ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩ͂Ν ΠΡΑ͂ΞΕΩΝ.

ΒΙΒΛΙ͂ΟΝ ΤΕ͂ΤΑΡΤΟΝ.

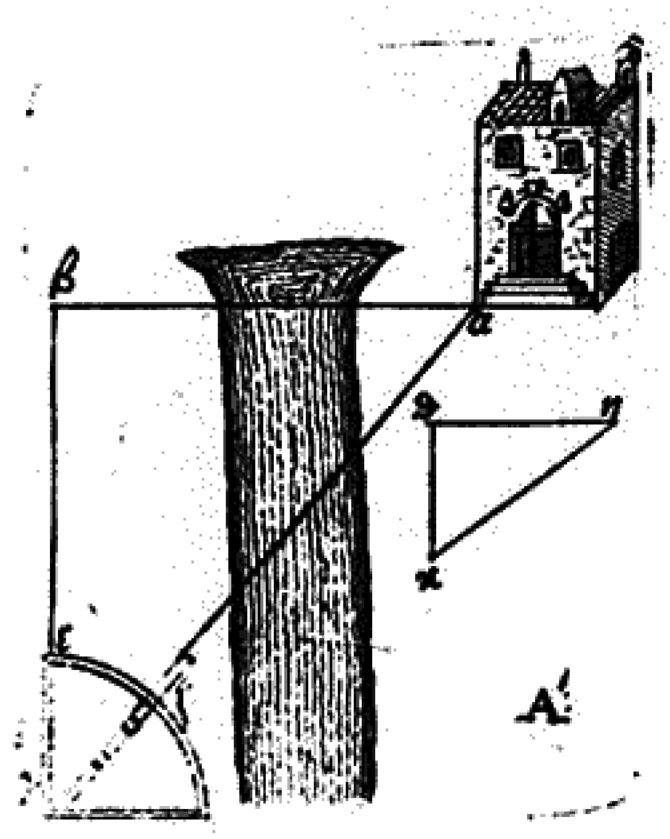
ΠΕΡΙ͂ ΜΗΚΟΜΕΤΡΙ͂ΑΣ.

Πρότασις Α΄.

Γραμμὴν ὁριζοντικὴν καθ᾽ ἓν μόνον ἄκρον πρόσιτον ἀριθμῆσαι.

Κείσθω γραμμὴ ὁριζοντικὴ ἡ αβ, προσιτὴ μὲν κατὰ τὸ β, σημεῖον, ἀπρόσιτος δὲ κατὰ τὸ α, διά τινα δὸς εἰπεῖν ποταμὸν, ἢ ἄλλο τι κωλύον, καὶ ἔσω εὑρεῖν πόσων ἂν εἴη αὕτη ποδῶν, ἢ βημάτων. Συνεστάσθω δὴ πρὸς τῷ β, σημείῳ κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, γραμμῆς διὰ τοῦ Τεταρτημορίου, ἢ Γνώμονος, ἢ Γεωμετρικοῦ σταυροῦ, ἢ ἄλλου τινὸς ὀργάνου εἰς τοῦτο χρησιμεύοντος ἡ βγ, τῆς δὲ βγ, μετρηθείσης γεωμετρικῷ τινι μέτρῳ, ληφθήτω τὸ Τεταρτημόριον, καὶ ἐφαρμοσθήτω τὸ κέντρον αὐτοῦ ἐπὶ τοῦ γ, σημείου, καὶ διὰ μιᾶς τῶν αὐτοῦ πλευρῶν δὸς εἰπεῖν τῆς γε, διοπτευθήτω τὸ β, σημεῖον, διὰ δὲ τοῦ ἐν αὐτῷ δρομέως γζ, διοπτευθήτω τὸ α, ἀπρόσιτον σημεῖον. εἶτα παρατηρηθήτω τὸ εζ, τόξον πόσων ἂν εἴη μοιρῶν, καὶ τοσούτων πάντως ἔσται καὶ ἡ ὑπὸ βγα, γωνία. κἂν μὲν εἴη μοιρῶν με: δῆλον ὅτι ἡ βα, ἴση ἐστὶ τῇ βγ. ὀρθῆς γὰρ οὔσης τῆς πρὸς τῷ β, γωνίας, τῆς δὲ πρὸς τῷ γ, μοιρ: με, πάντως καὶ ἡ πρὸς τῷ α, μοιρῶν ἔσται με. αἱ τρεῖς γὰρ τοῦ τριγώνου γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὥστε τὸ αβγ, τρίγωνον ἰσοσκελές ἐστιν. εἰδέ γε τὸ εζ, τόξον μὴ εἴη μοιρ: με, ἀλλὰ φέρ᾽ εἰπεῖν λ, ἡ βα, δήπουθεν ἐλάττων ἔσται τῆς βγ, ὥσπερ καὶ τοὐναντίον, εἴγε τὸ εζ, τόξον μοιρῶν εἴη δὸς εἰπεῖν ξ, ἡ βα,

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 1.

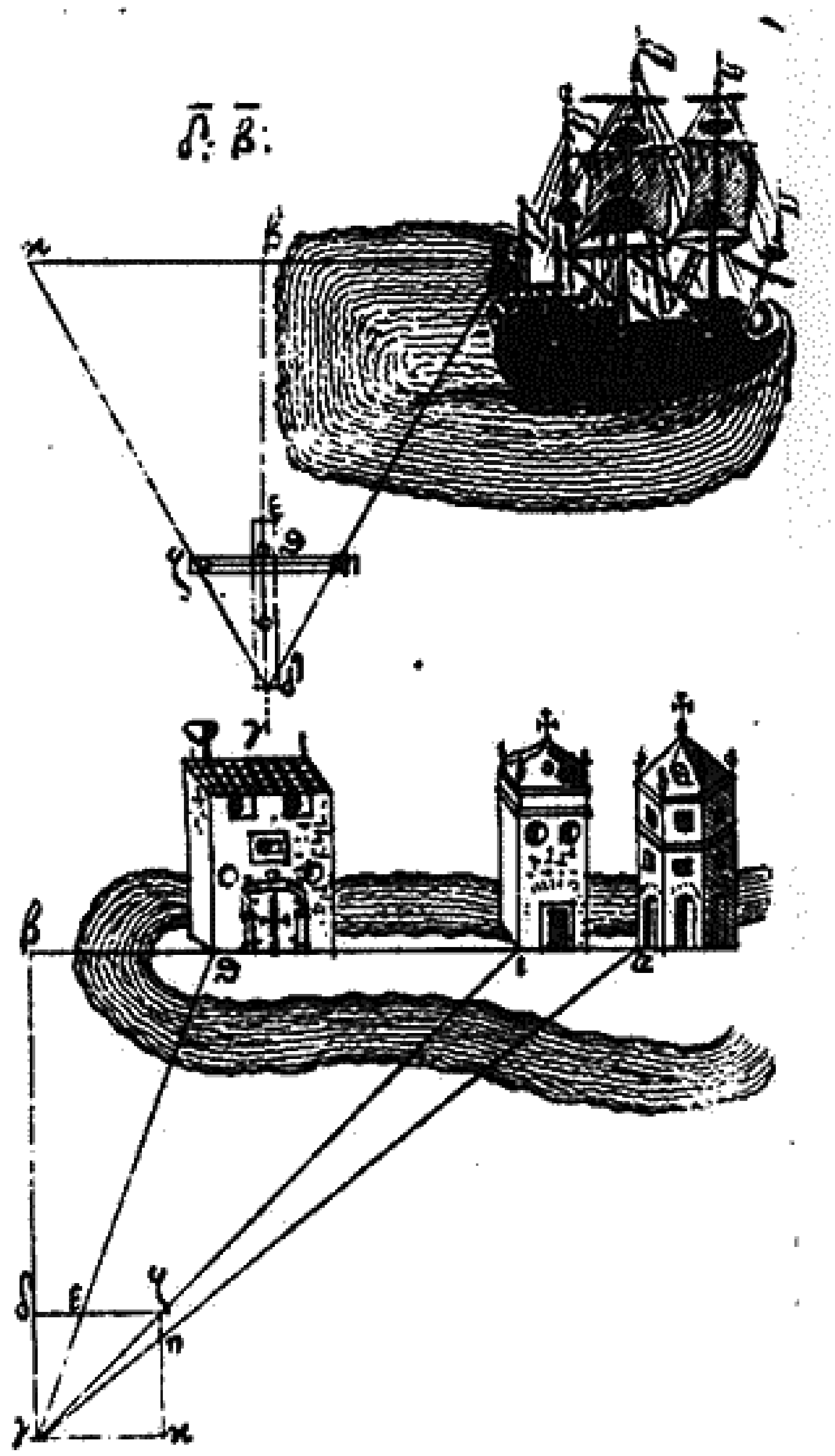


ἡ βα, μείζων ἔσται τῆς βγ, ὑπὸ γὰρ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει. Εἰς εὕρεσιν δὲ τῆς βα, συνιστάσθω τρίγ: ὅμοιον τῷ αβγ, ἐπὶ χάρτου, ἢ ἑτέρου τινὸς τὸ ηθκ, καὶ διαιρεθήτω διὰ τῆς ιε': τοῦ γ': τοῦ παρόντος ἡ θη, πλευρὰ τοῦ ηθκ, τριγώνου, καὶ γνωσθήσεται πάντως ἡ αβ. ὅσων γὰρ ἂν εἴη μορίων ἡ θη, οἷα τὰ τῆς κλίμακος, τοσούτων ἔσται ἡ βα, ποδῶν, ἢ βημάτων, οἵων ἡ βγ. Τίνι δὲ τρόπῳ συνίσταται τρίγωνον ὅμοιον τῷ αβγ, δῆλον. ἐὰν γὰρ ἡ θκ, ληφθῇ τοσούτων ἐκ τῆς κλίμακος μορίων, ὅσων ποδῶν, ἢ βημάτων ἐστὶν ἡ βγ, καὶ πρὸς μὲν τῷ θ, ὀρθὴ γωνία συσταθῇ, πρὸς δὲ τῷ κ, ἴση τῇ πρὸς τῷ γ, τὸ ηθκ, τρίγωνον ἴσον ἔσται καὶ ὅμοιον τῷ αβγ, τριγώνῳ, καὶ τὰς πλευρὰς ἀναλόγους ἕξει. ὥστε ὡς ἔχει ἡ κθ, πρὸς τὴν θη, ἔχει καὶ ἡ γβ, πρὸς τὴν βα.

ΑΛΛΩΣ.

Geom. Pr. Lib.4. Fig.2.

Ληφθήτω ὁ Γεωμετρικὸς σταυρὸς, καὶ τῆς βγ, εὐθείας πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς βα, ὡς πρότερον ἠγμένης, τεθήτω οὗτος ἐπὶ τῆς βγ, κατὰ τὸ τυχὸν σημεῖον, ὥστε διὰ μὲν τοῦ δε, κανόνος διοπτεύεσθαι τὸ β, σημεῖον, διὰ δὲ τῶν δ, η, διοπτρῶν τὸ α, τούτου γὰρ γενομένου, δῆλον, ὅτι ὡς ἡ δθ, πρὸς τὴν θη, ἡ δβ, πρὸς τὴν βα, τὰ γὰρ δθη, δβα, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν. ὅσων ἄρα μερῶν εἴη ἡ θη, οἵων καὶ ἡ δθ, τοσούτων ἔσται καὶ ἡ βα, οἵων ἡ βδ, ὥστε ὀφείλει πρότερον ἡ βδ, μετρηθῆναι, εἶτα γενέσθαι διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν ὡς ἡ δθ, πρὸς τὴν θη, ἡ δβ, πρὸς ἄλλην τινὰ, καὶ αὕτη ἔσται ἡ ζητουμένη βα. Δυνατὸν δὲ καὶ ἄλλως τὴν αὐτὴν γενέσθαι πρᾶξιν διὰ τοῦ αὐτοῦ ὀργάνου. οἷον διὰ μὲν τῆς πρὸς τῷ η, διόπτρας διοπτευθήτω τὸ α, σημεῖον, διὰ δὲ τῆς πρὸς τῷ ζ, τὸ κ. εἶτα μετρηθήτω ἡ βκ, καὶ ὅσων ἂν εἴη αὕτη ποδῶν, ἢ βημάτων, τοσούτων ἔσται καὶ ἡ βα. ἴσαι γὰρ αἱ βα, βκ, διὰ τὴν τῶν αβδ, κβδ, τριγώνων ἰσότητα.



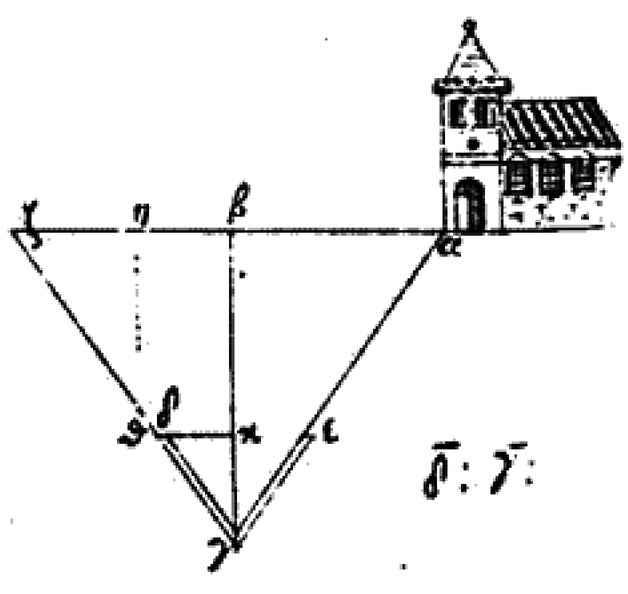
ΑΛΛΩΣ.

Τῆς βγ, καθέτου ἐπὶ τῆς βα, ἀχθείσης, θὲς τὸ δγεζ, τεταρτημόριον ἐπὶ τῆς βγ, εὐθείας, ὥστε διὰ μὲν τῶν ἐπὶ τῆς γδ, αὐτοῦ πλευρᾶς πηγματίων τὸ β, διοπτεύεσθαι σημεῖον, διὰ δὲ τῆς ἐπὶ τοῦ δρομέως τὸ α. Ἐπεὶ δὲ τοῦτο τριχῶς ἐνδέχεται γενέσθαι, ἢ γὰρ ὁ δρομεὺς διὰ τοῦ πέρατος τῆς δζ, πλευρᾶς τοῦ ὀργάνου διελεύσεται, ἢ ἐντὸς τούτου, ἢ γοῦν ἐκτός. Ἔσω δὴ τὸ ὑπόδειγμα καὶ κατὰ τοὺς τρεῖς τούτους τρόπους. ὁ αὐτὸς γὰρ ἔσται λόγος ἐν πᾶσι. Πρῶτον γοῦν διελθέτω ἐντὸς διὰ τοῦ ε, σημείου, ὡς ἡ γε. β': διὰ τοῦ ζ, ὡς ἡ γζ, καὶ γ': διὰ τοῦ η, ὡς ἡ γη. συμβήσεται δὲ ἡ πρᾶξις κατὰ μὲν τὸν α': τρόπον, ἐπειδὰν ἡ ζητουμένη γραμμὴ ἐλάττων εἴη τῆς καθέτου, ὡς ἡ βθ, κατὰ δὲ τὸν β': ὅτι ἴση ἐστίν, ὡς ἡ βι, καὶ κατὰ τὸν γ': ὅτι μείζων, ὡς ἡ βα. Ὅτι δὲ ὁ αὐτὸς ἐν πᾶσι λόγος, δῆλον. ὡς γὰρ ἡ γδ, πρὸς τὴν δε, ἡ γβ, πρὸς τὴν βθ, ὡς δὲ ἡ γδ, πρὸς τὴν δζ, ἡ γβ, πρὸς τὴν βι, καὶ ὡς ἡ ηκ, πρὸς τὴν κγ, ἡ γβ, πρὸς τὴν βα. τὸ γὰρ γδε, τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ γβθ, τὸ δὲ γδζ, τῷ γβι, καὶ τὸ κηγ, τῷ γβα. ἡ μὲν γὰρ πρὸς τῷ κ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ β, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα, ἡ δὲ ὑπὸ ηγκ, τῇ ὑπὸ γαβ, κατὰ τὴν κθ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ κηγ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ βγα,. Διῃρημένων τοίνυν τῶν γδ, δζ, πλευρῶν τοῦ ὀργάνου, καὶ τῆς βγ, ἐγνωσμένης, γενέσθω διὰ τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν, ὡς ἡ γδ, πρὸς τὴν δε, ἡ γβ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ γνωσθήσεται ἡ βθ. ἢ ὡς ἡ γδ, πρὸς τὴν δζ, ἡ γβ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ γνωσθήσεται ἡ βι. πρὸς εὕρεσιν δὲ τῆς βα, γενέσθω ὡς ἡ ηκ, πρὸς τὴν κγ, ἡ γβ, πρὸς ἄλλην τινά. κἂν μὲν διῃρημέναι ὦσι πᾶσαι αἱ τοῦ ὀργάνου πλευραί, ἕξεις τὸ ζητούμενον. εἰδέ γε μή, παραβληθήτω τὸ ηκ, διάστημα ἐπὶ τῆς γδ, καὶ γνωσθήσεται πόσων μερῶν ἐστὶ τὸ ηκ, οἷα τὰ τῆς γδ, ἢ δζ. ἡ γὰρ κγ, ἐγνωσμένη ἐστίν, ἴση γὰρ τῇ τε γδ, καὶ δζ.

