

444 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ: ΠΡΩΤΟΝ

νης δηλ: τῶν ἐξ ηκ: α: ζ. ἢ αὐτῆς χρώμενος ἐφόδῳ ἢ ἐπὶ πῶν λοιπῶν, ἀρή-
σεις πάντα τὰς πῶν ἀπτομέτων ἑκάστῳ τῶν λογαρίθμων.

Πρότασις ΙΖ':

Τῶν λογαρίθμων τῶν ἡμιτόνων δευτέρου τῶν τεμνυσῶν ἑκάστῳ
τῶν λογαρίθμων ἀρῆν.

Δοθέντων αὖ πῶν ἡμιτόνων λογαρίθμοι, ἢ γαυῶ ἀριθμήσαντες ἢ τῶν ἐπί-
τῶ παρόντος, καὶ ζητηθέντων αὖ λογαρίθμοι πῶν τεμνυσῶν ἑκάστῳ τῶν. ἀρ-
ξάμενος δὲ ἀπὸ τῶ τῶν μοιρῶν π'θ, κ'θ, ν", ὅπερ ἐστὶν ἑκατον, λάβετε ἀντί-
μετ' α: ἀριθμὸν λογαρίθμου τῶ ἡμιτόνου τῶ αὐτῶ τῶν, δηλονότι πὸν 100000000,
ἀντὶ β': δὲ πὸν λογαρίθμον τῶ ἑλικῶ ἡμιτόνου, ἦτοι πὸν αὐτὸν 100000000. τέ-
πε δὲ διπλασιασθέντος, ἀφαιρήθητε τῶ γενομένου 200000000 ἢ α: καὶ ἐπεὶ ἐνα-
παλείπεται ὁ 100000000, θῆτε καὶ συστοιχίαν τῶ παραπληρώματος, τῶ εἰς ἀρ-
χῆς εἰλημμένου τῶν, τῶ ἐξ ηκ: δηλονότι β': ἰ, ἀντὶ πῶς τεμνύσας αὐτῶ
λογαρίθμον πὸν 100000000. καὶ γὰρ πὸν θ': τοῦ α: τῶ παρόντος αὖ τὸ ἡμι-
τόνον τινος τῶν πρὸς τὸ ἑλικὸν ἡμίτονον, ἔπει τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον πρὸς τῶν τε-
μνυσῶν τῶ παραπληρώματος τῶ αὐτῶ τῶν. οἱ δὲ λογαρίθμοι ἀριθμητικῶς
εἰσὶν ἀνάλογον. ἄρα δευτέρου πῶν εἰς ὅρων τῶ λογαρίθμου δηλ: τῶ ἡμιτόνου τῶ
δευτέρου τῶν, ἢ τῶ λογαρίθμου τῶ ὀλικῶ ἡμιτόνου, ἢ τῶ γ': ζητηθέντος, κα-
τὰ τὸ πόρ: πῶς ἰ: τῶ παρόντος ὀφείλει ὁ β': διπλασιασθῆναι, καὶ τῶ γενομένου
ἀφαιρήθητε ὁ α: καὶ ὁ ἐναπολείπόμενος ἔσται ὁ ζητούμενος. ἀλλὰ δὲ τῶν αὐτῶ
γίγνεται ἢ ἐπὶ τῶ παρόντος, ὑγιῆς ἄρα ἢ πράξις.

Ζητηθέντων ἔτι ὁ λογαρίθμος πῶς τεμνύσας τῶν ἐξ ηκ: α: ἰ. εἰλήθητε ἀντὶ α:
ὅρα ὁ λογαρίθμος τῶ ἡμιτόνου τῶν μοιρῶν π'θ: ν", ὅπερ ἐστὶ παραπλήρωμα τῶ
δευτέρου, δηλονότι ὁ 99999982. ἀντὶ δὲ β': ὁ λογαρίθμος τῶ ὀλικῶ ἡμιτό-
νου, ἦτοι ὁ 100000000. τέπε δὲ διπλασιασθέντος, ἀφαιρήθητε τῶ γενομένου
200000000 ἢ 99999982, καὶ ἐπεὶ ἐναπαλείπεται ὁ 100000018, δῆλον ὅτι
λογαρίθμος ἀντὶ τεμνύσας τῶν ἐξ ηκ: α: ἰ ἐστὶν ὁ 100000018. τέπε γενομένου
ἀκριβῶς ἢ ἐπὶ πῶν λοιπῶν, ἀριθμήσονται δὲ πῶν οἱ λογαρίθμοι πῶν τεμνυσῶν
ἑκάστῳ τῶν, ἄπειρ ἢ τὸ ζητούμενον.

Α' Π Ο Σ Η Μ Ε Γ Ω Σ Ι Σ.

Εὐρεθέντων δὲ πῶν λογαρίθμων ἡμιτόνων, ἀπτομέτων ἢ τεμνυσῶν καθ' ὅτ
ἦδη ἡρμάνεται ἕξ ὅπου, καὶ πῶν κανόνων κατασκευασθέντων. ἐπεὶ ἐν μετ' α:
παραλληλογράμμῳ αὖ τὰ τῶν ἐνασημαίνοντες ἐγγράφονται ἀριθμοί, ἐν δὲ τῶ
β': οἱ τὰ ἡμίτονα παρεῶντες, ἐν δὲ τῶ γ': οἱ τὰς ἀπτομέτας, καὶ ἐν τῶ δ':
οἱ τὰς τεμνύσας, ἢ ἐν τῶ ε: αὖ πῶν ἡμιτόνων λογαρίθμοι, αὖ εἴρηται πρὸς
ἰ: τὸ παρόντος, ἵνα πληρῆσται ἄσαι τὰ αὐτὰ κανόνια, ταχθέντων ἐν μετ'

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ. 445

τῆ ε' παραλληλογράμμου αὐτοῦ λογάριθμοι τῆ ἀπτομένην, ἔσθ' ἡ δὲ τῆ ζ': οἱ λογάριθμοι τῶν πμνύσων, καὶ ἔξαις πάσης κανονία ἐπιπλήσθησθε διὰ λύσιν τῆ ε' γωνίας ὅτι μάλιστα συμβαλλόμενα.

Πρότασις Ι Η':

Τῶν κἀνομίω δοθέντων, ἢ γωνίᾳ κἀνομιωδοθέντων, τὴν λογάριθμον ἡμιτόνου ἀπτομένης τε ἢ πμνύσεως ἐκάστου τῆς ἀπτομένης, ἐλάττωμος ὅμοιος τεταρτημορίου, ἢ γωνίας ἐλάττωμος ὀρθῆς.

Ζητηθήσεται α': οἱ τῶ ἡμιτόνου, ἀπτομένης τε καὶ πμνύσεως λογάριθμοι τῆς μοίρας μιᾶς, ἢ γωνίας. Ἐράδνησον δὲ ἐν τίνι τῶ κανονίῳ ἀείσκειται ἐπιγγραμμίνη ἐν ἀρχῇ τῶ α': παραλληλογράμμου καὶ τῶ δεξιῶν μία μοίρα. Εἶτα σφάπῃσον ἐν τῆ ε': τῆ ζ': παραλληλογράμμου τῶ αὐτῶ κανονία τῆς συσοικουῦτος ἀειθμῆς καὶ πλάτους τῆ ὑπὸ τὸν ἀειθμὸν τῆς μοίρας καὶ βάρους κειμένη τζίφρα, καὶ ὁ μὲν ἐν τῆ ε': ὡς λογάριθμός ἐστι τῶ ἡμιτόνου τῆ δοθέντος τῆς ἢ γωνίας μοίρας μιᾶς. ὁ δὲ ἐν τῆ ε': τῆς ἀπτομένης τῶ αὐτῶ, καὶ ὁ ἐν τῆ ζ': τῆς πμνύσεως. οἷον ἐπεὶ ἐπὶ τῶ παρόντος κανονίῳ Α Β, ἐν τῆ α': μὲν παραλληλογράμμου ἐπιγράφεται ὁ χαρακτὴρ ἄπτο 2. καὶ ὑπ' αὐτὸν καὶ βάρους κείται ο, ταύτη δὲ συσοικεῖ τῶ μὲν ἐν τῆ ε': παραλληλογράμμου ἀειθμῶν ὁ 824185, 93, καὶ ἐν τῆ ε': ὁ 824192, 19, καὶ τῶ ἐν τῆ ζ': ὁ 1000006, 62. δῆλον ὅτι ὁ μὲν 824185, 93. λογάριθμός ἐστι τῶ ἡμιτόνου τῆς ἢ γωνίας μοίρας μιᾶς. ὁ δὲ 824192, 19. τῆς ἀπτομένης τῆ αὐτῶν, καὶ ὁ 1000006, 62. τῆς πμνύσεως.

Ζητηθήσεται β': οἱ λογάριθμοι ἡμιτόνου, ἀπτομένης τε καὶ πμνύσεως τῆς ἢ γωνίας μοιρῶν πῆ. Ἐράδνησον δὲ ἐν τῆ παρακειμένῳ κανονίῳ τῆ ἀποτέρῃ τῆ ἐπὶ τῆς ἀντικειμένης σελίδος τῆς καὶ τῶ δεξιά ἐν τίνι τῶν αὐτῶ παραλληλογράμμων γιγγραμμένος ἐστὶν ὁ 88 ἀειθμός. καὶ ἐπεὶ τῶ ἐπιγράφεται τζίφρα, Ἐράδνησον αὐθις τίνες εἰσὶν οἱ συσοικουῦτος ἀειθμοὶ τῆ τζίφρα τῶ ἐν τῶ ε': τῆ ζ': παραλληλογράμμου, καὶ ὁ μὲν ἐν τῶ ε': ἀεισκόμιος λογάριθμός ἐστι τῶ ἡμιτόνου τῆς ἢ γωνίας μοιρῆς πῆ, ὁ δὲ ἐν τῶ ε': τῆς ἀπτομένης τῶν αὐτῶν, καὶ ὁ ἐν τῶ ζ': τῆς πμνύσεως. οἷον ἐπεὶ ἐπὶ τῶ παρατιθεμένῳ κανονίῳ τῶ Α Β, δηλ: τῶ Γ Δ ἐν μὲν τῶ α': παραλληλογράμμου καὶ τὸν ἔχατον αὐτῶ τῶν γιγγραμμένος ἐστὶν ὁ 88, καὶ ἐπ' αὐτὸν κείται ο. ταύτη δὲ τῶν μὲν ἐν τῶ ε': παραλληλογράμμου ἀειθμῶν συσοικεῖ ὁ 999970.83. τῶν δὲ ἐν τῶ ε': ὁ 1145691.62, καὶ τῶ ἐν τῶ ζ': ὁ 1145718.08. δῆλον ὅτι ὁ μὲν 999970.83 λογάριθμός ἐστι τῶ ἡμιτόνου τῆς ἢ γωνίας μοιρῆς πῆ, ὁ δὲ 1145691.62. τῆς ἀπτομένης τῶν αὐτῶν, καὶ ὁ 1145718.08. τῆς πμνύσεως.

