε α, πρὸς ἑκάτερον τῶν ε ζ, ε δ, τμημάτων, κατὰ γὰρ τὴν λϛ': τοῦ γ': τοῦ Εὐκλείδου τὸ ἀπὸ τῆς ε α, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ε β, ε ζ, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ε γ, ε δ, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ε β, ε ζ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ε γ, ε δ. τεσσάρων οὖν γραμμῶν ἐφεξῆς κειμένων τῶν ε β, ε γ, ε δ, ε ζ, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ε β, ε ζ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων ε γ, ε δ, αἱ τέσσαρες δήπουθεν αὗται εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσι κατὰ τὴν ιϛ': τοῦ ϛ': τοῦ Εὐκλείδου, ὡς ἔχει ἄρα ἡ ε β, πρὸς τὴν ε γ, ἔχει ἡ ε δ, πρὸς τὴν ε ζ. ὅτι δὲ καὶ ἡ α ε, μέση ἐστὶν ἀνάλογος ἑκατέρας τῶν ε β, ε γ, καὶ τῶν ἐκτὸς τοῦ κύκλου αὐτῶν τμημάτων τῶν ε ζ, ε δ, δείκνυται διὰ τῆς ῥηθείσης λϛ': κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν ιϛ': ἐὰν ἄρα κύκλου ἐκτός, καὶ τὰ ἑξῆς.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

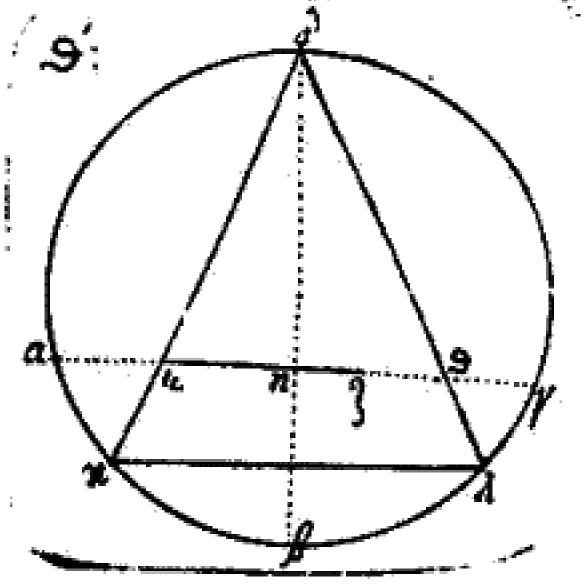
Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου τῶν ἐκτὸς τοῦ κύκλου δύο εὐθειῶν προσπιπτουσῶν, ὥστε τέμνειν ἑκατέραν τὸν κύκλον, τὸ ἀπὸ τῆς μιᾶς καὶ τοῦ ἐναπολαμβανομένου αὐτῆς τμήματος μεταξὺ τοῦ σημείου καὶ κυρτῆς περιφερείας περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς ἑτέρας καὶ τοῦ ἐναπολαμβανομένου αὐτῆς τμήματος μεταξὺ τοῦ σημείου καὶ τῆς κυρτῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. ἐὰν δὲ δύο ὦσιν εὐθεῖαι πρὸς ἓν συμπίπτουσαι σημεῖον, καὶ ἑκατέρα τούτων τμηθῇ, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς μιᾶς ὀρθογώνιον καὶ τοῦ πρὸς τὸ σημεῖον τμήματος αὐτῆς ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῆς ἑτέρας καὶ τοῦ τμήματος αὐτῆς, ὁ διὰ τῶν τομῶν αὐτῶν καὶ τοῦ τῆς μιᾶς πέρατος διερχόμενος κύκλος, διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ πέρατος τῆς ἑτέρας.

Πρότασις Θ΄:

Δύο σημείων δοθέντων ἐντὸς τοῦ κύκλου, ἢ ἐκτὸς, οὐδετέρου μέντοι ἐπὶ τῆς περιφερείας, διὰ τῶν αὐτῶν σημείων εὐθείας ἀγαγεῖν ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τεμνούσας τὸν αὐτὸν κύκλον, ὥστε τὴν τὰς τομὰς ἐπιζευγνύουσαν τοῦ κύκλου, παράλληλον εἶναι τῇ τὰ δοθέντα σημεῖα ἐπιζευγνυούσῃ εὐθείᾳ.