ΑΛΛΩΣ.

Τῆς βγ, ὡς πρότερον ἀχθείσης, ληφθήτω ὁ δγε, γνώμων, καὶ τεθήτω ἐπὶ τῆς βγ, καθέτου, ὥστε διὰ μὲν τῆς γε, αὐτοῦ πλευρᾶς τὸ α, διοπτεύεσθαι σημεῖον, διὰ δὲ τῆς γδ, τὸ ζ. ἐξαχθείσης ἤδη τῆς αβ, ἀπὸ τοῦ β, σημείου κατὰ τὸ συνεχὲς ἀορίστως, εἶτα μετρηθείσης τῆς βζ, γενέσθω διὰ τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν, ὡς ἡ ζβ, πρὸς τὴν βγ, ἡ βγ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ γνωσθήσεται πάντως ἡ βα. τὰ γὰρ ζβγ, γβα, τρίγωνα ὅμοιά εἰσι κατὰ τὴν η': τοῦ ς': τοῦ Στοιχ:, εἰ δὲ ἡ βζ, μετρηθῆναι ὅλη οὐ δύναται, ἀλλ' ἡ ζη, μόνη, ἀχθήτω κάθετος ἐπὶ τῆς ζη, ἡ ηθ, καὶ μετρηθήτω ἥ τε ζη, καὶ ηθ. εἶτα γενέσθω καθὰ καὶ πρότερον, ὡς

Geom. Tr. lib. 4. Fig. 3.



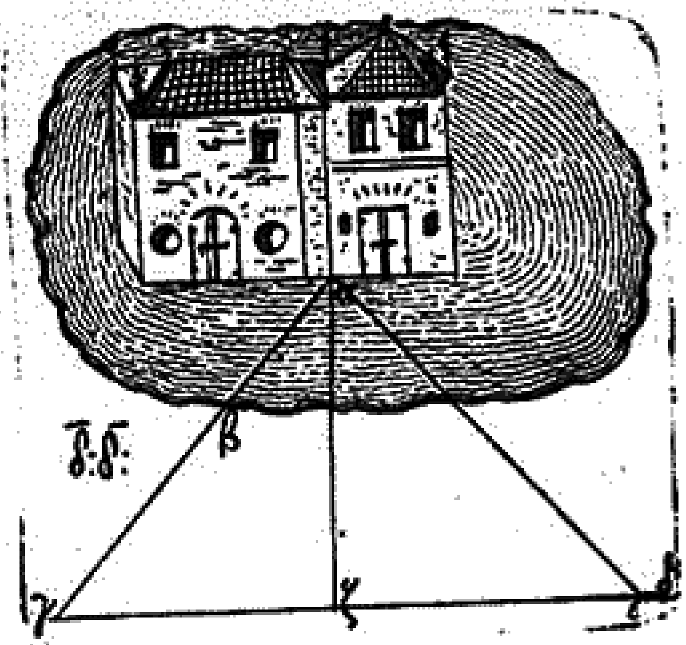
β': γ':

ἡ ζη, πρὸς τὴν ηθ, ἡ βγ, πρὸς ἄλλην τινά. τὸ γὰρ ζηθ, τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ ζβγ. Ἢ ἀχθήτω ἀπὸ τοῦ δ, κάθετος ἐπὶ τῆς βγ, ἡ δκ, καὶ μετρηθήτω ἥτε δκ, καὶ κγ, εἶτα γινέσθω ὡς ἡ δκ, πρὸς τὴν κγ, ἡ γβ, πρὸς ἄλλην τινά, ὅτι καὶ τὸ δκγ, τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ τε βζγ, καὶ γβα.

Α'ΛΛΩΣ.

Ἐξαχθήτω ἡ αβ, ἀπὸ τοῦ β, σημείου καὶ τὸ συνεχὲς ἐπὶ τὸ γ, σημεῖον, καὶ μετρηθήτω ἡ βγ πρὸς δὲ τῷ γ, σημείῳ συνεστάσθω γωνία μοιρῶν ξ: διὰ τοῦ τεταρτημορίου ἢ ἡμικυκλίου καὶ τὴν ιδ': τοῦ γ': τοῦ παρόν: ἡ ὑπὸ αγδ· τοῦ δ' αὐτοῦ ὀργάνου μεταφερομένου ἐπὶ τῆς γδ, καὶ τοῦ ἐν αὐτῷ δρομέως ἐπὶ τῆς ξ: κειμένου μοίρας κατὰ τὴν προτέραν πρᾶξιν, συνεστάσθω καὶ ἡ ὑπὸ αεγ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ αγε, ἤτοι μοιρ: ξ: εἶτα ἀφαιρέσθω ἡ γβ, ἀπὸ τῆς γε, καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ἴσον ἔσται τῇ ζητουμένῃ αβ. τὸ γὰρ αγε, τρίγωνον ἰσόπλευρόν ἐστιν. Ἐπεὶ δὲ δυσχερής ἐστιν ὁ τρόπος οὗτος, ὀφείλει γὰρ τὸ ὄργανον εἰς διαφόρους τίθεσθαι τόπους· ὅπως δ' ἂν ἡ ὑπὸ αεγ, γωνία ἴση γένηται τῇ ὑπὸ αγε, παρατηρηθήτω ἐν τίνι σημείῳ πίπτει ἡ ἀπὸ τοῦ α, κάθετος ἐπὶ τῆς γδ, ὡς ἡ αζ, καὶ ἡ γζ, ἡμίσεια ἔσται τῆς αγ, ὥστε διπλασιασθείσης τῆς γζ, καὶ ἀπ' αὐτῆς ἀφαιρεθείσης τῆς βγ, τὸ ἐναπολειπόμενον ἔσται τὸ ζητούμενον. ὁ λόγος σαφής.

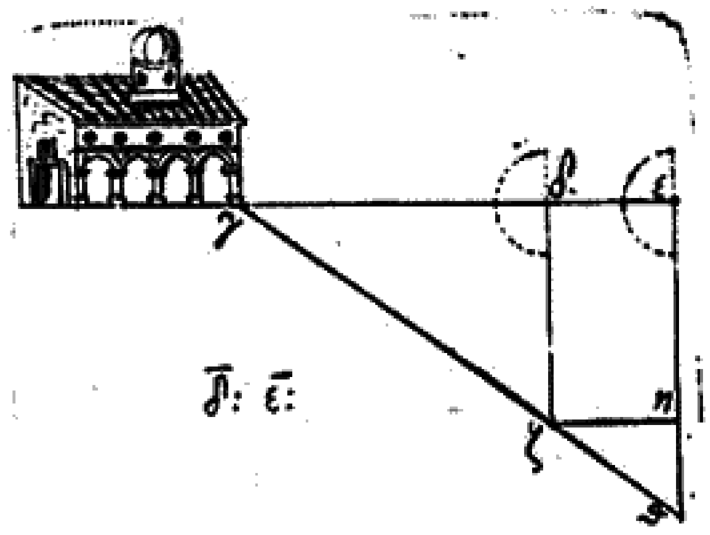
Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 4.



Α'ΛΛΩΣ.

Ἔστω μετρῆσαι τὴν γδ, γραμμὴν προσιτὴν μόνον καὶ τὸ δ. Ἐκβληθήτω δὴ ἡ γδ, εὐθεῖα ἀπὸ τοῦ δ, σημείου καὶ τὸ συνεχὲς ἐπὶ τὸ ε, σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ τεταρτημορίου, ἢ ἡμικυκλίου συσταθήτωσαν γωνίαι πρὸς τοῖς δ, καὶ ε, σημείοις ἴσαι αἱ γδζ, γεη, καὶ τὴν ιδ': τοῦ γ': τοῦ παρόντος, καὶ τῆς δζ, ἐξαγομένης καὶ τὸ συνεχὲς ἀορίστως διοπτευθήτωσαν ἀπό τινος τῶν ἐπ' αὐτῆς σημείων, δὸς εἰπεῖν τοῦ ζ, τὰ γ, καὶ θ, σημεῖα ἑκατέρωθεν τοῦ ζ, κείμενα. εἶτα μετρηθήτωσαν αἱ ηθ, ηζ, ζδ, καὶ γινέσθω ὡς ἡ θη, πρὸς τὴν ηζ, ἡ ζδ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ αὕτη ἔσται ἡ δγ. τὰ γὰρ θηζ, ζδγ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν. Εἰ δὲ βούλει γνῶναι τὴν ὅλην γε, πρόσθες τῇ γδ, γνωσθείσῃ τὴν ζη. ἴση γὰρ ἡ ζη, τῇ δε. διὰ τὸ παραλληλόγραμμον εἶναι τὸ δη. ἢ γοῦν μετρηθήτω ἡ θε, καὶ γενέσθω, ὡς ἡ θη, πρὸς τὴν ηζ, ἡ θε, πρὸς ἄλλην ... τὰ γὰρ θηζ, θγε, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 5.



Α'Λ-

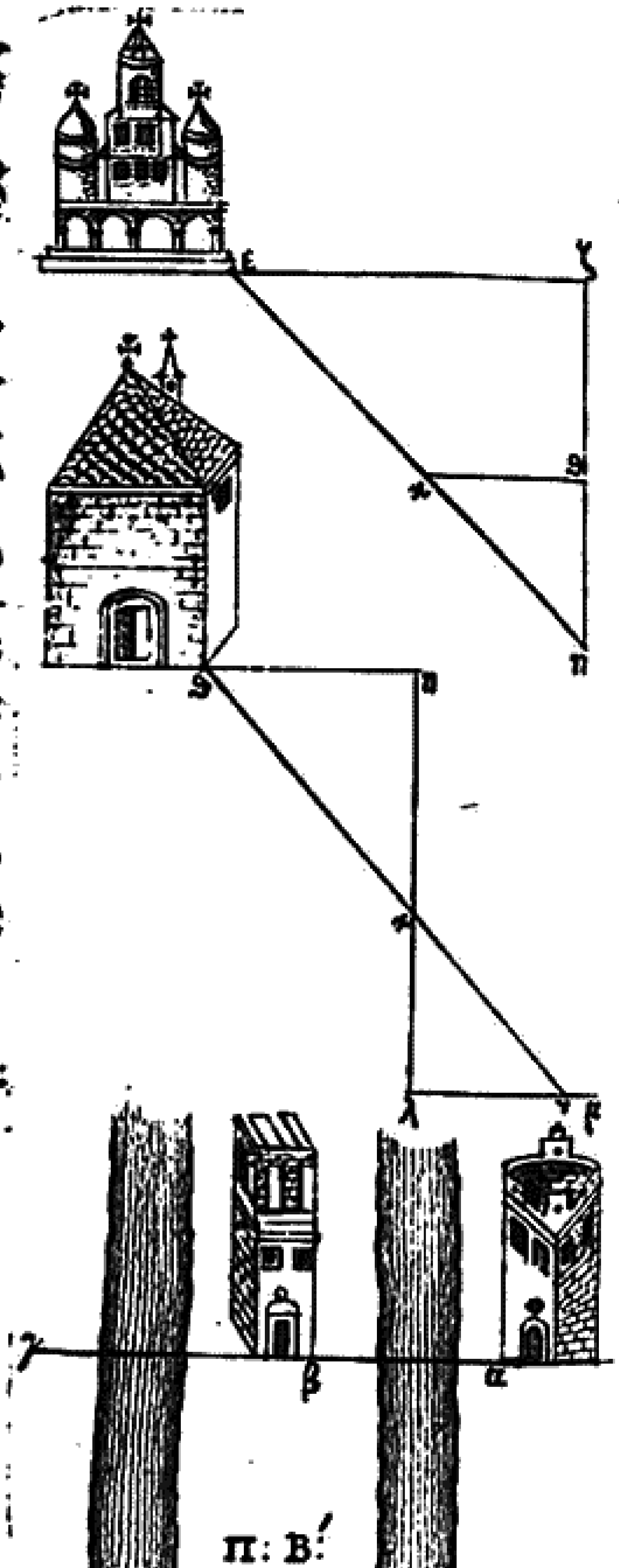
Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 6.

Ἄ Λ Λ Ω Σ.

Ζητηθήτω ἡ ε ζ, γραμμὴ προσιτὴ κατὰ τὸ ζ. Ἀχθήτω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ ζ, σημείου ἡ ζ η, ἀπὸ δὲ τοῦ θ, τυχόντος σημείου τῆς ζ η, ἡ θ κ, ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ η θ κ, ἴσην τῇ ὑπὸ η ζ ε, ἀπὸ δὲ τοῦ η, διοπτευθήτω τὸ ε. εἶτα μετρηθήτωσαν αἱ η θ, θ κ, η ζ. καὶ γενέσθω ὡς ἡ η θ, πρὸς τὴν θ κ, ἡ η ζ, πρὸς ἄλλην τινὰ, καὶ αὕτη ἔσται ἡ ζητουμένη ζ ε. ὁ λόγος σαφής. τὰ γὰρ η θ κ, η ζ ε, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν.

Ἄ Λ Λ Ω Σ.

Ζητηθήτω ἔτι ἡ η θ, προσιτὴ κατὰ τὸ η. Ἀχθήτω δὴ ἡ η λ, ἀορίστως. καὶ πρὸς τῷ λ, σημείῳ συσταθήτω ἡ ὑπὸ η λ μ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ λ η θ, ἀπὸ δὲ τοῦ κ, τυχόντος σημείου τῆς η λ, διοπτευθήτωσαν διά τινος ὀργάνου τὰ θ, καὶ ν, σημεῖα. εἶτα μετρηθήτωσαν αἱ λ κ, λ ν, κ η, καὶ γενέσθω ὡς ἡ κ λ, πρὸς τὴν λ ν, ἡ κ η, πρὸς τὴν η θ. ὁ λόγος ὁ αὐτός. τὰ γὰρ κ λ ν, κ η θ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν. ἔχουσι γὰρ τήν τε ὑπὸ κ λ ν, γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ κ η θ, καὶ τὴν ὑπὸ λ κ ν, τῇ ὑπὸ η κ θ, ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ κ ν λ, ἴση ἐστὶ λοιπῇ τῇ ὑπὸ η θ κ.