Τὸν αὐτὸν τρόπον ἀριθμήσονται καὶ ἐν τοῖς ἄλλοις κανονίοις πάντες οἱ λογάριθμοι.

446 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ: ΠΡΩΤΟΝ

γάριθμοι ἡμιτόνων, ἀπτομένων τε καὶ πεμνύσων ἐκάστου τόξου ἢ γωνίας. Ἐπειδὴ δὲ ταῖς μοίραις φρόσκεινται καὶ λεπτά, ζητηθήτωσαν μὴ μόνον αἱ μοῖραι, ἀλλὰ καὶ τὰ λεπτά κατὰ σειράν ταῖς μοίραις κατὰ βάθος ἢ κατὰ ὕψος φρεσπεύμενα, καὶ τὰ λοιπὰ γυνείδωσαν, ὡς ἤδη εἶρηται. οἷον ζητηθήτωσαν οἱ λογάριθμοι ἡμιτόνου, ἀπτομένης τε καὶ πεμνύσης τόξου μοιρῶν π̄η, καὶ λεπτ. κ'. Σκοπήσον δὲ ἐπὶ τῷ ΓΔ, κωνοῖου ἐν τῷ α': παραλληλογράμμῳ κατὰ τὰ δεξιότατα, ἔνθα ἐστὶ γεγραμμένος ὁ 88. Ἄρων δὲ τῆτον, ἐράνησον φρὸς τὰ ἄνω πρὸς κατὰ σειράν κειμένους ἀριθμούς, καὶ ἀρήσεις ἐν τῷ ζ': ὡς ὕψος εἶπειρ, θυλαπίω τῷ αὐτῷ παραλληλογράμμῳ τὸν 20 ἀριθμόν. Τῆτον αὐτὸν ὡς βάσιν λαβὼν, ἐράνησον πρὸς συσσοιχοῦντας αὐτῷ τῶν ἐν τῷ ε': σ': καὶ ζ': παραλληλογράμμῳ ἀριθμῶν τῷ αὐτῷ κωνοῖου, καὶ ἐπεὶ ἀρίσκειται ἐν μὲν τῷ ε': παραλληλογράμμῳ συσσοιχῶν τῷ 20 ἀριθμῷ ὁ 999981.62, ἐν δὲ τῷ σ': ὁ 1153615, 14. καὶ ἐν τῷ ζ': ὁ 1153633,51. δῆλον ὅτι ὁ μὲν 999981,62, λογάριθμός ἐστι τῷ ἡμιτόνῳ τόξου ἢ γωνίας μοιρ. π̄η, καὶ κ', ὁ δὲ 1153615,14. τῆς ἀπτομένης τῶν αὐτῶν, καὶ ὁ 1153633,51. τῆς πεμνύσης.

Πρότασις ΙΘ':

Τῶν κωνοῖων δοθέντων, ἢ γωνῶν κατασκόλασθέντων πρὸς λογαρίθμους ἡμιτόνων, ἀπτομένων τε καὶ πεμνύσων ἀρίσκειν ἐκάστου τόξου μείζονος τεταρτημορίου, ἢ γωνίας μείζονος ὀρθῆς.

Δοθήτω τόξον ἢ γωνία μοιρῶν ὑα, καὶ μ', καὶ ζητηθήτωσαν οἱ λογάριθμοι ἡμιτόνου, ἀπτομένης τε καὶ πεμνύσης τῷ αὐτῷ τόξου ἢ γωνίας. Ἀφαιρήτω δὲ τὸ δοθέν τόξον, ἢ ἡ γωνία ἀπὸ τῶν ρ̄π, μοιρῶν, καὶ τῷ ἐναπολειπομένῳ τόξου ἢ γωνίας ἀρίσκειν κατὰ τὴν ἀνωτέρω οἱ λογάριθμοι ἡμιτόνου, ἀπτομένης τε καὶ πεμνύσης, καὶ κείνοι ἔσονται οἱ ζητούμενοι. ἐπεὶ τοίνυν ἀφαιρήσεως γινόμενης, καθὰ εἶρηται, ἐναπολείπεται τόξον, ἢ γωνία μοιρῶν π̄η, καὶ κ'. ἀρίσκειν οἱ λογάριθμοι τῷ ἡμιτόνῳ, ἀπτομένης τε καὶ πεμνύσης τῷ δοθέντος τόξου ἢ γωνίας κατὰ τὸν εγ': ὅρον τῷ α': τῷ παρόντος, καὶ δ': τοῦ β': τῷ αὐτῷ.

Πρότασις Κ':

Τῶν κωνοῖων δοθέντων, ἢ γωνῶν κατασκόλασθέντων, πρὸς λογαρίθμους ἡμιτόνων, ἀπτομένων τε καὶ πεμνύσης τῷ παραπληρώματος τόξου τιμὸς μέχρι τεταρτημορίου, ἢ γωνίας ἀρίσκειν.

Δοθήτω τόξον, ἢ γωνία μοιρῶν π̄η, καὶ λεπτ. κ'. καὶ ζητηθήτωσαν οἱ λογάριθμοι ἡμιτόνου, ἀπτομένης καὶ πεμνύσης τῷ παραπληρώματος τῷ αὐτῷ. Ἀφαιρήτωσαν δὲ αἱ π̄η καὶ κ', ἀπὸ τῶν ὑ. καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται τόξον μοίρας μιᾶς, καὶ λεπτ. μ', ζητηθήτωσαν καὶ τὴν εἰς τῷ παρόντος οἱ λογάριθμοι ἡμιτόνου, ἀπτομένης καὶ πεμνύσης τῷ παραπληρώματος τῷ αὐτῷ.

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ. 447

ἡμίτονε , ἀπτομένης τῆ καὶ πεμνύσης τῆς μοίρας μιᾶς καὶ λιπτῆ μί. καὶ ἀριθμήσονται ἀντὶ μὲν ἡμίτονου λογάριθμοι: ὁ 846366,49. , ἀντὶ δὲ ἀπτομένης ὁ 846384,86. , καὶ ἀντὶ πεμνύσης ὁ 1000018,38. ἢ καὶ ἕπος , ἀριθμήτω ὁ ἀριθμὸς τῆς λιπτῆ τῆ δοθέντος τῆς ἢ γωνίας , καὶ ζητηθήτωσαν οἱ τῆς αὐτῆς συσσοιχοῦντος ἀριθμοὶ τῆς ἐν τῆ παρακειμένη κανονίῳ κειμένων ἀριθμῶν , καὶ κείνοι εἰσονται οἱ ζητούμενοι , ὡς ἐπὶ τῆ παρόντος ὑποδείγματος δῆλον . Ἐπεὶ οὖν δέδοται τῆς γωνία μοιρῶν πῆ , καὶ λιπτῆ κί , καὶ τῆς συσσοιχοῦσιν οἱ 1000018,38:846384,86:846366,49. φαιρὸν , ὅτι ὁ μὲν προσιγγίζων τῆς κί , δηλ. ὁ α: τῆς ἐν ταῦτα ἐκπεφωτῆ λογάριθμὸς ἐστὶ τῆς πεμνύσης τῆ παραπληρώματος τῆ δοθέντος-τῆς , κεῖται γὰρ ἐν ἀρχῇ καὶ τὰ διξιά ἐφθα ἐπιγράφεται λογάριθμος αὐτῆ πεμνύσης , ὁ δὲ τῆς συσσοιχῶν λογάρ. ἐστὶ τῆς ἀπτομένης τοῦ αὐτοῦ , καὶ ὁ μὲν ἐκείνον τῆ ἡμίτονου .

Πρότασις ΚΑ΄

Λογαρίθμοι ἡμίτονου τιμῆς τῆς ἢ γωνίας δοθέντος , τῆ τῆς ἢ τῆς γωνία ἐν ταῖς κανονίαις ἀριθμῶν .

Ἐστω λογάριθμος ἡμίτονου ὁ 999985,12 καὶ ζητηθήτω τῆ τῆς . Εὐριθήτω δὲ ἐν τῆ κανονίῳ ὁ δοθείς λογάριθμος καὶ παρατηρήτω εἶναι τῆς ἐν τῆ α: παραλληλογράμμῳ ἀριθμῶν ἐφθα ἐπιγράφεται , ἢ γουὶ ὑπογράφεται ὁ τῶν μοιρῶν ἀριθμὸς , συσσοιχεῖ ὁ δοθείς λογάριθμος τῆ ἡμίτονου , καὶ κείνος εἶσαι ὁ ζητούμενος . οἷον ἐπὶ ὁ 999985,12. ἀρίσκειται ἐπὶ τῆ Γ Δ, κανονίῳ ἐν τῆ ε: παραλληλογράμμῳ καὶ τῆ ι: θυλάκιον τῆς ἀπαιτηθείσης ἀπὸ τῆς κάτω ἀρχομένης , καὶ ἕπος ὁ ἀριθμὸς συσσοιχεῖ τῆ 30. ἀριθμῶ τῆς ἐν τῆ α: παραλληλογράμμῳ κατὰ τὰ ἀξισιὰ , δῆλον , ὅτι τῆς ζητούμενον τῆς , ἢ ἢ γωνία μοιρῶν ἐστὶ πῆ καὶ λ'. τῆ τῆς ἢ τῆς ἀρίσκειται τῆ τῆς , ἢ ἢ γωνία , καὶ ὁ λογάριθμος τῆς ἀπτομένης , ἢ τῆς τεμνύσης δοθῆ .

Εἰ δὲ γὰρ τῆς ζητούμενον τῆς μείζον ἢ τῆς τῆς , ἢ ἢ γωνία ἀμβλεῖα . ἀριθμήτω α: καὶ τὰ ἢ δὲ εἰρημεία ὁ ἀριθμὸς , ὃ τῆς ὁ δοθείς συσσοιχεῖ λογάριθμος τῆ ἡμίτονου , ἢ τῆς ἀπτομένης , ἢ γουὶ τῆς πεμνύσης τῆς ζητούμενον τῆς , καὶ κείνος ἀφαιρήτω ἀπὸ τῆς ρπ , καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς εἶσαι ὁ ζητούμενος . οἷον δοθέντω λογάριθμος αὐτῆ ἀπτομένης τῆς τῆς μείζονος τῆς τῆς , ἢ γουὶ γωνίας μείζονος ὀρθῆς ἢ τῆς ἀμβλείας , ὁ 839831,52, ἀριθμὸς . καὶ ζητηθήτω τῆ τῆς τῆς , ἢ ἢ γωνία . ἐπεὶ οὖν ἕπος ὁ ἀριθμὸς συσσοιχεῖ τῆ 26, τῆ ἐν τῆ α: παραλληλογράμμῳ , ἐν τῆ ἐπιγράφεται ὁ χαρακτήρ ἕπος ι. ἀφαιρήτω ἀπὸ τοῦ ρπ , μοιρῶν μία μοῖρα , καὶ λιπτὰ κς , καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς πῆ , καὶ λιπτῆ λδ , εἶσαι τῆς ζητούμενον . τῆ τῆς ἀρα , ὁ λογάριθμος δέδοται αὐτῆ ἀπτομένης ἢ ἢ γωνία μοιρῆ: ἐστὶ πῆ καὶ λιπτῆ λδ .