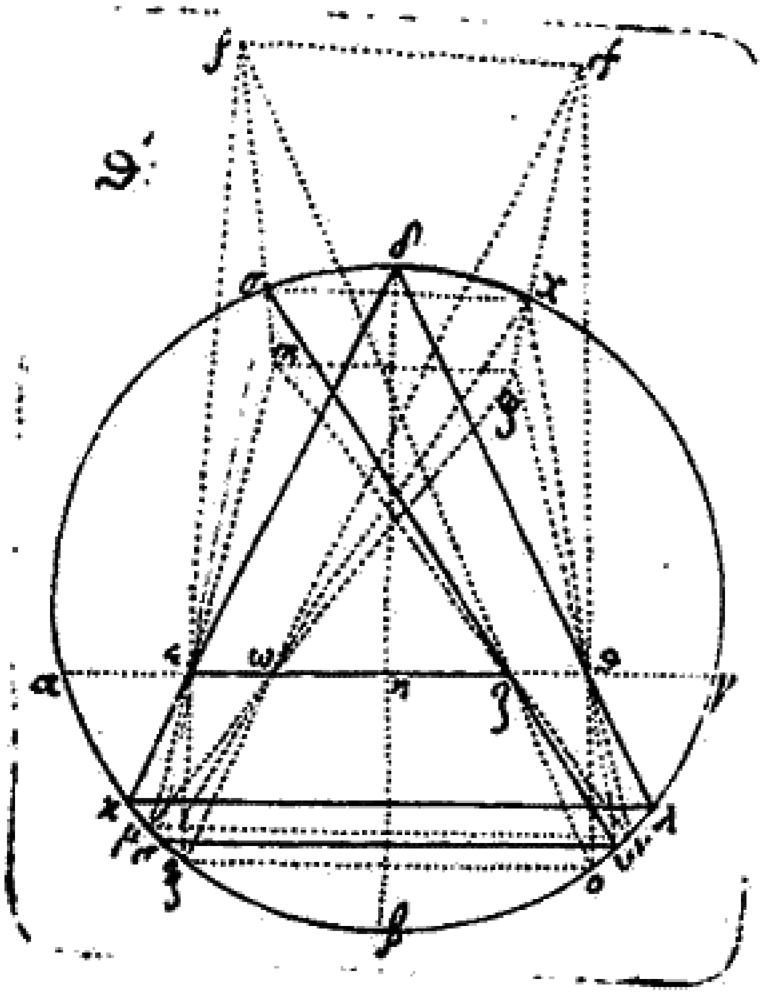
Ἔστω κύκλος ὁ αβγδ, σημεῖα δὲ τὰ ε ζ, ἐντὸς τοῦ κύκλου, καὶ ζητείσθω διὰ τῶν ε, καὶ ζ, σημείων εὐθείας ἐκβαλεῖν ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τεμνούσας τὸν κύκλον, ὥστε καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 2. Fig. 8.