Πρότασις Β':

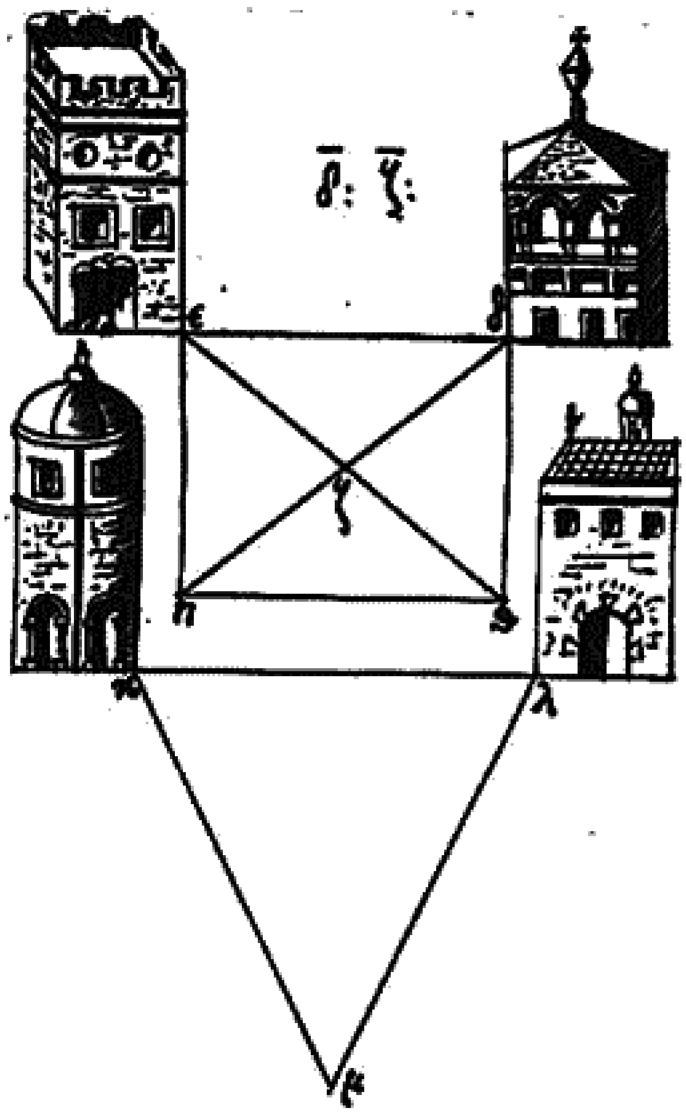
Γραμμὴν ὁριζοντικὴν καθ' ἑκάτερον τῶν ἄκρων ἀπρόσιτον ἀριθμῆσαι.

Ἔστω ἀριθμῆσαι εὐθεῖαν ὅλως ἀπόσιτον τὴν α β. Ληφθήτω δὴ τὸ τυχὸν ὄργανον, καὶ δι' αὐτοῦ διοπτευθήτωσαν τὰ β, καὶ α' σημεῖα ἀπό τινος προσιτοῦ σημείου, δὸς εἰπεῖν τοῦ γ, εἶτα μετρηθήτω κατά τινα τῶν εἰρημένων τρόπων ἥτε γ α, καὶ γ β, καὶ ἀφῃρήσθω ἡ γ β, ἀπὸ τῆς γ α, καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον ἔσται ἡ β α. ὁ λόγος σαφής. ἡ γὰρ ζητουμένη α β, διὰ τῆς α: διοπτείας ἦκται κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπὶ τὸ γ, καὶ γέγονεν

ἐκαἑκατέρα τῶν αγ, γβ, προστεθῇ καὶ τὸ γ. ὥστε δυνατὸν καὶ μετρηθῆναι ἑκατέραν. Ἐγνωσμένων δ' ἀμφοτέρων, ἐὰν ἡ βγ, ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τῆς αγ, γνωσθήσεται πάντως καὶ ἡ ζητουμένη βα. Geom. Pr. Lib. 4. F 18.7

ΑΛΛΩΣ.

Ἔστω εἰς ζήτησιν ἡ δε, ἀπρόσιτος καὶ αὐτὴ καθ' ἑκάτερον τῶν ἄκρων. Διοπτευθήτωσαν δὴ τὰ ε, καὶ δ, σημεῖα ἀπὸ τοῦ τυχόντος σημείου ζ, καὶ παρατηρηθήτω ἡ εζδ, γωνία πόσων ἂν εἴη μοιρῶν, ἔστω δὴ ϙ. εἶτα ἐξαχθήτω ἑκατέρα τῶν ζε, ζδ, κατὰ τὸ συνεχὲς, καὶ ζητηθήτωσαν τὰ η, καὶ θ, σημεῖα, πρὸς οἷς αἱ συνιστάμεναι γωνίαι ἤτε ὑπὸ ζηε, καὶ ζθδ, μοιρῶν εἰσι με, ἴση δηλ: ἑκατέρα τῇ ἡμισείᾳ τῆς ὑπὸ εζδ. καὶ μετρηθήτω ἡ ηθ, καὶ οὕτω γνωσθήσεται ἡ εδ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ εζδ, ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπὸ ζηε, ζεη, ὡς ἐκτὸς κατὰ τὴν λβ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, καὶ εὕρηται μοιρ: ϙ, γέγονε δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ζηε, μοιρ: με, πάντως γε καὶ ἡ ὑπὸ ζεη, μοιρ: ἐστὶ με, ὥστε ἡ ζε, ἴση ἐστὶ τῇ ζη. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ζδ, ἴση ἐστὶ τῇ ζθ. τῶν ἄρα εζδ, ηζθ, τριγώνων, ἐπεὶ αἱ δύο πλευραὶ εζ, ζδ, ἴσαι εἰσὶ δυσὶ ταῖς ηζ, ζθ, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εζδ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ηζθ, ἴση, πάντως καὶ βάσις ἡ εδ, βάσει τῇ ηθ, ἴση ἐστὶ κατὰ τὴν δ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὥστε γνωσθείσης τῆς ηθ, γνωσθήσεται καὶ ἡ εδ, ζητουμένη.



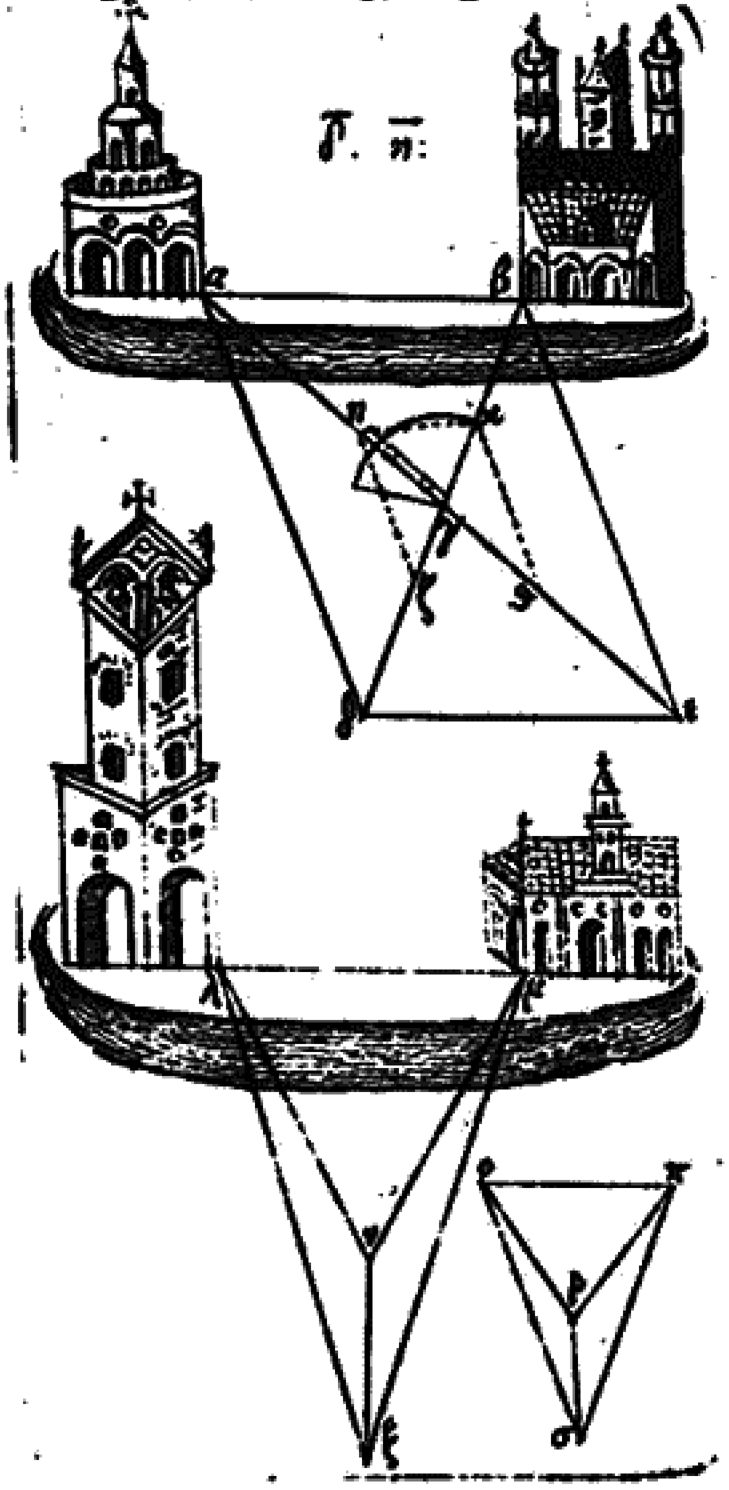
ΑΛΛΩΣ.

Ζητηθήτω ἡ κλ, ἑκατέρωθεν οὖσα καὶ αὐτὴ ἀπρόσιτος. Ἀπὸ τοῦ τυχόντος σημείου τοίνυν τοῦ μ, διοπτευθήτωσαν τὰ κ, καὶ λ, σημεῖα, διὰ τοῦ τεταρτημορίου, ἢ ἡμικυκλίου, ἢ ἄλλου τινὸς ὁμοίου ὀργάνου, καὶ εὑρεθήτω ἡ πρὸς τῷ μ, γωνία πόσων ἂν εἴη μοιρ:. εἶτα μετρηθήτωσαν αἱ κμ, λμ, προσιταὶ εὐθεῖαι κατὰ τὸ μ, κατά τινα τῶν ἀνωτέρω τρόπων. τούτων δὲ γνωσθεισῶν, καὶ τῆς πρὸς τῷ μ, γωνίας δεδομένης, ζητηθήτω ἡ κλ, διὰ τῆς ις': τοῦ γ': τοῦ παρόντος, καὶ ἔσται σοι τὸ προσταχθέν.

Α' Λ.

ἌΛΛΩΣ.

Ζητηθήτω ἡ α β, ἀπρόσιτος ἑκατέρωθεν. Ἀπὸ τοῦ γ, τοίνυν τυχόντος σημείου διοπτευθήτωσαν τὰ α, καὶ β, σημεῖα, καὶ τῶν α γ, β γ, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐξαγομένων ἐπὶ τὰ δ, καὶ ε, σημεῖα, διοπτευθήτω ἀπὸ μὲν τοῦ δ, σημείου τὸ α, ἀπὸ δὲ τοῦ ε, τὸ β, καὶ μετρηθήτωσαν αἱ ὑπὸ γ δ α, γ ε β, γωνίαι. εἶτα ληφθήτω τὸ γ ζ, πηλίκον μέρος τῆς γ δ, δὸς εἰπεῖν δ', καὶ συνεςάσθω ἡ ὑπὸ γ ζ η, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ γ δ α, ληφθήτω δὲ καὶ τὸ τὸ γ θ, ὅμοιον μέρος τῆς γ ε, καὶ γενέσθω ἡ ὑπὸ γ θ κ, ἴση τῇ ὑπὸ γ ε β, καὶ μετρηθήτω ἡ η κ, ἐπιζευχθεῖσα, εἶτα τετραπλασιασθήτω, καὶ ὁ γενόμενος ἀριθμὸς τὴν α β, ζητουμένην γραμμὴν παραςήσει.



Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 8.

ἐπεὶ γὰρ αἱ ὑπὸ α δ γ, η ζ γ, γωνίαι γεγόνασιν ἴσαι, πάντως γε ἡ ζ η, παράλληλός ἐςι τῇ δ α, κατὰ τὴν κζ': τοῦ α: τοῦ Στοιχειωτοῦ, κατὰ δὲ τὴν β': τοῦ ς': τοῦ αὐτοῦ, ὡς ἡ γ ζ, πρὸς τὴν γ δ, ἔςι καὶ ἡ γ η, πρὸς τὴν γ α. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ὡς ἡ γ θ, πρὸς τὴν γ ε, ἡ γ κ, πρὸς τὴν γ β. ἀλλ' ἥτε γ ζ, τῆς γ δ, καὶ ἡ γ θ, πρὸς τὴν γ ε, τέταρτον ἐςὶ μέρος κατὰ τὴν ὑπόθεσιν. ἄρα καὶ ἡ μὲν γ η, τῆς γ α, ἡ δὲ γ κ, τῆς γ β, ὁμοίως δ': μέρος ἐςίν, ὥςε ὡς ἡ γ η, πρὸς τὴν γ α, ἡ γ κ, πρὸς τὴν γ β, καὶ ἑπομένως ἡ η κ, παράλληλός ἐςι τῇ α β, κατὰ τὴν β': τοῦ ς': τοῦ Στοιχειωτοῦ, κατὰ δὲ τὸ πόρ: τῆς δ': τοῦ αὐτοῦ, ὡς ἡ γ η, πρὸς τὴν γ α, ἡ ἡ γ κ, πρὸς τὴν γ β, ἔςι ἡ η κ, πρὸς τὴν α β, ἀλλ' ἥτε γ η, τῆς γ α, καὶ ἡ γ κ, τῆς γ β, δ': μέρος ἐςίν, ὡς δέδεικται, τετραπλασιασθείσης ἄρα τῆς η κ, γενήσεται ἡ α β.

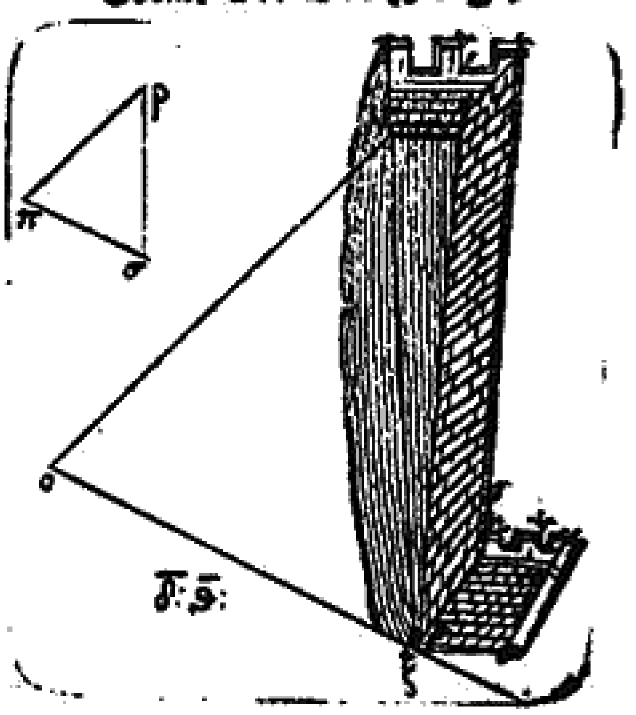
ἌΛΛΩΣ.