Εἰς

448 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

Ἐὰν δὲ ὁδοθεὶς λογαριθμὸς εἴη ἀείσκειται ἐν τοῖς κωνίοις, ληφθήτω ἀπὸ αὐτοῦ ὁ σφαιρικός, καὶ κείνος δείξει σοὶ τὸ ζυγόμενον πλάτος, ἢ τὴν γωνίαν. Ὅτι ἔχων ποίπυ τὰ δοθέντα κωνία δύναται ἢ ποιαύτη ἐφόδῳ ἀείσκειν τὰς λογαριθμὸς ἤμισι: ἀπτομὶ π ἢ πμν. ἰκάστω πλάτος ἢ γωνίας, δοθέντων ἢ δὴ τῶν πλάτων, ἢ τῶν γωνιῶν. καὶ ἀνάπαλιν, ἀείσκειν δηλ. τὰ πλάτα, ἢ τὰς γωνίας δοθέντων τῶν λογαριθμῶν, ὡς ἢ δὴ εἴρηται, τῶ δ' ἀμοιρουῦντι κωνίων ἕξις: πῶν τυχαῖον διὰ τῆς εἰ: ἢ ζ': πῶ παρόντος.

Πρότασις ΚΒ:

Τὰ δοθέντα ἀριθμοὶ τοῦ λογαριθμοῦ ἀείσκειν ἐν τοῖς κωνίοις τῶν κοινῶν λογαριθμῶν.

Κοινοὶ λογαριθμοὶ εἰσιν ἀριθμοὶ ἀριθμητικῶς ἀνάλογον, συσφιχουῦντις τοῖς γιωμετρικῶν πρῶσιν ἀιολογίαις. Ἐφάρλυται δὲ καὶ ἔτσι παρα τῶν πῶ τοιαύτα ἀκριβῶς σφαιραμετρικών, ἵνα τὴν εἰς ἀριστὸν τῶν γιωμετρικῶν ἕξις ἀναλόγων δυοχίρειαν φύγασιν. Ἐπεὶ δὲ τὰ τῆς γιωμετρικῆς ἀιολογίας εἶδη διάφορα π εἰσὶ, καὶ ἀριθμῶν ἀπερίληπτα, σφός τὸ δυνάσθαι ἀείσκειν ἀπονώτερον οἰονδῆσθαι ἕξις ἀνάλογον, κατασκευάσθαι παρ' αὐτοῖς θαυμασία τιμὴ μεθόδῳ καὶ τὰ πῶν κοινῶν λογαριθμῶν κωνία. Ἐστὶ δὲ τὸ πῶν κωνίων τούτων γῆμα ἐτιρόμηκίς τι παραλληλόγραμμον εἰς δύο μετ' ἑκτὸς πλάτος διγρημένον, καὶ βάρθος δὲ εἰς ὅσ' αὐτὴν ἔχρησθαι δῶ. καὶ ἐν μετ' τῶν α': παραλληλογράμμῳ τῆς εἰς ἀριθμοὶ πῶν τῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι, καὶ κατὰ τὴν φυσικῶν αὐτῶν ἐπὶ τὸ μείζον χωρουῦντις σφόςδον, ἐν δὲ τῶν β': οἱ πῶν ἀριθμῶν πῶν τῶν λογαριθμοὶ, ὅστις μετ' κωνίοις μετὰ πῶν διαφορῶν αὐτῶν, ὅστις δὲ αὐτὸ πῶν πρῶσι δὲ οἱ λογαριθμοὶ ἔτσι τοιούτων τινα σφός ἀλλήλους εἰρμόν ἢ τάξιν, ὡς ἀφαιρουμένων πῶν ἐλαττόνων λογαριθμῶν ἀπὸ πῶν μείζονων πῶν ἐν τῶν αὐτῶν δυνων λόγῳ ἀριθμῶν, τὴν αὐτὴν ἀεί ἀείσκεισθαι ὑπεροχλῶ, καὶ πῶν μετ' ἐν μείζονι λόγῳ μείζονα εἶναι καὶ τὴν διαφορῶν, πῶν δὲ ἐν ἐλάττορι ἐλάττονα. ἐφαπλῦται δὲ τὰ αὐτὰ κωνία ὅσον αὐτὴ εἴη ἰκάστω βυλητόν. διὸ δὴ τὰ μετ' μίχρη τῶ 1000 ἀριθμῶ, τὰ δὲ μίχρη πῶ 10000, καὶ ἄλλα μίχρη τινὸς ἄλλου ἀριθμῶ ἐπείνεται. ἀλλ' ἵνα μὴ κατὰ μῆκος μόνον εἴη ἐπιταμίνα, εἰώθασί τινις μίχρη πῶ 30. ἐφαπλῦται τὸ α': παραλληλόγραμμον. εἴπε ἀπὸ τῶ αὐτοῦ ἀριθμῶ ὡς ἀπ' ἄλλης ἀρχόμενοι ἀρχῆς ἐφαπλῦται τὸ β': μίχρη τῶ 60. τὸ δὲ γ': μίχρη τοῦ 90. , τὸ δὲ δ': μίχρη τοῦ 120. , ἀλλήλοις παρατιθέμενα π, καὶ οἰονεὶ συγχόμενα. ἀρχομένου ἀπὸ τῶ ἑπομένου ἐξ εἰ τὸ προηγούμενον λήγει, ὡς ἐκτὴ ἐπαναλήψαι κατασκευάσθαι τι κωνιον διγρημένον κατὰ πλάτος μετ' εἰς μέρη δυοκαίδεκα, κατὰ βάρθος δὲ εἰς εἰς, καὶ ἄλλοι ἄλλως. καὶ ἐν μετ' τῶ α': παραλληλογράμμῳ, γ': εἰ: ζ': θ': καὶ ια': πῶν τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ

ἀπὸ μονάδος ἀρχομένους ὡς εἴρηται. ἐν δὲ τῷ β': δ': ε': ή: ι: ιβ: πὸς τῷ ἀριθμῶν λογαρίθμους ὡς ὄρας ἐπὶ τῷ παρόντι τῷ χάειν ὑποδείγματος πεισῖτος.

Ἐστω πίνω δ' δοθεὶς ἀριθμὸς μὴ μείζων τῷ ἐν τῷ κανόνι ἔχεται, καὶ ζητηθῆτω ὁ πίνω λογαρίθμος. Εὐριθῆτω δὴ ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς ἐν τοῖς παραλληλογράμμους τῷ κανόνι, ὡς εἰσὶ γέγραμμένοι κατὰ τὴν φυσικὴν αὐτῶν φύσιν ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι. Ἐριθῆσεται γὰρ πάντως γιὰ διὰ τὴν ὑπόθεσιν. ὁ γὰρ μὴ ὑπερέχων τῷ ἐν τῷ κανόνι ἔχεται, ἐντὸς ἐστὶ τῷ ἐν τῷ κανόνι. πίνω δ' ἔριθῖτος ὁ κη' τὰ δεξιά αὐτῷ συσσοιχῶν λογαρίθμος ἔσαι ὁ ζητέμενος. Οἶον δοθῆτω ἀριθμὸς ὁ α, καὶ ἀείσκειται ἐν τῷ γ': παραλληλογράμμω, ὡς εἰσὶ κη', καὶ πίνω συσσοιχεῖ ὁ β, δῆλον ὅτι ὁ β, λογαρίθμος ἐστὶ τῷ α, δοθῖτος.

Ἐστω β': ἀριθμὸς μείζων τῷ τῷ ἐν τῷ κανόνι ἔχεται. ἐπει δὲ πίνω διχῶς ἐνδέχεται συμβαίνειν, ἢ γὰρ μείζων ἐστὶ α. 50. εἰν ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς τῆς ποσότητι πῶν χαρακτῶν, ἢ τῷ β. 169897.00 πλήθει. Ἐστω δὴ α: μείζων τῆς πῶν χαρακτῶν ποσότητι, ἐν δὲ τῷ βαθμῷ πῶν μονάδων ἔχεται τζίφρα. καὶ ζητηθῆτω ὁ πίνω λογαρίθμος. Εὐριθῆτω οὖν ὁ λογαρίθμος πῶν κη' τὰ ἀριστερὰ χαρακτῶν, ἀφαιρέμενης τῆς κη' τὰ δεξιά κειμένης τζίφρας ἀπὸ μονάδος. καὶ πίνω ἐναλλαχθῆτω ὁ α: κη' τὰ ἀριστερὰ χαρακτῶν, ὡς τὴν πύτω ποσότητι μονάδι ἐλλείπειν τῷ πλήθει πῶν χαρακτῶν τῷ δοθῖτος ἀριθμῷ, καὶ ὁ γενομένος ἔσαι ὁ ζητέμενος. Οἶον ζητηθῆτω ὁ λογαρίθμος τῷ γ, ὑπερέχοντος τῷ δ, ἔχεται ἐπέχοντος τάξιν, ἐν τῷ παρόντι κανόνι τῆς τῷ 9 χαρακτῶν ποσότητι. Ἐριθῆτω δὴ κη' τὰ ἀνωτέρω ὁ λογαρίθμος πῶν δύο κη' τὰ ἀριστερὰ χαρακτῶν αὐτῷ, ἢτοι τῷ 19. καὶ ἐπει τῷ λογαρίθμος ἐστὶν ὁ ε, μεταλλαχθῆτω ὁ α: κη' τὰ ἀριστερὰ χαρακτῶν καὶ γείδω ὁ ζ, καὶ ἔπος ε. γ. 190. δ. 180. εἰσαι λογαρίθμος τῷ δοθῖτος. ὁ γὰρ δοθεὶς ἀριθμὸς ε. 127875. 36. ἐκ τριῶν σύγκεται χαρακτῶν. διὸ δὴ ἀφείλει ὁ τῷ ζ. 227875. 36. πὸς λογαρίθμος ἀρχεῖται ἀπὸ τῷ 2. χαρακτῶν.

Εἰ δὲ γιὰ ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ἐν τῷ πῶν μονάδων βαθμῷ σημαντικὸν ἔχει χαρακτῶν. Εὐριθῆτω α: ὁ λογαρίθμος πῶν κη' τὰ ἀριστερὰ χαρακτῶν αὐτῷ, ἀφαιρούμενης τῷ ἔχεται κατὰ τὰ δεξιά. Εἰτα ἀφαιρηθῆτω ὁ αὐτὸς λογαρίθμος ἀπὸ τῷ ἐπομένῃ λογαρίθμῳ, ἵνα οἱ λογαρίθμοι ἐν τοῖς κανόνις ἀείσκονται ἀνά πῶν διαφορῶν, εἰ δὲ γιὰ μὴ τῷ διαφορῶν, ἐν αὐτοῖς εἰσὶ γέγραμμένοι, εἰλήφθω ἡ διαφορὰ ἀπὸ τῷ β': ὄρα, ἀπὸ δὲ τῷ α: ἢ μονάς μὴ μιᾶς τζίφρας, ἐπει εἰς ἀφῆρηται χαρακτῶν, καὶ ἀπὸ τῷ γ': ὁ ἔχεται ἀφαιρέσει χαρακτῶν τῷ δοθῖτος ἀριθμῷ. καὶ γείδω μέθοδος τῶν ξιῶν, καὶ ὁ ἀριθῖτος δ': ἀνάλογος ποιεθῆτω τῷ λογαρίθμῳ πῶν δύο χαρακτῶν τῷ δοθῖτος ἀριθμῷ, τῷ ἐν τῷ κανόνι ἔριθῖντι, καὶ τοῦ γενομένου μεταλλαχθῆτω ὁ α: κατὰ τὰ ἀριστερὰ χαρακτῶν, καὶ ἔσαι ὁ ζητέμενος. Οἶον ζητηθῆτω ὁ λογαρίθμος τοῦ η' ἀφαι.