Ἄχθήτω δὴ ἡ εζ, καὶ τὸ συνεχὲς ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη, ὥστε συμπίπτειν τῇ τοῦ αβγδ, δοθέντος κύκλου περιφερείᾳ κατὰ τὰ α, καὶ γ, σημεῖα, καὶ διαιρεθήτω ἡ αγ, δίχα κατὰ τὸ η, καὶ ἤχθω κάθετος ἐπὶ τῆς αγ, διὰ τοῦ η, ἡ δβ, κἂν μὲν διῄρηται δίχα καὶ ἡ δοθεῖσα διὰ τῆς δβ, ὡς ἡ εθ. Συνεστάθω ἐπ᾽ αὐτῆς τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ εδθ, ἐξαγομένων τῶν ἴσων πλευρῶν δε, δθ, μέχρι τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας πρὸς τὰ κ, καὶ λ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ κλ, καὶ αὕτη ἔσται παράλληλος τῇ δοθείσῃ κατὰ τὸ ἐπιταχθέν. αἱ γὰρ δεκ, δθλ, ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου τοῦ δοθέντος κύκλου ἐξαγόμεναι τοῦ δ, διὰ τῶν περάτων τῆς δοθείσης εὐθείας διέρχονται, τέμνουσαι τὸν κύκλον κατὰ τὰ κ, καὶ λ. Ὅτι δὲ ἡ κλ, παράλληλός ἐστι τῇ δοθείσῃ, δὸς εἰπεῖν, εθ, δῆλον. ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τοῦ δ, κατὰ κορυφὴν σημείου τοῦ εδθ, ἰσοσκελοῦς τριγώνου πέπτωκε κάθετος ἐπὶ τῆς εθ, βάσεως ἡ δη, πάντως γε αἱ ὑπὸ κδβ, λδβ, γωνίαι ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὸ α': πόρισμα τῆς γ': προτάσεως τοῦ γ': βιβλίου τῶν καθ᾽ ἡμᾶς Στοιχείων Εὐκλείδου. Ἑπομένως δὲ καὶ αἱ κβ, βλ, περιφέρειαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἀλλὰ καὶ αἱ αβ, βγ, ἴσαι ὁμοίως εἰσὶ διὰ τὰ αὐτά. ἀφαιρουμένων ἄρα τῶν ἴσων βκ, βλ, ἐγκαταλείπονται αἱ ακ, γλ, περιφέρειαι ἴσαι. ὥστε αἱ αγ, κλ, εὐθεῖαι παράλληλοί εἰσι κατὰ τὴν ἀνωτέρω. Εἰ δὲ ἡ τὰ δοθέντα ε, καὶ ζ, σημεῖα ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα εἰς ἄνισα τέμνεται ὑπὸ τῆς δβ, ὡς ἡ εζ, ἀχθήτω ἑκατέρωθεν κατὰ τὸ συνεχὲς τέμνουσα τὸν κύκλον κατὰ τὰ α, καὶ γ, σημεῖα, καὶ εἰλήφθω ἡ γθ, ἴση τῇ αε. καὶ συνεστάθω τὸ δκλ, ἰσοσκελὲς τρίγωνον, εἶτα εἰλήφθωσαν αἱ τε κμ, λν, καὶ μξ, νο, περιφέρειαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ἀπὸ δὲ τῶν μ, καὶ ν, σημείων ἀχθήτωσαν αἱ μπ, νπ, διὰ τῶν ε, καὶ ζ, διαβαίνουσαι σημείων, κἂν μὲν τὸ π, σημεῖον καθ᾽ ὃ αἱ μπ, νπ, εὐθεῖαι συμπίπτουσιν, ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας πέσῃ, ἔσται τὸ ἐπιταχθέν. Ἐπιζευχθεῖσα γὰρ ἡ μν, παράλληλος ἔσται κατὰ τὴν ἀνωτέρω τῇ κλ, ἑπομένως δὲ καὶ τῇ εζ. εἰ δὲ τὸ π, σημεῖον μὴ ἐν τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ πέσῃ, ἀχθήτωσαν διὰ τῶν ε, καὶ ζ, σημείων καὶ αἱ ξρ, ορ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ πρ, τέμνουσα τὸν κύκλον κατὰ τὸ σ, ἀπὸ δὲ τοῦ σ, ἀχθήτωσαν ἔτι καὶ διὰ τῶν ε, καὶ ζ, δοθέντων σημείων αἱ στ, συ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ τυ. Λέγω δὴ ταύτην παράλληλον εἶναι τῇ εζ. Συνεστάσθω γὰρ ἐπὶ μὲν τῆς μν, εὐθείας τρίγωνον, τὸ μφν, ἐπὶ δὲ τῆς τυ, τὸ τχυ, καὶ ἐπὶ τῆς

Geom. Lib. 2. Fig. 9.