Ζητηθήτω ἡ λ μ, ὅλως ἀπρόσιτος. καὶ ἀπὸ τοῦ ν, τυχόντος σημείου διοπτευθήτωσαν τὰ λ καὶ μ, σημεῖα καὶ παρατηρηθήτω ἡ λ ν μ, γωνία πόσων ἂν εἴη μοιρῶν, εἶτα ἀχθήτω ἡ ν ξ, ὡς ἔτυχε. Διοπτευθήτωσαν αὖθις καὶ ἀπὸ τοῦ ξ, τὰ αὐτὰ λ καὶ μ, σημεῖα, ἔτι δὲ καὶ τὸ ν, καὶ σημειωθήτω ἑκατέρα τῶν ὑπὸ λ ξ ν, ν ξ μ, ν ξ μ, ὑπόσων ἂν εἴη μοιρῶν καὶ μετρηθήτω ἡ ν ξ. τέτων δὲ γενομένων, εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ ρ σ, τοσέτων μερῶν, ὅσων ἐςὶ ποδῶν, ἢ βημάτων ἡ ν ξ, καὶ γενέθω ἐν χάρτῃ ἡ μεν ο ρ π, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ λ ν μ, ἡ δὲ ὑπὸ ο σ ρ, τῇ ὑπὸ λ ξ ν, καὶ ἡ ὑπὸ ρ σ π, τῇ ὑπὸ ν ξ μ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ο π. εἶτα παραβληθήτω ἡ ο π, τῇ Κλίμακι, καὶ ὅσων ἂν εὑρεθείη μερῶν, τοσέτων ποδῶν, ἢ βημάτων ἔςαι καὶ ἡ λ μ. τὸ γὰρ ο σ π ρ, σχῆμα ὅμοιον γέγονε τῷ λ ξ μ ν, ὥςε καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει.

Α'ΛΛΩΣ.

Ζητηθήτω ἡ ν ξ, ὅλως ἀπρόσιτος. Ἀπὸ τῦ ο, τοίνυν τυχόντος σημείε διοπτευθήτωσαν τὰ ν, καὶ ξ, σημεῖα, καὶ παρατηρηθήτω ἡ ὑπὸ ν ο ξ, γωνία διὰ τῦ τεταρτημορίε, ἢ ἡμικυκλίε, ἢ ἄλλε τινὸς ὁμοίε, καὶ ἐπεὶ αἱ ο ν, ο ξ, προσιταί εἰσι κατὰ τὸ ο, σημεῖον, εὑρεθήτω ἑκατέρα κατά τινα τῶν εἰρημένων τρόπων ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω. εἶτα εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ π ρ, εὐθεῖα τοσέτων μερῶν, ὅσων ἂν εἴη ποδῶν, ἢ βημάτων ἡ ο ν, πρὸς δὲ τῷ π, σημείῳ συςαθήτω ἡ ὑπὸ ρ π σ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ ν ο ξ, καὶ εἰλήφθω ἡ π σ, ὁμόλογος τῇ ο ξ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ρ σ. ἐπεὶ δὲ τῦ π ρ σ, τριγώνε ἐγνωσμέναι εἰσὶν αἱ δύο πλευραὶ π ρ, π σ, καὶ μία γωνία ἡ ὑπὸ ρ π σ, ζητηθήτω διὰ τῆς ις': τοῦ γ': τοῦ παρόντος ἡ ρ σ, καὶ ὅσων ἂν εὑρεθείη αὕτη μερῶν τῶν τῆς Κλίμακος, τοσέτων ποδῶν, ἢ βημάτων ἔςαι ἡ ν ξ, διὰ τὴν τῶν τριγώνων ὁμοιότητα.

Geom. Tr. Lib. 4. Fig. 9.



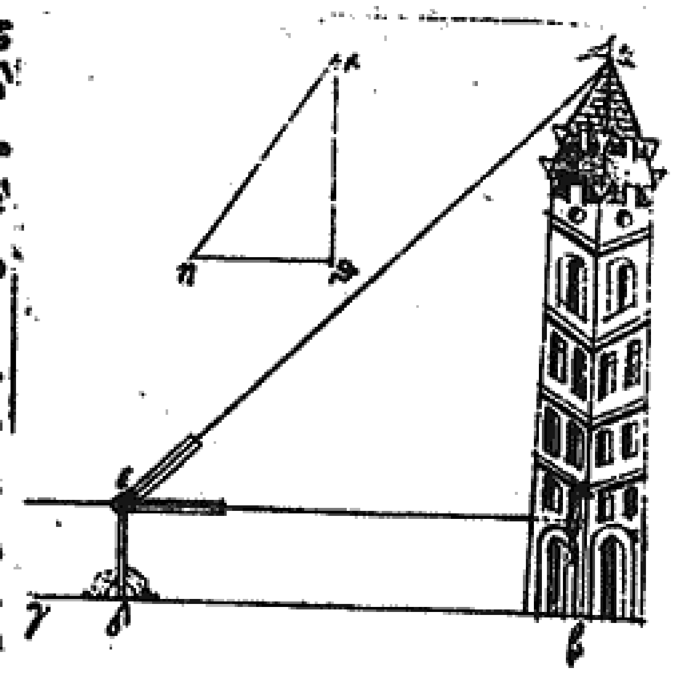
Πρότασις Γ': Περὶ Ὑψομετρίας.

Ὕψος προσιτὸν ἐν ὁριζοντικῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς κείμενον μετρῆσαι.

Ἔςω ὕψος τὸ α β, ἐν ὁριζοντικῷ ἐπιπέδῳ τῷ β γ, προσιτὸν κατὰ τὸ β, σημεῖον, καὶ ζητηθήτω ἡ αὐτῦ διάςασις. Ἐμπεπήχθω δὴ ἐπὶ τῦ τυχόντος σημείε τῦ β γ, ἐπιπέδε παραλλήλως τῷ β α, ὕψει ἡ δ ε, ῥάβδος. καὶ ληφθήτω τὸ β ζ, διάςημα τῦ β α, ὕψες ἴσον τῇ δ ε, ῥάβδῳ, ἀπὸ δὲ τῦ ε, διοπτευθήτωσαν διὰ τῦ Ἀναλόγε Διαβήτε τὰ ζ, καὶ α, σημεῖα, καὶ παρατηρηθήτω κατὰ τὰ προειρημένα ἡ ὑπὸ ζ ε α, γωνία πόσων ἂν εἴη μοιρῶν. εἶτα μετρηθήτω ἡ β δ, Γεωμετρικῷ τινι μέτρῳ, καὶ ληφθήτω ἡ η θ, ἀπὸ τῆς

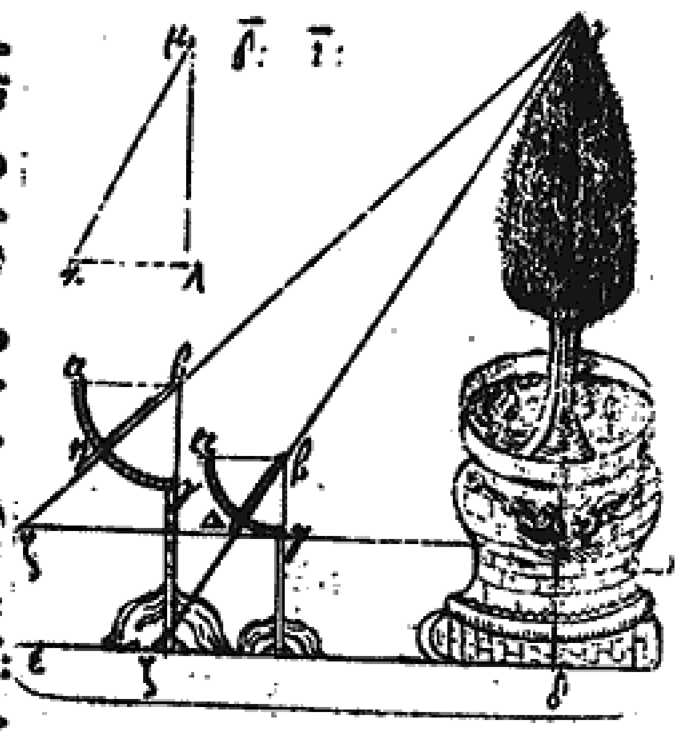
Κλίμακος τοσούτων μερῶν, ὅσων ἂν εἴη ποδῶν, ἢ βημάτων ἡ β δ, καὶ συνιστάσθω ἐπ' αὐτῆς τρίγωνον τὸ η θ κ, ὅμοιον τῷ ε ζ α, καὶ παραβληθήτω ἡ θ κ, τῇ Κλίμακι, καὶ γνωσθήσεται ἡ ζ α. ὅσων γὰρ ἂν ἡ θ κ, ἀριθμῇ μερῶν τῆς Κλίμακος, τοσούτων ποδῶν ἢ βημάτων ἐστὶ καὶ ἡ ζ α. προστιθεμένης δὲ τῆς β ζ, ἐγνωσμένης, γνωσθήσεται ὅλη ἡ β α. διὰ γὰρ τὴν ὁμοιότητα ὡς ἡ η θ, πρὸς τὴν θ κ, ἡ ε ζ, πρὸς τὴν ζ α.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 10.



Α'ΛΛΩΣ.

Ἔστω ὕψος τὸ γ δ, προσιτὸν κατὰ τὸ δ, ἐν ἐπιπέδῳ κείμενον ὁριζοντικῷ τῷ δ ε. Τεθήτω δὴ ἐπὶ τοῦ τυχόντος σημείου τοῦ δ ε, ἐπιπέδου στηρίγματι ἔμπεδον, ἐν ᾧ τὸ ὄργανον ὀφείλει ἐφίστασθαι. εἶτα ληφθήτω τὸ Τεταρτημόριον, καὶ τεθήτω ἐπὶ τοῦ ὑποκειμένου στηρίγματος, ὥστε τὴν μὲν α β, αὐτοῦ πλευρὰν παραλλήλως κεῖσθαι τῷ ὁρίζοντι, τὴν δὲ β γ, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τοῦ δ ε, ὁριζοντικοῦ ἐπιπέδου. τοῦτο δ' ἔσται ἐὰν τὸ ἀπὸ τοῦ β, σημείου ἀπῃωρημένον σπαρτίον τῇ β γ, συμπέσῃ. τούτου δὲ οὕτω κειμένου, διοπτευθήτω διὰ τοῦ β Δ, κανόνος τὸ γ, σημεῖον, ἔτι δὲ καὶ τὸ ζ. ἐπεὶ δὲ τοῦτο διχῶς ἐνδέχεται συμβῆναι, εἰ γὰρ ὁ κανὼν διὰ τοῦ ἐν μέσῳ σημείου τοῦ α Δ γ, διελεύσεται Τεταρτημορίου, ἢ δι' ἄλλου τινός. Ἔστω α: διὰ τοῦ ἐν μέσῳ, ὥστε τὴν ὑπὸ α β Δ, γωνίαν μοιρῶν εἶναι με'. ἐπὶ τούτου τοίνυν μετρηθήτω ἡ δ ζ, καὶ ὅσων ἂν εἴη αὕτη ποδῶν, ἢ βημάτων, τοσούτων ἔσται καὶ ἡ δ γ. ἡ γὰρ β ζ δ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ α β ζ, ὡς ἐναλλάξ, ἀλλ' ἡ α β ζ, μοιρῶν ὑπετέθη με', ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ β ζ δ, μοιρῶν ἐστι με', ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ δ, ὀρθή, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ δ γ ζ, μοιρῶν ἐστι με', αἱ γὰρ τοῦ τριγώνου γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ὥστε τὸ γ δ ζ, τρίγωνον ἰσοσκελές ἐστι, καὶ ἡ γ δ, ἴση τῇ δ ζ. Ἔστω β': τὸν ὁρμέα διὰ τοῦ η, διέρχεσθαι, καὶ τὴν ὑπὸ α β η, γωνίαν ἐλάττονα εἶναι τῆς ἡμισείας, ἤτοι μοιρ: λ'. Μετρηθήτωσαν δὴ αἱ η α, α β, ε δ. εἶτα γενέσθω ὡς ἡ η α, (διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν) πρὸς τὴν α β, ἡ ε δ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ γνωσθήσεται ἡ δ γ. ὁ λόγος σαφής. τὰ γὰρ η α β, ε δ γ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν, ὥστε καὶ τὰς πλευρὰς ἀναλόγους ἔχουσι.

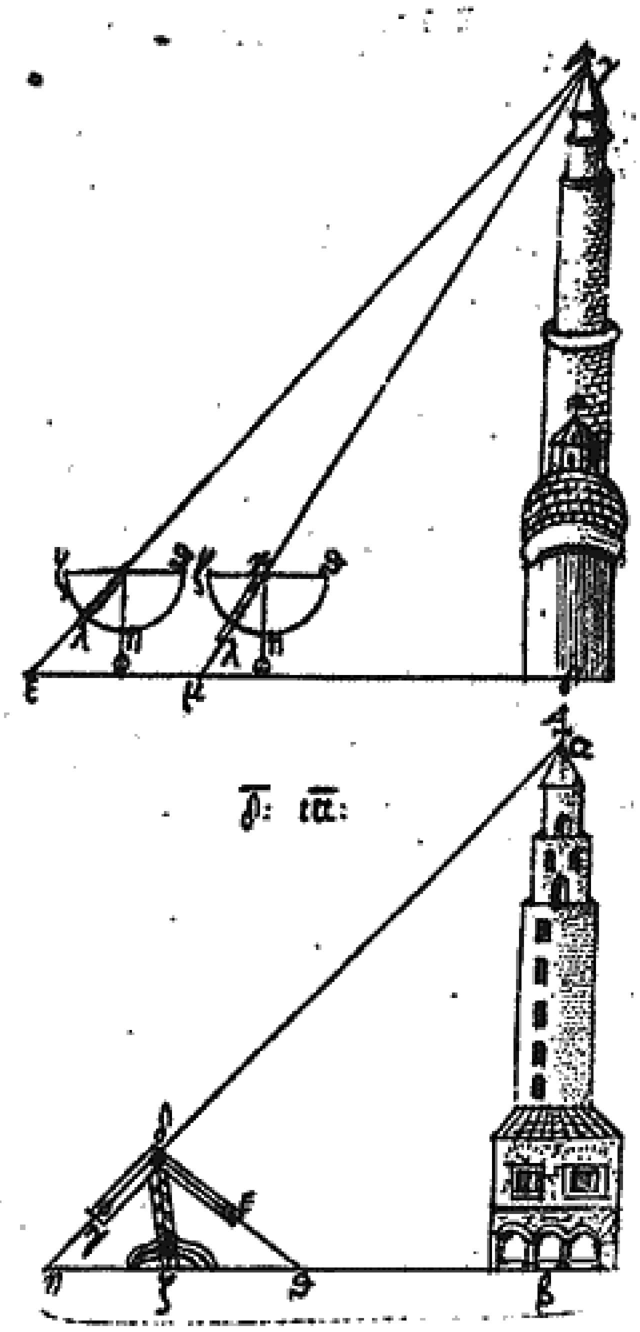


σι, καὶ ταῦτα μὲν Γεωμετρικῶς. Διὰ δὲ τῆς Τριγωνομετρίας γενέσθω ὡς τὸ Ἡμίτονον τῆς ὑπὸ ε γ δ, πρὸς τὸ Ἡμίτονον τῆς ὑπὸ γ ε δ, οὕτως ἡ ε δ, ἐγνωσμένη πρὸς ἄλλην τινά, καὶ γνωσθήσεται πάντως ἡ δ γ, κατὰ τὴν α: τοῦ περὶ διαλύσεως τῶν τριγώνων· ἢ καὶ οὕτω, ὡς τὸ Ὁλικὸν Ἡμίτονον πρὸς τὴν Ἀπτομένην τῆς ὑπὸ γ ε δ, γωνίας, ἡ ε δ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ γνωσθήσεται ὁμοίως ἡ δ γ, κατὰ τὴν β: τοῦ αὐτοῦ.

ΑΛΛΩΣ.

