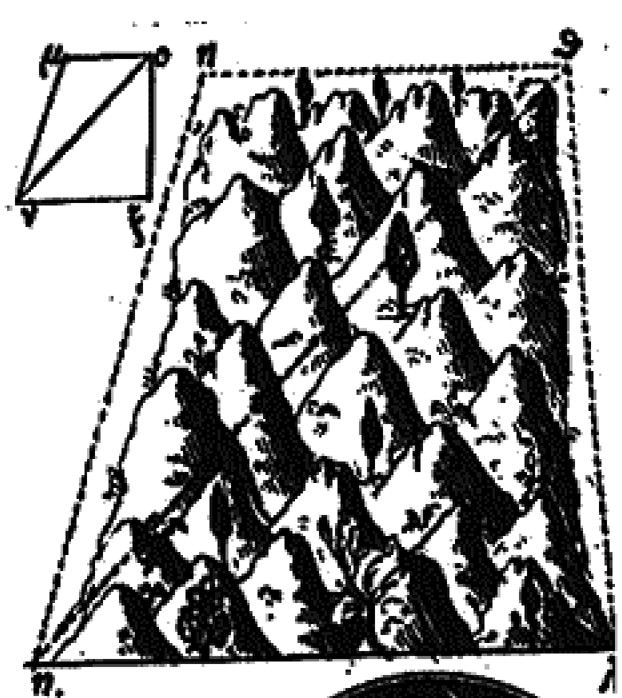
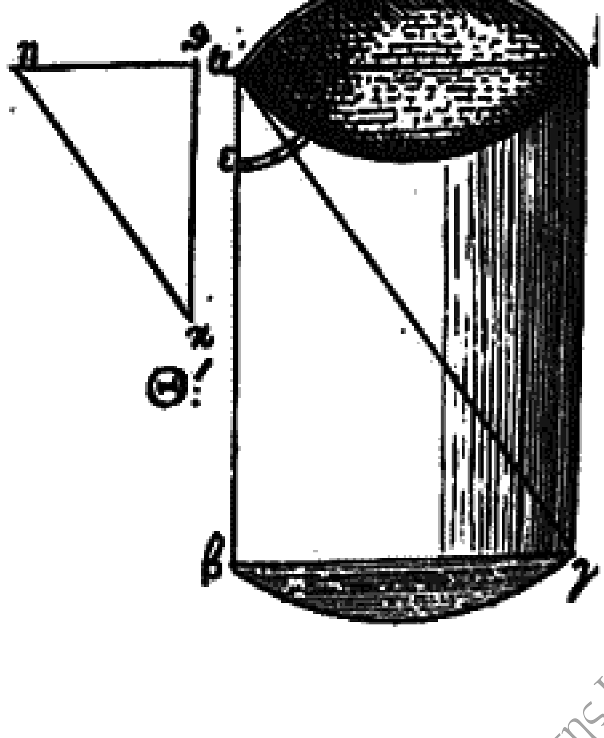
τὰ ἐκεῖνα τῶν προειρημένων τρόπων. Εἶτα εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ δε, τοσούτων μορίων, ὅσων ἂν εἴη ποδῶν, ἢ βημάτων ἡ αβ, καὶ πρὸς τῷ δ, σημείῳ συνιστάσθω ἡ ὑπὸ εδζ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ βαγ, καὶ λήφθήτω ἡ δζ, ὁμοίως ἀπὸ τῆς Κλίμακος τοσούτων μορίων, ὅσων ἂν ποδῶν ἢ βημάτων εὑρεθείη ἡ αγ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εζ. Ἐπεὶ δὲ τοῦ εδζ, τριγώνου ἐγνωσμέναι εἰσὶν αἱ δύο πλευραὶ εδ, δζ, καὶ μία γωνία ἡ ὑπὸ εδζ, ζητηθήτω κατὰ τὴν ιϛ': τοῦ αὐτοῦ ἡ εζ, βάσις, καὶ ὅσων ἂν εὑρεθείη αὕτη μορίων, τοσούτων πάντως ἔσται ποδῶν ἢ βημάτων ἡ βγ. ὁ λόγος σαφὴς διὰ τὴν τῶν αβγ, δεζ, τριγώνων ὁμοιότητα.

Εἰ δέ γε ἀπὸ τῆς τοῦ ὄρους κορυφῆς μὴ ἔξεστιν ἀφ' ἑνὸς τόπου ἄμφω τὰ σημεῖα τῆς ζητουμένης εὐθείας διοπτευθῆναι ὡς ἐπὶ τοῦ ηθλκ, ὄρους. Διοπτευθήτωσαν α': ἀφ' ἑνὸς σημείου φέρε δὴ τοῦ η, τὰ κ, καὶ θ, ἀφ' ἑτέρου δὲ τοῦ θ, τὰ η, καὶ λ. καὶ διά τινος ὀργάνου πρὸς εὕρεσιν γωνιῶν χρησιμεύοντος εὑρεθήτω ἥτε ὑπὸ κηθ, γωνία, καὶ ηθλ, καὶ μετρηθήτωσαν αἱ κη, ηθ, θλ. εἶτα συνιστάσθω τὸ μνξο, τραπέζιον ὅμοιον τῷ ηκλθ, τραπεζίῳ, λαμβανομένων τῶν μν, μο, οξ, πλευρῶν ἀπὸ τῆς Κλίμακος, ὥστε ἀναλόγους εἶναι ταῖς κη, ηθ, θλ. καὶ τῶν ὑπὸ νμο, μοξ, γωνιῶν ἴσων γενομένων ταῖς ὑπὸ κηθ, ηθλ, ἐπεζεύχθω ἡ νο. εἶτα διὰ τῆς ῥηθείσης ιϛ': εὑρεθήτω α': ἡ νο, βάσις τοῦ νμο, τριγώνου, καὶ ἡ ὑπὸ μον, γωνία, καὶ ὅσων ἂν μορίων ἡ νο, εἴη γραμμὴ, τοσούτων ποδῶν πάντως ἢ βημάτων ἔσται ἡ κθ, ὅσων δὲ μοιρῶν εἴη ἡ ὑπὸ μον, γωνία, τοσούτων καὶ ἡ ὑπὸ ηθκ. Τελευταῖον ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ μον, γωνία ἀπὸ τῆς μοξ, καὶ γνωσθήσεται ἡ νοξ. ἐπεὶ δὲ τοῦ νοξ, τριγώνου ἐγνωσμέναι εἰσὶν αἱ νο, οξ, πλευραὶ, καὶ μία γωνία ἡ ὑπὸ νοξ, εὑρεθήτω διὰ τῆς αὐτῆς ιϛ': προτάσεως ἡ νξ, βάσις, καὶ πάντως γε ὅσων ἂν μορίων εὑρεθῇ αὕτη εἶναι, τοσούτων ποδῶν ἢ βημάτων ἔσται ἡ κλ, διὰ τὴν τῶν σχημάτων ὁμοιότητα.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 21.





Θ'.

Πρότασις Θ':

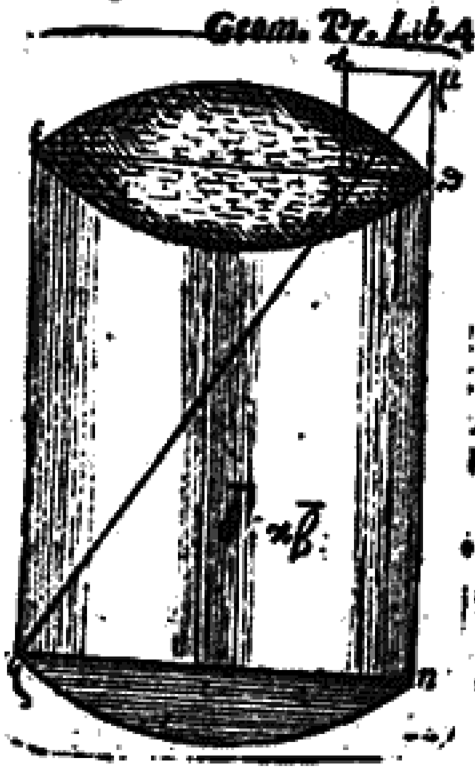
Τοῦ δοθέντος φρέατος τὸ βάθος εὑρεῖν.

Ἔστω φρέαρ τὸ αβγδ, καὶ ζητηθήτω τὸ τούτου βάθος, ἡ δγ, δηλ: διάστασις. Λήφθήτω δὴ τὸ αεζ, τεταρτημόριον, καὶ ἐφαρμοσθήτω ἐπὶ τῆς κορυφῆς τοῦ φρέατος, ὥστε τὴν μὲν αε, αὐτοῦ πλευρὰν συμπίπτειν τῇ αβ, τὴν δὲ αζ, τῇ αδ, καὶ διὰ τῶν ἐν τῇ αε, διόπτρων διοπτευθήτω τὸ β, σημεῖον, διὰ δὲ τοῦ δρομέως τὸ γ, καὶ παρατηρηθήτω ἡ ὑπὸ β α γ, γωνία, καὶ αὕτη ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς ὀρθῆς, καὶ γνωσθήσεται πάντως ἡ ὑπὸ γ α δ. Εἶτα μετρηθήτω ἡ α δ, καὶ ὅσων αὖ εἴη αὕτη ποδῶν, τοσούτων μορίων ληφθήτω ἡ η θ, ἀπὸ τῆς Κλίμακος, καὶ πρὸς μὲν τῷ θ, συνιστάσθω ὀρθὴ γωνία ἡ ὑπὸ η θ κ. πρὸς δὲ τῷ η, ἡ ὑπὸ θ η κ, ἴση τῇ ὑπὸ δ α γ, καὶ συσταθήσεται πάντως τὸ η θ κ, τρίγωνον ὅμοιον τῷ α δ γ. ὥστε ἐὰν ἀρθῇ ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ θ κ, καὶ γένηται ὡς ἡ η θ, πρὸς τὴν θ κ, ἡ α δ, μετρηθεῖσα διάστασις πρὸς ἄλλην τινά, γνωσθήσεται ἡ δ γ, ὁ λόγος σαφὴς διὰ τὴν τῶν η θ κ, α δ γ, τριγώνων ὁμοιότητα.

Α Λ Λ Ω Σ.

Ζητηθήτω τὸ η θ, βάθος τοῦ ε ζ η θ, φρέατος. Μετρηθήτω δὴ ἡ ε θ, καὶ τεθείτω ἐπ' αὐτῆς τὸ κ λ θ μ, Τετράγ:, ὥστε τὴν μὲν θ μ, αὐτοῦ πλευρὰν ἐπ' εὐθείας κεῖσθαι τῇ θ η, τὴν δὲ λ θ, συμπίπτειν τῇ ε θ, καὶ ἀπὸ τοῦ μ, σημείου διοπτευθήτω διὰ τοῦ ἐν αὐτῷ δρομέως τὸ ζ, σημεῖον, καὶ σημειωθήτω τὸ ν, δι' οὗ ὁ δρομεὺς διέρχεται. εἶτα γενέσθω ὡς ἡ ν θ, πρὸς τὴν θ μ, ἡ ε θ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ γνωσθήσεται ἡ θ η. τὰ γὰρ ν θ μ, ζ η μ, τρίγ: ὅμοιά εἰσιν, ὥστε καὶ τὰς πλευρὰς ν θ, θ μ, ζ η, η μ, ἀνάλογον ἔχουσιν. ἀλλ' ἡ ζ η, ἴση ἐστὶ τῇ ε θ, ἐγνωσμένων ἄρα τῶν τριῶν ν θ, θ μ, ε θ, ὅρων, γνωσθήσεται πάντως καὶ ὁ δ':, ἡ η μ, δηλονότι διάστασις, ἀφαιρεθείσης δὲ τῆς θ μ, τοῦ ὀργάνου πλευρᾶς, ἐναπολειφθήσεται γνωστὴ ἡ θ η, ζητουμένη.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 22.



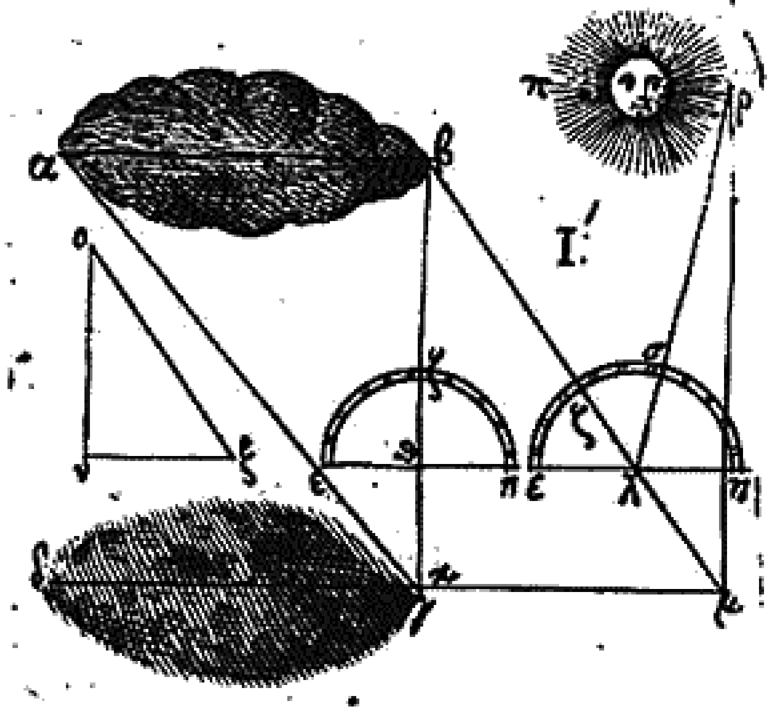
Πρότασις Ι':

Τὴν τῶν νεφελῶν ἀπὸ τῆς γῆς ἀπόστασιν μετρῆσαι, ἡνίκα αὗται ἠρεμοῦσαι.

Ἔστω νεφέλη ἠρεμοῦσα ἡ α β, ἧς σκιὰ ἡ γ δ καὶ ζητηθήτω ἡ ταύτης ἀπὸ τῆς γῆς ἀπόστασις. Ληφθήτω δὴ τὸ ε ζ η, ἡμικύκλιον, καὶ ἐστηρίχθω ἐπί τινος ῥάβδου τῆς θ κ, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τοῦ ὑποκειμένου ἐσταμένης ἐπιπέδου, ὥστε τὴν ε η, αὐτοῦ διάμετρον παράλληλον εἶναι τῷ ὁρίζοντι· καὶ διοπτευθήτωσαν τὰ β καὶ γ, σημεῖα. Τὸ αὐτὸ γενέσθω καὶ ἐφ' ἑτέρου τόπου, φέρε δὴ τοῦ λ, καὶ διοπτευθήτωσαν τὰ β καὶ μ, σημεῖα. εἶτα παρατηρηθήτωσαν αἱ ζ θ η, ζ λ ε, γωνίαι πό-

σων

Geom. Pr. lib. 4. Fig. 23.