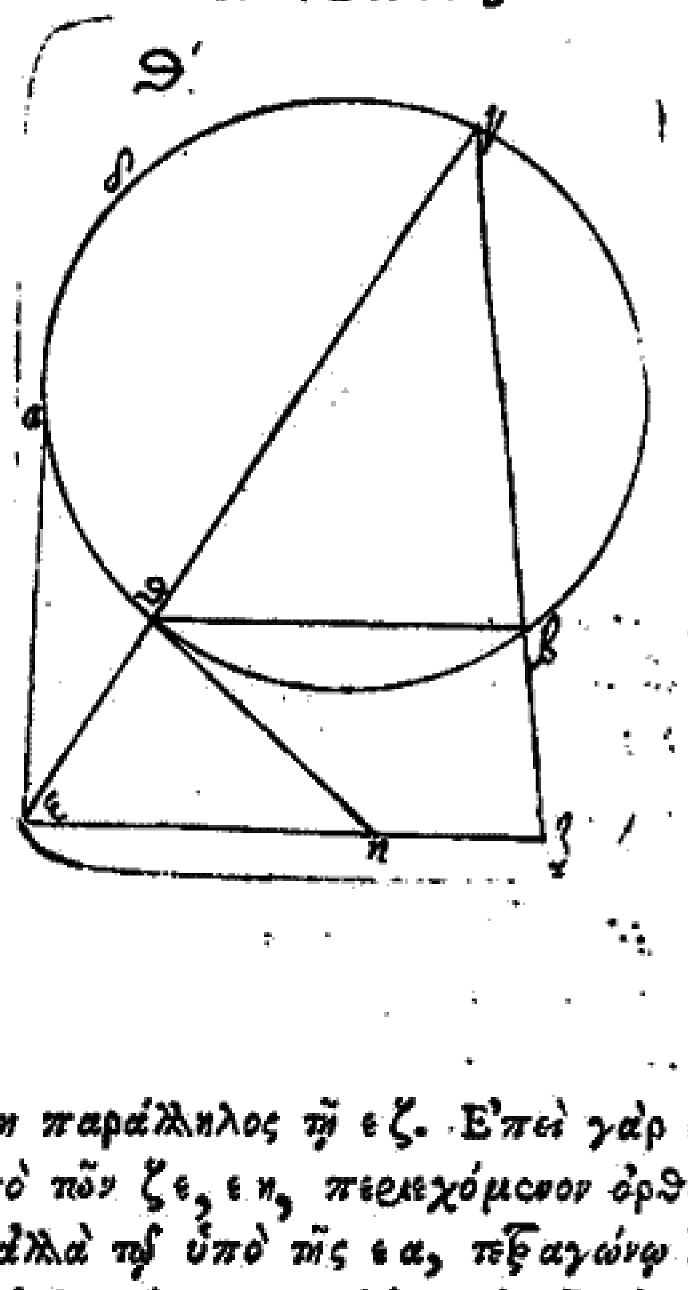
ξο, τὸ ξψο, ὥστε τὸ μὲν μφν, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον εἶναι τῷ μπν, τὸ δὲ τχυ, τῷ τσυ, καὶ τὸ ξψο, τῷ ξρο, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ πφ, σχ, ρψ, καὶ πάντως γε κατὰ τὴν λθ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἡ μὲν πφ, εὐθεῖα παράλληλος ἔσται τῇ μν, ἡ δὲ σχ, τῇ τυ, ἡ δὲ ρψ, τῇ ξο. Ἐπεὶ δὲ ἡ εθ, παράλληλός ἐστιν ἑκατέρᾳ τῶν μν, ξο, κατὰ τὴν ἀνωτέρω, δῆλον ἄρα ὅτι τῶν μπν, μφν, τριγώνων, αἱ πλευραὶ ἀνάλογον τέμνονται κατὰ τὴν δ': τοῦ ϛ': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὥστε ὡς ἔχει ἡ πμ, πρὸς τὴν μν, ἔχει καὶ ἡ πε, πρὸς τὴν εζ, ὡς δὲ ἡ φν, πρὸς τὴν νμ, ἡ φθ, πρὸς τὴν θω, ἀλλ᾽ ὡς ἡ πμ, πρὸς τὴν μν, ἔχει καὶ ἡ φν, πρὸς τὴν νμ, κατὰ τὴν ζ': τοῦ ε': τοῦ αὐτοῦ, ἄρα ὡς ἔχει ἡ πε, πρὸς τὴν εζ, ἔχει καὶ ἡ φθ, πρὸς τὴν θω. Ἐπεὶ δὲ ἡ μν, τῇ νμ, ἴση ἐστὶν (ἡ αὐτὴ γὰρ) ἄρα καὶ ἡ εζ, τῇ θω, ἴση ἐστὶ, καὶ τὰ πεζ, φθω, τρίγωνα ὁμοίως ἴσα εἰσίν. ὅτι δὲ καὶ ἰσογώνια, δῆλον. ἡ μὲν γὰρ ὑπὸ πεζ, γωνία ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ πμν, ἡ