450 ΤΡΙΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ. ΠΡΩΤΟΝ

ἀφαιρέμενε δὴ τῷ ἐλάτῃ κατὰ τὰ δεξιά χαρακτῆρος αὐτῷ, ἀριθμήτω ὁ λογαριθμὸς τῶν λοιπῶν δύο κατὰ τὰ ἀριστερὰ χαρακτῆρων, ἦτοι τῷ 19. καὶ ἔστω ἔτος ὁ θ. καὶ ἐπεὶ τέτα διαφορά ἐστὶν ὁ κ, εἰρήθω εἰ ὁ 10 παρέρχει τὸν κ, ὁ θ, τίνα παρέξει. φράξιως δὲ γενομένης ἀριθμήσεται δ': ἀνάλογος ὁ λ. συναφθήτω δὴ ὁ λ, πρὸς θ, καὶ τῷ γενομένῃ μεταλλαχθήτω ὁ α': κατὰ τὰ ἀριστερὰ χαρακτῆρ ἐπὶ τὸν 2. ἐκξιώων γὰρ ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς συνίσταται χαρακτῆρων, καὶ ἔτος ἔσαι ὁ ζητούμενος.

η.	19, 8.
θ.	127875.36.
κ.	2227.64.
λ.	1782.11.
θ.	127875.36.
229657.47.	

Δοθήτω β': ἀριθμὸς ὑπερέχων τῷ ἐν τῷ κανονίῳ ἐλάτῃ τῷ τῷ χαρακτῆρων πληθεῖ. εἰ μὲν οὖν οἱ περιττότερες χαρακτῆρες τζίφραι ὦσιν, ἀφαιριθήσωσιν αὐτὰς τζίφραι ἐκείναι, καὶ τῶν ἐναπολειφθέντων χαρακτῆρων ἀριθμήτω ὁ λογαριθμὸς,

μ.	150,0.
ν.	180.
ξ.	150.
π.	217609.13.
ρ.	317609.13.

καὶ τῷ α'. καὶ τὰ ἀριστερὰ ἐναλλαχθήτω χαρακτῆρ, καὶ κείνος ἔσαι ὁ ζητούμενος. Οἷον ζητηθήτω ὁ λογαριθμὸς τῷ μ, ἀριθμῷ, καὶ ἐπεὶ ὁ μ, ὑπερέχει τῷ ἐν τῷ κανονίῳ ἐλάτῃ ἦτοι τῷ ν, τζίφραι μῖα, ἀφαιριθήτω αὐτὴ τζίφρα, καὶ τῷ ἐναπολειφθέντος ξ, ἀριθμήτω ὁ λογαριθμὸς καὶ τὸν κ β': τῷ παρόντος, καὶ ἔσαι ἔτος ὁ π, ἔτιτος ἐναλλαχθήτω ὁ 2, ἐπὶ τὸν 3. καὶ γενοῦσθω ὁ ρ, καὶ ὁ ρ, πάντως ἔσαι ὁ ζητούμενος λογαριθμὸς τῷ δευτέρῳ ἀριθμῷ 1500.

Εἰ δὲ οἱ περιττότερες χαρακτῆρες σημεωτικοὶ εἴησαν, ἀφαιρέμενων τῶν αὐτῶν χαρακτῆρων, ἀριθμήτω ὁ λογαριθμὸς τῶν ἐναπολειπόμενων, καὶ ἢ τῷ πρὸς τὸν ἐπόμενον διαφορά. εἴτα γενέσθω ὡς προείρηται μέθοδος τῶν ξιώων, λαμβανομένης τῆς μονάδος μετὰ πσέτων τζιφρῶν, ὅσοι εἰσὶν οἱ ἀφαιριθέντες χαρακτῆρες ἀντὶ τῷ α'. ὅρου, τῆς δὲ ἀριθμείσεως διαφοράς ἀντὶ τῷ β': ὅρου, καὶ τῷ ἀφαιριθέντων χαρακτῆρων ἀντὶ τῷ γ': ὁ δὲ δ': ἀριθμοὶ ἀνάλογος προσεθήτω τῷ ἀριθμῷ λογαρίθμῳ τῶν ἐναπολειφθέντων χαρακτῆρων τῷ δευτέρῳ ἀριθμῷ, εἴτα ἐναλλαχθήτω ὁ α': καὶ τὰ ἀριστερὰ χαρακτῆρ τῷ γενομένῃ, καὶ κείνος ἔσαι ὁ ζητούμενος. Οἷον ζητηθήτω ὁ λογαριθμὸς τῷ σ, καὶ ἐπεὶ ὁ σ, δοθεὶς ἀριθμὸς ὑπερέχει τῷ τ, ἐλάτῃ ἔτος τῷ ἐν τῷ κανονίῳ ἐνὶ χαρακτῆρι μόνον, ἀφαιριθήτω ὁ θ χαρακτῆρ ἀπὸ τῷ σ, καὶ τῶν ἐναπολειπόμενων ξιώων χαρακτῆρων δηλ: τῷ υ, ἀριθμῷ ἀριθμήτω ὁ λογαριθμὸς, καὶ ἔσαι ἔτος ὁ φ. ἀριθμήτω δὲ καὶ ἢ τῷ πρὸς τὸν ἐπόμενον, καὶ ἔστω αὐτῷ ὁ χ. Τύπων δ' ἀφαιριθέντων ἐπειδὴ εἰς ἀφίρηται

σ.	165,8.
τ.	180.
υ.	165.
φ.	221748.39.
χ.	262.42.
ψ.	209.93.
φ.	221748.39.
ω. 221958.32.	
Α.	321958.32.

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ. 451

χαρακτήρ , ληφθήτω ἡ μὲν μονὰς μὲν μιᾶς τζίφρας ἀπὸ α: ὄρε , ὁ δὲ χ₃ ἀπὸ β: καὶ ὁ ἀφαιρεθεὶς χαρακτήρ δηλ: ὁ θ. ἀπὸ γ: καὶ τὸ β: ἐπὶ πὺν γ: πολλαπλασιασθέντος , μειωθήτω ὁ γενόμενος ἐπὶ τὸν α: ὄρον , καὶ ἔριθῆσεται δ: ἀνάλογος ὁ ψ. ὅστις συναρθῆτω τῷ ρ, καὶ γενήσεται ὁ ω. ἕτινος μεταλλάττομενε τῷ α: καὶ τὰ ἀριστερὰ χαρακτήρος ἦτοι τὸ 2 ἐπὶ τὸν 3. διὰ τὸ συνίσταται τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ἐκ πεντάρων χαρακτήρων ὁ γενόμενος Α, λογάριθμός ἐστι τὸ σ, δοθέντος ἀριθμοῦ.

Εἰ δὲ ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς μείζων εἴη τῷ ἑκάτῃ πῶν ἐν τῷ κανονίῳ , τῆ τε τ^ρβ χαρακτήρων προσόπτει καὶ τῷ πλήθει τῶν αὐτῶν , οἷος ὁ α, ἢ ὁ β. ἐπεὶ ἑνὸς ἀφαιρουμένου χαρακτήρος καὶ τὰ προειρημένα , ἔχ δ.

εἰσκίται ὁ λογάριθμος τῶν τριῶν ἐναπολειπομένων	α.	2973.
χαρακτήρων , ἀφαιρηθέντων χαρακτήρες δύο καὶ τὰ	β.	1968.
δεξιά , καὶ ἔριθῆτω ὁ λογάριθμος τῶν δύο ἐναπολει-	γ.	29.
πομένων αὐτῶν χαρακτήρων δηλ: τὸ γ, ἢ τὸ δ, καὶ τὰ	δ.	19.

λοιπὰ γενέσθω ὡς προειρηνύεται.

Ἰστίον δ' ὅτι τῆ τοιαύτῃ ἐφόδῳ εἰ καὶ μὴ πάντων τῶν δοθέντων ἀριθμῶν ἀκρίβως ἔριθῆσονται οἱ λογάριθμοι , ἔριθῆσονται μέγιστοι οἱ προσεχέστεροι.

Πρότασις ΚΓ':

Ἀριθμὸς ὀλοκλήρης δοθέντες μετὰ τιμος λεπτῆ τῷ λογάριθμῳ αὐτῆ δόρεϊμ.

Δοθήτω ἀριθμὸς ὁ ε, καὶ ζητηθήτω ὁ τέτατος λογάριθμος. Ἐπεὶ τοίνυν ὁ παρονομαστῆς αὐτῆ δεκαδικός ἐστιν ἀριθμὸς , ἀναλυθήτω ὁ ὀλόκληρος ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ προσκείμενον αὐτῷ λεπτόν , καὶ τῷ γενόμενῳ ἔριθῆτω ὁ λογάριθμος καὶ τῷ ἀνωτέρῳ , καὶ τῷ ἔριθῆτος ἐναλλαχθῆτω ὁ α: καὶ τὰ ἀριστερὰ χαρακτήρ , ὡς μιᾶ ἑλλείπιν μονάδι τῷ πλήθει τῶν χαρακτήρων τῷ δοθέντος ἀριθμοῦ. Πολλαπλασιασθήτω δὴ ὁ ε, ἐπὶ τὸν 10, παρονομασθῶ τῷ λεπτῷ , καὶ τῷ γενόμενῳ ζ, συναρθῆτω ὁ ἀριθμητῆς τῷ αὐτῷ λεπτῷ , καὶ γενήσεται ὁ η. τέτατος ἔριθῆτω ὁ λογάριθμος , καὶ ἔστω ὁ θ, καὶ ἐπεὶ ὁ δοθεὶς ε, ἀριθμὸς συνίσταται ἐκ δύο χαρακτήρων , ἐναλλαχθῆτω ὁ α: καὶ τὰ ἀριστερὰ χαρακτήρ τῷ ἔριθῆτος λογαρίθμῳ , ἦτοι ὁ 2. ἐπὶ τῷ μονάδα , καὶ ὁ γενόμενος κ, λογάριθμός ἐστι. τὰ αὐτὰ γινέσθω , καὶ ὁ παρονομαστῆς τῷ λεπτῷ ἑκατοσός , ἢ χιλιοσός , ἢ ἄλλῃ τινός τοιαύτη εἶδος , εἴη , συνιστάμενος δηλ: ἐκ μονάδος καὶ μιᾶς ἡπλειόνων τζίφρων.