σων ἂν εἴη ἑκατέρα μοιρῶν, καὶ μετρηθήτω ἡ γ μ διάστασις. ἀπὸ δὲ τῆς Κλίμακος ληφθήτω ἡ ν ξ, τοσούτων μορίων, ὅσων ἂν εἴη ποδῶν, ἢ βημάτων ἡ γ μ, καὶ πρὸς μὲν τῷ ν, σημείῳ συσταθήτω ἡ ὑπὸ ξ ν ο, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ η θ ζ, πρὸς δὲ τῷ ξ, ἡ ὑπὸ ν ξ ο, ἴση τῇ ὑπὸ ε λ ζ. καὶ ἐπεὶ τοῦ ο ν ξ, τριγώνου ἐγνωσμέναι εἰσὶν αἱ δύο γωνίαι ἥτε ὑπὸ ο ν ξ, καὶ ἡ ὑπὸ ο ξ ν, καὶ ἡ μία αὐτοῦ πλευρὰ ν ξ, ἀριθμήτω διὰ τῆς ιε: τοῦ γ': τοῦ παρόντος ἡ ο ν, καὶ ὅσων ἂν εἴη αὕτη μορίων, οἷα τὰ τῆς Κλίμακος, τοσούτων ποδῶν, ἢ βημάτων ἔσται ἡ β γ. ἐπεὶ γὰρ ἡ ε η, παράλληλός ἐστι τῇ γ μ, πάντως γε ἡ μὲν ὑπὸ β γ μ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ζ θ η, ἡ δὲ ὑπὸ β μ γ, τῇ ὑπὸ ζ λ ε. ἀλλὰ τῇ μὲν ὑπὸ ζ η θ, ἴση γέγονεν ἡ ὑπὸ ο ν ξ, τῇ δὲ ὑπὸ ζ λ ε, ἡ ὑπὸ ο ξ ν. ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ β γ μ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ο ν ξ, ἡ δὲ ὑπὸ β μ γ, τῇ ὑπὸ ο ξ ν, ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ γ β μ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ν ο ξ, ἴση ἐστὶ, καὶ τῷ β γ μ, τρίγωνον ὅμοιον τῷ ο ν ξ, τριγώνῳ. ὥστε καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχουσι. Διὰ δὲ τὸ ἀκριβέστερον δύο ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ διοπτεύτας δεῖ εἶναι, τὸν μὲν ἐν τῷ θ, τόπῳ, τὸν δὲ ἐν τῷ λ; ἵνα μή τις ἀπάτη παρὰ τὴν ἀνεπαίσθητον τῆς νεφέλης συμβῇ κίνησιν.

ΑΛΛΩΣ.

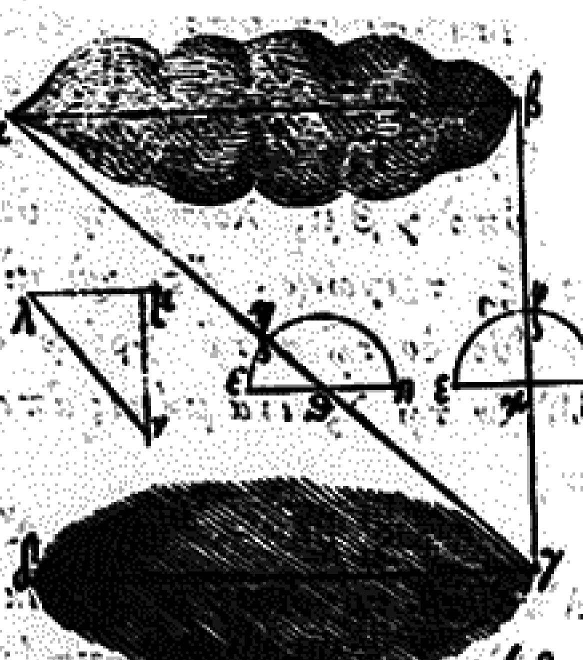
Ἀπὸ τοῦ τυχόντος τόπου μικρόν τι ἀφισταμένου τῆς γ δ, σκιᾶς τῆς α β, νεφέλης, δὸς εἰπεῖν τοῦ λ, διοπτευθήτωσαν τὰ β καὶ μ, σημεῖα, καὶ σημειωθήτω ἡ ὑπὸ ζ λ ε, γωνία. διοπτευθήτω δὲ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ τόπου καὶ τὸ ρ, σημεῖον τοῦ π ρ, Ἡλίου, καὶ σημειωθήτω ἡ ὑπὸ ζ λ σ, γωνία. εἶτα μετρηθήτω τὸ μεταξὺ τῆς σκιᾶς καὶ τοῦ μ, διάστημα, ἡ γ μ, δηλ: γραμμὴ παραλλήλως τῇ ε η, κειμένη, καὶ ὅσων ἂν ποδῶν ἢ βημάτων ἡ γ μ, ἡ γραμμὴ, τοσούτων μορίων εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ ν ξ, καὶ πρὸς μὲν τῷ ξ, σημείῳ συνιστάσθω ἡ ὑπὸ ν ξ ο, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ ε λ ζ, πρὸς δὲ τῷ ν, ἡ ὑπὸ ξ ν ο, ἴση τῇ ἐναπολειπομένῃ ἀπὸ τῶν δύο ὀρθῶν, ἀφαιρημένων τῶν ε λ ζ, ζ λ σ, δύο γωνιῶν, καὶ τὰ λοιπὰ γενέσθω ὡς πρότερον, καὶ γνωσθήσεται ἡ β γ. Ἐννοείσθω γὰρ ἡ μ ρ, γραμμὴ, καὶ ἐπεὶ αἱ ρ μ, ρ λ, β γ, παράλληλοί εἰσιν, ὡς πρὸς αἴσθησιν διὰ τὴν μεγίστην ἀπόστασιν τοῦ Ἡλίου, πάντως γε αἱ ὑπὸ β μ ρ, μ β γ, ζ λ σ, γωνίαι εἰσὶν ἴσαι, ὥστε ἐγνωσμένης τῆς ὑπὸ ζ λ σ, ἐγνωσμένη ἔσται καὶ ἡ ὑπὸ γ β μ. σεσημείωται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ε λ ζ, καὶ ταύτῃ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ γ μ β, ἄρα τοῦ β γ μ, τριγώνου ἐγνωσμέναι εἰσὶν αἱ ὑπὸ γ β μ, γ μ β, γωνίαι. ὥστε ἀφαιρεθεισῶν τῶν δύο αὐ-

τῶν

τῶν γωνιῶν ἀπὸ τῶν δύο ὀρθῶν, ἀναπληρωθήσεται ἡ ὑπὸ βγμ· τῇ δὲ ὑπὸ βγμ, γέγονεν ἴση ἡ ὑπὸ ονξ, καὶ τῇ ὑπὸ βμγ, ἡ ὑπὸ οξν· τὰ ἄρα ονξ, βγμ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν, καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχουσιν. Ἀριθμηθείσης ἄρα τῆς ον, γνωσθήσεται ἡ βγ.

Ἄ Λ Λ Ω Σ.

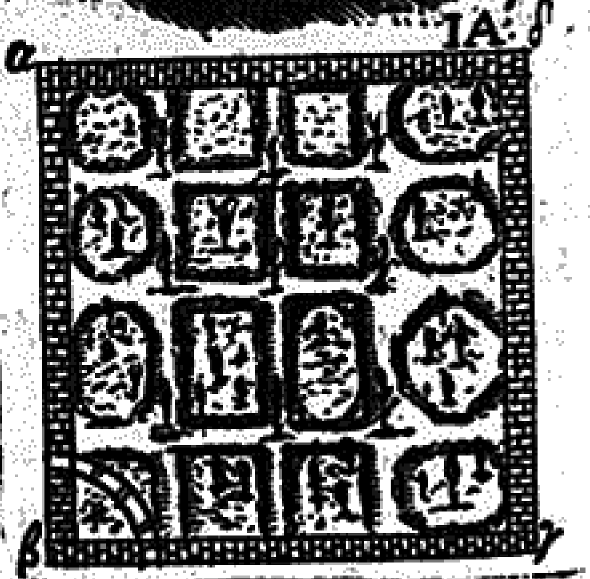
Διοπτευθήτωσαν καθ' ὃν προειρημένῳ τρόπον τὰ α καὶ γ, σημεῖα τὰ διαμετρικῶς ἀντικείμενα τῆς τε νεφέλης καὶ τῆς σκιᾶς αὐτῆς. ἀπὸ δὲ τοῦ κ, τὰ πρὸς τὰ αὐτὰ μέρη β καὶ γ, καὶ σημειωθήτωσαν αἱ ὑπὸ ιθζ, ικζ, γωνίαι. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ιθζ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ αγδ, ἡ δὲ ὑπὸ ικζ, τῇ ὑπὸ βγδ, ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ιθζ, τῆς ὑπὸ βγδ, καὶ γνωσθήσεται ἡ ὑπὸ βγα· ἀλλὰ τῇ ὑπὸ αγδ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ γαβ, ἐναλλάξ, ἔστι δὲ ἐγνωσμένη ἡ ὑπὸ αγδ, ἄρα ἐγνωσμένη ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ γαβ. μετρηθήτω δὲ καὶ ἡ γδ, καὶ γνωσθήσεται πάντως ἡ αβ, ἴσαι γὰρ αἱ αβ, γδ. εἶτα γινέσθω καὶ τὸ ἀνάπαλιν τρίγωνον ὅμοιον τῷ αβγ, καὶ ἔστω τοῦτο τὸ λμν. ἐπεὶ δὲ τοίνυν αἱ δύο γωνίαι αἱ μλν, λνμ, ἐγνωσμέναι εἰσίν, ἐγνωσμένη πάντως ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ λμν· εἰλήφθω δὲ καὶ ἡ λμ, τοσούτων μοιρῶν ἐκ τῆς Κλίμακος, ὅσων ποδῶν ἢ βημάτων ἐστὶν ἡ γδ. Ζητηθήτω δὲ διὰ τῆς ιε΄: τοῦ γ΄: τοῦ παρόντος ἡ μν, καὶ γνωσθήσεται ἡ βγ, ἀπόστασις· ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον. Geom. Pr. lib. 4. Fig. 24.



Περὶ Ἐπιπεδομετρίας.

Πρότασις ΙΑ΄:

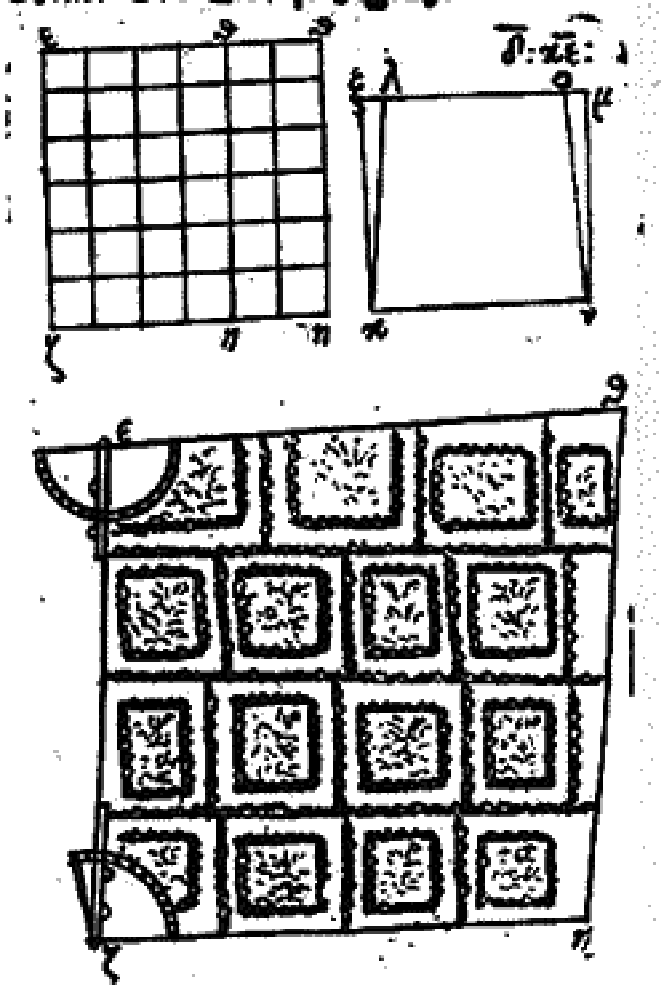
Τὸ δοθὲν παραλληλογραμμοειδὲς ἐπίπεδον μετρῆσαι.



Ἔστω ἐπίπεδον παραλληλογραμμοειδὲς δοθέν, εἰπεῖν ἀγρὸς, ἢ λειμὼν, ἢ ἕτερόν τι ὅμοιον τὸ αβγδ, καὶ ζητηθήτω τὸ τούτου ἐμβαδὸν, ἤτοι πόσων ἂν εἴη ποδῶν, ἢ βημάτων, καὶ πόσων τετραγώνων εἴη περιεκτικόν. Ἐπεὶ δὲ κατὰ διχῶς ἐνδέχεται προβάλλεσθαι, ἢ γὰρ τὸ δοθὲν παραλληλογραμμοειδὲς ὀρθογώνιόν ἐστιν, ἢ μὴ ὀρθογώνιον. Ζητηθήτω ἡ μία τῶν αὐτοῦ

γω-

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 25.



γωνιῶν φέρ' εἰπεῖν ἡ ὑπὸ α β γ, Γεωμετρικῷ τινι ὀργάνῳ Τεταρτημορίῳ δηλ: Ἡμικυκλίῳ, ἢ ἄλλῳ τινὶ πρὸς εὕρεσιν γωνιῶν χρησιμεύοντι, κἂν μὲν ὀρθὴ εἴη ἡ αὐτὴ γωνία, μετρηθήτω ἑκατέρα τῶν α β, β γ, αὐτῆς πλευρῶν Γεωμετρικῷ τινι ἁπλῷ μέτρῳ, ποδὶ δὸς εἰπεῖν, ἢ βήματι, ἢ ἄλλῳ τινὶ, καὶ εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ μὲν ε ζ, τοσούτων μορίων, ὅσων ἂν εὑρεθείη ἡ α β, ἡ δὲ ζ η, ὅσων ἂν εἴη ἡ β γ, καὶ τῆς πρὸς τῷ ζ, ὀρθῆς γωνίας συςαθείσης ἐν χάρτῃ, ἢ ἄλλῳ τινὶ, ἀναπεπληρώσθω τὸ ζ θ, παραλληλόγραμμον. εἶτα πολλαπλασιασθήτω ὁ ἀριθμὸς τῶν τῆς ε ζ, μερῶν ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν τῆς ζ η, μερῶν, καὶ ὁ γενόμενος ἔςαι ὁ ζητούμενος.