δὲ

δὲ ὑπὸ φθω, τῇ ὑπὸ φνμ, ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ πμν, φνμ, ἴσαι εἰσί, διὰ τὸ ἰσογώνια γεγονέναι τὰ πμν, φνμ, τρίγωνα, ἄρα καὶ αἱ ὑπὸ πεζ, φθω, ὁμοίως ἴσαι εἰσί. διὰ τὰ αὐτὰ δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ πζε, γων: ἴση τῇ ὑπὸ φωθ, ὥστε τὰ πεζ, φθω, τρίγων: ἰσογών: εἰσὶν, ἄρα ἡ πε, ἴση τῇ φθ. ὡσαύτως δὲ δειχθήσεται καὶ ἡ ρε, ἴση τῇ ψθ, δύο δὴ αἱ πε, ερ, πλευραὶ ἴσαι εἰσὶ δυσὶ ταῖς φθ, θψ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ρεπ, γων: ἴση τῇ ὑπὸ ψθφ, ὡς ὀψόμεθα, καὶ βάσις ἄρα ἡ ρπ, βάσει τῇ ψφ, ἴση ἐστὶ κατὰ τὴν δ΄: τοῦ α΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ σρε, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ χψθ, ἴση, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ρεσ, τῇ ὑπὸ ψθχ, ἴση, ὡς δειχθήσεται, ἄρα κατὰ τὴν κϛ΄: τοῦ αὐτοῦ καὶ ἡ εσ, ἴση ἐστὶ τῇ θχ, ἔστι δὲ καὶ ἡ εζ, τῇ θω, ἴση, ὡς δέδεικται, καὶ γων: ἡ ὑπὸ σεζ, τῇ ὑπὸ χθω. ἄρα κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν δ΄: τὸ πεζ, τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ φθω, τριγώνῳ, καὶ κατὰ τὴν μ΄: τοῦ α΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, αἱ πφ, εθ, δηθ: παράλληλοί εἰσιν, ἀλλ᾽ ἡ πφ, παράλληλός ἐστι τῇ τυ, ὡς δέδεικται, ἄρα καὶ ἡ τυ, παράλληλός ἐστι τῇ εζ, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

Ὅτι δὲ ἡ ὑπὸ ρεπ, γων: ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ψθφ, δῆλον. αἱ μὲν γὰρ ὑπὸ ρεζ, ψθω, ἴσαι εἰσὶ διὰ τὸ ἴσας εἶναι καὶ τὰς ὑπὸ ρξο, ψοξ, αἱ δὲ ὑπὸ πεζ, φθω, διὰ τὸ ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ πμν, φνμ, ἴσαι καὶ αὗταί εἰσιν, ὥστε ἀφαιρουμένων τῶν ὑπὸ πεζ, φθω, ἴσων γωνιῶν ἀπὸ τῶν ρεζ, ψθω, ἐναπολείπονται αἱ ρεπ, ψθφ, ἴσαι, ὁμοίως δειχθήσεται καὶ ἡ ρεσ, ἴση τῇ ψθχ.

Geom. Lib.2. Fig.10.



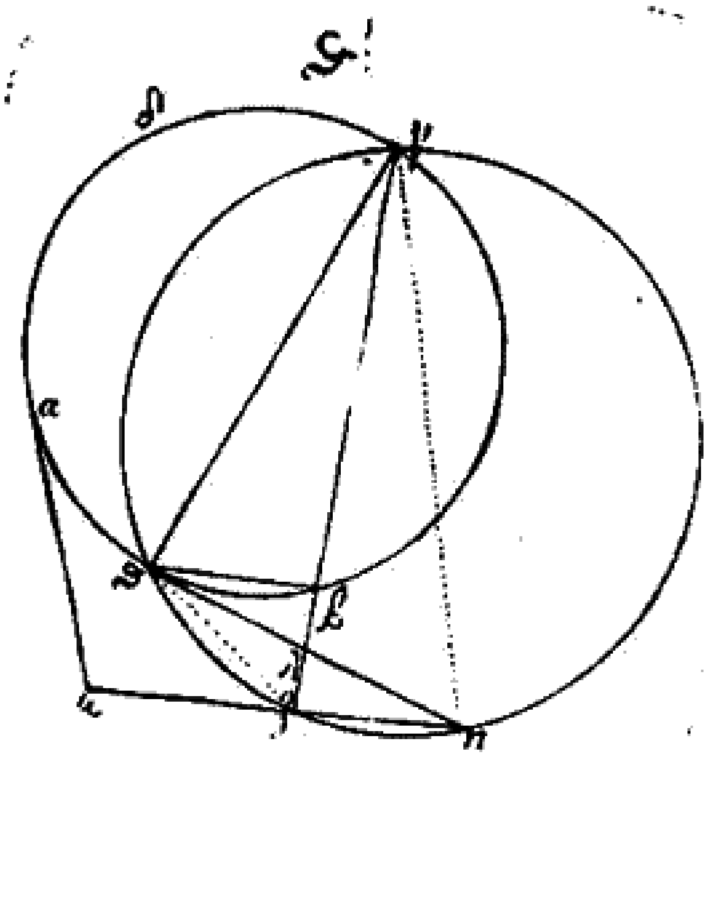
Εἰ δὲ τὰ εζ, σημεῖα ἐκτὸς ὦσι τοῦ κύκλου, ἄχθήτω ἀπὸ τοῦ ε, σημείου ἁπτομένη τοῦ κύκλου ἡ εα, κατὰ τὴν ϛ΄: τοῦ παρόντος, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εζ, εἶτα εὑρεθήτω τρίτη ἀνάλογος τῶν εζ, εα, κατὰ τὴν ιγ΄: τοῦ α΄: τοῦ παρόντος, ἡ εη. Ἐπεὶ δὲ τοῦτο τριχῶς ἐνδέχεται συμβῆναι. ἢ γὰρ ἡ εη, εὑρεθεῖσα, ἐλάττων ἔσται τῆς εζ, ἢ μείζων, ἢ γοῦν ἴση. Ἔστω δὴ α΄: ἐλάττων, καὶ ἀπὸ τοῦ η, πιπτέτω καὶ ἑτέρα ἁπτομένη τοῦ δοθέντος κύκλου ἡ ηθ, κατὰ τὸ θ, σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ θ, ἤχθω ἡ εθγ, ἀπὸ δὲ τοῦ ζ, ἡ γζ, τέμνουσα τὸν κύκλον κατὰ τὸ β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ θβ, καὶ ἔσται πάντως αὕτη παράλληλος τῇ εζ. Ἐπεὶ γὰρ αἱ ζε, εα, εη, ἀνάλογόν εἰσι, πάντως γε τὸ ὑπὸ τῶν ζε, εη, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς εα, τετραγώνῳ, ἀλλὰ τῷ ὑπὸ τῆς εα, τετραγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν γε, εθ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον κατὰ τὴν λϛ΄: τοῦ γ΄: τοῦ