Τοῦ αὐτοῦ ὕψους κειμένου, καὶ τῶν αὐτῶν πράξεων γενομένων, ὡς ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω, διὰ τοῦ ἡμικυκλίου, ἐπεὶ κἀνταῦθα διχῶς ἐνδέχεται ἡ ἔφοδος γενέσθαι, ὡς ἐπὶ τοῦ σχήματος καθορᾶται, ὁ αὐτὸς ἔσται λόγος, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω πράξεως. τοῦ γὰρ ζ η θ, ἡμικυκλίου ἐπὶ τοῦ στηρίγματος δεόντως ἐπιτιθεμένου, ὁ δρομεὺς ἢ διὰ μέσου τοῦ ζ η, διελεύσεται τεταρτημορίου, ὥστε τὴν ὑπὸ ζ κ λ, γωνίαν μοιρῶν εἶναι με, καὶ ἔσται τότε ἡ μ δ, ἴση τῇ δ γ, ἢ ἐκτὸς τοῦ ἐν μέσῳ σημείου διελεύσεται, ὥστε εἶναι τὴν ὑπὸ ζ ν λ, γωνίαν ἐλάττονα τῶν με. διὸ δεῖ καὶ τῆς αὐτῆς γενέσθαι ἀναλογίας Γεωμετρικῶς τε καὶ Τριγωνομετρικῶς.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 11.



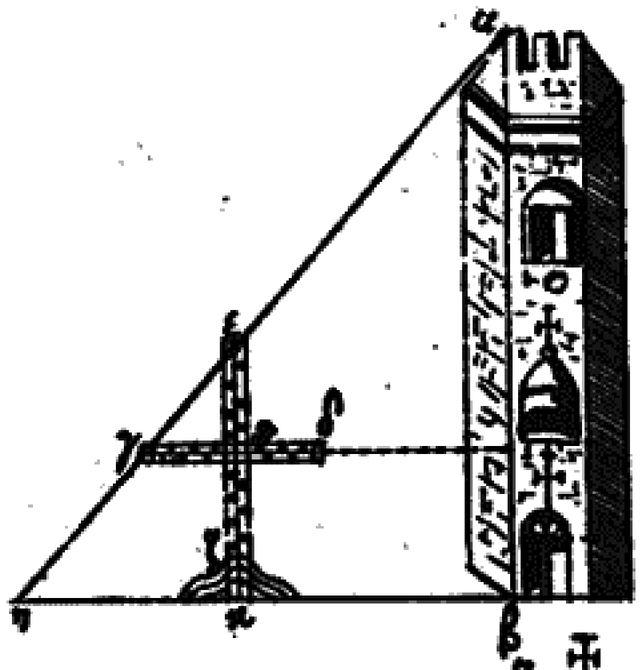
ΑΛΛΩΣ.

Τοῦ α β, ὕψους ζητουμένου προσιτοῦ ἤδη κατὰ τὸ β, ληφθήτω ὁ Γεωμετρικὸς Γνώμων γ δ ε, καὶ τεθήτω ἐπὶ τοῦ δ ζ, πρὸς ὀρθὰς κειμένου στηρίγματος ἐπὶ τοῦ η β, ὁριζοντικοῦ ἐπιπέδου, ὥστε διὰ μὲν τῆς γ δ, αὐτοῦ πλευρᾶς διοπτεύεσθαι τὰ α, καὶ η, σημεῖα, διὰ δὲ τῆς δ ε, τὸ θ. εἶτα μετρηθήτωσαν αἱ η δ, δ θ, η β, καὶ γενέσθω Ἀριθμητικῶς μὲν διὰ τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν, ὡς ἡ η δ, πρὸς τὴν δ θ, ἡ η β, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ γνωσθήσεται ἡ β α. τὰ γὰρ η δ θ, η β α, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν, ἔχουσι γὰρ τάς τε ὑπὸ η δ θ, η β α, γωνίας ἴσας, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα, καὶ τὴν πρὸς τῷ η, κοινήν, ὥστε καὶ λοιπὰς τὰς ὑπὸ δ θ η, β α η, ἴσας ἔχουσιν, ἰσογώνια ἄρα. διὸ δὴ καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχουσι κατὰ τὴν δ΄: τοῦ ς΄: τῶν Στοιχείων. Τριγωνομετρικῶς δέ, ὡς τὸ Ἡμίτονον τῆς πρὸς τῷ α, γωνίας πρὸς τὸ Ἡμίτονον τῆς πρὸς τῷ η, γενέσθω ἡ η β, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ αὕτη ἔσται ἡ β α. ἢ ὡς τὸ Ὁλικὸν Ἡμίτονον πρὸς τὴν Ἀπτομένην τῆς πρὸς τῷ η, γωνίας, ἡ η β, πρὸς ἄλλην τινὰ ὡς πρότερον, καὶ γνωσθήσεται ἡ β α.

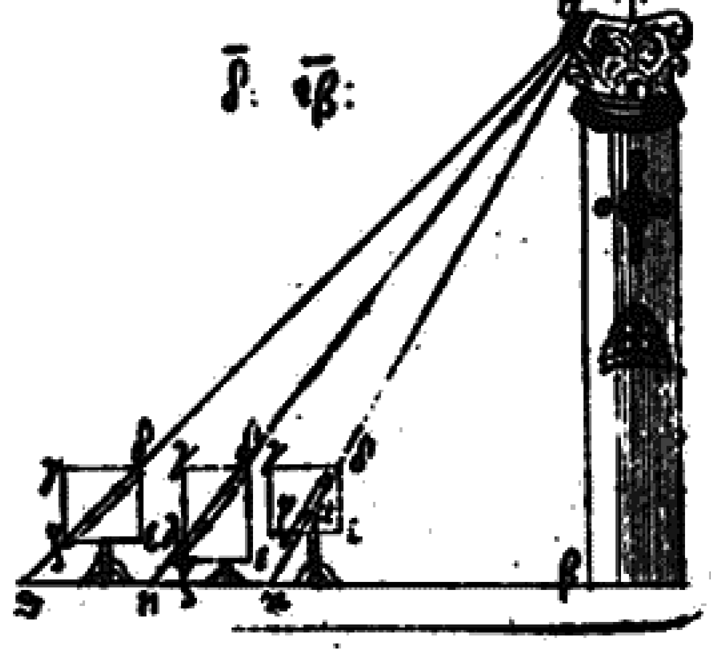
ΑΛΛΩΣ.

Ζητουμένου τοῦ α β, ὕψους προσιτοῦ καὶ τὸ β, ληφθήτω ὁ Γεωμετρικὸς Σταυρὸς γ δ ε ζ, καὶ τεθήτω ἐπί τινος στηρίγματος ἐπὶ τοῦ β η, ἐπιπέδου ὀρθῶς κειμένου, ὥστε διὰ τῶν ἐν τῷ γ, καὶ ε, πινακιδίων διοπτεύεσθαι τὰ α, καὶ η, σημεῖα. κἂν μὲν αἱ τοῦ πλευραὶ γ δ, ε ζ, εἰς ἴσα εἰσὶ διῃρημέναι, μετρηθήτω ἡ η β, μόνον διάστασις. εἶτα γενέσθω ὡς ἡ γ θ, πρὸς τὴν θ ε, ἡ η β, πρὸς ἄλλην τινὰ, καὶ γνωσθήσεται ἡ β α, ζητουμένη. τὰ γὰρ γ θ ε, η β α, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν. εἰδέ γε αἱ γ δ, ε ζ, οὐκ εἰσὶ διῃρημέναι εἰς ἴσα, ἀπαιωρηθήτω ἀπὸ τοῦ ε, σημείου σφαιρίδιόν τι πίπτον ἐπὶ τοῦ κ. εἶτα μετρηθήτωσαν αἱ η κ, κ ε, η β, καὶ γενέσθω ὡς ἡ η κ, πρὸς τὴν κ ε, ἡ η β, πρὸς ἄλλην τινὰ, καὶ γνωσθήσεται πάντως κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἡ β α.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 12.



Σχ. ιβ:



Εἰδέ σοι βουλητὸν εὑρεθῆναι καὶ διὰ τῆς Τριγωνομετρίας τὸ ζητούμενον ὕψος, γενέσθω ὡς ἀνωτέρω προειρημένον ἐστί.

ΑΛΛΩΣ.

Τοῦ α β, ὕψους κειμένου εἰς εὕρεσιν, ληφθήτω τὸ Γεωμετρικὸν Τετράγωνον γ δ ε ζ, καὶ τεθήτω ἐπί τινος στηρίγματος, καθὰ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εἴρηται. τὴν μὲν γ δ, αὐτοῦ πλευρὰν παραλλήλως κεῖσθαι τῷ ὁρίζοντι, τὴν δὲ γ ζ, πρὸς ὀρθὰς, καὶ διοπτευθήτωσαν διὰ τοῦ ἐν αὐτῷ δρομέως τὰ α καὶ η, σημεῖα, ὡς κατὰ διάμετρον ἀντικείμενα, τὸ μὲν ἐπὶ τῆς κορυφῆς ὂν τοῦ ὕψους, τὸ δὲ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ὁριζοντικῷ ἐπιπέδῳ. ἀλλ' ἐπεὶ καὶ τοτὶ τριχῶς ἐνδέχεται συμβῆναι, ἡ γὰρ ὁ δρομεὺς διὰ τῆς πρὸς τῷ ζ, διελεύσεται γωνίας, ἢ διὰ μέσου τῆς γ ζ, πλευρᾶς, ἢ γοῦν διὰ μέσου τῆς ζ ε. παρατηρηθήτω κατὰ τίνα τρόπον ἡ πρᾶξις γίνεται, κἂν μὲν κατὰ τὸν α': πάντως γε ἡ β η, ἴση ἔσται τῇ β α. εἰ δὲ κατὰ τὸν β':, ἔσται τὸ λ γ δ, τρίγωνον ὅμοιον τῷ α β θ, ὥστε ἐὰν γένηται ὡς ἡ δ γ, πρὸς τὴν γ λ, ἡ θ β, πρὸς ἄλλην τινὰ, γνωσθήσε-

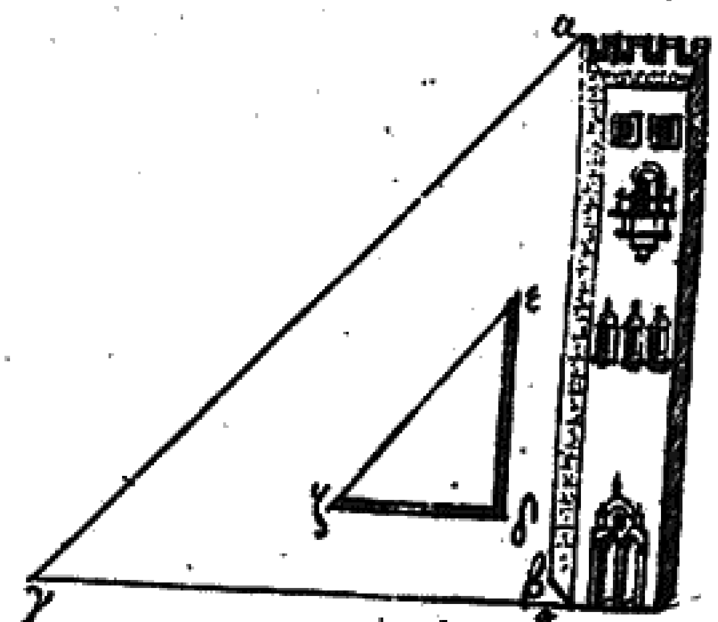
ται

ται ἡ βα. εἰ δὲ πλάγιον καὶ τὸν γ': τρόπον γένηται ἡ πρᾶξις, ἔσαι τὸ μεδ, τρίγ: ὅμοιον τῷ κβα, κἂν γένηται ὡς ἡ με, πρὸς τὴν εδ, ἡ κβ, πρὸς ἄλλην τινά, δοθήσεται ἡ βα,. ὁ λόγος σαφής.

ἌΛΛΩΣ.

Ἔσω ὕψος τὸ αβ, ποιοῦν σκιὰν τὴν βγ. Ἐμπεπήχθω ἐπὶ τοῦ ὁριζοντικοῦ ἐπιπέδου ῥάβδος τις ἡ δε, ποιοῦσα σκιὰν τὴν δζ. εἶτα μετρηθήτω ἡ μὲν βγ, σκιὰ τοῦ βα, ὕψους Γεωμετρικῷ τινι μέτρῳ, ἡ δὲ ζδ, ᾧ τινι καὶ ἡ δε, μετρεῖται ῥάβδος, καὶ γενέσθω ὡς ἡ ζδ, πρὸς τὴν δε, ἡ γβ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ ἔσαι τὸ ζητούμενον. τὰ γὰρ ζδε, γβα, τρίγωνα ὅμοιά εἰσι.

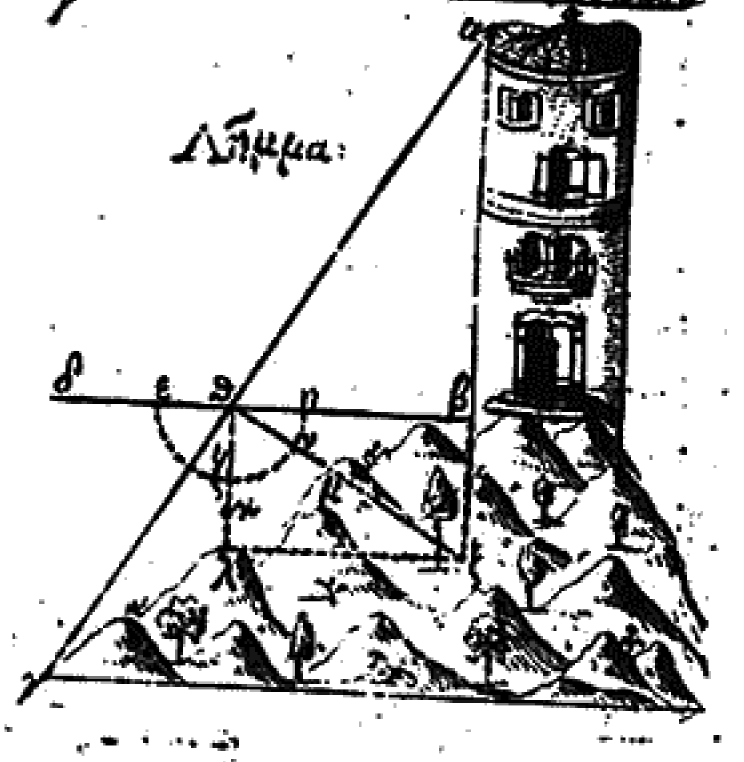
Geom. Pr. lib. 4. Fig. 13.



ΛΗ͂ΜΜΑ.

Ὕψους προσιτοῦ ἐπὶ ἐγκλινομένου ἐπιπέδου ὄντος, τὴν τῆς ἐγκλίσεως αὐτοῦ γωνίαν εὑρεῖν.