Κείσθω γὰρ τὴν μὲν α β, βημάτων εἶναι ϛ: τὴν δὲ β γ, δ. καὶ εἰλήφθω ἡ μὲν ε ζ, ἀπὸ τῆς Κλίμακος μορίων ϛ: ἡ δὲ ζ η, δ. εἶτα πολλαπλασιασθήτω ὁ ϛ, ἐπὶ τὸν δ, ἢ καὶ ἀνάπαλιν, καὶ ἐπεὶ καθ' ἑκάτερον τὸν τρόπον ὁ κδ, συνίςαται ἀριθμός. δῆλον, ὅτι τὸ α γ, τετραπλευροειδὲς ἐπίπεδον βημάτων ἐςὶ τετραγώνων κδ. παντὸς γὰρ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου τὸ ἐμβαδὸν περιεκτικόν ἐςι τοσούτων τετραγώνων, ὅσαι εἰσὶν αἱ μονάδες, αἱ ἐν τῷ διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν τῆς μιᾶς αὐτοῦ πλευρᾶς μερῶν ἐπὶ τὰ τῆς ἑτέρας γινομένῳ ἀριθμῷ κατὰ τὴν β': τοῦ η': τοῦ α': μέρους. εἰδὲ ἑκατέρα τῶν α β, β γ, ποδῶν ἦ ϛ: ὡς ἐπὶ τοῦ παρόντος διαγράμματος, ἐπεὶ ὁ ϛ: ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖ τὸν λϛ πάντως γε τὸ ὅλον α γ, χωρίον ποδῶν ἔςαι Γεωμετρικῶν λϛ.

Εἰ δὲ τὸ δοθὲν τετραπλευροειδὲς ἐπίπεδον μὴ εἴη ὀρθογώνιον ὡς τὸ ε ζ η θ. εὑρεθήτωσαν διὰ τῆς ι δ': τοῦ γ': τοῦ παρόντος αἱ ὑπὸ ε ζ η, ζ ε θ, γωνίαι, καὶ μετρηθήτω ἑκατέρα τῶν ε ζ, ε θ, αὐτοῦ πλευρῶν Γεωμετρικῷ τινι μέτρῳ. εἶτα εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ μὲν κ λ, τοσούτων μορίων, ὅσων ἐςὶ ποδῶν, ἢ βημάτων ἡ ε ζ, ἡ δ' λ μ, ὅσων ἡ ε θ. καὶ συςαθήτω ἐν χάρτῃ, ἢ ἄλλῳ τινὶ πετάλῳ τὸ κ λ μ ν, σχῆμα ὅμοιον τῷ ε ζ η θ, κατὰ τὴν κ η': τοῦ ϛ': α': τοῦ παρόντος. τῆς δὲ λ μ, καὶ τὸ συνεχὲς ἀπὸ τοῦ μ, ἐξαχθείσης, πιπτέτωσαν ἐπ' αὐτῆς κάθετοι ἀπὸ τῶν κ, καὶ ν, σημείων αἱ κ ξ, ν ο. καὶ εὑρεθήτω διὰ τῆς Κλίμακος πόσων μορίων περιεκτική ἐςιν ἡ κ ξ, οἷα τὰ τῆς αὐτῆς κλίμακος. τούτου δὲ γενομένου πολλαπλασιασθήτω ἡ κ ξ, ἐπὶ τὴν ξ ο, καὶ ὁ γενόμενος παραςατικὸς ἔςαι τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ λ ν, σχήματος κατὰ τὴν β': τοῦ η': τοῦ α': μέρους.

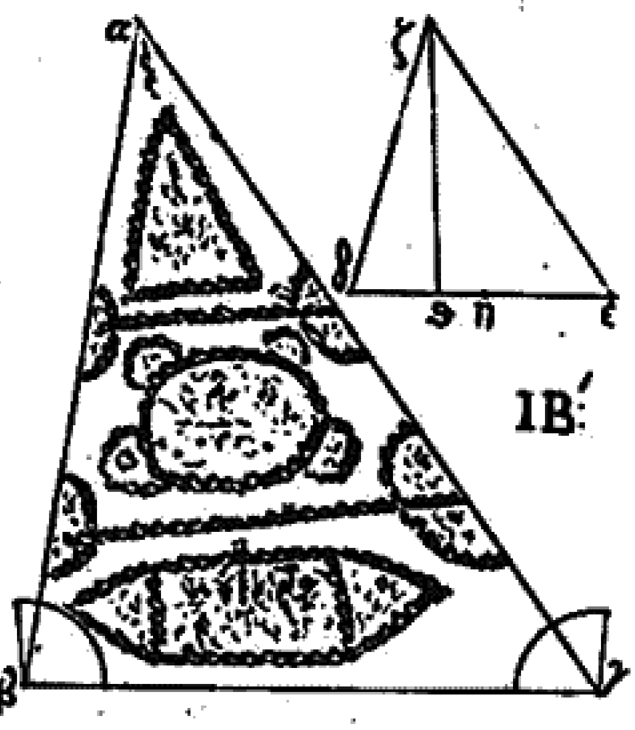
Ἐπεὶ

Ἐπεὶ δὲ τὸ λυ, ὅμοιον γέγονε τῷ ζθ, πάντως γε ὁ γενόμενος ἀριθμὸς ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῆς κξ, ἐπὶ τὴν ξο, παραστατικὸς ἔσται καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ ζθ, δοθέντος παραλληλογραμμοειδοῦς ἐπιπέδου. ὅπερ ἦν τὸ προσταχθέν.

Πρότασις ΙΒ':

Τὸ δοθὲν τριγωνοειδὲς ἐπίπεδον μετρῆσαι.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 26.



Ἔστω ἐπίπεδον τριγωνοειδὲς τὸ αβγ, καὶ ζητηθήτω τὸ αὐτοῦ ἐμβαδόν. Μετρηθήτω δὴ ἡ βγ, φερ' εἰπεῖν πλευρὰ τοῦ αὐτοῦ Γεωμετρικῷ τινι μέτρῳ. διὰ δὲ τῆς ιδ': τοῦ γ': τοῦ παρόντος ἀριθμήτω ἥτε ὑπὸ αβγ, καὶ αγβ, γωνία. καὶ εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ δε, ἀνάλογος τῇ βγ, τουτέστι τοσούτων μορίων, οἷα τὰ τῆς Κλίμακος, ὅσων ποδῶν, ἢ βημάτων ἐστὶν ἡ βγ· καὶ πρὸς μὲν τῷ δ, σημείῳ συνεστάθω διὰ τῆς αὐτῆς ἡ ὑπὸ εδζ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ γβα· πρὸς δὲ τῷ ε, ἡ ὑπὸ δεζ, ἴση τῇ ὑπὸ βγα. τμηθείσης δὲ τῆς δε, δίχα κατὰ τὸ η, πιπτέτω κάθετος ἀπὸ τοῦ ζ, ἡ ζθ. καὶ πολλαπλασιασθήτω ἡ ηε, ἡμίσεια τῆς δε, ἐπὶ τὴν ζθ, κάθετον, καὶ ὅσων ἂν μονάδων περιεκτικὸς εἴη ὁ γενόμενος ἀριθμὸς, τοσούτων ποδῶν ἢ βημάτων τετραγώνων ἔσται περιεκτικὸν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ αβγ, ἐπιπέδου. Ὁ λόγος σαφὴς διὰ τῆς α: τοῦ η: τοῦ α: τοῦ παρόντος. τὰ γὰρ ζδε, αβγ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν.

Ἡ αὐτὴ δὲ πρᾶξις ἀληθεύει ἐπὶ παντὸς εἴδους τριγώνου. Ἐὰν δὲ τὸ ἐπίπεδον ἀπρόσιτον εἴη, μετρηθήτωσαν αἱ τρεῖς αὐτοῦ πλευραὶ αβ, βγ, γα. καὶ εἰλήφθωσαν ἀπὸ τῆς Κλίμακος τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογοι ταῖς αὐταῖς, καὶ συσταθήτω δι' αὐτῶν τρίγωνον. τὰ δὲ λοιπὰ γενέσθω ὡς προειρημένα εἴται, καὶ ἔσται τὸ αὐτό.

Πρότασις ΙΓ':

Τὸ δοθὲν τραπεζοειδὲς ἐπίπεδον μετρῆσαι.

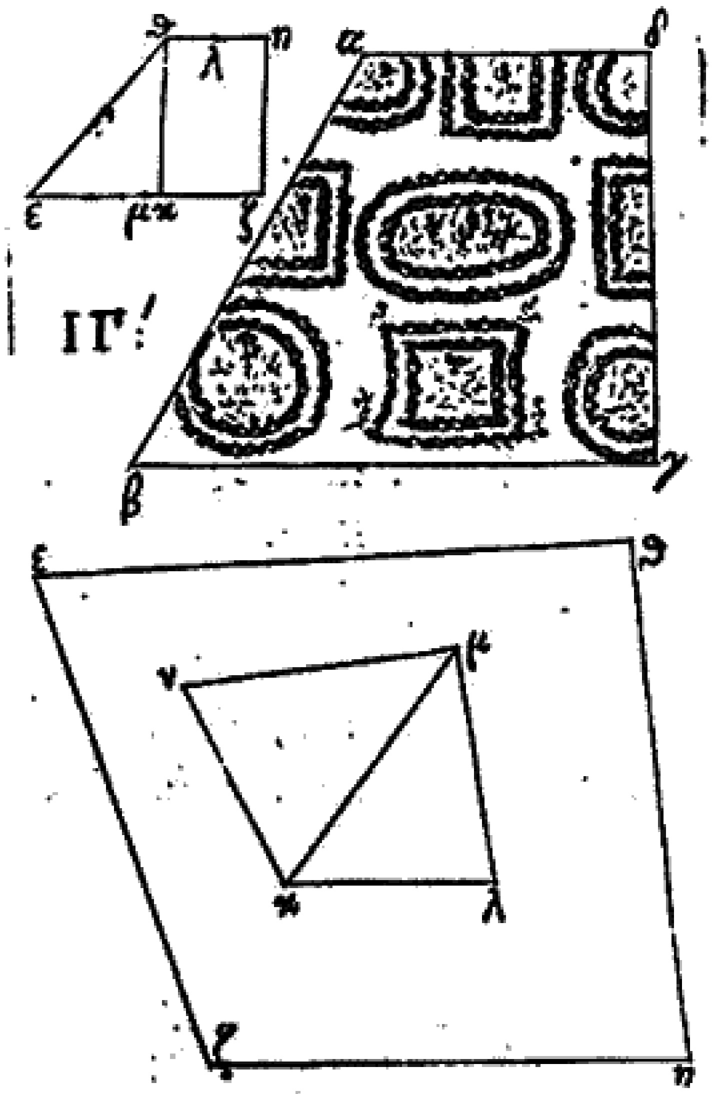
Ἔστω ἐπίπεδον τραπεζοειδὲς τὸ αβγδ, καὶ ζητηθήτω τὸ τούτου ἐμβαδόν. Ἐπεὶ δὲ τοῦτο διχῶς ἐνδέχεται συμβῆναι, ἢ γὰρ τὰς δύο μόνον ἀπεναντίον πλευρὰς παραλλήλους ἕξει, ἢ οὐδεμίαν οὐδεμιᾷ. Ἐχέτω α: τὰς αδ, βγ, παραλ-

ραλ-

Geom. Pr. lib. 4. Fig. 27.

ραλλήλους. μετρηθήτω δὴ ἡ βγ, Γεωμετρικῷ τινι ἁπλῷ μέτρῳ· καὶ εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ εζ, ὁμοία τῇ βγ, ἤ τοιούτων μορίων, ὅσων ἡ βγ, ποδῶν ἐστιν, ἢ βημάτων· καὶ παραβληθήτω παρὰ τὴν εζ, τὸ εζηθ, τραπέζιον ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον τῷ αβγδ, διὰ τῆς κδ': τοῦ ς': τοῦ α': τοῦ παρόντος. ἀπὸ δὲ τοῦ θ, πιπτέτω κάθετος ἐπὶ τῆς εζ, ἡ θκ, καὶ τμηθήτωσαν αἱ θη, εζ, εὐθεῖαι δίχα κατὰ τὰ λ, καὶ μ, σημεῖα. Εἶτα συναφθήτωσαν αἱ θλ, εμ, εἰς μίαν, καὶ ἐπ' αὐτὴν πολλαπλασιαθήτω ἡ θκ, ἢ καὶ ἀνάπαλιν, καὶ ὁ γενόμενος παραστήσει σοι πόσων τετραγώνων ποδῶν, ἢ βημάτων ἐστὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ αβγδ, δοθέντος τραπεζοειδοῦς ἐπιπέδου, κατὰ τὴν γ': τοῦ η': τοῦ α': τοῦ παρόντος.

Ἔστω β': τὸ εζηθ, τραπεζοειδὲς, οὗ οὐδεμία πλευρὰ οὐδεμιᾷ ἐστι παράλληλος, καὶ ζητηθήτω ὁμοίως τὸ τούτου ἐμβαδόν. Μετρηθήτω τοίνυν ἡ μία τῶν αὐτοῦ πλευρῶν φέρε δὴ ἡ ζη· καὶ εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ κλ, τοσούτων μορίων, ὅσων βημάτων, ἢ ποδῶν ἐστιν ἡ ζη· καὶ παραβληθήτω παρὰ τὴν κλ, τὸ κλμν, τραπέζιον ὅμοιον τῷ ζηθε, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν κδ': τοῦ α': τοῦ παρόντος. τῆς δὲ κμ, ἀχθείσης, εὑρεθήτω διὰ τῆς ἀνωτέρω τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τε κλμ, καὶ μνκ, τριγώνου, καὶ τὸ ἐξ ἀμφοῖν δηλώσει σοι πόσων ποδῶν ἢ βημάτων τετραγώνων ἐστὶ τὸ ὅλον ἐμβαδὸν τοῦ εζηθ, δοθέντος ἐπιπέδου κατὰ τὴν δ': τοῦ η': τοῦ α': τοῦ παρόντος.