ε.	48. ¹ / ₁₀ .
	10.
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
	480.
θ. 268574.17.ζ.	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
κ. 168574.17 η.	485.

Εἰ δὲ καὶ ὁ παρονομαστῆς ἐκ σημαντικῶν εἴη συνιστάμενος χαρακτήρων , ἀνα-

452 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕ'Ρ. ΠΡΩΤΩΝ

λυθήτω α : ὡς καὶ ἀνωτέρω, ὁδοθεὶς ὁλόκληρος ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ἴδιον λεπτόν, καὶ τὸ γνησίον λεπτὸν ἀριθμήσωσαν οἱ λογαριθμοὶ ὡς ἀριθμῶν καὶ παρονομασῶν, εἶτα ἀφαιρήτω ὁ τῶ παρονομασῶν λογαριθμὸς ἀπὸ τῶ λογαριθμοῦ τῶ ἀριθμῶν, καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς ἔσται ὁ ζητούμενος. Οἷον ζητήσω ὁ λογαριθμὸς τῶ λ : ἀναλυθήτω δὴ ὁ λ , ἐπὶ τὸ ἴδιον λεπτόν, καὶ τὸ γνησίον μ', λεπτὸν ἀριθμήτω ὁ λογαριθμὸς ὡς ἀριθμῶν καὶ παρονομασῶν. καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν ἀριθμῶν μ , λογαριθμὸς ἐστὶν ὁ ξ , τῶ δὲ παρονομασῶν ϵ π, ἀφαιρήτω ὁ π, ἀπὸ τῶ ξ , καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς ρ , ἐστὶ λογαριθμὸς τῶ δοθέντος λ .

Τίτος δὲ χάριν ἐπὶ μὲν τῶ α : ὑποδείγματι προσέτακται δεῖσκειν μόνον τὸν λογαριθμὸν τῶ ἀριθμῶν, καὶ τίτω μεταλλάττειν τὸν α : χαρακτήρα, ἐπὶ δὲ τῶ β: δεῖσκειν ἔτι καὶ τὸν τῶ παρονομασῶν λογαριθμὸν; ἢ ὅτι ἐπ' ἐκείνῃ μὲν ἐπεὶ ὁ παρον. δεκαδικὸς ἐστὶν ἀριθμὸς, εἰὼν καὶ τίτω ὁ λογαρ. ἀριθμῶν, καὶ ἀπὸ τῶ λογαριθμοῦ τῶ ἀριθμῶν ἀφαιρήτω, τὸ αὐτὸ γνησίον ἐπιρ καὶ τῶ α : χαρακτήρος ἐναλλαγῆ. οἱ γὰρ δεκαδικοὶ ἀριθμοὶ, ἑκαπτοὶ, καὶ χιλιοσοὶ, ὡς εἴρηται καὶ τὸν γ : τῶ παρ. λογαριθμὸν ἔχουσιν ἐκ μονάδος ἀρχόμενον μὲν τζιφρῶν ἐπὶ τῶ, ἐπὶ τοῦτω δὲ ἐπεὶ ὁ παρονομασῶν σύγκειται ἐκ σημαντικῶν χαρακτήρων, ἔχει πάντως καὶ λογαριθμὸν ὁμοίως ἐκ παλλῶν σημαντικῶν συρισάμενον χαρακτήρων. διὸ δὴ προσέτακται ἀφαιρῆν τὸν ἀπὸ τῶ λογαριθμοῦ τῶ ἀριθμῶν.

λ .	56. [—]
	12.
	—————
	112.
	563.
	—————
μ .	675.
	—————
ν .	12.
ξ .	282930.38.
π .	107918.12.
	—————
ρ .	175012.26.

Πρότασις Κ Δ'.

Δοθέντος οἰοδήποτε λογαριθμοῦ τὸν ϵ ἐστὶ λογαριθμὸς ἀριθμῶν ἀριθμῶν.

Δοθήτω ὁ τυχὼν λογαριθμὸς, καὶ ζητήτω ὁ ἀριθμὸς, ὃς ἐστὶ λογαριθμὸς ὁ δοθείς. Εἰ μὲν οὖν ὁ δοθείς λογαριθμὸς ἀρκτικὸν ἔχει χαρακτήρα καὶ τῶ ἀριστερᾷ μονάδα, ζήτησον αὐτὸν ἐν τῶ κανόνι, ἀρχόμενος ἀπὸ τοῦ συσσοιχοῦτος τῶ 10. ἀριθμῶ. εἰ δὲ ἀπὸ τοῦ 2. ζήτησον αὐτὸν ἀρχόμενος ἀπὸ τῶ συσοιχεῖτος τῶ 100., εἰ δὲ ἀπὸ τοῦ 3: ἀρχόμενος ἀπὸ τῶ συσοιχοῦτος τῶ 1000.. κατὰ γὰρ τὸ πόρι: τῶ γ : τῶ παρόντος οἱ λογαριθμοὶ τῶν ἐν μέσῳ μονάδος καὶ ἑκάδος ἀριθμῶν ἀρχονται ἀριστερῶς ἀπὸ τῆς τζίφρας. οἱ δὲ τῶ ἐν μέσῳ δεκάδος τε καὶ ἑκατοντάδος ἀπὸ μονάδος, ὡσπερ καὶ οἱ τῶ ἐν μέσῳ ἑκατοντάδος τε καὶ χιλιάδος ἀπὸ δυάδος. καὶ αἰὲν ὁ α : καὶ τῶ ἀριστερᾷ χαρακτήρ τῶ λογαριθμοῦ μονάδι ἐλλείπει τῶ ἀριθμῶ τῶν χαρακτήρων, ἔξ ὧν συρίσεται ὁ ἀριθμὸς,

ἢ τι.
Ε.Υ.Δ. της Κ.Τ.Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ. 453

ὅτι τινι ὁ λογάριθμος συσσιχει. Ἐπιθετός δὲ τῷ δοθέντος λογαρίθμου ὁ κτὶ τὰ ἀριστερὰ συσσιχῶν αὐτῷ ἀριθμὸς ἔσται ὁ ζητούμενος. Οἷον ἔστω δοθεὶς λογάρι· ὁ α· καὶ ἐπεὶ ἔπος ἀρχεται ἀπὸ τῷ 2· χαρακτήρος, ζήτησον αὐτὸν ἐν τῷ κανονίῳ, ἀρχόμενος ἀπὸ τῷ β, λογαρίθμου, συσσιχουῦτος τῷ γ, ἀριθμῷ, καὶ ἐπιθεσίται ὁ α, συσσιχῶν τῷ δ, ἀριθμῷ. ὁ δ, ἄρα ἀριθμὸς ἔστιν ὁ ζητούμενος, ἢ λογάριθμος ὁ δοθεὶς α.

Εἰ δὲ ὁ δοθεὶς λογάριθμος ἔχῃ ἀείσκειται ἐν τοῖς κανονίοις ὁ αὐτὸς κτὶ πάντα τοὺς αὐτῷ χαρακτήρας, ἀλλὰ μιτάτινος διαφορᾶς κτὶ τὸν α· μόνον χαρακτήρα, μιταλλατέθω ὁ α· αὐτοῦ χαρακτήρ, ὡς προηρμήνευται, ἢ τῷ συσσιχουῦτι αὐτῷ ἀριθμῷ προσιδέθωσαν τζίφραι. καὶ εἰ μετὰ ὁ α· τῷ δοθέντος λογαρίθμου χαρακτήρ μείζων εἴη τῷ ἐν τοῖς πίναξιν ἐπισκομένῃ, προσιδήθωσαν τῷ ἀριθμῷ, ὅτινι ὁ ἐν τοῖς κανονίοις ἐπιθεὶς συσσιχει λογάριθμος πσαῦται τζίφραι, ὡς γινέσθαι τὸ πλῆθος τῶν χαρακτήρων τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ μονάδι ὑπερέχων τῷ α· κτὶ τὰ ἀριστερὰ χαρακτήρος τῷ δοθέντος λογαρίθμου. Οἷον ἔστω λογάριθμος ὁ ε. καὶ ἐπεὶ ἔπος ἐπιθετός ἐν τῷ κανονίῳ συσσιχει τῷ ζ, ἀριθμῷ, προσιδήθω τῷ ζ, ἀριθμῷ τζίφρα μία. ὅτι καὶ ὁ δοθεὶς λογάριθμος ἔστιν ἐν τῷ κανονίῳ ἐπιθετός μονάδι ὑπερέχει. καὶ ὁ γινόμενος η, ἔστιν ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς, ἢ λογάριθμος ὁ δοθεὶς ε.

	α. 220412.00
	β. 200000.00
	γ. 100
	δ. 160.
	ε. 251851.39
	ζι 33
	η. 330

Ἐὰν δὲ τῷ δοθέντος λογαρίθμου ὁ α· χαρακτήρ ἐλάττων ἢ τῷ α· χαρακτήρος τῷ ἐν τῷ κανονίῳ ἐπισκομένῃ, ἀφαιρέθωσαν ἀπὸ τῷ ὅτι συσσιχει ἀριθμῷ ὁ ἐν τῷ κανονίῳ ἐπιθετός λογάριθμος, πσαῦτοι χαρακτήρες διξιδέθω, ὡς τὸν ἐναπολειπόμενον ἀριθμὸν μονάδι ὑπερέχειν τῷ α· κτὶ τὰ ἀριστερὰ χαρακτήρος τῷ δοθέντος λογαρίθμου, τῷ πλήθει δηλ. τῶν αὐτῷ χαρακτήρων, ἐκ δὲ τῶν ἀφαιρουμένων χαρακτήρων συλλεσάθω λεπτὸν δεκαδικόν, ὅ ὁ ἐναπολειπόμενος ἀριθμὸς μὴ τῷ συλλεσάμενῃ λεπτῷ ἔσται ὁ ζητούμενος, ἢ λογάριθμος ὁ δοθεὶς. Οἷον δοθήτω λογάριθμος ὁ θ, καὶ ζήτητω ὁ ἀριθμὸς, ὅτινι ὁ αὐτὸς θ, συσσιχει λογάριθμος. Ζητηθήτω οὖν ὁ λογάριθμος θ ἐν τῷ κανονίῳ, καὶ ἐπεὶ ἔχῃ ἐπιθετός κτὶ πάντα τινὲ συμφωνῶν, ἀλλ' ἐκτὸς τῷ α· χαρακτήρος συμφωνεῖ τῷ κ. ὅτινι συσσιχει κτὶ τὰ ἀριστερὰ ὁ λ, ἀριθμὸς, ἀφαιρέθω ἀπὸ τῷ λ, ἀριθμῷ ὁ ξ. χαρακτήρ καὶ ἐναπολειφθήτω ὁ μ, ἢ τινος τὸ πλῆθος τῶν χαρακτήρων μονάδι ὑπερέχει τῷ α· χαρακτήρος τῷ δοθέντος λογαρίθμου. Εἶτα λαμβανομένῃ τῷ ν, ἀφαιρέθωσαν χαρακτήρος ἀντὶ ἀριθμητῷ, τῷ δὲ ξ, ἀντὶ παρανομαστῷ συλλεσάθω τὸ νξ, λεπτὸν, καὶ προσιδήτω τῷ μ, ἀριθμῷ, ὁ μ, ἄρα ἀριθμὸς μὴ τῷ νξ, λεπτῷ ἔστιν ὁ ζητούμενος, ἢ λογάριθμος ὁ δοθεὶς θ.