Ἔσω ὕψος τὸ αβ, ἐπὶ ἐγκλινομένου ἐπιπέδου τοῦ βγ, Γραμμὴ δὲ ὁριζοντικὴ ἡ βδ, καὶ ζητηθήτω ἡ ὑπὸ δβγ, τῆς ἐγκλίσεως γωνία. Τεθήτω δὴ τὸ εζη, Ἡμικύκλιον, ὥστε διὰ τῆς αὐτοῦ εη, διαμέτρου ὁρᾶσθαι τὸ β, σημεῖον. ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἀπῃωρήσθω τὸ θκ, σφαιρίδιον, καὶ ἐκτανθήτω ἡ θκ, μέχρι τοῦ λ. τῆς δὲ βλ, δίχα διαιρεθείσης κατὰ τὸ μ, μετενεχθήτω ὁ τοῦ ὀργάνου δρομεὺς ἐπὶ τὸ ν, ὥστε δι' αὐτοῦ τὸ μ, ὁρᾶσθαι σημεῖον. καὶ ὅσων ἂν εἴη μερῶν ἡ ὑπὸ ηθν, γωνία, τοσούτων ἔσαι καὶ ἡ ὑπὸ ηβμ. τῆς μὲν γὰρ αξ, ἐννοουμένης κατὰ τὸ συνεχὲς ἐξάγεσθαι, ὥστε τὴν βξ, ἴσην τε καὶ παράλληλον εἶναι τῇ θλ. τὴν δὲ λξ, τῇ θβ, καὶ τῆς θμ, ἐπὶ τὸ ξ, κατὰ τὸ συνεχὲς ἠγμένης, δῆλον, ὅτι τὸ θξ, παραλληλόγραμμόν ἐστιν. ἐπεὶ δὲ ἡ μὲν βμ, ἴση ἐστὶ τῇ μλ, ἡ δὲ θβ, τῇ λξ, καὶ ἡ ὑπὸ βθμ, γωνία τῇ ὑπὸ ξλμ, πάντως γε καὶ ἡ θμ, ἴση ἐστὶ τῇ μξ, ἀλλ' ἡ ὅλη βλ, ἴση ἐστὶ τῇ θξ, ὡς δειχθήσεται, ἄρα καὶ ἡ ἡμίσεια βμ, ἴση ἐστὶ τῇ ἡμισείᾳ θμ, καὶ τὸ θμβ, τρίγωνον ἰσοσκελές. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ βθμ,



τῇ

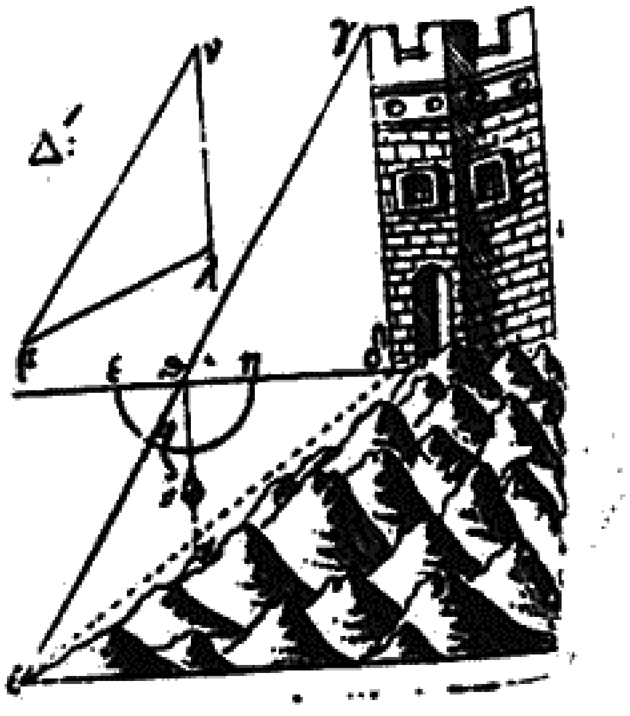
τῇ ὑπὸ θβμ. ἐγνωσμένης ἄρα τῆς ὑπὸ βθμ, γινώσκεται καὶ ἡ ὑπὸ θβμ, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

Ὅτι δὲ ἡ βλ, ἴση ἐστὶ τῇ θξ, δῆλον. τὸ γὰρ θλξβ, ὀρθογώνιόν ἐστιν, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ θβξ, βθλ, διὰ τὸ παραλλήλους εἶναι τὰς αξ, θλ. καὶ ἐπεὶ αἱ δύο βθ, θλ, ἴσαι εἰσὶ δυσὶ ταῖς λξ, βξ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βθλ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βξλ, ἴση, δῆλον, ὅτι καὶ βάσις ἡ βλ, βάσει τῇ θξ, ἴση ἐστί.

Πρότασις Δʹ:

Ὕψος προσιτὸν ἐπὶ ἐγκλινομένου ἐπιπέδου μετρῆσαι.

Ἔστω ὕψος τὸ γδ, ἐπὶ ἐγκλινομένου ἐπιπέδου τοῦ δε, καὶ ζητείσθω ἡ δγ, αὐτοῦ διάστασις. Τεθήτω δὴ τὸ εζη, ἡμικύκλιον κατὰ τὸ θ, ὥστε διὰ τῆς εη, διαμέτρου τοῦ αὐτοῦ ὁρᾶσθαι τὸ δ, σημεῖον παραλλήλως τῷ ὁρίζοντι κειμένης, καὶ διοπτευθήτωσαν διὰ τοῦ ἐν αὐτῷ δρομέως τὰ γ καὶ ε, σημεῖα. εἶτα ζητείσθω ἡ ὑπὸ γδε, γωνία. εὑρεθήσεται γὰρ ὡς ὀψόμεθα, καὶ ἔστω δὸς εἰπεῖν μοιρῶν ρκ. παρατηρηθήτω δὲ καὶ ἡ ὑπὸ εθζ, καὶ ταύτης ἀφῃρήσθωσαν μοῖραι λʹ: ἡ τῆς γδε, ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ὀρθὴν, καὶ ἐναπολειφθήσεται ἡ ὑπὸ θεδ. ταύτης δὲ γνωσθείσης μετρηθήτω ἡ δε, ὅσων δ' ἂν εἴη πο- Geom. Pr. lib. 4. Fig. 12

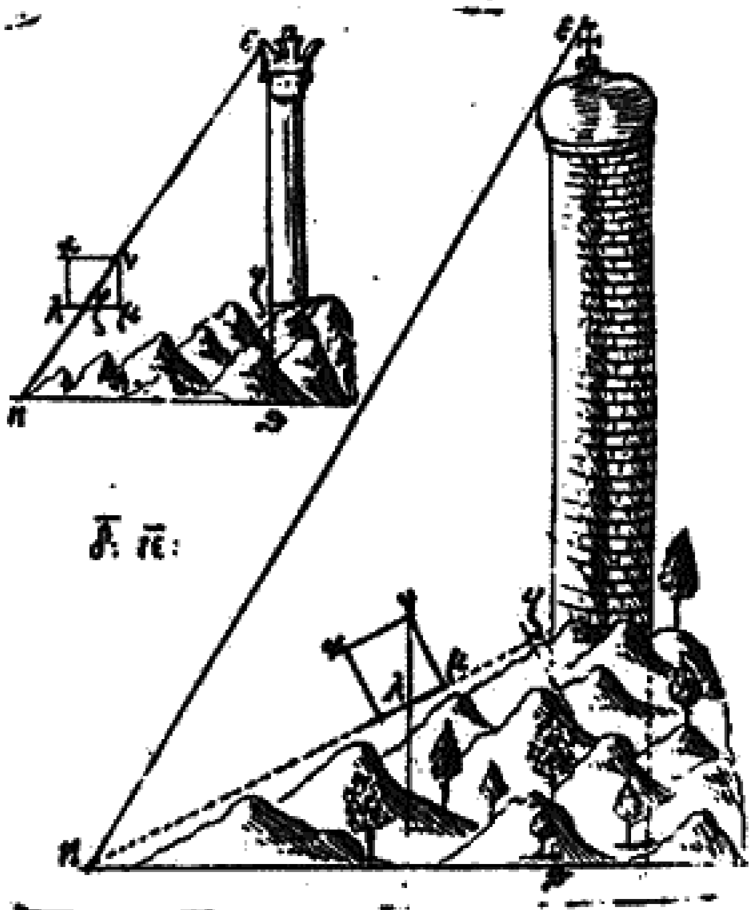


δῶν ἡ δε, τοσούτων μερῶν ληφθήτω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ λμ, καὶ συνιστάσθω πρὸς μὲν τῷ λ, σημείῳ ἡ ὑπὸ μλν, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ εδγ, πρὸς δὲ τῷ μ, ἡ ὑπὸ λμν, ἴση τῇ ὑπὸ δεγ, καὶ συσταθήσεται τὸ μλν, τρίγωνον ὅμοιον τῷ εδγ. ἐπεὶ δὲ τοῦ μλν, τριγώνου ἔγνωσται ἡ μλ, πλευρὰ, καὶ αἱ δύο αὐτοῦ γωνίαι αἱ ὑπὸ μλν, λμν, ταύτῃ γνωσθήσεται καὶ ἡ λν, κατὰ τὴν ιεʹ τοῦ γʹ: τοῦ παρόντος, ὅσων δ' ἂν εἴη μοιρῶν ἡ λν, τοσούτων ἔσται δηλαδὴ ποδῶν ἢ βημάτων ἡ δγ, ζητουμένη διάστασις. ὡς γὰρ ἡ μλ, πρὸς τὴν λν, ἐστὶ καὶ ἡ εδ, πρὸς τὴν δγ, διὰ τὴν τῶν τριγώνων ὁμοιότητα. Τίνος δὲ χάριν ζητεῖται ἡ ὑπὸ γδε, ἢ ἵνα ἡ τῆς ἐγκλίσεως γνωσθῇ γωνία, καθ' ἣν ἡ ὑπὸ γδε, τὴν ὀρθὴν ὑπερέχει, καὶ αὕτη ἐστὶν ἡ ὑπὸ θδε, ἀφαιρεῖται δ' αὕτη ἀπὸ τῆς εθζ, ὅτι ἡ μὲν εθζ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ γθδ, ἡ δὲ ὑπὸ γθδ, ἴση ὁμοίως ἐστὶ δυσὶ ταῖς ὑπὸ θεδ, θδε. Διὰ δὴ ἀφαιρουμένης τῆς ὑπὸ θδε, γινώσκεται ἡ ὑπὸ θεδ, ἐγνωσμένης δὲ καὶ τῆς ὑπὸ εδγ, τῆς δὲ εδ, μετρηθείσης δυνατὸν συστῆναι τὸ μλν, τρίγωνον ὅμοιον τῷ εδγ, τριγώνῳ. τὰ λοι-

πὰ

τὰ δῆλα. τὴν δὲ ὑπὸ ε δ γ, γωνίαν διχῶς ἔξεστι θηρεύειν. ἡ γὰρ ζητεῖται διὰ τοῦ ἀνωτέρω σχήματος ἡ ὑπὸ θ δ ε, καὶ εὑρεθεῖσα προστίθεται τῇ ὀρθῇ, ἡ μερίζεται ἑκατέρα τῶν θ ε, θ α. καὶ ἐπεὶ ἐγνωσμένη ἐστὶν ἡ ὑπὸ ε θ α, γωνία, εὑρίσκεται διὰ τῆς ιϛ΄: τοῦ γ΄: τοῦ παρόντος καὶ ἡ ὑπὸ θ κ ε, αὕτη δὲ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ε δ γ, κατὰ τὴν κη΄: τοῦ α΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 15.



ΑΛΛΩΣ.

Ἔστω δὲ μετρῆσαι τὸ ε ζ, ὕψος προσιτὸν μὲν κατὰ τὸ ζ, σημεῖον, κείμενον δὲ ἐπὶ τοῦ ζ η, ἐγκλινομένου ἐπιπέδου. Ζητηθήτωσαν τοίνυν α΄: ἥτε διὰ τοῦ πέρατος τοῦ ζ η, ἐγκλινομένου ἐπιπέδου ὁριζοντικὴ γραμμή, οἷον ἡ η θ, καὶ ἡ ζ θ, ἡ ἐπ᾽ εὐθείας προσκειμένη τῇ ζ ε, καὶ μὴ τῇ αἰσθήσει ὑποπίπτουσα, ὥσπερ καὶ ἡ η θ. Εὑρεθήσονται δὲ αὗται ἐὰν τὸ κ λ μ ν, τετράγωνον ἐπὶ τοῦ ζ η, τεθῇ ἐγκλινομένου ἐπιπ: ὥστε τὴν μίαν τῶν αὐτοῦ πλευρῶν δὸς εἰπεῖν τὴν λ μ, ἐφαρμόττεσθαι τῷ ζ η, ἐπιπέδῳ, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ ν, κρεμάμενον σφαιρίδιον κατὰ κάθετον πίπτειν τῷ ὁρίζοντι. οὕτω γὰρ τοῦ ὀργάνου κειμένου τὰ λ μ ν, η θ ζ, τρίγωνα ὅμοια ἔσονται. ἔχουσι γὰρ τάς τε ὑπὸ η θ ζ, λ μ ν, γωνίας ἴσας, ἅτε δὴ ὀρθάς, καὶ τὰς ὑπὸ ν λ μ, λ ζ θ, ἴσας, ὡς ἐναλλάξ, ὥστε καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχουσιν, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ν λ, πρὸς τὴν λ μ, ἡ η ζ, πρὸς τὴν ζ θ, καὶ ὡς ἡ ν λ, πρὸς τὴν ν μ, ἡ ζ η, πρὸς τὴν η θ. Τριχῶς δὲ καὶ τοῦτο συμβαίνειν ἐνδέχεται, ἢ γὰρ ἡ λ ν, διαγωνίως διέρχεται, καὶ εἰσὶν ἴσαι αἱ η θ, θ ζ, ἢ ἐκτὸς τοῦ λ, πίπτει, καὶ εἰσὶν ἄνισοι. Ἔστωσαν δὲ ἐγνωσμέναι διὰ τῶν ἀνωτέρω εἰρημένων αἱ η θ, θ ζ, καὶ τεθήτω τὸ κ λ μ ν, Γεωμετρικὸν τετράγωνον. ὥστε τὰς κ ν, λ μ, αὐτοῦ πλευρὰς παραλλήλως κεῖσθαι τῷ ὁρίζοντι, καὶ διὰ τοῦ ἐν αὐτῷ δρομέως διοπτευέσθω τὰ ε καὶ η, σημεῖα. εἶτα γινέσθω ὡς ἡ ζ μ, πρὸς τὴν μ ν, ἡ η θ, πρὸς τὴν θ ε, τὰ γὰρ ζ μ ν, η θ ε, τρίγ: ἰσογώνιά εἰσιν, ὡς δῆλον τῷ καὶ μικρὸν ἐπιστήσαντι, καὶ γνωσθήσεται δήπουθεν ἡ θ ε, ταύτης δὲ ἀφαιρεθείσης τῆς θ ζ, ἐγνωσμένης, γνωσθήσεται καὶ τὸ ζ ε, ὕψος. ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

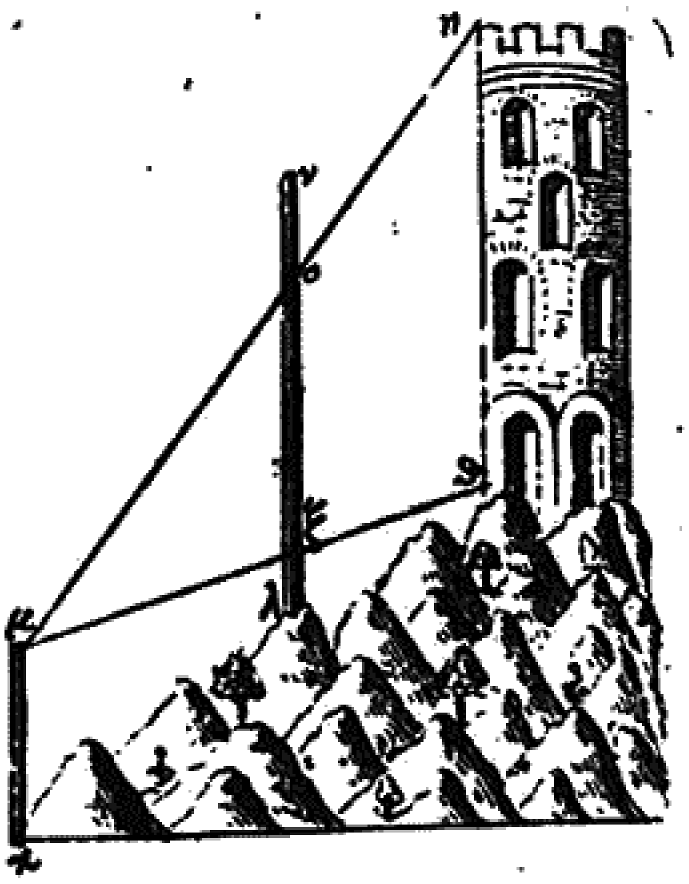
ΑΛΛΩΣ.