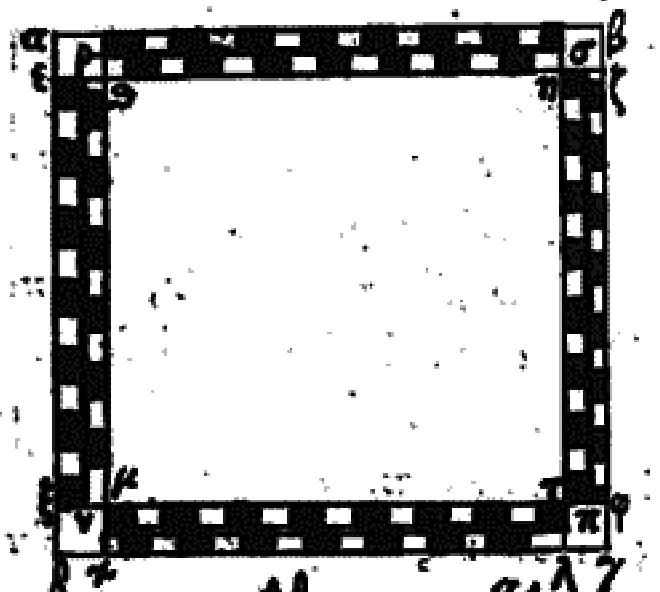
ΙΓ'

Πρότασις ΙΔ':

Τὰς τῶν τοίχων ὁριζοντικὰς ἐπιφανείας, ἤτοι τὸ πάχος αὐτῶν μετρῆσαι.

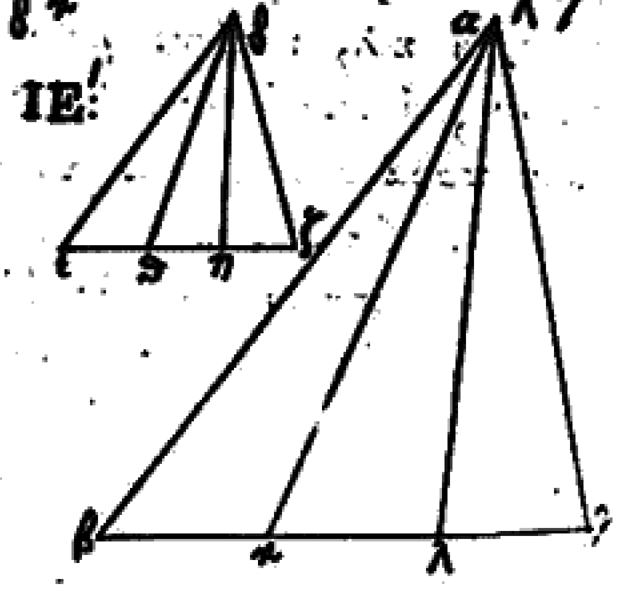
Ε'στω πύργος ὁ αβγδ, ὧ πλευραὶ οἱ αζ, βλ, γξ, κα, τοῖχοι, καὶ ζητηθήτωσαν αἱ ὁριζοντικαὶ ἐπιφάνειαι, ἤτοι αἱ βάσεις τῶν αὐτῶν τοίχων αἱ αζ, βλ, γξ, κα. Ληφθήτω δὴ τὸ μῆκος ἑκάστου τοίχου, καὶ πλάτος, καὶ πολλαπλασιασθήτωσαν πρὸς ἄλληλα, καὶ ἔσαι τὸ ζητούμενον. ἡ μὲν γὰρ αζ, βάσις περιέχεται ὑπό τε τοῦ αβ, μήκους, καὶ βζ, πλάτους. ἡ δὲ βλ, ὑπό τε τοῦ βγ, καὶ γλ· ἡ δὲ γξ, ὑπό τε τοῦ γδ, καὶ δξ· καὶ ἡ κα, ὑπό τε τοῦ αδ, καὶ δκ. Ἰσέον δ' ὅτι ἐπὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τούτου ἐὰν τὰ ἔξω μήκη αβ, βγ, γδ, δα, ληφθῶσι, τὰ αϑ, βη, γτ, κξ, δὶς λαμβάνονται καὶ ὀφείλουσιν ἅπαξ μετὰ τὸν πολλαπλασιασμὸν ἀφαιρεῖσθαι. εἰδὲ τὰ μήκη τῶν ἐντὸς ἐπιφανειῶν ληφθῶσι, τὰ αὐτὰ παραλληλόγραμμα ἐναπολείπονται, καὶ διὰ τοῦτο μετὰ τὸν πολλαπλασιασμὸν ὀφείλουσιν ἅπαξ προςίθεσθαι.

Geom. Pr. lib. 4. Fig. 28.



Πρότασις ΙΕ':

Α'πὸ τοῦ δοθέντος τριγωνοειδοῦς ἐπιπέδου τὰ δοθέντα μέρη ἀφελεῖν.

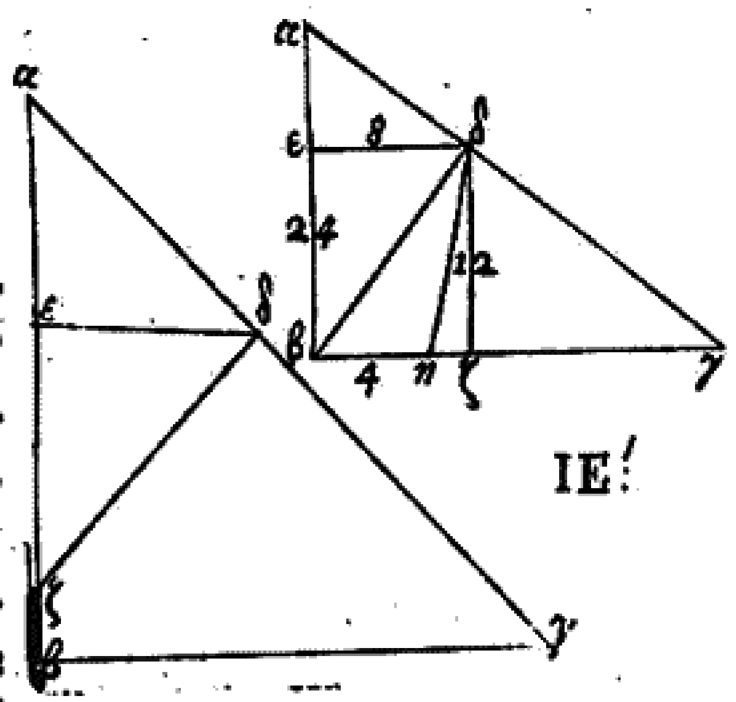


Ε'στω ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ αβγ, τριγωνοειδοῦς ἐπιπέδου βήματα φέρ' εἰπεῖν ρ̄. Γραφήτω δὴ ἐν χάρτῃ ἢ σανίδι, ἢ ἄλλῳ τινὶ ἐπιπέδῳ τὸ δεζ, τρίγ: ὅμοιον τῷ αβγ, καὶ τὴν κγ': τοῦ ϛ': τοῦ δ: τοῦ παρόντος. καὶ πιπτέτω κάθετος ἀπὸ τοῦ δ, ἡ δη, αὕτη δὲ παραβληθήτω τῇ Κλίμακι, καὶ ἔσω μοιρῶν κ̄ι. τοῦ δὲ ρ̄, ἀριθμοῦ μερίζομένου ἐπὶ τὸν κ̄ι, ἔσαι πηλίκον ὁ δ̄: εἶτα ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς εζ, ἡ εϑ, ὥστε εἶναι μορίων, οἷα τὰ τῆς δη, η̄, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ δϑ. καὶ τὸ δεϑ, τρίγωνον ἔσαι μορίων τετραγώνων ρ̄. ὥστε ἐὰν ἀφαιρεθῇ καὶ ἀπὸ τῆς βγ, βάσεως τοῦ δοθέντος τριγωνοειδοῦς ἐπιπέδου ἡ βκ, βημάτων ἁπλῶν η̄. καὶ ἐπιζευχθῇ διὰ σπαρτίου ἡ ακ, τὸ αβκ, μέρος τοῦ αβγ, ἔσαι τὸ ζητούμενον. τὸ γὰρ ἐμβαδὸν τοῦ αβκ, τριγώνου ἴσον ἐσὶ τῷ γινομένῳ ἀειϑ.

ἀριθμῷ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῆς αλ, καθέτου ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς βκ, αὐτοῦ βάσεως. ὥσπερ γὰρ διῃρημένου τοῦ ρ̄, ἐπὶ τὸν κε̄, δίδοται πηλίκον ὁ δ̄, οὕτω τοῦ κε̄, ἐπὶ τὸν δ̄, πολλαπλασιαζομένου συνίσταται ὁ ρ̄.

Εἰ δὲ τὸ σημεῖον δοθῇ, ἀφ' οὗ ὀφείλει γενέσθαι ἡ ἀφαίρεσις ἐπὶ τῆς αγ, ἢ ἄλλης τινὸς πλευρᾶς, ὡς τὸ δ. πιπτέτω κάθετος ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου δ, ἐπὶ τῆς αβ, ἡ δε. τῆς πράξεως ἐπὶ τοῦ ἐν χάρτῃ ἢ σανίδι γενομένης σχήματος· καὶ μετρηθεῖσα ἡ δε, ἔστω δὸς εἰπεῖν ποδῶν ι̅: εἶτα εἰλήφθω ἀπὸ τῆς αβ, ἡ αζ, μορίων κ̄, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ δζ, καὶ τὸ αδζ, ἔσται τὸ ζητούμενον. ὡς δῆλον ἐκ τῆς ζ': τοῦ ϛ': τοῦ α': τοῦ παρόντος.

Geom. Tr. Lib.4. Fig.29.



Ἐὰν δὲ ἡ αβ, ἐλάττων τύχῃ τοῦ ληφθησομένου διαστήματος ὡς ἐπὶ τοῦ β': σχήματος· τῆς δε, καθέτου, ἠγμένης, ἐπιζεύχθω ἡ δβ· καὶ ἐπεὶ τὸ αδβ, ἔλαττόν ἐστι τοῦ ζητουμένου· ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τοῦ δβγ, τὸ ἐλλεῖπον. Οἷον ἔστω ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ αβγ, βήματα ρκ̄. Ἔστω δὴ ἡ δε, βημάτων ἁπλῶν φέρ' εἰπεῖν η̄. τοῦ δὲ ρκ̄, ἐπὶ τὸν η̄, μεριζομένου, ἐπεὶ δίδοται πηλίκον ὁ ιε̄, δεῖ πάντως γε ληφθῆναι ἀπὸ τῆς αβ, βήματα ἁπλᾶ λ̄. ἐπεὶ δὲ ἡ αβ, μετρουμένη εὑρίσκεται βημάτων κδ̄, τῆς δβ, ἐπιζευγνυμένης, πολλαπλασιασθήτω ἡ δε, δηλ: ὁ η̄, ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς αβ, δηλ: τὸν ιβ̄, καὶ ἔσται τὸ αβδ, βημάτων τετραγώνων ϟϛ̄, τούτων δὲ ἀφαιρουμένων ἀπὸ τῶν ρκ̄, ἐναπολείπονται κδ̄. πιπτέτω δὴ κάθετος ἀπὸ τοῦ δ, ἐπὶ τῆς βγ, ἡ δζ, καὶ μετρουμένη ἔστω καὶ αὕτη βημάτων ιβ̄· ἐπεὶ δὲ τοῦ κδ̄, ἐπὶ τὸν ιβ̄, μεριζομένου δίδοται πηλίκον ὁ β̄: εἰλήφθω ἀπὸ τῆς βγ, ἡ βη, βημάτων δ̄, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ δη· καὶ τὸ αβηδ, τραπέζιον ἔσται τὸ ζητούμενον. τὸ μὲν γὰρ αβδ, τρίγωνον βημάτων ἐστὶ ϟϛ̄, ὡς εἴρηται, ἔστι δὲ καὶ τὸ δβη, κδ̄, ὥστε συναπτόμενα τὰ δύο ἀλλήλοις, ποιήσουσι τὸν ρκ̄.

ΑΠΟΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

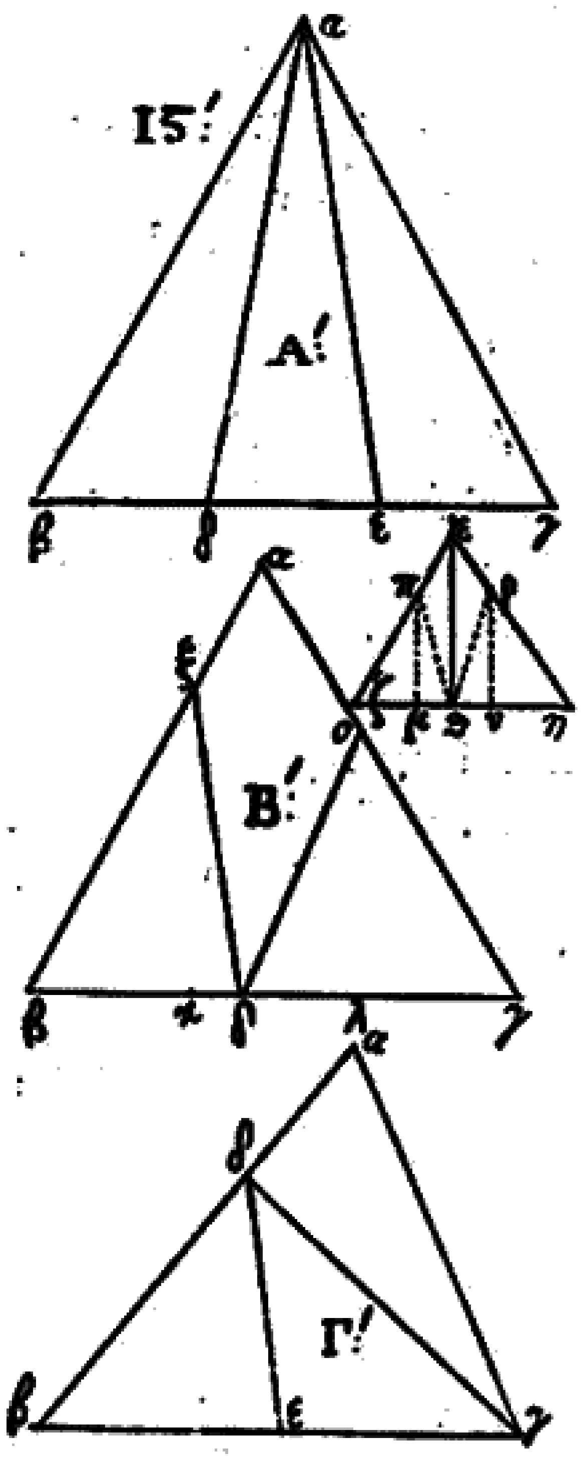
Τῇ αὐτῇ ἐφόδῳ χρώμενος, δυνήσῃ πάντως γε καὶ παντὸς ἄλλου εἴδους πολυγώνου ἰσοπλεύρου τε καὶ μή, τὸ ἐμβαδὸν μετρεῖν, ἐὰν πρῶτον εἰς τρίγωνα τὸ δοθὲν διέλῃς. εἶτα τὸ ἐμβαδὸν ἑκάστου τριγώνου εὑρὼν, εἰς ἓν τὰ πάντα συνάψῃς ἐπὶ ὁμοίου σχήματος τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ τὴν πρᾶξιν ποιῶν. καὶ ἑνὶ λόγῳ δοθέντος οἱουδήποτε σχήματος, ἢ τοῦ ἐμβαδοῦ αὐτοῦ ζητουμένου, εὑρήσεις ἐν τῷ γ' καὶ ϛ': τοῦ α': τοῦ παρόντος τὸν τρόπον, καθ' ὃν ἔξεστί σοι τοῦτο θηρεύειν, ἢ τὸ προσα μέρος ἀφελεῖν. διὸ δὴ ἵνα μὴ ταυτολογοῦντες, καταχορεῖς τισι ὀφθείημεν, ἐα-τέα καὶ ταῦτα ἐπὶ τοῦ παρόντος.