	θ. 116136.80
	κ. 216136.80
	λ. 145
	μ. 14
	ν. $\frac{5}{10}$
	ξ. 10
	μ. 14. $\frac{5}{10}$
	θ. 11613.80

Καὶ
Ε.Υ.Δ. της Κ.τ.Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

454 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

Καὶ πύτη μὲν γινέσθω, ἐπειδὴ ἢ διαφορὰ τῶ δοθέντος λογαρίθμου πρὸς τὸν ἐν τῷ κανόνι εὐρισκόμενον λογάριθμον κατὰ τὸν α : ἐστὶ χαρακτήρα μόνον, τὸν κατὰ τὴν ἀριστερά. ὅταν δὲ ὁδοθεὶς λογάριθμος συμφωνεῖ μὲν τῷ ἐν τῷ κανόνι εὐρισκομένῳ λογαρίθμῳ κατὰ τὸν α : χαρακτήρα, διαφέρει δὲ κατὰ τὴν λοιπὰς, εὐριθίτω α : ἐν τῷ κανόνι ὁ προσεχῶς ἐλάττων λογάριθμος. τῷ δοθέντος, καὶ σημειωθῆτω ὁ κατὰ τὴν ἀριστερά συσσοιχῶν αὐτῷ ἀριθμὸς. Εἶτα ἀφαιρήτω ὁ εὐριθίως προσεχῶς ἐλάττων ἀπὸ τοῦ τῷ δοθέντος καὶ τῷ ἐπομένῳ, καὶ σημειωθῆτωσαν αἱ πύτη πρὸς ἐκάτερον διαφοραὶ, ἐξ ὧν συσσοιχῶν λεπτὸν ἔχον ἀριθμητικῶ μὲν τὴν τῷ προσεχῶς ἐλάττονος εὐριθίως ἀριθμῷ διαφορὰ πρὸς τὸν δοθέντα, παρονομαστικῶ δὲ τὴν αὐτῆ πύτη διαφορὰ πρὸς τὸν ἐπόμενον, καὶ ὁ εὐριθίως ἀπὸτερον ἀριθμὸς, ὃν τινι συσσοιχεῖ ὁ προσεχῶς εὐριθίως ἐλάττων λογαρίθμος τῷ δοθέντος λογαρίθμῳ μὴ τῷ συσσοθέντος λεπτῶ ἐκ τῶν εἰρημένων διαφορῶν, ἔσαι ὁ ζητούμενος, ἔ λογάριθμος ὁδοθεὶς.

Οἷον ἔσω δοθεὶς λογαρίθμος ὁ α . καὶ ζητηθῆτω ὁ πύτη ἀριθμὸς. Εὐριθίω δὴ ἐν τοῖς κανόνις ὁ προσεχῶς αὐτῷ ἐλάττων λογάριθμος, καὶ ἔσω ἕτος ὁ β . ἐπεὶ δὲ ὁ β , συσσοιχεῖ τῷ γ , ἀριθμῷ, σημειωθῆτω ὁ γ , σημειωθῆτω δὲ καὶ ὁ τῷ β , δηλ. ἐπόμενος λογάριθμος, καὶ ἔσω ὁ δ . εἶτα ἀφαιρήτω ὁ β , ἀπὸ τοῦ τῷ δοθέντος α , καὶ τῷ ἐπομένῳ αὐτῷ δ . καὶ ἐπεὶ πρὸς μὲν τὸν δοθέντα α , ἔχει διαφορὰν τὸν ϵ . πρὸς δὲ τὸν ἐπόμενον δ , τὸν ζ , συσσοιχῶν τὸ $\epsilon\zeta$, λεπτὸν ἐκ τῶν ϵ , καὶ ζ , διαφορῶν. Εἶτα προσεθῆτω τὸ αὐτὸ $\epsilon\zeta$, λεπτὸν τῷ εὐριθίω γ, ἀριθμῷ, καὶ ὁ γ , ἀριθμὸς μὴ τῷ $\epsilon\zeta$, ζ, λεπτῶ ἐστὶν ὁ ζητούμενος, ἔ λογάριθμος ὁδοθεὶς α .

	α .	224268.54							
	β .	224054.92							
	γ .	174							
	δ .	224303.80							
	β .	224054.92							
	ζ .	248.88							
	ϵ .	213.62							
	$\gamma 174$.	24888							

Εἰ δὲ πελάταϊον ἢ τῷ δοθέντος λογαρίθμου διαφορὰ πρὸς τὸν ἐν τῷ κανόνι εὐρισκόμενον εἴη κατὰ τὸν α : αὐτῷ κατὰ τὴν ἀριστερά χαρακτήρα, καὶ λοιπὰς, ἢ πῶτας, ἢ τινὰς, εὐριθίτω α : ὁ προσεχῶς αὐτῷ ἐλάττων, καὶ ὁ ἐπόμενος τῷ ἐλάττονι λογάρ: εἶτα ἀφαιρήτω ἐλάττων παρά τῷ ἐπομένῳ αὐτῷ λογαρίθμῳ, καὶ τῷ δοθέντος, τῷ α : χαρακτήρος τῷ δοθέντος λογαρίθμου μηδὲλας ἐπιλογίζομενος, καὶ ἢ μὲν ἀφαιρήσεια διαφορὰ τῷ προσεχῶς εὐριθίως ἐλάττονος πρὸς τὸν αὐτῷ ἐπόμενον εἰλήφθω αὐτῷ α : ὄρου, ἢ δὲ πρὸς τὸν δοθέντα αὐτῷ β : καὶ αὐτῷ γ : ἢ μόνος μὴ τοσούτων τζιφῶν, ὅσαι καὶ αἱ μοσάδες, καθ' ἃς ὁ α : τῷ δοθέντος λογαρίθμου χαρακτήρ ὑπερέχει τῷ α : χαρακτήρος, τῷ εὐρισκομένῳ πρῶτως ἐλάττονος ἐν τῷ κανόνι τῷ δοθέντος - καὶ

γινέ-

γινέσθω μέθοδος τῆς ἑξῆς, καὶ ὁ ἀριθμοὶ δ': ἀνάλογος προσεθήτω ἐφεξῆς τοῖς χαρακῆσι τῶ ἀριθμοῦ α', ὅτινι συστοιχεῖ ὁ ἀριθμοὶ προσεχῶς ἐλάττων λογαριθμὸς, καὶ ὁ γινόμενος ἔστω ὁ ζητούμενος. Οἷον ἔστω δοθεὶς λογαριθμὸς ὁ α', καὶ ζητηθῆτω ὁ τέταρτος συστοιχῶν καὶ τῶ ἀριστερᾷ ἀριθμῷ. Εὐρεθήτω δὲ ὁ προσεχῶς ἐλάττων λογαριθμὸς τῶ δοθέντος, καὶ ἔστω ὁ β': ἀριθμὸς δὲ ὁ συστοιχεῖ ὁ β', ἔστω ὁ γ', καὶ τῶ β', ἑπομένως λογαριθμὸς ἔστω ὁ δ'. τῶν οὐκ ἀριθμῶν ἀφαιρήσθω ὁ β', ἀπό-

	α.	414732.75
	β.	214612.80
	γ.	140
	δ.	214921.91
δ.	214921.91	
β.	214612.80	
ε.	309.11	
α.	414732.75	
β.	214612.80	
ζ.	119.95	
α':	30911.β': 11995	γ': 100.δ': 38.η. $\frac{24882}{30911}$
	θ': 14038	$\frac{24882}{30911}$

πε τῶ δ, καὶ α. καὶ ἔστω τῶ β, λογαρίθ: πρὸς μὲν τὸν δ, διαφορὰ ὁ ε, πρὸς δὲ τὸν α, ὁ ζ. εἶτα ληφθήτω ἀντὶ α': ὅρου ὁ ε, ἀντὶ β': δὲ ὁ ζ, καὶ ἀντὶ γ': ὁ 100. ὁ γὰρ 4 α': χαρακῆρ τῶ δοθέντος λογαριθμοῦ δυοὶ μονάσιν ὑπερέχει τῶ 2 α': χαρακῆρος τῶ ἀριθμοῦ πρῶτως ἐλάττωνος τῶ δοθέντος, δηλ: τῶ β, καὶ γινέσθω μέθοδος τῆς ἑξῆς, καὶ ἀριθμησάτω δ': ἀνάλογος ὁ η. Προσεθήτω δὲ ὁ η, τῶ γ, ἐφεξῆς, καὶ γινέσθω ὁ θ. καὶ πάσης γι ὁ θ, ἀριθμὸς μὲν τῶ προσκειμένῃ αὐτῶ λεπτῶ ἔστιν ὁ ζητούμενος, καὶ λογαριθμὸς ὁ δοθεὶς α.

Πρότασις ΚΕ':

Ἀριθμὸς δοθέντος τῶ τετραγώνου αὐτῶ ρίζαν εὐρεῖν.

Δοθήτω ἀριθμὸς ὁ α, καὶ ζητηθῆτω ἡ τετραγώνος αὐτῶ ρίζα. Εὐρεθήτω δὲ ἐν τοῖς κανονίοις ὁ λογαριθμὸς τῶ δοθέντος ἀριθμοῦ καὶ τῶ κ β': τῶ παρόντος, καὶ ἔστω ἔπος ὁ β. τῶ δὲ ἐπὶ τὸν α, διηρημένῃ, ἔστω πηλίκον ὁ γ. Εἶτα ζητηθῆτω ὁ γ, ἐν τοῖς κανονίοις καὶ τῶ κ δ': τῶ αὐτῶ, καὶ ἐπεὶ διέλκεται συστοιχῶν τῶ δ, πάσης γι ὁ δ, ἀριθμὸς ρίζα ἐστὶ τετραγώνος τῶ δοθέντος α. καὶ τῶ πρῶτου εἰσμά τῆς ζ: τῶ παρόντος.

α,	169
β.	222788. 67
γ.	111399. 33
δ.	12

Πρό-

456 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ: ΠΡΩΤΟΝ

Πρότασις Κ Ϛ':

Ἀριθμὸς δοθέντος τῶν κυβικῶν αὐτῶν ρίζαν εἶρεῖν.

Ἐστω δοθείς ἀριθμὸς ὁ α, καὶ ζητηθῆτω ἡ τῆς κυβικῆς ρίζα. Εὐρεθῆτω δὲ κατὰ τὴν κ β': τῶν παρόντων ὁλογάρια. Ἐπειὶ τῶν δοθέντων α, καὶ ἔστω ἔτις ὁ β, ἔτινος ἐπὶ τὸν 3 διηρημένον, ἔστω πληθικὸν ὁ γ. Εἶτα ζητηθῆτω ὁ γ, ἐν τοῖς κανονίοις, καὶ ἐπειὶ εὐρίσκειται συσσοιχῶν τῆς δ, ἀριθμῶν. ὁ δ, πῶς γὰρ ἀριθμὸς ρίζα κυβικῆ ἔστι τῶν δοθέντων α, κατὰ τὸ πόρισμα τῆς η': τῶν παρόντων.