Ζητηθήτω ἔτι τὸ η θ, ὕψος τὸ ἐπὶ τοῦ θ κ, ἐγκλινομένου ἐπιπέδου. Ληφθήτωσαν δὲ δύο ῥάβδοι ἄνισοι, καὶ ἡ μὲν ἐλάττων κ μ, ἐμπεπήχθω πρὸς τῷ κ, σημείῳ τοῦ θ κ, ἐπιπέδου, ὥστε πρὸς ὀρθὰς εἶναι τῷ ὁρίζοντι. ἡ δὲ μείζων

λ ν,

λν, τὸν αὐτὸν τρόπον πρὸς τῷ λ· ἀπὸ δὲ τοῦ μ, διοπτευθήτωσαν τὰ ν καὶ θ, σημεῖα, καὶ σημειωθήτωσαν τὰ ξ καὶ ο, σημεῖα, καθ' ἃ τέμνεται ἡ λν, ῥάβδος διὰ τῶν ὀπτικῶν δι' αὐτῆς διερχομένων ἀκτίνων. Εἶτα μετρηθήτωσαν αἱ μξ, ξο, μθ, καὶ γενέσθω ὡς ἡ μξ, πρὸς τὴν ξο, ἡ μθ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ γνωσθήσεται ἡ θη. τὰ γὰρ μξο, μθη, τρίγωνα ὅμοιά εἰσι, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν λν ῥάβδον τῇ ημ.

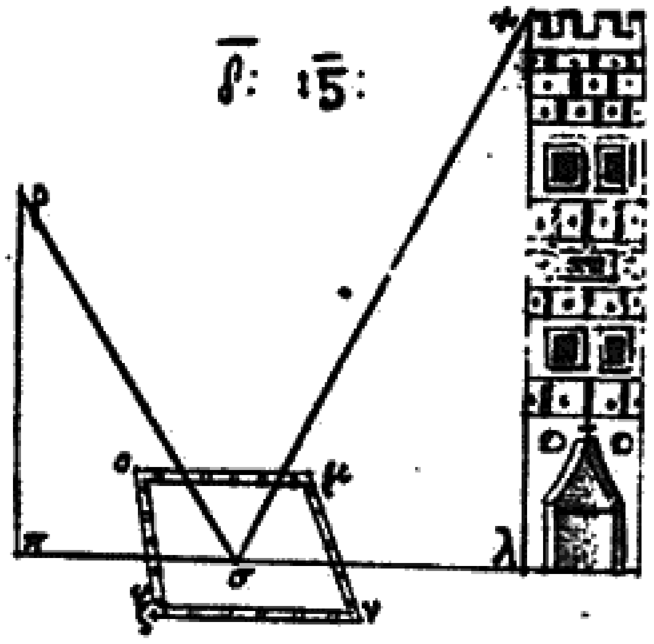
Geom. Pr. Lib4. Fig.16.



ἌΛΛΩΣ.

Ἔστω ὕψος τὸ κλ, προσιτὸν κατὰ τὸ λ, σημεῖον, καὶ ζητείσθω ἡ αὐτοῦ κλ, διάστασις. Τεθήτω δὴ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ τὸ ὕψος ἐφίσταται, κάτοπτρον τὸ μνξο, ἢ ἀγγεῖόν τι πλῆρες ὕδατος, μικρόν τι ἀφιστάμενον τοῦ λ, σημείου· καὶ στῆθι ἔν τινι τόπῳ φέρε δὴ τῷ π, ἐξ οὗ δυνατόν σοι ἐν τῷ κειμένῳ ἐνατενίζοντι κατόπτρῳ τὸ κ, ὁρᾶσθαι σημεῖον, ἡ κορυφὴ δηλονότι τοῦ ζητουμένου ὕψους, διὰ τῆς ρσ, ὀπτικῆς ἀκτῖνος. Δεῖ δὲ τὸ λπ, ἐπίπεδον ἐν ᾧ τὸ κλ, ὕψος, ὁριζοντικὸν εἶναι, καὶ μὴ ἐγκλινόμενον. εἶτα μετρηθήτωσαν αἱ λσ, σπ, πρ, εὐθεῖαι, καὶ γενέσθω ὡς ἡ σπ, πρὸς τὴν πρ, ἡ σλ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ αὕτη ἔσται ἡ λκ, ζητουμένη. ἐὰν γὰρ ἡ κσ, ὑποτεθῇ ἐπιζευγνύουσα τὰ κ σ, σημεῖα, ἀποτελεσθήσονται δύο τρίγ: τὰ κλσ, ρπσ, ὅμοια. ἔχουσι γὰρ τάς τε ὑπὸ κλσ, ρπσ, γωνίας ἴσας. ἐπεὶ ἑκατέρα ὀρθή ἐστι, καὶ τὰς κσλ, ρσπ, ὡς γωνίας ἀνακλάσεως, ὥστε καὶ τὰς πλευρὰς σπ, πρ σλ, λκ, ἀνάλογον ἔχουσιν. ἐγνωσμένων δὲ τῶν τριῶν σπ, πρ, σλ, γνωσθήσεται πάντως διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν καὶ ἡ δ': λκ. Τοῦτ' αὐτὸ γενήσεται καὶ πρὸς εὕρεσιν ὁριζοντικῆς γραμμῆς, ἐὰν τὸ κάτοπτρον ὀρθὸν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου στηριχθῇ. Κείσθω γὰρ τὸ κλ, διάστημα ὁριζοντικὴν εἶναι γραμμήν, καὶ τὸ μνξο, κάτοπτρον ὄρθιον ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ τῆς λπ, γραμμῆς πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ λ, ἠγμένης ἐπὶ τῆς κλ· εἶτα ἀπό τινος σημείου δὴς εἰπεῖν τοῦ ρ, καὶ τούτου ἐν τῷ

δ: 15:



ἐπι-

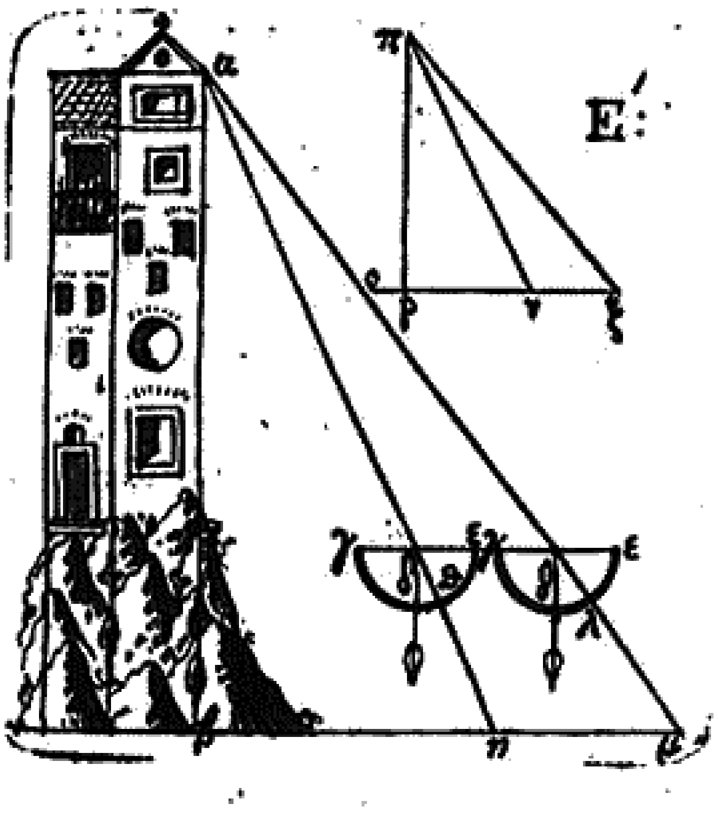
ἐπιπέδῳ κειμένου, ὁραθήτωσαν τὸ κ, σημεῖον, τῷ κατόπτρῳ ἐνατενίζοντι διὰ τῆς ρσ, ὀπτικῆς γραμμῆς, ἀπὸ δὲ τοῦ ρ, πιπτέτω κάθετος ἐπὶ τῆς λπ, γραμμῆς, καὶ τὰ λοιπὰ γινέσθω ὡς προηρμήνευται, καὶ ἔσται τὸ αὐτό.

Πρότασις Ε'.

Ὕψος ὅλως ἀπρόσιτον μετρῆσαι.

Ἔστω ὕψος ὅλως ἀπρόσιτον τὸ αβ, καὶ ζητείσθω πόσων ἂν εἴη ποδῶν ἡ αβ, διάστασις. Τεθήτω δὴ τὸ γδε, ἡμικύκλιον καὶ τὸ ζ, σημεῖον, ὥστε τὴν γε, αὐτοῦ διάμετρον παράλληλον εἶναι τῷ ὁρίζοντι· καὶ διοπτευθήτω διὰ τοῦ ἐν αὐτῷ δρομέως τὰ α, καὶ η, σημεῖα, καὶ παρατηρείσθω ἡ ὑπὸ εζθ, γωνία πόσων ἂν εἴη μοιρῶν· εἶτα μετατεθήτω τὸ αὐτὸ ὄργανον ἐπὶ τὸ κ, σημεῖον, καὶ τῶν αὐτῶν γενομένων παρατηρήσεων, ζητηθήτω ἡ ὑπὸ εκλ, γωνία, καὶ μετρηθήτω ἡ ημ, διάστασις. ὅσων δ' ἂν εἴη αὕτη ποδῶν, τοσούτων μορίων ληφθήτω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ νξ. ταύτης δὲ κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκβληθείσης ἐπὶ τὸ ο, σημεῖον, συνιστάσθω πρὸς μὲν τῷ ν, σημείῳ γωνία ἡ ὑπὸ ονπ, ἴση τῇ ὑπὸ εζθ, πρὸς δὲ τῷ ξ, ἡ ὑπὸ οξπ, ἴση τῇ ὑπὸ εκλ, ἀπὸ δὲ τοῦ π, πιπτέτω κάθετος ἐπὶ τῆς οξ, ἡ πρ, καὶ τὸ πρ, διάστημα παραβληθήτω τῇ Κλίμακι κατὰ τὴν ιγ'. τοῦ γ'. τοῦ παρόντος, καὶ ὅσων ἂν εἴη αὕτη μορίων, οἷα τὰ τῆς Κλίμακος, τοσούτων ποδῶν ἔσται τὸ αβ, διάστημα. ἡ γὰρ ὑπὸ εζθ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ κατὰ κορυφὴν αζγ, γέγονε δὲ τῇ ὑπὸ εζθ, ἴση ἡ ὑπὸ ονπ, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ονπ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ αζγ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ αζγ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ αηβ, κατὰ τὴν κθ'. τοῦ α'. τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἄρα ἡ ὑπὸ ονπ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ αηβ. Διὰ τὰ αὐτὰ δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ οξπ, ἴση τῇ ὑπὸ αμβ· ὥστε τὸ πνξ, τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ αημ,

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 17.

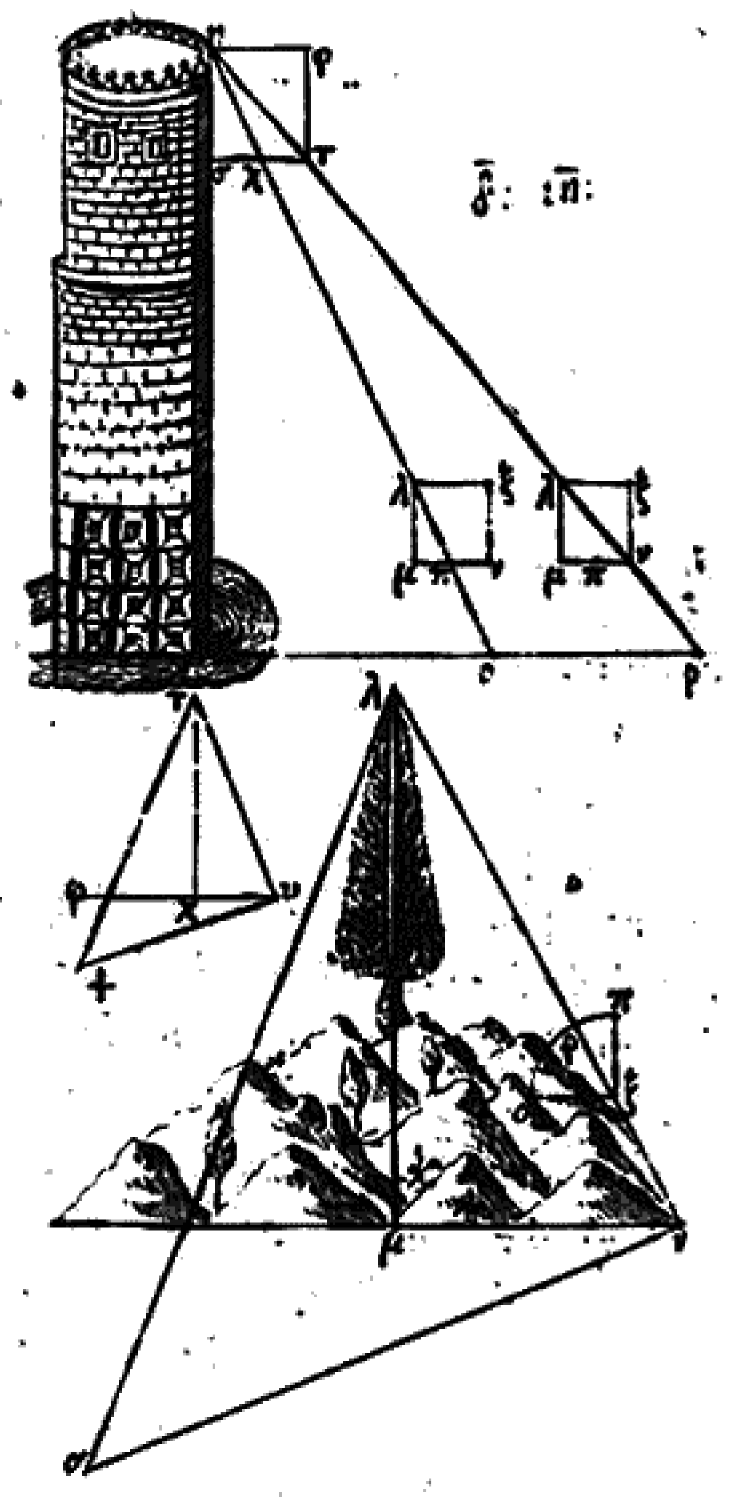


ἔστι δὲ καὶ ἡ μὲν πρ, κάθετος ἐπὶ τῆς οξ, ἡ δὲ αβ, ἐπὶ τῆς βμ, ἄρα καὶ τὸ πρξ, ὅμοιόν ἐστι τῷ αβμ· ὥστε ὡς ἡ νξ, πρὸς τὴν πρ, ἔχει καὶ ἡ ημ, πρὸς τὴν αβ, γνωσθείσης ἄρα τῆς πρ, γνωσθήσεται ἡ αβ· ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

ΑΛΛΩΣ.