Στοι-

Στοιχειωτοῦ, ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ζε, εη, ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γε, εθ, ὀρθογωνίῳ, καὶ κατὰ τὸ πόρισμα τοῦ ἀνωτέρω λήμματος ὁ διὰ τῶν θηζ, διερχόμενος κύκλος διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ γ, κατὰ δὲ τὴν κβ΄: τοῦ γ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, αἱ ὑπὸ θγζ, θηζ, γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ἀλλ' εἰσὶν καὶ αἱ ὑπὸ θηε, θηζ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. Δύο δὲ αἱ ὑπὸ θγζ, θηζ, δυσὶ ταῖς ὑπὸ θηζ, θηε, ἴσαι εἰσί, κοινῆς δὲ ἀφαιρουμένης τῆς ὑπὸ θηζ, ἐγκαταλειφθήσεται ἡ ὑπὸ θηε, ἴση τῇ ὑπὸ θγζ. ἐπεὶ δὲ τῇ ὑπὸ θγζ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ βθη, κατὰ τὴν λβ΄: τοῦ γ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, πάντως γε αἱ ὑπὸ βθη, θηε, ἴσαι εἰσί, καὶ κατὰ τὴν κζ΄: τοῦ α΄: τοῦ αὐτοῦ, αἱ θβ, εζ, παράλληλοί εἰσιν.

Ἔστω β΄: ἡ εη, μείζων τῆς εζ, τῆς δὲ λοιπῆς κατασκευῆς γενομένης ὡς ἀνωτέρω, ἐπιζεύχθω ἡ θβ, καὶ ἔσται παράλληλος τῇ εζ. Ἐπεὶ γάρ εἰσιν αἱ ζε, εα, εη, ἑξῆς ἀνάλογον, πάντως γε κατὰ τὴν ιζ΄: τοῦ ς΄: Εὐκλείδου τὸ ὑπὸ τῶν ηε, εζ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εα, τετραγώνῳ, ἀλλὰ τοῦτο ἴσον ἐστὶ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν γε, εθ, εὐθειῶν περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, κατὰ τὸ ἀνωτέρω λῆμμα, ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ηε, εζ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν γε, εθ, καὶ κατὰ τὸ πόρισμα, τοῦ αὐτοῦ λήμματος, ὁ διὰ τῶν θζη, γραφόμενος κύκλος διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ γ, ὡς ὁ θζηγ. Ἐπιζευχθεισῶν δὲ τῶν θζ, ηγ, ἔσται ἐν κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τετράπλευρον τὸ θζηγ, καὶ κατὰ τὴν κβ΄: τοῦ γ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, αἱ ὑπὸ θζη, θγη, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἀπεναντίον γάρ, ἀλλὰ καὶ αἱ ὑπὸ θζη, θζε, δυσὶν ὀρθαῖς ὁμοίως εἰσὶν ἴσαι, κοινῆς ἄρα ἀφαιρουμένης τῆς ὑπὸ θζη, ἐγκαταλείπεται ἡ ὑπὸ θγη, ἴση τῇ ὑπὸ θζε. ἀλλ' ἡ ὑπὸ θζε, ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ζηθ, ζθη, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ θγη, ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπὸ ζηθ, ζθη, ἀφαιρουμένων δὲ τῶν ἴσων τῆς τε ὑπὸ ζθη, καὶ ζγη, (ἴσαι γάρ, ὅτι ἐπὶ τῆς αὐτῆς βεβήκασι περιφερείας τῆς ζη,) ἐγκαταλείπονται αἱ ὑπὸ ζηθ, ζγθ, ἴσαι, τῇ δὲ ὑπὸ ζγθ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ βθη, κατὰ τὴν λβ΄: τοῦ γ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἄρα ἡ ὑπὸ ζηθ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ηθβ, καὶ κατὰ τὴν κζ΄: τοῦ α΄: τοῦ αὐτοῦ, ἡ βθ, τῇ ηε, παράλληλός ἐστι.