α.	125
β.	209691.60
γ.	69897.00
δ.	5

Πρότασις Κ Ζ':

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων τρίτον γεωμετρικῶς ἐξῆς ἀνάλογον εἶρεῖν:

Ἐσώσαν δοθέντες ἀριθμοὶ οἱ ε ζ, καὶ ζητηθῆτω ὁ γ': ἐξῆς αὐτῶν ἀνάλογος γεωμετρικῶς, ὡς εἶναι, ὡς ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, ὁ ζ, πρὸς ἐκεῖνον. Εὐρεθῆτωσαν δὲ οἱ λογάριθμοι τῶν ε, καὶ ζ, δοθέντων κατὰ τὴν κ β': τῶν παρόντων, καὶ ἔστω λογάριθμος τῶν μὲν ε, ὁ η, τῶν δὲ ζ, ὁ θ. Εἶτα διπλασιασθῆτω ὁ θ, καὶ τῶν γενομένων κ, ἀφαιρηθῆτω ὁ η, ὁ δὲ ἐναπολειπόμενος λ, ζητηθῆτω ἐν τοῖς κανονίοις κατὰ τὴν κ δ': τῶν αὐτῶν. καὶ ἐπειὶ εὐρίσκειται συσσοιχῶν τῆς μ, ὁ μ, πῶς γὰρ ἔστιν ὁ ζητούμενος κατὰ τὴν β': τῶν παρόντων.

ε.	15
ζ.	45
μ.	135
η.	117609.13.
θ.	165327.25
κ.	330642.50
η.	117609.13
λ.	213033.37

Πρότασις Κ Η:

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων τέταρτον γεωμετρικῶς ἀνάλογον εἶρεῖν:

Ἐσώσαν δοθέντες ἀριθμοὶ οἱ α, β, γ, καὶ ζητηθῆτω δ': αὐτῶν γεωμετρικῶς ἀνάλογος. εἶρεθῆτωσαν δὲ κατὰ τὴν κ β': τῶν παρόντων οἱ λογάριθμοι τῶν α, β, γ, δοθέντων ἀριθμῶν. καὶ ἔστω τῶν μὲν α, λογάριθμος ὁ δ, τῶν δὲ β, ὁ ε, τῶν δὲ γ, ὁ ζ. συναφθῆτωσαν τίνων ἀλλήλοισι οἱ ε, καὶ ζ, καὶ τῶν γενομένων η, ἀφαιρηθῆτω ὁ δ, ὁ δὲ ἐναπολειφθεὶς θ, ζητηθῆτω ἐν τοῖς κανονίοις κατὰ τὴν κ δ': τῶν αὐτῶν. καὶ

α.	6.	δ.	77815.13
β.	36.	ε.	155630.25
γ.	25.	ζ.	139794.00
κ.	150.	η.	295424.25
		θ.	77815.13
		θ.	217609.12

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ. 457

ἐπεὶ δίδασκεται ὁ αὐτὸς θ , συσσιγῶν τῷ κ , ἀριθμῶ, εἴηεν ὅτι ὁ κ , ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ ζητούμενος κατὰ τὴν α : τῆ παρόντος. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α , πρὸς τὸν β , ὁ γ , πρὸς τὸν κ .

Λ Λ Λ Ο Σ.

Ἀφαιρέθῃτω ὁ δ , ἀπὸ τῆ ϵ , καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος λ , συναφθῆτω πρὸς ζ , καὶ ὁ γενομένος μ , ἔσται λογάριθμος τῆ ζητούμενου. τῷ γὰρ ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ οἱ λογάριθμοι ἴση ἀλλήλων ὑπεροχῇ ὑπερέχουσιν, ὡς εἴρηται ἐν ἀρχῇ τῆς $\kappa\beta$: τῆ παρόντος. ἔπειτα δὲ κἀν ταῦθα δίδονται οἱ α , β , γ , ἀριθμοὶ, καὶ ζητεῖται δ : ὡς ἔχειν πρὸς αὐτὸν τὸν γ , ὡς ἔχει ὁ α , πρὸς τὸν β . εἴηεν ὅτι ὁ τῆ α , λογάριθμος τῆ αὐτῆ ὑπερέχεται ὑπεροχῇ ὑπὸ τῆ λογαρίθμου τῆ β , ἢ τινὶ ὑπερέχεται καὶ ὁ τῆ γ , λογάριθμος ὑπὸ τῆ λογαρίθμου τῆ ζητούμενου δ : ὕγιως ἄρα ἀφαιρεῖται μὲν ὁ δ , ἀπὸ τῆ ϵ , ἵνα ἡ ὑπεροχὴ γενηθῇ, προσέθεται δὲ ἡ αὐτῆ ὑπεροχὴ πρὸς ζ , ἵνα γένηται ὁ ζητούμενος λογάριθμος.

	ϵ .	155630.25.					
	δ .	77815.13					
	λ .	77815.12.					
	ζ .	139794.00					
	μ .	217609.12					

Πρότασις ΚΘ΄:

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων τέταρτον γεωμετρικῶς ἀνάλογον ἀντιστροφῶς εἶρεῖν.

Ἐστωσαν δοθέντες ἀριθμοὶ οἱ $\alpha\beta\gamma$, καὶ ζητηθῆτω δ : γεωμετρικῶς ἀνάλογος ἀντιστροφῶς, ὡς εἶναι ὡς ὁ β , πρὸς τὸν γ , ὁ ζητούμενος πρὸς τὸν α . Εὐριθῆτωσαν δὴ οἱ λογάριθμοι τῶν $\alpha\beta\gamma$, καὶ τῶν $\kappa\beta$: τῆ παρόντος, καὶ ἔστωσαν ἔπειτα οἱ $\delta\epsilon\zeta$. τῶν δὲ εἶρεθῶν συναφθῆτωσαν ἀλλήλοις οἱ $\delta\epsilon$, καὶ τῆ γενομένου η , ἀφαιρέθῃτω ὁ ζ , ὁ δὲ ἐναπολειπόμενος θ , ζητηθῆτω ἐν τοῖς κανονίοις καὶ τῶν $\kappa\delta$: τῆ αὐτῆ. καὶ ἐπεὶ ἔτος συσσιγῆ τῷ κ , ὁ κ , πάντως ἐστὶν ὁ ζητούμενος. Εἰ μὲν γὰρ δώμεν τὸς $\gamma\beta\alpha$, καὶ ζητήσωμεν δ : γεωμετρικῶς ἀνάλογον ὁπότεως, πάντως γὰρ κατὰ τὴν ἀνωτέρω ὀφείλομεν συνάπτειν τὸς ϵ , καὶ δ , ἀλλήλοις, ἀφαιρεῖν δὲ τῆ γενομένου τὸν ζ , καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος θ , δώσει τὸν κ . καὶ ἔσται ὡς ὁ γ , πρὸς τὸν β , ὁ α , πρὸς τὸν κ . ὡς καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ὁ β , πρὸς τὸν γ , ὁ κ , πρὸς τὸν α . ὅπερ ἔστι τὸ προσαχθέν.

	κ .	6.	θ .	77815.13			
	α .	36.	δ .	155630.25			
	β .	25.	ϵ .	139794.00			
	γ .	150.	ζ .	217609.12			
			η .	295424.25			
			θ .	217609.12			
			θ .	77815.13			

458 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡ: ΠΡΩΤΟΝ

Πρότασις Α':

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, τέταρτον εἶρεῖν ἐν ὑποδιπλασίῳ λόγῳ τοῦ α': πρὸς τὸν β':

Ἐστωσαν δοθέντες ἀριθμοὶ οἱ $\alpha \beta \gamma$, καὶ ζητηθῆτω δ': ἀνάλογος, ὡς εἶναι τὸν γ , πρὸς αὐτὸν ἐν λόγῳ ὑποδιπλασίῳ, ἢ πρὸς τὸν β . Εὐρεθήτωσαν δὴ διὰ τῆς $\kappa \beta'$: τῶ παρόντος οἱ λογάριθμοι τῶν $\alpha \beta \gamma$, δοθέντων, καὶ τῶ μὲν α , ἔστω λογάριθμος ὁ δ , τῶ δὲ β , ὁ ϵ , καὶ τῶ γ , ὁ ζ . εἶτα ἀφαιρήθω ἀπὸ τῶ ϵ , ὁ δ . ὁ δὲ ἐναπολειφθεὶς η , διπλασιασθήτω, καὶ ὁ γινόμενος θ , συναφθήτω τῷ ζ , καὶ γινήσεται ὁ κ . ὅστις ζητηθῆτω ἐν τοῖς κανονίοις, καὶ εἰ πρὸς εὐρίσκειται συσσιχῶν τῷ λ , ἀριθμῶ, πάντως γε ὁ λ , ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ ζητούμενος. Ἐστωσαν γὰρ γεωμετρικῶς ἐξῆς ἀτάλογον οἱ $\mu \nu \xi \sigma$, ἀριθμοὶ, ὧν λογάριθμοι οἱ $\pi \rho \sigma \tau$. καὶ γοιῶν τὰ σφόδρον πολλακίς εἰρημίνα οἱ $\pi \rho \sigma \tau$, λογάριθμοι ἴση ἀλλήλων ὑπερέχουσιν ὑπεροχῇ, ὅσον ἄρα ὑπερέχει ὁ ρ τῶ π , ὑπερέχει καὶ ὁ σ τῶ ρ . καὶ ὁ τ , τῶ σ . ὡς ὁ μὲν σ , ὑπερέχει τῶ π , διπλῇ ὑπεροχῇ ἢ ὁ ρ , τῶ αὐτῶ π . ὁ δὲ τ , τριπλῇ, καὶ ἐπὶ τῶ ἐπιξῆς ἄτακτως, πλειόνων ὄντων τῶν ἀριθμῶν καὶ τὸν τῶ δοθέντος λόγῳ ἐν τοῖς ἀριθμοῖς αὐξήσιν, αὐξίται καὶ ἡ ὑπεροχὴ. ὁ γὰρ ξ , πρὸς τὸν μ , διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς τὸν αὐτὸν μ , ὁ δὲ σ , τριπλασίονα. ἐπεὶ ἄρα καὶ ὁ λ , ἐν διπλασίῳ ζητεῖται λόγῳ πρὸς τὸν γ , ἢ πρὸς τὸν β , πρὸς τὸν α . ἄρα καὶ ἡ τῶ θ , πρὸς τὸν ζ , ὑπεροχὴ διπλασία ἐστὶ τῶ η , πρὸς τὸν δ , ὑπεροχῆς. διὸ δὴ τῶ δ , ἀπὸ τῶ ϵ , ἀφαιρημένῃ, ὁ ἐναπολειπόμενος η , διπλασιαζόμενος προσίθεται τῷ ζ . καὶ πάντως γε ὁ γινόμενος κ , λογάριθμός ἐστι τῶ ζητούμενου.