Περὶ Γεωδαισίας. Πρότασις Ις′:

Τὸ δοθὲν τριγωνοειδὲς ἐπίπεδον εἰς ὁσαδηποτοῦν μέρη διελεῖν κατὰ τὸν δοθέντα λόγον.

Ἔστω δὴ α′: διελεῖν τὸ αβγ, τριγωνοειδὲς ἐπίπεδον εἰς τρία ἴσα μέρη ἀπὸ τοῦ α, σημείου τῶν διαιρετικῶν ἀγομένων γραμμῶν. Τμηθήτω δὴ ἡ βγ, βάσις τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου εἰς τρία ἴσα μέρη τὰ βδ, δε, εγ, καὶ ἀχθήτωσαν διὰ σπαρτίου αἱ αδ, αε, γραμμαί, καὶ ἔσται τὸ προσαχθὲν κατὰ τὴν ϛ′: τοῦ η′: τοῦ α′: τοῦ παρόντος. Εἰ δέ γε ζητηθῇ διαιρεθῆναι τὸ αὐτὸ κατά τινα λόγον, φέρε δὴ τοῦ γ̄, πρὸς τὴν ᾱ, διαιρεθήτω ἡ βγ, κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον, ἀπὸ δὲ τοῦ α, σημείου ἀχθήτωσαν αἱ διαιρετικαὶ γραμμαί, καὶ γενήσεται τὸ προσαχθὲν κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν πρότασιν.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 30.



Ἔστω β′: διελεῖν τὸ αὐτὸ εἰς τρία ἴσα ἀπὸ τοῦ δ, σημείου τοῦ ἐπὶ τῆς βγ. Συνιστάσθω δὴ ἐν χάρτῃ κατὰ τὴν κγ′: τοῦ ϛ′: τοῦ α′: τοῦ παρόντος, καὶ τὴν α′: τοῦ περὶ Ἰχνογραφίας τὸ εζη, τρίγωνον ὅμοιον τῷ δοθέντι αβγ. καὶ ὅσων ἂν εἴη ποδῶν, ἢ βημάτων ἡ βδ, τοσούτων μορίων εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ ζθ. εἶτα διαιρεθήτω τὸ εζη, τρίγ: ἀπὸ τοῦ θ, σημείου εἰς τρία ἴσα κατὰ τὴν θ′: τοῦ η′: τοῦ αὐτοῦ. Ἐπεὶ δὲ ἡ ζη, ὁμοία ἐστὶ τῇ βγ, διαιρεθήτω ἡ βγ, εἰς τρία μέρη τὰ βκ, κλ, λγ, ἀνάλογα τοῖς τρισὶ μέρεσι τῆς ζη, δηλονότι τοῖς ζμ, μν, νη. Ἐπεὶ δ' αὖθις καὶ ἑκατέρα τῶν εζ, εη, ὁμόλογός ἐστιν ἑκατέρᾳ τῶν αβ, αγ. εἰλήφθω ἡ μὲν βξ, τοσούτων ποδῶν, ἢ βημάτων, ὅσων ἂν εἴη μορίων, οἷα τὰ τῆς Κλίμακος, ἡ ζπ, ἡ δὲ γο, ὅσων ἐστὶν ἡ ηρ. καὶ διὰ σπαρτίου ἀχθήτωσαν αἱ δξ, δο, καὶ ἔσται τὸ προσαχθὲν κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν θ′: πρότασιν.

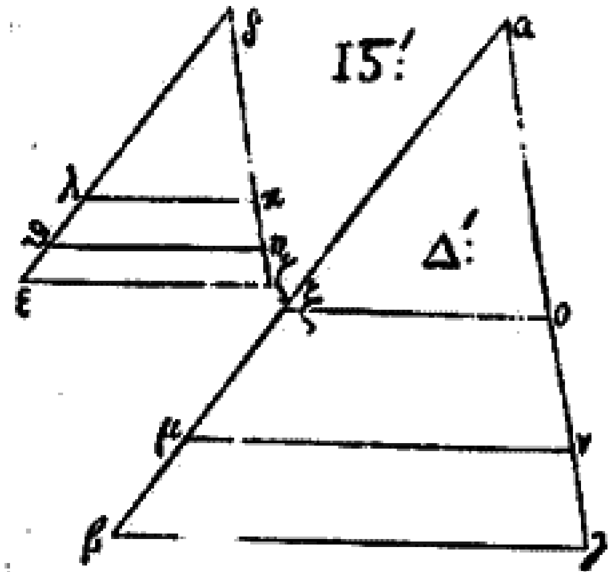
Ἔστω γ′: διελεῖν τὸ αὐτὸ εἰς τρία ἴσα ἀπὸ διαφόρων σημείων. Εἰλήφθω δὴ α′: ἀπὸ τῆς αβ, τὸ αδ, γ′: μέρος. εἶτα διαιρεθήτω ἡ βγ, εἰς δύο ἴσα

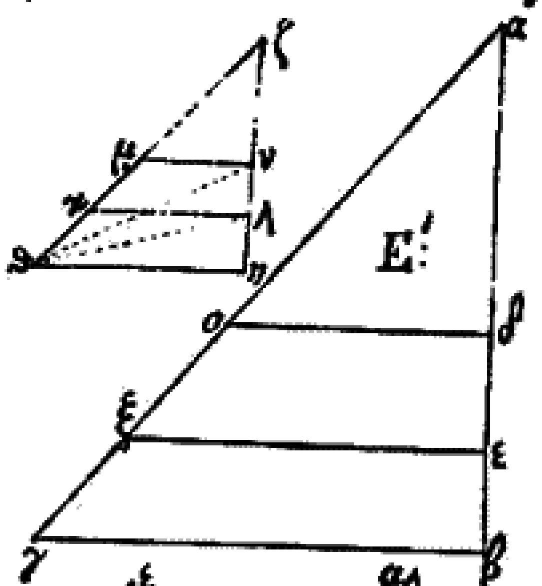
τὰ

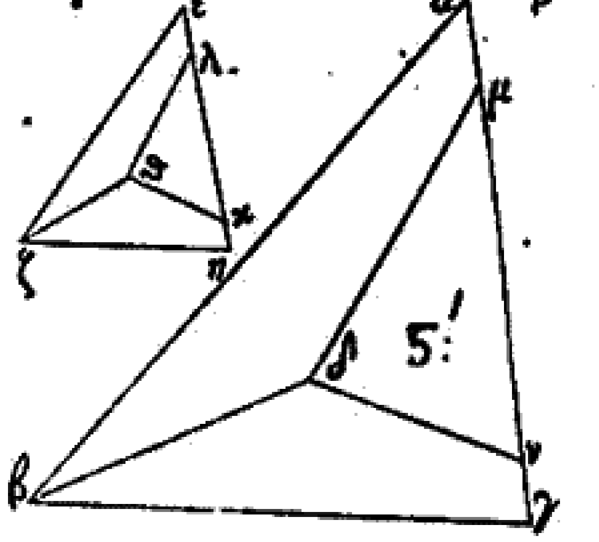
τὰ β ε, ε γ. τούτων δὲ γενομένων, ἀχθήτωσαν διὰ σπαρτίου, ἢ ἄλλου τινὸς αἱ γ δ, ε δ, γραμμαί. καὶ διαιρεθήσεται πάντως τὸ α β γ, εἰς τρία ἴσα τὰ α δ γ, β δ ε, ε γ δ, κατὰ τὴν ι: τοῦ η: τοῦ α: τοῦ παρόντος. Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 31.

Ἔστω δ': διελεῖν τὸ αὐτὸ εἰς τρία ἴσα διὰ παραλλήλων γραμμῶν μιᾷ τῶν αὐτοῦ πλευρῶν, φέρ' εἰπεῖν τῇ β γ. Συνιστάσθω δὴ ἐν χάρτῃ τὸ δ ε ζ, τρίγ: ὅμοιον τῷ α β γ, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν κγ': τοῦ ϛ': τοῦ α: τοῦ παρόντος. καὶ διαιρεθήτω κατὰ τὴν ιβ': τοῦ η: τοῦ αὐτοῦ, εἰς τὰ ε ζ η θ, θ η κ λ, λ κ δ. Εἶτα εἰλήφθω ἡ μὲν β μ, τοσούτων ποδῶν, ἢ βημάτων, ὅσων μορίων ἐστὶ ἡ ε θ, οἷα τὰ τῆς Κλίμακος. ἡ δὲ γ ν, ὅσων ἡ ζ η, ἡ δὲ μ ξ, ὅσων ἡ θ λ, καὶ ἡ ν ο, ὅσων ἡ η κ. καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ μ ν, ξ ο, διὰ σπαρτίου, καὶ διαιρεθήσεται τὸ α β γ, εἰς τὰ ζητούμενα αὐτοῦ μέρη. ὁ λόγος σαφὴς ἐκ τῆς εἰρημένης ιβ': τοῦ η: τοῦ α: τοῦ παρόντος.

Ἔστω ε': διελεῖν τὸ αὐτὸ εἰς μέρη τρία ἴσα ἀπὸ τῶν δοθέντων σημείων δ ε, ἐπὶ μιᾶς τῶν αὐτοῦ πλευρῶν, δὸς εἰπεῖν τῆς α β. Συνιστάσθω δὴ ἐν χάρτῃ τὸ ζ η θ, τρίγ: ὅμοιον τῷ δοθέντι α β γ, τριγωνοειδεῖ ἐπιπέδῳ. καὶ ληφθήτωσαν τὰ η λ, λ ν, ν ξ, ἀνάλογα τοῖς β ε, ε δ, δ α. εἶτα διαιρεθήτω τὸ ζ η θ, κατὰ τὴν ιγ': τοῦ η: τοῦ α: τοῦ παρόντ: εἰς τὰ η θ κ λ, λ κ μ ν, ν μ ζ, μέρη· τούτου δὲ ἀκριβῶς γενομένου, εἰλήφθωσαν τὰ γ ξ, ξ ο, ο α, ἀνάλογα τοῖς θ κ, κ μ, μ ζ. καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ε ξ, δ ο. καὶ διαιρεθήσεται τὸ α β γ, εἰς τρία ἴσα τὰ ε β γ ξ, ξ ε δ ο, ο δ α, κατὰ τὸ προσταχθέν, ὡς διὰ τῆς ῥηθείσης ιγ': προτάσεως δείκνυται.







Ἔστω ϛ': διελεῖν τὸ αὐτὸ εἰς τρία ἴσα ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἐν αὐτῷ σημείου τοῦ δ. Συνιστάσθω δὴ ἐν χάρτῃ τὸ ε ζ η, τρίγωνον ὅμοιον τῷ α β γ, δοθέντι τριγωνοειδεῖ ἐπιπέδῳ. καὶ τῆς δ β, μετρηθείσης, εἰλήφθω ἡ ζ θ, τοσούτων μορίων ἀπὸ τῆς Κλίμακος, ὅσων ἡ β δ, ποδῶν ἐστιν, ἢ βημάτων· τῶν δὲ ε ζ θ, θ ζ η, γω-

νιῶν

νιῶν ἴσων ταῖς αβδ, δβγ, γενομένων. Εἶτα διαιρεθήτω τὸ εζθ τρίγ: ἀπὸ τοῦ θ, εἰς τρία ἴσα τὰ ζηκθ, θζελ, λθκ, διὰ τῆς ιε: τοῦ εἰρημένου η: καὶ τῷ μὲν ελ, ληφθήτω ὁμοία ἡ αμ, τῷ δὲ ηκ, ἡ γν. καὶ διαχθήτωσαν αἱ δμ, δν. καὶ ἔσται τὸ προσταχθὲν κατὰ τὴν αὐτὴν ιε: πρότασιν.

ἈΠΟΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Ἰστέον, ὅτι τὰ τῆς Γεωδαισίας προβλήματα πάμπολλά τε εἰσὶ καὶ ποικίλα, καὶ ἐπὶ παντὸς εἴδους σχήματος προβαλλόμενα. Ἡρμήνευται δὲ ὁ τρόπος, καθ' ὃν δυνάμεθα ἐν ἑκάστῳ προβλήματι τὸ προσταχθὲν ποιεῖν ἐν τῷ η: βιβλίῳ τοῦ α: τοῦ παρόντος, πλατύτερόν τε ἅμα καὶ ἀκριβέστερον μετὰ καὶ τῶν προσηκουσῶν ἑκάστῳ ἀποδείξεων. Διὸ δὴ ὁ περὶ τὰς ἐν ἐκείνῳ προτάσεις ἀκριβῶς ἠσκημένος, καὶ ἐν ἕξει πως τὰ ἐν ἐκείνῳ ἔχων, μὴ μέντοι καὶ τῶν ἐν τοῖς πρὸ αὐτοῦ ἀπορῶν, δυνήσεται μὴ μόνον τὰ τριγωνοειδῆ ἐπίπεδα, ἀλλά γε καὶ τὰ τετραπλευροειδῆ, εἴτε παραλληλογραμμοειδῆ εἰσιν, εἴτε καὶ τραπεζοειδῆ, καὶ τὰ παντὸς ἄλλου οἱουδήποτε σχήματος εἰς ἴσα τε καὶ ἄνισα μέρη διαιρεῖν, πλείω τε καὶ ἐλάττω τῶν τριῶν, μεταμορφῶν μέντοι α: τὸ δοθὲν ἐπίπεδον ἐν χάρτῃ, ἢ ἄλλῳ τινὶ ἐπιπέδῳ ἐξ ὕλης τινὸς ἀπεργάσου, κἀκεῖνο εὐμεθόδως διαιρῶν κατὰ τὸν δοθέντα λόγον. εἶτα μεταφέρων τὴν τῶν πλευρῶν ἐκείνου διαίρεσιν εἰς τὰς τοῦ δοθέντος ἐπιπέδου πλευράς, καὶ τὰς διαιρετικὰς γραμμὰς διὰ τῶν γενομένων ἐν ταῖς τοῦ δοθέντος πλευραῖς σημείων διεξάγων σπαρτίῳ, ἢ ἄλλῳ τινὶ χρώμενος ὀργάνῳ πρὸς τὰς διαιρέσεις. ὅθεν δὴ τὴν ταυτολογίαν φεύγοντες, ἵνα μὴ καὶ περιττολογίαν εἴπω, οὐκ ἔτι περαιτέρω τὸν λόγον ἐνταῦθα ἐφαπλοῦμεν, ἱκανῶν ὄντων, ὡς ἤδη εἴρηται, τῶν ἐν τῷ η: σεσημειωμένων πρὸς τὸ ποιεῖν εὐμεθόδως τε καὶ κατὰ λόγον τὸ ἐν οἱῳδήποτοῦν προβλήματι προστατόμενον, ἢ γοῦν ζητούμενον. Σεσημείωται δὲ καὶ ταῦτα ἐπὶ τοῦ τριγωνοειδοῦς μόνου σχήματος τῶν ἐπιπέδων. ἵνα μὴ τὰ ἐν τῇ τῶν ὅρων τοῦ παρόντος ἐκθέσει ὑποσχεθέντα ἀπλήρωτα εἶναι δόξῃ. καὶ ἵνα μᾶλλον τὰ ἐν τῷ εἰρημένῳ η: βιβλίῳ εὐληπτότερα γένηται, καὶ τισὶ μαθοῦμεν χρησιμεύσῃ.

Τέλος τοῦ Τετάρτου τοῦ δευτέρου μέρους τῆς Γεωμετρίας.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩ͂Ν ΠΡΑ΄ΞΕΩΝ.

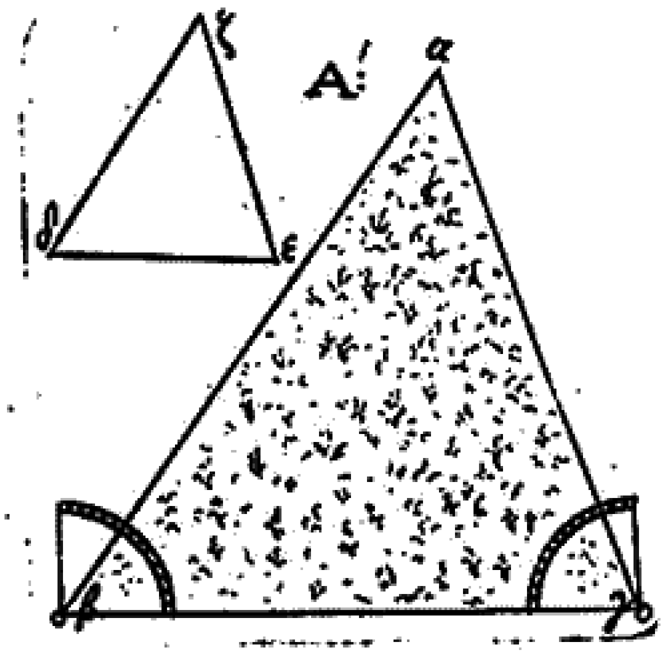
ΒΙΒΛΙ΄ΟΝ ΠΕ΄ΜΠΤΟΝ.

ΠΕΡΙ` ΕΙ᾿ΚΟΝΟΓΡΑΦΙ΄ΑΣ, Η῎ΓΟΥ͂Ν ΙΧΝΟΓΡΑΦΙ΄ΑΣ.

Πρότασις Α΄.

Τῷ δοθέντι τριγωνοειδεῖ ἐπιπέδῳ ὅμοιον ἐν χάρτῃ, ἢ ἄλλῳ τινὶ καταγράψαι.

Geom. Pr. Lib. 5. Fig. 1.



Ε῎στω τριγωνοειδὲς ἐπίπεδον, φέρ᾿ εἰπεῖν ἀγρὸς, ἢ κῆπος, ἢ λειμὼν, ἢ ἕτερόν τι ὅμοιον, τὸ α β γ, καὶ ζητηθήτω καταγραφῆναι ἐν χάρτῃ σχῆμα ὅμοιον τῷ α β γ. Μετρηθήτω δὴ μία τῶν τοῦ α β γ, πλευρῶν δὸς εἰπεῖν ἡ β γ· καὶ εὑρεθήτω ἑκατέρα τῶν ὑπὸ α β γ, α γ β, γωνιῶν Γεωμετρικῷ τινι ὀργάνῳ, ὡς προηρμήνευται ἐν τοῖς πρότερον. εἶτα εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ δ ε, τοσούτων μοιρῶν, ὅσων ποδῶν, ἢ βημάτων ἐστὶν ἡ β γ. καὶ πρὸς μὲν τῷ δ, συνεστάσθω γωνία ἡ ὑπὸ ε δ ζ, ἴση τῇ πρὸς τῷ β, πρὸς δὲ τῷ ε, ἡ ὑπὸ δ ε ζ, ἴση τῇ πρὸς τῷ γ. καὶ τὸ ζ δ ε, ὅμοιον ἔσται τῷ α β γ, δοθέντι. ἔχει γὰρ καὶ τὴν ὑπὸ δ ζ ε, γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ α.

Πρότασις Β΄.

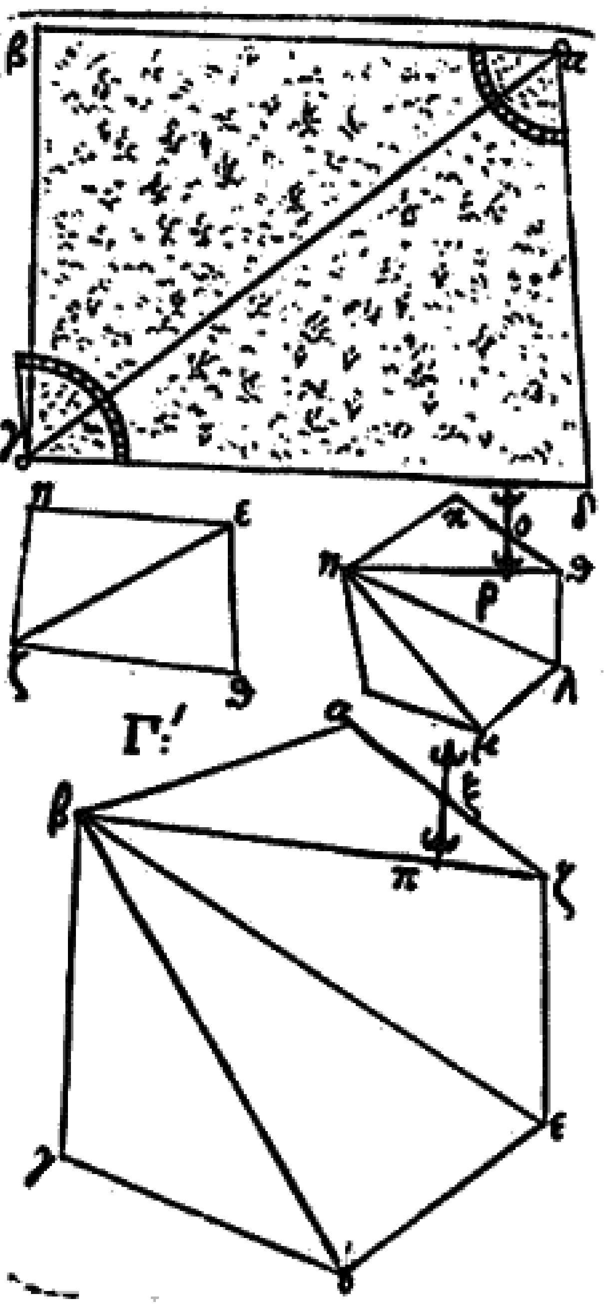
Τῷ δοθέντι τετραπλευροειδεῖ ἐπιπέδῳ ὅμοιον ἐν χάρτῃ καταγράψαι.

Ε῎στω τετραπλευροειδὲς ἐπίπεδον τὸ α β γ δ, καὶ ζητηθήτω γενέσθαι ἐν χάρτῃ ὅμοιον σχῆμα τῷ δοθέντι α β γ δ. Α᾿πὸ μὲν δὴ τοῦ γ, σημείου εὑρεθήτω ἑκατέρα τῶν ὑπὸ β γ α, α γ δ, γωνιῶν ὀργάνῳ τινὶ Γεωμετρικῷ. ἀπὸ δὲ τοῦ α, εὑ-

 ρεθή-

Geom. Pr. Lib. 5. Fig. 2.

ρεθήτω ὁμοίως ἑκατέρα τῶν ὑπὸ βαγ, γαδ, καὶ μετρηθήτω ἡ αγ. εἶτα εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ εζ, ἀντὶ τῆς αγ· καὶ πρὸς μὲν τῷ ζ, συσταθήτωσαν αἱ ὑπὸ εζη, εζθ, γωνίαι ἴσαι ταῖς ὑπὸ αγβ, αγδ, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· πρὸς δὲ τῷ ε, αἱ ὑπὸ ζεη, ζεθ, ἴσαι ταῖς ὑπὸ γαβ, γαδ, καὶ τὸ εηζθ, ὅμοιον ἔσται τῷ αβγδ. ὅτι δὲ καὶ ἰσογώνιον, ἐκ τῆς κατασκευῆς δῆλον.



Πρότασις Γ':

Τῷ δοθέντι πολυγωνοειδεῖ ἐπιπέδῳ ὅμοιον ἐν χάρτῃ καταγράψαι σχῆμα.

Ἔστω πολυγωνοειδὲς ἐπίπεδον τὸ αβγδεζ. καὶ τούτῳ ὅμοιον ἐν χάρτῃ καταγραφῆναι ἕτερον ζητηθήτω σχῆμα. Μετρηθήτωσαν δὴ πᾶσαι αἱ τοῦ δοθέντος αβγδεζ, ἐπιπέδου πλευραί, ἔτι δὲ καὶ αἱ διαιροῦσαι αὐτὸ εἰς τὰ ἐν αὐτῷ τρίγωνα ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἀρχόμεναι αἱ βζ, βε, βδ. εἶτα εἰλήφθω ἀπὸ τῆς κλίμακος ἡ μὲν ηθ, ἀντὶ τῆς βζ, ἡ δὲ ηκ, ἀντὶ τῆς βα, καὶ ἡ κθ, ἀντὶ τῆς αζ· καὶ κέντροις μὲν τοῖς ηθ, διαστήμασι δὲ τοῖς ηκ, θκ, γραφήτωσαν τόξα τεμνόμενα κατὰ τὸ κ, καὶ συσταθήτω τὸ ηθκ, τρίγ: ὅμοιον τῷ βζα. Εἰλήφθω δὲ καὶ ἡ μὲν θλ, ἀντὶ τῆς ζε, ἡ δὲ ηλ, ἀντὶ τῆς βε, καὶ συσταθήτω τὸν αὐτὸν τρόπον τὸ ηθλ, τρίγ:. Τὸ αὐτὸ γενέσθω καὶ πρὸς σύστασιν τοῦ ηλμ, καὶ ημν, καὶ τὸ κηνμλθ, σχῆμα ὅμοιον ἔσται τῷ δοθέντι αβγδεζ, ὡς ἐκ τῆς κατασκευῆς δῆλον.

ἌΛΛΩΣ.

Τῶν αβ, βγ, γδ, δε, εζ, μετρηθεισῶν πλευρῶν τοῦ αβγδεζ, ἐπιπέδου, μετρηθήτωσαν καὶ αἱ τούτου γωνίαι πᾶσαι. Εἶτα ληφθήτω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ ηκ, ἀντὶ τῆς βα, καὶ συνιστάσθωσαν αἱ ὑπὸ ηκθ, κην, γωνίαι ἴσαι ταῖς ὑπὸ βαζ, αβγ. εἰλημμένων δὲ καὶ τῶν κθ, ην, ἀντὶ τῶν αζ, βγ, συσταθήτωσαν αἱ ὑπὸ κθλ, κην, γωνίαι ἴσαι ταῖς ὑπὸ αζε, αβγ. εἰλημμένων δ'.