Geom. Lib. 2. Fig. 21.



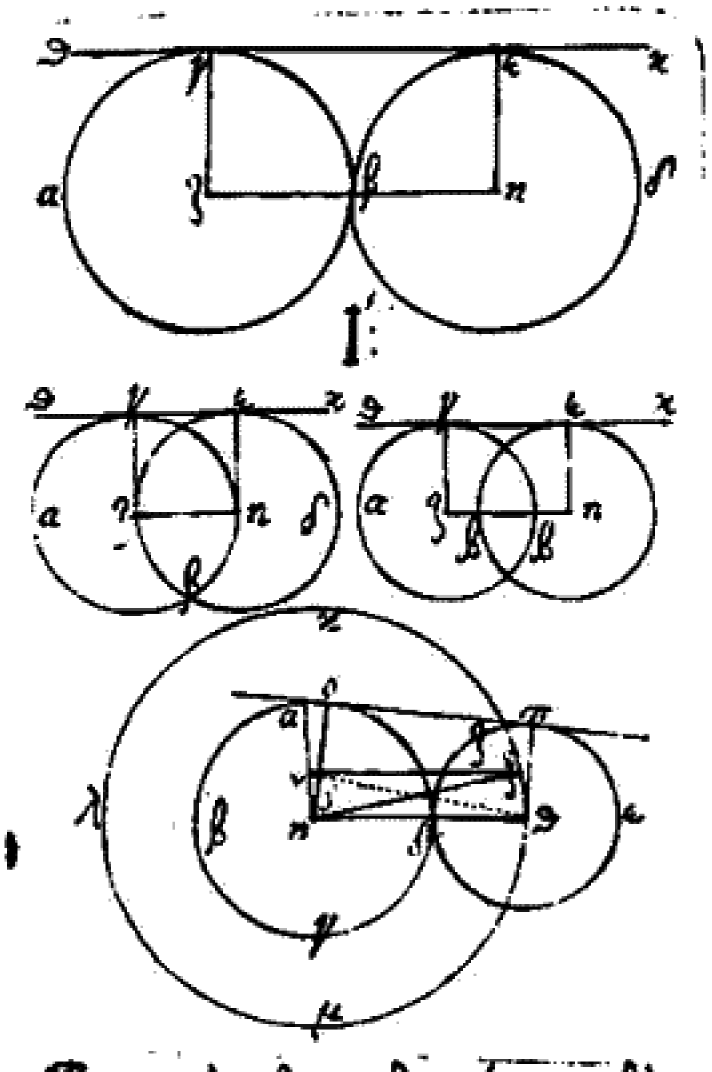
Ἔστω γ΄: ἡ εζ, ἴση τῇ εὑρεθείσῃ τρίτῃ ἀναλόγῳ τῆς αὐτῆς εζ, καὶ εα, τοῦτο δὲ συμβαίνει ἡνίκα ἡ εα, ἴση ἐστὶ τῇ εζ, καὶ ἀπὸ τοῦ ζ, πιπτέτω ἀπτομένη τοῦ αβγδ, δοθέντος κύκλου κατὰ τὸ θ, ἡ ζθ, εὐθεῖα· καὶ γενέσθω τὰ λοιπὰ τῆς κατασκευῆς, ὡς ἀνωτέρω ἡρμήνευται. Λέγω δὴ τὴν θβ, εὐθεῖαν παράλληλον εἶναι τῇ εζ. ἐπεὶ γὰρ αἱ αε, εζ, εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, σὶ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν γε, εθ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αε, τετραγώνῳ, ὡς ἀνωτέρω δέδεικται, πάντως γε τὸ αὐτὸ ὀρθογώνιον ἴσον ἔσται καὶ τῷ ἀπὸ τῆς εζ, τετραγώνῳ, ὥστε κατὰ τὴν λϛ′: τοῦ γ′: τοῦ Στοιχειωτοῦ, γραφόμενος κύκλος περὶ τὸ θζγ, τρίγωνον, ἕξει τὴν μὲν γθε, εὐθεῖαν τέμνουσαν αὐτὸν, τὴν δὲ εζ, ἀπτομένην, καὶ κατὰ τὴν λβ′: τοῦ αὐτοῦ ἡ ὑπὸ θζε, γωνία ἴση ἔσται τῇ ὑπὸ θγζ, ἀλλὰ κατὰ τὴν αὐτὴν πρότ: ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θγζ, καὶ ἡ ὑπὸ βθζ, ἄρα ἡ ὑπὸ θζε, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ βθζ, καὶ κατὰ τὴν κζ′: τοῦ α′: τοῦ αὐτοῦ, ἡ θβ, παράλληλός ἐστι τῇ εζ, δύο ἄρα σημείων δοθέντων, καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις Ι′:

Δύο κύκλων δοθέντων ἐφαπτομένην ἀμφοτέρων εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστωσαν α′: οἱ αβγ, βδε, κύκλοι ἴσοι, εἴτε ἀπτόμενοι ἀλλήλων, εἴτε τέμνοντες ἀλλήλους, διερχόμενοι διὰ τῶν κέντρων, ἢ μὴ, καὶ ζητηθήτω ἀχθῆναι εὐθεῖα γραμμὴ ἀπτομένη ἀμφοτέρων. Εὑρεθήτω δὴ τὸ κέντρον ἑκατέρου, καὶ ἔστω τοῦ μὲν αβγ, τὸ ζ, τοῦ δὲ βδε, τὸ η, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ζη, ἐφ' ἧς συνεστάθωσαν κάθετοι ἀπὸ τῶν ζ, καὶ η, σημείων, τουτὸν δ' εἰπεῖν κέντρων, αἱ ζγ, ηε, εὐθεῖαι, τέμνουσαι τοὺς κύκλους κατὰ τὰ γ, καὶ ε, σημεῖα, δι' ὧν ἤχθω ἡ θγεκ, εὐθεῖα, ἥτις ἐφάψεται ἑκατέρου τῶν κύκλων, αἱ γὰρ ζγ, ηε, ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν. ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα ἐπὶ τῆς ζη, ἐπιζευγνύουσαι δὲ ταύτας αἱ ζη, γε, ἄρα καὶ αὗται ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν, ὥστε τὸ ζηεγ, ὀρθογώνιόν ἐστιν, ἡ γε, ἄρα ὀρθή ἐστιν ἐφ' ἑκατέρας τῶν ζγ, ηε, καὶ κατὰ τὸ πόρισμα, τῆς ιϛ′: τοῦ γ′: τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἐφάπτεται τούτε αβγ, καὶ βδε, κύκλου.

Geom. Lib.2. Fig.12.



Ἔστωσαν β′: ἄνισοι οἱ αβγδ, καὶ δεζ, κύκλοι. εἰ μὲν οὖν ὁ μείζων οὐ διέρχεται διὰ καὶ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάττονος, εὑρεθήτωσαν τὰ κέντρα τῶν αὐτῶν κύκλων, καὶ ἔστωσαν τὰ η, καὶ θ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ η, διαστήματι δὲ τῷ ηθ, γραφήτω ὁ κλμθ, κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ η, ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς ηθ, ἐπιζευχθείσης ἡ ηα, ἀφ' ἧς ἀφῃρήσθω ἡ αν, ἴση τῇ ἡμιδιαμέτρῳ τοῦ ἐλάττονος κύκλου, καὶ ἀπὸ τοῦ ν, ἤχθω παράλληλος τῇ ηθ, ἡ νξ, τέμνουσα τὸν κλμθ, κύκλον κατὰ τὸ ξ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ηξ, τῇ δὲ ὑπὸ ξηα, γωνίᾳ γενέσθω ἴση ἡ

ὑπὸ