Εἰ δέ γε οἱ ὅροι ἀνάπαλιν ᾧσιν δεδομένοι, πωμαντίον ὀφείλομεν ποιεῖν ἐπὶ τῶν αὐτῶν λογαρίθμων. Ἐστωσαν γὰρ δοθέντες οἱ $\delta \epsilon \zeta$, ἀριθμοὶ, καὶ ζητηθῆτω δ': ὡς εἶναι τὸν ζ , πρὸς ἐκείνον ἐν διπλασίῳ λόγῳ εἶναι, ἢ πρὸς τὸν δ , πρὸς τὸν ϵ . Εὐρεθήτωσαν δὴ καὶ τὰ εἰρημίνα οἱ λογάριθμοι τῶν δοθέντων ἀριθμῶν $\delta \epsilon \zeta$, καὶ ἔστωσαν ἔτι οἱ $\eta \theta \kappa$. εἶτα ἀφαιρήθω ὁ θ , ἀπὸ τῶ η , καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς διπλασιαζόμενος ἀφαιρήθω ἀπὸ τῶ κ , καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος ἔστω λογάριθμος τῶ ζητούμενου δ': ἀνάλογος. ἐπεὶ δὲ πράξειως γινόμενης εὐρίσκειται ὁ λ , ἔπος δὲ συσσιχεῖ τῷ μ . ὁ μ , ἄρα ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ ζητούμενος. ἐπεὶ

α .	4.	δ .	60206.00
β .	8.	ϵ .	90309.00
γ .	20.	ζ .	130103.00
		θ .	60206.00

λ .	80.	κ .	190309.00
		ϵ .	90309.00
		δ .	60206.00

		η .	30103.00
		θ .	60206.00
μ .	2.	π .	30103.00
ν .	4.	ρ .	60206.00
ξ .	8.	σ .	90309.00
σ .	16.	τ .	120412.00
δ .	30.	η .	147712.13
ϵ .	10.	θ .	100000.00
ζ .	18.	κ .	125527.25
μ .	2.	λ .	30103.00

γάρ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ. 459

γὰρ ὁ ζ, καὶ τὴν ὑπόθεσιν ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ πρὸς τὸν μ, ἢ πρὸς ὁ δ, πρὸς τὸν ε, πάντως γὰρ καὶ τὰ εἰρημίνα καὶ ὁ κ, τὴ λ, διπλασίονι ὑπάρχει ὑπεροχῇ, ἢ πρὸς ὁ η, τὴ θ. διάτοι τὸ αὐτὸ ἀφαιρεῖται ὁ θ, ἀπὸ τὴ η, καὶ ὁ εἰρημίνα διπλασιάζεται, ὁ δὲ γινόμενος ἀφαιρεῖται τὴ κ.

Πρότασις ΛΑ΄:

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ἐν οἰωδήποτε λόγῳ, ἀριθμὸς εἰρημίνα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐξῆς ἀνάλογον ὅσος αὐτῷ ἐπιτάξι τις.

Ἐξωσαν οἱ δοθέντες α β, ἀριθμοὶ ἐν διπλασίονι λόγῳ. α. 2. γ. 30103.00
 καὶ ζητηθήσων εἰρημίνα τρεῖς ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ β. 3. δ. 47712.13.
 ἐξῆς ἀνάλογοι τοῖς δοθένσιν α β. Εὐριθήσων α: ἐν τοῖς
 κανονίοις οἱ τῷ δοθέντων α β, λογάριθμοι, καὶ ἔξωσαν οἱ γ δ. εἴτε ἀφαιρηθή-
 σω ὁ γ, ἀπὸ τὴ δ, καὶ ὁ ἀναπολειφθεὶς συναφθήτω τῷ δ, καὶ ὁ γινόμενος ἔσται
 λογάριθμος τῷ ἐπομένῳ τῷ β, ἀμέσως. πῶς δ' αὖθις συναπτόμενος ἔσται αὐτὸς
 ἀναπολειφθεὶς ἀριθμὸς δώσεισιν τὸν ἐπόμενον τῷ εἰρημίνα, ἢτοι δ': ἀνάλογον. εἰ
 δὲ καὶ τῷ δ': συναφθῆ ὁ πρότερον ἀναπολειφθεὶς ἀριθμὸς, εἰρημίναται ὁ ε': ἀνά-
 λογος. ὁ λόγος ἐκτῷ ἀνωτέρῳ σαφής. οἱ γὰρ τῷ ἐν οἰωδήποτε λόγῳ ἀριθμῶν
 λογάριθμοι ἐν συναφθῇ ὄντων ἀναλογίᾳ ἴση ἀλλήλων ὑπερέχουσιν ὑπεροχῇ, ἀλλ'
 ἐκ τῆς ἀφαιρέσεως τῷ γ, ἀπὸ τὴ δ, γνωρίζεται ἡ διαφορὰ τῶν ἐν τῷ δοθέντι
 λόγῳ ἀριθμῶν. ὑγιῶς ἄρα προσίθεται ὁ ἀναπολειφθεὶς τῷ προηγμένῳ, ἵνα
 γνωθῆ ὁ πύτῳ ἐπόμενος.

Πρότασις ΛΒ΄:

Δύο δοθέντων ἀριθμῶν, μέσων ἀνάλογον αὐτοῖς εἰρημίνα ἐν γεωμετρικῇ ἀναλογίᾳ.

Ἐξωσαν δοθέντες ἀριθμοὶ οἱ α β, καὶ ζητηθήσων αὐτῶν α. 2. γ. 30103.00
 μέσων ἀνάλογος. Εὐριθήσων δὲ οἱ τῶν α β, δοθέντων γ. 4. ε. 60206.00
 ἀριθμῶν λογάριθμοι, καὶ ἔξωσαν εἴτε οἱ γ δ. εἴτε α- β. 8. δ. 90309.00
 φαιρηθήτω ὁ α, ἀπὸ τὴ β, καὶ εἰρημίναται ἡ πρὸς ἀλλήλους αὐτῶν δια-
 φορὰ. ἢς τῆς δὲ δίχα διαιρημένης τὸ ἡμισυ αὐτῆς συναφθήτω τῷ γ, ἢ ἀφαιρηθή-
 σω τὴ δ, καὶ γνωθῆσεται ὁ λογάριθμος τῷ ζητημένῳ. ὅστις ἀρισκόμενος ἐν τοῖς
 κανονίοις δώσεισιν τὸν ζητούμενον ἀριθμὸν, δηλ: τὸν γ. ἢ καὶ ὅπου, συναφθήσων
 ἀλλήλοις οἱ πᾶν α, καὶ β, λογάρι: , καὶ ὁ γινόμενος μεγαθήτω ἐπὶ τὸν ε. καὶ τὸ
 πληκτικὸν ἔσται ὁ λογάρι: τῷ ζητημένῳ ἀριθμῶν γὰρ ἐξῆς ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἀνα-
 λόγων ἀριθμῶν οἱ λογάριθμοι ἴση ἀλλήλων ὑπερέχουσιν ὑπεροχῇ, καὶ ὅταν
 M m m 2 εἶς

Ε.Υ.Δ τῆς Κ.τ.Π
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

460 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ἑῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὡσιν ὁ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν ἐν αὐτοῖς λογαρίθμων διπλάσιός ἐστι τῶ μέσῃ.

Πρότασις ΛΓ΄:

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ὅσους ἀν ἐπιτάξῃ τις μέσους εὐρεῖν ἀναλόγως.

Ἐῶσαν δοθέντες ἀριθμοὶ οἱ δ, ε, καὶ ζητηθήσων δύο μέσοι αὐτῶν ἀνάλογοι. Εὐρεθήσων δὴ ἀ: ἐν τοῖς κωσίοις οἱ λογαρίθμοι τῶν δ, καὶ ε, καὶ ἔσω τῶ μὲν δ, λογαρίθμος ὁ ζ, τῶ δὲ ε, ὁ η. εἶτα ἀφαιρήσω ὁ ζ, ἀπὸ τῶ η, καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς θ, μεριδήσω ἐπὶ τὸν κ, καὶ τὸ πηλίκον λ, συναφθήσω τῶ ζ, καὶ γενήσεται ὁ μ. τῶ δὲ μ, αὐθις συναφθήσω ὁ αὐτὸς λ, καὶ γενήσεται ὁ ν. οἱ δὲ μ, ν, εὐρεθήσων ἐν τοῖς κωσίοις, καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν μ, συσχεῖ τῶ ξ, ὁ δὲ ν, τῶ ο, δῆλον ὅτι οἱ ξ, καὶ ο, εἰσὶν οἱ ζητούμενοι. Ἐὰν δὲ ζητηῶσι τρεῖς, μεριδήσω ἢ τῶν ἄκρων διαφορά, δηλ: ὁ θ, ἐπὶ τὸν πένταρα, οἱ δὲ πένταρες, ἐπὶ τὸν πέντε, καὶ ἐπὶ τῷ ἐφεξῆς ἀναλόγως. δύο μὲν γὰρ ζητούμενων μέσων ἀναλόγων, τρία ἔσαι τὰ διαστήματα, τριῶν δὲ, πένταρα, τεσσάρων δὲ, πέντε. δύο γὰρ τοῖς δοθεῖσι δυοὶ παρακτιθεμένων ἀριθμῶν, πένταρες ἔσιν οἱ ὅροι, ἑξῶν δὲ, πέντε. τεσσάρων δὲ, ἕξ. ὡς οἱ μὲν ὅροι δυάδι ὑπερέχουσι τῶν ζητούμενων, τὰ δὲ διαστήματα μοιάδι τῶν ὀρων μὲν εὐλείπυσι, τῶν δὲ ζητούμενων ὑπερέχουσι. καὶ δὲ τὴν δ: τῶ παρόντος ἢ τῶ ἐχάτω διαφορά ἀπὸς τὸν ἀ: ἐν τοῖς ἀριθμητικῶς ἔσιν ἀνάλογον ἀριθμοῖς μεζομένη ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶ διαστημάτων παρέχει τὴν διαφορὰν τῶν μεζόνων ἀπὸς τῆς ἐλάττωσας. ὕγιως ἄρα εἴρηται, ὅτι δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εἰ μὲν δύο ζητηῶσι μέσοι ἀνάλογοι προσήκει τὴν τῶ ἐχάτω ἀπὸς τὸν ἀ: διαφορὰν ἐπὶ τὸν ἑξῆς διαιρεῖν, εἰ δὲ ζητηῶσι τρεῖς, ἐπὶ τὸν πένταρα, καὶ εἰ ἐπ' ἀριθμόν τινα μονάδι ὑπερέχοντα τῶ ἀριθμῶ τῶν ζητούμενων.

δ.	2.	ζ.	30103.00
ξ.	4.	μ.	60206.00
ο.	8.	ν.	90309.00
ι.	16.	η.	120412.00
		θ.	30103.00
			90309.00
κ.3			30103.00
λ.			30103.00

Τέλος τῆ πρώτης τριγωνομετρίας μέρους, καὶ δεύτερης βιβλίου τῆ αὐτῆ.