ἔτι

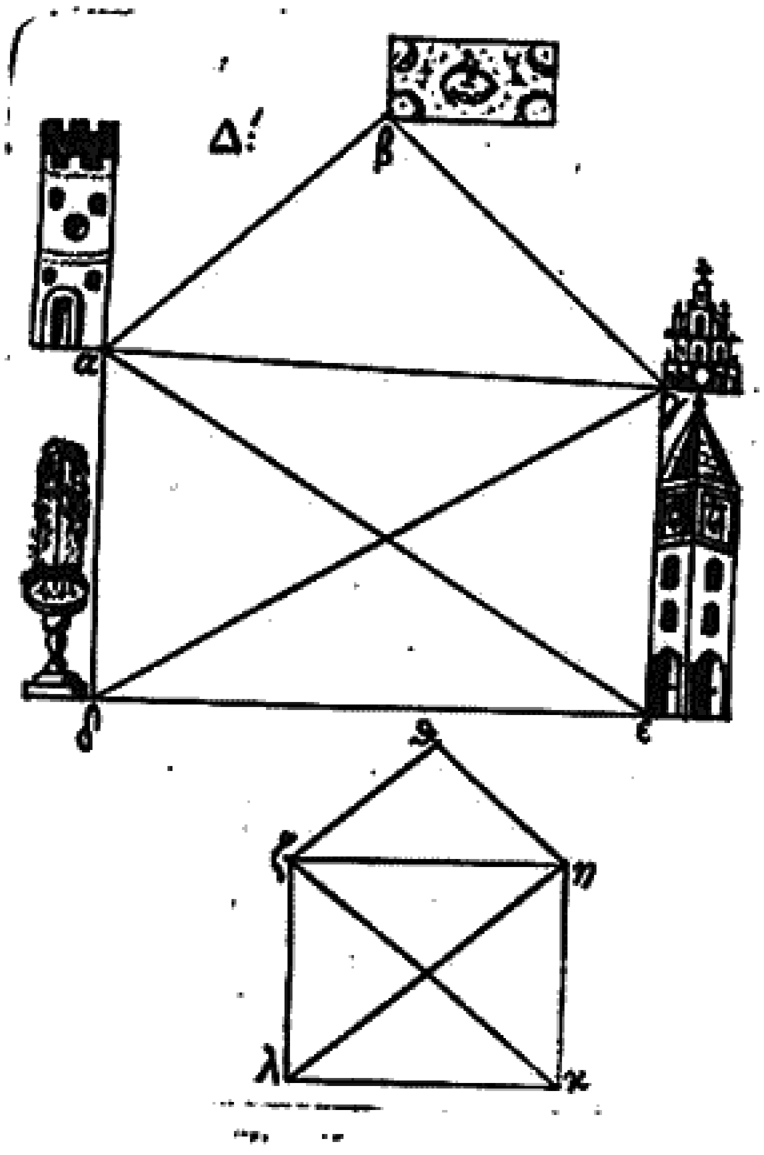
ἔτι καὶ ἀντὶ τῶν ζ ε, γ δ, αἱ θ λ, ν μ, συςαθήτωσαν αἱ ὑπὸ θ λ μ, η ν μ, ἴσαι ταῖς ὑπὸ ζ ε δ, β γ δ, καὶ ἔςαι τὸ αὐτό.

Εἰ δὲ βέλει καὶ τὴν αὐτὴν θέσιν τηρεῖν τὸ κ η ν μ λ θ, πολύγωνον τῷ α β γ δ ε ζ, δοθέντι, τμηθήτω ἡ μὲν α ζ, δίχα κατὰ τὸ ξ, ἡ δὲ κ θ, ὁμόλογος αὐτῇ κατὰ τὸ ο, καὶ τῆς Μαγνήτιδος τεθειμένης ἐπὶ τὸ ξ, παρατηρηθήτω ἡ ὑπὸ α ξ π, γωνία. εἶτα μετενεχθήτω ἡ αὐτὴ Μαγνῆτις ἐπὶ τῦ ο, καὶ κινηθήτω ὁ χάρτης, ἐν ᾧ τὸ κ η ν μ λ θ, γέγραπται σχῆμα πρὸς κύκλον, ἕως ἂν ἡ ὑπὸ κ ο ρ, γωνία ἴση γένηται τῇ ὑπὸ α ξ π, καὶ τὸ κ η ν μ λ θ, σχῆμα ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον ἔςαι τῷ α β γ δ ε ζ, δοθέντι. Geom. Pr. lib. 1. Fig. 3.

Περὶ Χωρογραφίας, ἤτοι Τοπογραφίας.

Πρότασις Δ:

Ἐν διαφόροις τόποις διαφόρων σχημάτων ἐπιπέδων τε καὶ ςερεῶν κειμένων, τὴν τούτων θέσιν ἐν χάρτῃ καταγράψαι, ὥςε ἀναλόγως τὴν πρὸς ἄλληλα κἀν τούτῳ τηρεῖν σχέσιν.



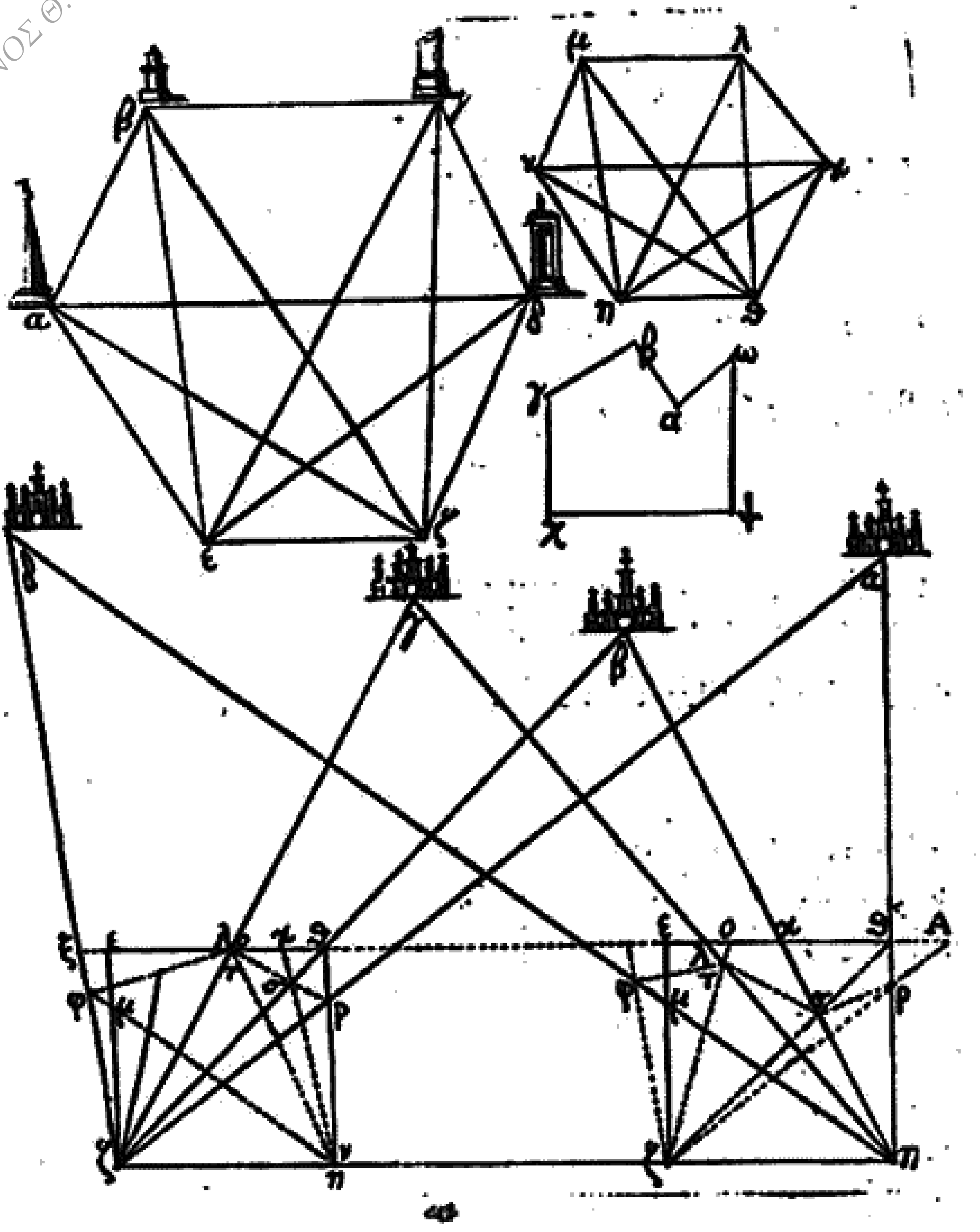
Κείσθωσαν δὴ ἐν διαφόροις τόποις τὸ α, δηλ: φρέαρ, ὁ β, λειμών, τὸ γ, ἄςυ, ἡ δ, πηγή, καὶ τὸ ε, ὡροσκοπεῖον, καὶ ἔςω καταγράψαι ταῦτα ἐν χάρτῃ, ὥςε τὴν αὐτὴν πρὸς ἄλληλα ἀναλόγως τηρεῖν σχέσιν. Μετρηθήτωσαν δὴ αἱ α γ, α ε, καὶ ἀντὶ μὲν τῆς α γ, ληφθήτω ἡ ζ η, καὶ συνεςάθω ἐπ' αὐτῆς τὸ μὲν ζ η θ, τρίγωνον ὅμοιον τῷ α β γ, κατὰ τὰ ἀνωτέρω, τὸ δὲ ζ η κ, ὅμοιον τῷ α γ ε, καὶ ἐπὶ τῆς κ ζ, ληφθείσης ἀντὶ τῆς α ε, συνεςάθω ἔτι τὸ ζ λ κ, ὅμοιον τῷ α δ ε. καὶ ἔςαι τὸ θ ζ λ κ η, πολύγ: ὅμοιον τῷ β α δ ε γ, ὥςε τὸ μὲν α, φρέαρ τυπῶν κατὰ τὸ ζ, τὸν δὲ β, λειμῶνα κατὰ τὸ θ, τὸ δὲ γ, ἄςυ κατὰ τὸ η, τὴν δὲ δ, πηγὴν κατὰ τὸ λ, καὶ τὸ ε, ὡροσκοπεῖον κατὰ τὸ κ, καὶ ἔςαι τὸ προςαχθέν.

Α'ΛΛΩΣ.

Μετρηθήτωσαν αἱ α β, β γ, γ ε, ε δ, δ α, καὶ τῆς λ κ, ληφθείσης ἀντὶ δε, ἀπὸ τῆς Κλίμακος, συνιστάσθω ἐπ' αὐτῆς κατὰ τὴν ἀνωτέρω τὸ λκηθζ, πολύγωνον ὅμοιον τῷ δεγβα.

Κείσθω ἔτι καταγράψαι ἐν χάρτῃ τὰ α, β, γ, δ, στερεὰ σώματα. Ληφθήτωσαν δὴ δύο τόποι ἱκανῶς ἀφιστάμενοι τούτων οἱ ε, ζ. καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ ε, μετρηθήτωσαν αἱ αεζ, βεζ, γεζ, δεγ, γωνίαι, ἀπὸ δὲ τοῦ ζ, μετρηθήτωσαν ἔτι αἱ δζε, γζε, βζε, αζε. καὶ εἰλήφθω ἀντὶ τῆς εζ, ἡ ηθ. καὶ πρὸς μὲν τῷ θ, συσταθήτωσαν αἱ ηθκ, ηθλ, ηθμ, ηθν, γωνίαι ἴσαι ταῖς εζδ, εζγ, εζβ, εζα. πρὸς δὲ τῷ η, συσταθήτωσαν αἱ νηθ, μηθ, ληθ, κηθ, ἴσαι ταῖς αεζ, βεζ, γεζ, δεζ, καὶ συσταθήσεται πάντως τὸ ηθκλμν, πολύγωνον ὅμοιον τῷ εζδγβα. ὁ λόγος σαφὴς ἐκ τῶν προειρημένων.

Geom. Pr. lib. 5. Fig. 4.



ἌΛΛΩΣ.

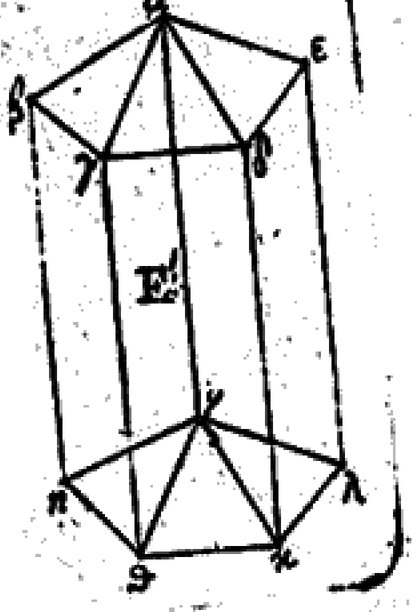
Ἔστωσαν πόλεις αἱ α, β, γ, δ, αἵτινες ὀφείλουσιν ἐν χάρτῃ, ἢ σανίδι, ἢ ἄλλῳ τινὶ ὁμαλῷ ἐπιπέδῳ ἐξ ὕλης εὐκατεργάστου κατεσκευασμένῳ καταγραφῆναι. Ληφθήτω δὴ τὸ δύο ἔχον κανόνας τετράγωνον, οἷον τὸ εζηθ· καὶ ἀπό τινος τόπου φέρ' εἰπεῖν τοῦ η, διοπτευθήτω διὰ τοῦ ἐν τῷ η, ἐστηριγμένου κανόνος ἑκάστη τῶν πόλεων, καὶ σημειωθήτωσαν τὰ θκλμ, σημεῖα, τὰ ἐν ταῖς πλευραῖς τοῦ αὐτοῦ ὀργάνου, δι' ὧν ὁ κανὼν διέρχεται. εἶτα μεταφέρε τὸ ὄργανον ἐφ' ἑτέρου τόπου, δὸς εἰπεῖν τοῦ ζ, καὶ διοπτευθήτωσαν διὰ

τοῦ

τοῦ ἐν τῷ ζ, ἐστηριγμένου κανόνος αἱ αὐταὶ πόλεις, καὶ σημειωθήτωσαν τὰ ξ ο θ ρ,
σημεῖα, δι᾽ ὧν ὁ κανὼν διέρχεται. τούτων δὲ γενομένων, ἀχθήτωσαν ἀπὸ τοῦ η,
διὰ τῶν θ κ λ μ, τῶν ἐν τῇ προτέρᾳ γενομένων διοπτείᾳ σημείων, αἱ η θ, η κ, η λ,
η μ. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν η θ, τέμνει τὴν ζ ρ Λ, κατὰ τὸ ρ, ἡ δὲ η κ, τὴν ζ θ β, κατὰ
τὸ σ, ἡ δὲ η λ, τὴν ζ λ γ, κατὰ τὸ τ, καὶ ἡ η μ, τὴν ζ ξ δ, κατὰ τὸ φ, ἐπιζεύ-
χθωσαν αἱ ρ σ, σ τ, τ φ. καὶ τῇ τοιαύτῃ ἐφόδῳ θηρεύονται τὰ τῶν δοθεισῶν
πόλεων διαστήματα α β, β γ, γ δ, οἷς ἀναλογεῖ τὰ ρ σ, σ τ, τ φ, ὡς ὀψόμε-
θα. Εἰς δὲ καταγραφὴν τῶν αὐτῶν πόλεων ληφθήτω ἡ χ ψ, ἀντὶ τῆς ζ η, καὶ
ἐπ᾽ αὐτῆς συνιστάσθω τὸ χ ψ ω α β γ, πολύγ: ὅμοιον τῷ ζ η ρ σ τ φ, καὶ ἐν
μὲν τῷ ω, τεθήτω ἡ α, πόλις, ἐν δὲ τῷ α, ἡ β, ἐν δὲ τῷ β, ἡ γ, καὶ ἐν τῷ γ,
ἡ δ, καὶ ἔσονται πάντως ἀνάλογα τὰ ω α, α β, β γ, διαστήματα τοῖς α β, β γ,
γ δ, διαστήμασι τῶν πόλεων. καὶ αἱ ἐν τῷ χάρτῃ, ἢ σανίδι καταγεγραμμέναι
τὴν αὐτὴν ἕξουσι θέσιν ταῖς δοθείσαις πόλεσιν. Ὅτι δὲ τὰ ρ σ, σ τ, τ φ, ἀ-
ναλογεῖ τοῖς α β, β γ, γ δ, διαστήμασι τῶν πόλεων, δῆλον. ἐπεὶ γὰρ αἱ ζ ρ α,
ζ ρ, εὐθεῖαι παράλληλοί εἰσιν διὰ τὴν τῶν ὀργάνων παράλληλον θέσιν, καὶ εἰς
αὐτὰς πεπτώκασιν αἱ ζ η, η α, πάντως γε αἵτε ὑπὸ η ζ ρ, η ζ α, γωνίαι, καὶ αἱ
η ρ ζ, η α ζ, ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὴν κ θ΄: τοῦ α΄: Εὐκλ:, ἔχουσι δὲ καὶ τὴν ὑπὸ ζ η α,
κοινὴν, ἄρα τὰ ζ η α, ζ η ρ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσι. Πάλιν ἐπεὶ ἡ ζ σ β, παράλ-
ληλός ἐστι τῇ ζ σ θ, πάντως γε αἵτε ὑπὸ η ζ β, η ζ σ, γωνίαι, καὶ αἱ ὑπὸ ζ β η,
ζ σ η, ἴσαι εἰσίν. ἔχουσι δὲ κοινὴν καὶ τὴν ὑπὸ ζ η β, ἄρα τὰ ζ η β, ζ η σ,
τρίγ: ὅμοιά εἰσι. Διὰ τὰ αὐτὰ δειχθήσονται καὶ τὰ ζ η γ, ζ η λ, ζ η δ, ζ η φ,
ὅμοια. ὥστε καὶ τὰ ζ η ρ σ λ φ, καὶ ζ η α β γ δ, πολύγ: ὅμοιά εἰσιν, ὅτι καὶ
ἐξ ὁμοίων σύγκειται τριγώνων.

Τοῦτον δὴ τὸν τρόπον ἐξ ἐπίσης τῶν κατά τε μῆκος καὶ πλάτος κειμένων πόλεων τὰ
διαστήματα θηρεύειν. ἐὰν δὲ ἐφεξῆς καὶ ἄλλαι πόλεις τύχωσιν οὖσαι μετατιθεμέ-
νου τοῦ αὐτοῦ ὀργάνου ἐπ᾽ ἄλλον καὶ ἄλλον τόπον, καὶ τῶν αὐτῶν γενομένων πράξεων,
εὑρεθήσονται κἀκείνων τὰ διαστήματα, καὶ ἐν χάρτῃ ἀναλόγως καταγραφήσονται.

Geom. Pr. Lib. 5. Fig. 5.



Περὶ Στερεομετρίας.

Πρότασις Ε΄:

Πρίσματος οἱουδήποτε τὸ στερεὸν εὑρεῖν.

Ἔστω πρίσμα τυχὸν τὸ α θ κ, καὶ ζητείσθω
τὸ στερεὸν αὐτοῦ. Εὑρεθήτω δὴ τό, τε ἐμβαδὸν
θατέρου τῶν παραλλήλων αὐτοῦ ἐπιπέδων, δὸς
εἰπεῖν τὸ α β γ δ ε, καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὅλου πρίσμα-
τος, εἴτουν μῆκος κατὰ τὰ προειρημένα δηλ: ἡ

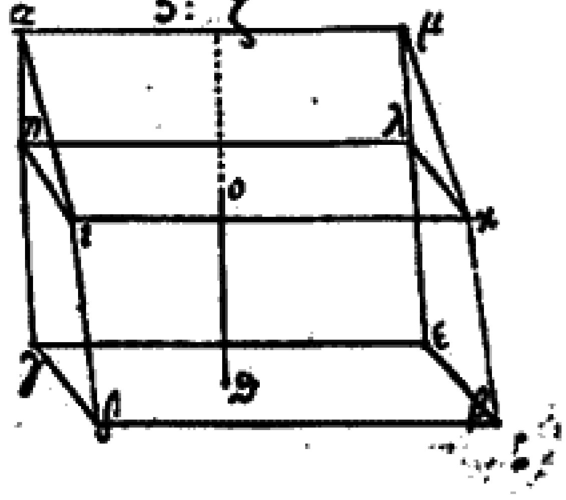
αζ. εἶτα πολλαπλασιασθήτωσαν τὰ ἀριθμέντα εἰς ἄλληλα, καὶ ὁ γινόμενος ἀριθμὸς ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν αὐτῶν τὸ στερεὸν τοῦ δοθέντος αθκ, πρίσματος παραστήσει κατὰ τὸ β': λῆμμα τῆς γ': τοῦ β': τοῦ παρόντος.

Πρότασις ς':

Πρίσματος κολοβοῦ τετμημένου ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ αὐτοῦ βάσει, τὸ στερεὸν εὑρεῖν.

Ἔστω πρίσμα κολοβὸν τὸ ηγδβελκι, καὶ τεμνέτω αὐτὸ τὸ ηκ, ἐπίπεδον παράλληλον ὂν τῇ γβ, αὐτοῦ βάσει, καὶ ζητηθήτω τὸ τούτου στερεόν. Μετρηθήτω δὲ τὸ τοῦ δοθέντος πρίσματος ὕψος θο. εἶτα ἀριθμήτω τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἐν μέσῳ ἐπιπέδου τοῦ ἐξ ἴσου δηλ: ἀφισαμένου τῆς πγβ, βάσεως τοῦ πρίσματος, καὶ ηκ, ἐπιπέδου τοῦ τὸ αὐτὸ τέμνοντος κολοβὸν πρίσμα, καθ' ὃν σημειωθήσεται τρόπον. καὶ πολλαπλασιασθήτω ἐπὶ τὸ θο, ὕψος, καὶ ὁ γινόμενος ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ἀριθμὸς, παραστατικὸς ἔσται τοῦ στερεοῦ τοῦ δοθέντος πρίσματος. ἐὰν γὰρ δι' ἑκάστου μέρους τοῦ θο, ὕψους διαβαίνειν ἐπίπεδα ἐννοηθῶσιν παραλλήλως ἔχοντα τῇ πγβ, βάσει τοῦ πρίσματος, καὶ τῷ ηκ, ἐπιπέδῳ, καὶ ἀποπληροῦντα τὸ δοθὲν πρίσμα, ταῦτα πάντως ἀριθμητικῶς εἰσιν ἀνάλογον, ταὐτὸν δ' ἐστιν εἰπεῖν, ἴσῃ ὑπεροχῇ ἀλλήλων τὰ μὲν μείζω ὑπερέχουσι, τὰ δ' ἐλάττω ὑπερέχονται, ὥσπερ καὶ αἱ τούτων πλευραί. ὥστε ἐὰν τῷ πγβ, μέγιστον αὐτοῦ ἐπίπεδον καὶ ηκ, ἐλάχιστον ἐπὶ τὸ θο, πολλαπλασιασθῇ ὕψος χωρὶς, δύο συσταθήσονται στερεὰ ἴσῃ ὑπεροχῇ τὸ μὲν ὑπερέχον, τὸ δ' ἐλλεῖπον τοῦ δοθέντος πρίσματος. Ἐὰν δ' αὖθις καὶ τὸ μέσον ἐπίπεδον ἐπὶ τὸ θο, πολλαπλασιασθῇ ὕψος, συσταθήσεταί τι στερεὸν ἴσῃ καὶ αὐτὸ ὑπεροχῇ τὸ μὲν ἔλαττον τῶν γενομένων στερεῶν ὑπερέχον, ὑπὸ δὲ τοῦ μείζονος ὑπερεχόμενον, ὥσπερ καὶ τὸ δοθὲν πρίσμα. τὸ ἐκ τοῦ μέσου ἄρα ἐπιπέδου καὶ ὕψους τοῦ δοθέντος πρίσματος στερεὸν, ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι πρίσματι.

Geom. Pr. Lib. 5. Fig. 6.



Εὑρεθήσεται δὲ τὸ μέσον δυσὶ τρόποις. ἢ γὰρ τῶν γβ, ηκ, ἐπιπέδων συναπτομένων, λαμβάνεται τὸ τοῦ γινομένου ἥμισυ, καὶ τοῦτό ἐστι τὸ μέσον· ἴσῃ γὰρ ὑπεροχῇ ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται. ἢ τῶν γδ, ηκ, πλευρῶν συναπτομένων, τὸ τοῦ ὅλου ἥμισυ ἐπὶ τὴν δβ, πολλαπλασιάζεται πλευρὰν, καὶ τὸ γενόμενον ἔσται μέσον τῶν ηκ, γβ, ἐπιπέδων.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

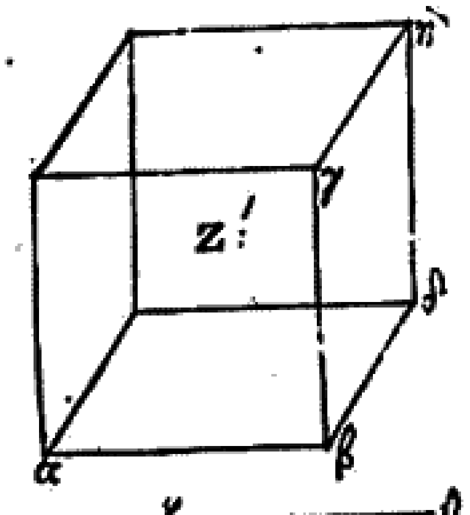
Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι τῶν ἀριθμητικῶς ἀνάλογον ἐπιπέδων ἡ σύναψις, ἴση ἐστὶ τῷ μέσῳ τῶν ἄκρων ἐπιπέδῳ, τοσάκις λαμβανομένῳ, ὅσα εἰσὶ καὶ τὰ ἐπίπεδα.

Πρότασις Ζ′.

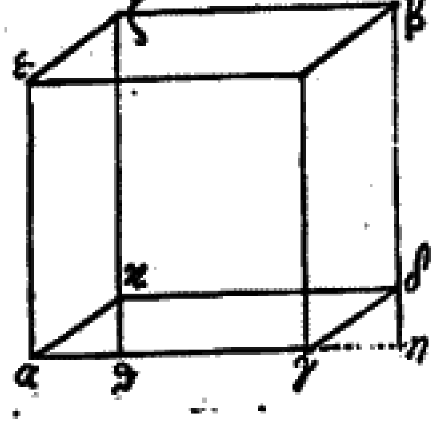
Ὀρθοῦ παραλληλεπιπέδου δοθέντος, τὸ στερεὸν αὐτοῦ εὑρεῖν.

Ἔστω παραλληλεπίπεδον τὸ α η, καὶ ζητείσθω τὸ αὐτοῦ στερεόν. Ἐπεὶ δὲ τοῦτο διχῶς ἐνδέχεται συμβῆναι, ἢ γὰρ τοῦ δοθέντος παραλληλεπιπέδου πᾶσαι αἱ πλευραὶ ὀρθογώνιά εἰσι παραλληλόγραμμα, ἢ αἱ δύο μὲν, ἡ βάσις καὶ ἡ ταύτῃ ἀπεναντίον Ῥομβοειδεῖς εἰσιν, αἱ δὲ λοιπαὶ ὀρθογώνια. Ἔστωσαν δ᾽ αἱ πλευραὶ πᾶσαι τοῦ δοθέντος παραλληλεπιπέδου ὀρθογώνια. εἶτα πολλαπλασιασθήτω ἡ α β, ἐπὶ τὴν β δ, καὶ τὸ δ α, γενόμενον πολλαπλασιασθήτω ὁμοίως ἐπὶ τὴν β γ, καὶ ἔσται τὸ ζητούμενον. πολλαπλασιαζομένης γὰρ τῆς α β, ἐπὶ τὴν β δ, συνίσταται ἡ α δ, βάσις. τῆς δὲ α δ, πάλιν ἐπὶ τὴν β γ, πολλαπλασιαζομένης, συνίσταται τὸ ὅλον α η. τὸ γὰρ στερεὸν ὑπὸ τριῶν διαστημάτων λέγεται περιέχεσθαι, μήκους, πλάτους καὶ βάθους, ὥσπερ τὸ ἐπίπεδον ὑπὸ δύο, μήκους δηλονότι καὶ πλάτους. διὸ τοῦτο μὲν, τοῦ μήκους μόνου ἐπὶ τὸ πλάτος πολλαπλασιαζομένου, ἢ καὶ ἀνάπαλιν, συνίσταται. ἐκεῖνο δὲ, τοῦ τε μήκους ἐπὶ τὸ πλάτος πολλαπλασιαζομένου, καὶ τοῦ γενομένου ἐπὶ τὸ ὕψος.

Geom. Pr. Lib. 3. Fig. 3.



Ἔστω ἔτι παραλληλεπίπεδον τὸ α β, καὶ ἐχέτω τὰς δύο τῶν αὐτοῦ πλευρῶν τήν τε βάσιν α δ, καὶ τὴν ταύτῃ ἀπεναντίον ε β, ῥομβοειδεῖς, τὰς δὲ λοιπὰς α ζ, γ β, δ ζ, γ ε, ὀρθογώνια. Ἀναχθήτω δὴ ἡ α δ, βάσις ἐπὶ τὸ θ η δ κ, ὀρθογώνιον κατὰ τὴν β′: τοῦ α′: τοῦ ά: μέρους· εἶτα πολλαπλασιασθήτω ἡ θ η, ἐπὶ τὴν η δ, τὸ μῆκος ἐπὶ τὸ πλάτος, καὶ γενήσεται πάντως τὸ θ δ. τοῦτο δὲ πολλαπλασιασθήτω ἐπὶ τὸ α ε, ὕψος, καὶ κατὰ τὰ ἀνωτέρω συσταθήσεται τὸ α β, παραλληλεπίπεδον, ἴσον ὂν τῷ δοθέντι. ἕκαστον γὰρ τῶν ὀρθῶν παραλληλεπιπέδων, μῆκος, πλάτος, καὶ βάθος, ἢ γοῦν ὕψος ἔχον, δυσὶ συνίσταται πολλαπλασιασμοῖς, ὡς ἤδη δέδεικται.



Πρό-