Ζητείσθω ἔτι τὸ ηκ, ὅλως ἀπρόσιτον ὕψος. Τεθήτω δὴ τὸ Γεωμετρικὸν τετράγωνον λμιξ, ἐπί τινος τόπου, ὥστε τὴν λξ, αὐτοῦ πλευρὰν παράλληλον εἶναι τῷ ὁρίζοντι· καὶ διοπτευθήτωσαν διὰ τοῦ ἐν αὐτῷ δρομέως τὰ η, καὶ ο, σημεῖα, καὶ σημειωθήτω τὸ π, σημεῖον τὸ ἐν τῇ μ ν, πλευρᾷ τοῦ ὀργάνου, δι' οὗ ὁ δρομεὺς διέρχεται. τούτου δὲ γενομένου μετατεθήτω τὸ αὐτὸ ὄργανον εἰς ἕτερον τόπον, καὶ τῶν αὐτῶν ἐπιτελουμένων πράξεων, σημειωθήτω καὶ τὸ ν, σημεῖον, δι' οὗ ὁ δρομεὺς ἐπὶ τῆς β': διέρχεται παρατηρήσεως. εἶτα μηκυνθήτω ἡ ο ρ, καὶ γενέσθω ὡς ἡ π ν, πρὸς τὴν λ μ, ἡ ο ρ, πρὸς ἄλλην τινά, καὶ γνωσθήσεται ἡ η κ. ληφθήτω γὰρ ἡ η σ, ἴση τῇ πλευρᾷ τοῦ λ μ ν ξ, ὀργάνου, καὶ συνεστάθω τὸ η σ τ φ, τετράγωνον, καὶ τοῦτο ἴσον ἔσται τῷ λ μ ν ξ, καὶ τὴν αὐτὴν ἐκείνῳ ἕξει θέσιν. καὶ ἐπεὶ ἡ σ τ, παράλληλός ἐστι τῇ μ ν, πάντως γε ἡ ὑπὸ η χ σ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ λ π μ, ἡ δὲ ὑπὸ η τ σ, τῇ ὑπὸ λ μ ν, ἀλλὰ τῇ μὲν ὑπὸ λ π μ, ἴση ἐστὶ διὰ τὰ αὐτὰ ἡ ὑπὸ η ο κ, τῇ δὲ ὑπὸ λ ν μ, ἡ ὑπὸ η ρ κ, ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ η ο κ, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ η χ σ, ἡ δὲ ὑπὸ η ρ κ, τῇ ὑπὸ η τ σ, καὶ τὸ μὲν η ρ ο, τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ η τ χ, τὸ δὲ η ρ κ, τῷ η τ σ, ὥστε ὡς ἡ χ τ, ἤτοι π ν, πρὸς τὴν τὴν η σ, δηλ: τὴν λ μ, ἔχει καὶ ἡ ο ρ, πρὸς τὴν η κ, ἐγνωσμένης ἄρα τῆς λ μ, γινώσκεται καὶ ἡ η κ, ὅπερ καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 18.



ΑΛΛΩΣ.

Ζητηθήτω τὸ λ μ, ὕψος ἀπρόσιτον. ἀπὸ δὲ τοῦ τυχόντος σημείου τοῦ ξ, διοπτευθήτωσαν τὰ λ, καὶ ν, σημεῖα διὰ τοῦ ο ξ π, Τεταρτημορίου, ἢ ἄλλου τινὸς τῶν προειρημένων ὀργάνων, καθ' ὃν προσηρμόσθαι τρόπον. καὶ παρατηρηθήτω ἡ ὑπὸ ρ ξ ο, γωνία, καὶ ὅσων ἂν εἴη αὕτη μοιρῶν, τοσούτων ἔσται καὶ ἡ ὑπὸ λ ν μ. ἴσαι γὰρ διὰ τὸ παραλλήλους εἶναι τὰς ο ξ, μ ν. Ἐπεὶ δὲ ἡ λ ν, γραμμὴ προσιτή ἐστι κατὰ τὸ ν, μηκυνθήτω αὕτη κατά τινα τῶν εἰρημένων τρόπων κατὰ τὴν α: τοῦ παρόντος ἀπὸ τοῦ σ, φέρε εἰπεῖν σημείου. εἶτα ληφθήτω ἡ τ υ, τοσούτων μορίων, οἷα τὰ τῆς Κλίμακος, ὅσων εὕρηται ποδῶν ἢ βημάτων ἡ λ ν, καὶ συνεστάθω πρὸς τῷ υ, σημείῳ γωνία ἡ ὑπὸ τ υ φ, ἴση τῇ ὑπὸ λ ν μ. ἀπὸ δὲ τοῦ τ, πιπτέτω κάθετος ἐπὶ τῆς υ φ, ἡ τ χ. καὶ ἐπεὶ τοῦ τ υ χ, ἐγνωσμέναι εἰσὶν αἱ δύο γωνίαι τ υ χ, τ χ υ, καὶ ἡ τ υ, πλευρά, εὑρεθήτω διὰ τῆς ιγ: τοῦ γ': τοῦ

πα.

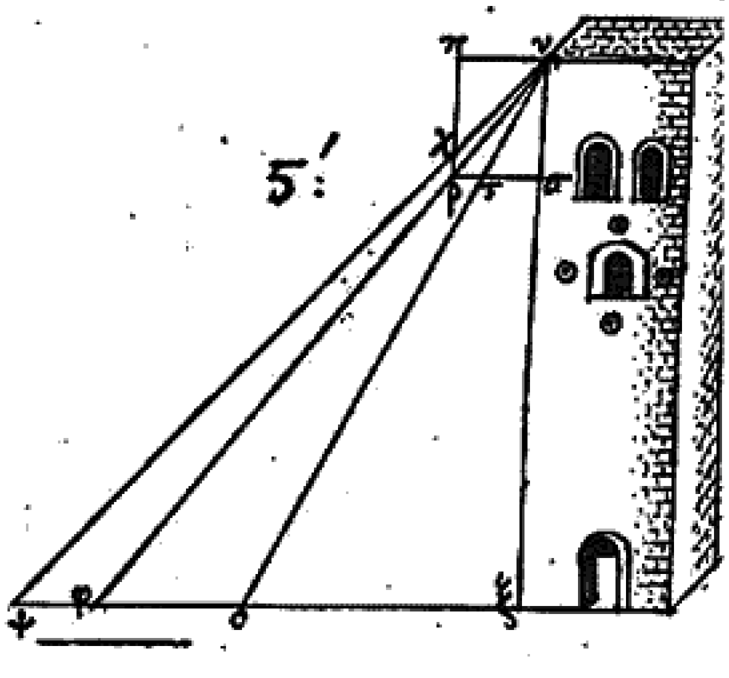
παρόντος ἡ τχ, καὶ ὅσων ἂν εἴη αὕτη μορίων, οἷα τὰ τῆς Κλίμακος, τοσούτων ἔσται ἡ λμ, ποδῶν ἢ βημάτων, οἵων καὶ ἡ λν. ὁ λόγος σαφὴς ἐκ τῶν ἀνωτέρω.

Πρότασις ϛ'.

Γραμμὴν ὁριζοντικὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ὕψους τινὸς ἐγνωσμένου μετρῆσαι.

Ἔστω ὕψος ἐγνωσμένον τὸ νξ, καὶ ζητείσθω ἀπὸ τῆς κορυφῆς αὐτοῦ, δηλονότι τοῦ ν, ἡ ξο, ὁριζοντικὴ γραμμή. Λήφθήτω δὴ τὸ Γεωμετρικὸν τετράγωνον πρσν, καὶ ἐφαρμοσθήτω ἡ νσ, πλευρὰ αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ὕψος· ὥστε τὴν μὲν νσ, πρὸς ὀρθὰς εἶναι ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος, τὴν δὲ πν, παραλλήλως κεῖσθαι τῇ ὁριζοντικῇ· καὶ διοπτευθήτω ἀπὸ τοῦ ν, σημείου τὸ πέρας τῆς ζητουμένης ὁριζοντικῆς γραμμῆς· καὶ ἐπειδὴ τοῦτο τριχῶς ἐνδέχεται συμβῆναι, ἢ γὰρ ὁ δρομεὺς διὰ μέσου τῆς ρσ, διελεύσεται, ἢ διὰ τοῦ ρ, τοῦ κατὰ διάμετρον ἀντικειμένου τῷ ν, ἢ γοῦν διὰ μέσου τῆς πρ. Κείσθω α': διέρχεσθαι διὰ μέσου τῆς ρσ, ἤτοι διὰ τοῦ τ, καὶ εὑρεθήσεται ἡ ξο. ὡς γὰρ ἡ νσ, πρὸς τὴν στ, ἔστι καὶ ἡ νξ, πρὸς τὴν ξο, διὰ τὴν τῶν νστ, νξο, τριγώνων ὁμοιότητα. ὥστε ἐγνωσμένων τῶν νσ, στ, νξ, ἐὰν ζητηθῇ τούτων δ': ἀνάλογος διὰ τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν, ἔσται αὕτη ἡ ξο.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 19.



Ἔστω β': διέρχεσθαι διὰ τοῦ ρ, καὶ τοῦτον τὸν τρόπον εὑρεθήσεται ἡ ξφ, ὡς γὰρ ἡ νσ, πρὸς τὴν σρ, ἔστι καὶ ἡ νξ, πρὸς τὴν ξφ, διὰ τὸν αὐτὸν λόγον. ἀλλ' ἡ νσ, ἴση ἐστὶ τῇ σρ, ἄρα καὶ ἡ νξ, ἴση ἐστὶ τῇ ξφ.

Ἔστω γ': διερχόμενος ὁ δρομεὺς διὰ μέσου τῆς πρ, φέρ' εἰπεῖν διὰ τοῦ χ, καὶ εὑρεθήσεται πάντως ἡ ξψ. ἐπεὶ γὰρ τὰ χπν, νξψ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν, ὡς ὀψόμεθα, ἔσται ὡς ἡ χπ, πρὸς τὴν πν, ἡ νξ, πρὸς τὴν ξψ, ὥστε ἐγνωσμένων τῶν χπ, πν, νξ, ἔσται ἡ ξψ, δ': αὐτῶν ἀνάλογος.

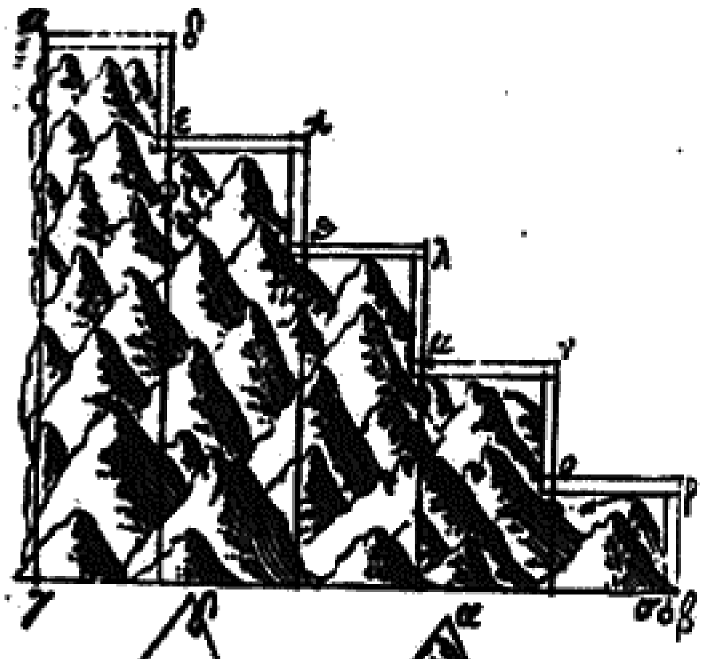
Ὅτι δὲ τὰ χπν, νξψ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσι δῆλον. ἔχουσι γὰρ τὰς πρὸς τοῖς π, καὶ ξ, σημείοις γωνίας ὀρθάς, καὶ τὰς ὑπὸ πχν, ξνψ, ὡς ἐναλλὰξ ἴσας, ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ πνχ, ἴση ἐστὶ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ξψν, καὶ ἑπομένως τὰ χπν, νξψ, τρίγωνα ὅμοιά εἰσιν.

Πρότασις Ζ':

Υ῞ψος ὄρους βατοῦ μὲν ἐξ ἑνὸς μέρους, ἐξ ἑτέρου δὲ ἀβάτου εὑρεῖν, καὶ τὴν ὑπ' αὐτῷ νοουμένην ὁριζοντικὴν μετρῆσαι γραμμήν.

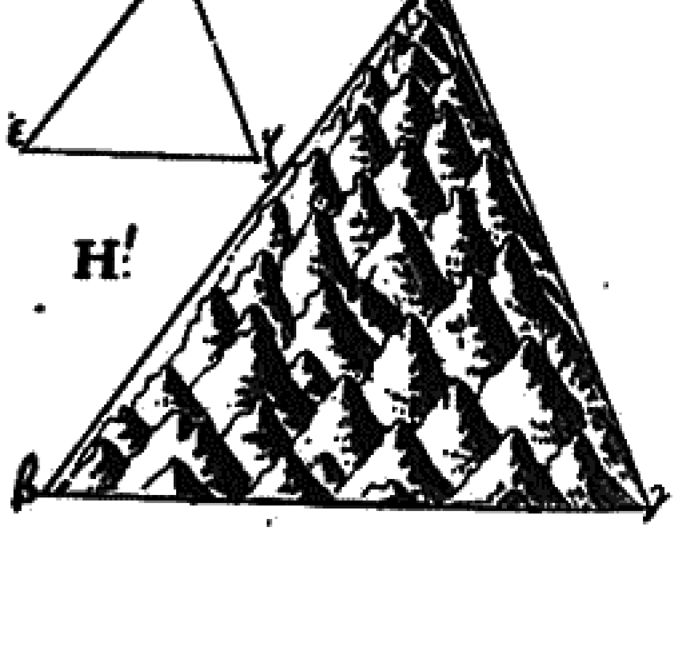
Ε῎στω ὄρος τὸ α β γ, βατὸν μὲν ἔχον τὸ α β, πλάγιον αὐτοῦ μέρος, ἄβατον δὲ τὸ α γ, ὄρθιον ὕψος, ὁριζοντικὴ δὲ νοουμένη γραμμὴ τοῦ αὐτοῦ ὄρους ἔστω ἡ γ β, καὶ ζητηθήτω τό, τε α γ, ὕψος αὐτοῦ, καὶ ἡ γ β, ὁριζοντικὴ γραμμή. Ληφθήτω δὴ ὁ Γνώμων, καὶ ἐφαρμοσθήτω τὸ πέρας τῆς μιᾶς αὐτοῦ πλευρᾶς ἐπὶ τοῦ α, σημείου τῆς κορυφῆς δηλ: τοῦ ὄρους, ὥστε τὴν μὲν α δ, παραλλήλως κεῖσθαι τῷ ὁρίζοντι, τὴν δὲ δ ε, πρὸς ὀρθάς. Γίνεται δὲ τοῦτο, ἐὰν ἀπὸ τοῦ δ, βαρύλλιον, ἢ μολύβδινον κανόνιον ἐξαρτώμενον ἅπτηται τοῦ ὄρους, ὡς ἐπὶ τοῦ παρόντος κατὰ τὸ ζ. ἐν ᾧ ῥάβδου στηριχθείσης πρὸς ὀρθὰς κειμένης τῷ ὁρίζοντι, καὶ τῇ δ ε, ἐφαρμοττομένης, σημειωθήτω τὸ ε, πέρας τῆς δ ε, τοῦ γνώμονος πλευρᾶς. καὶ ἐφαρμοσθήτω ὁ αὐτὸς γνώμων κατὰ τὸ ε, τὸ δὲ βαρύλλιον ἁπτέσθω τοῦ ὄρους κατὰ τὸ η. Σημειωθέντος δ' αὖθις καὶ τοῦ θ, γενέσθω πάλιν τὸ αὐτὸ ἕως ἂν εἰς τὴν τοῦ ὄρους καταντήσῃς ὑπόρειαν. εἶτα συναφθήτωσαν ἡ αἱ α δ, ε κ, θ λ, μ ν, ο ρ, πλάγιαι πλευραὶ τοῦ γνώμονος, καὶ ἀποτελείτωσαν γραμμὴν μίαν, καὶ ἡ γενομένη μετρηθήτω, καὶ ὅσων ἂν εἴη αὕτη ποδῶν, ἢ βημάτων, τοσούτων ἔσται καὶ ἡ β γ, ζητουμένη. Συναφθήτωσαν δὲ καὶ τὰ δ ε, κ θ, λ μ, ν ο, ρ σ, ὁμοίως εἰς μίαν, καὶ γνωσθήσεται πάντως τὸ α γ, ὕψος, ὡς δῆλον ἐκ τῆς τοῦ ὀργάνου θέσεως.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 10.



Πρότασις Η':

Τὴν τοῦ δοθέντος ὄρους παχύτητα εὑρεῖν.



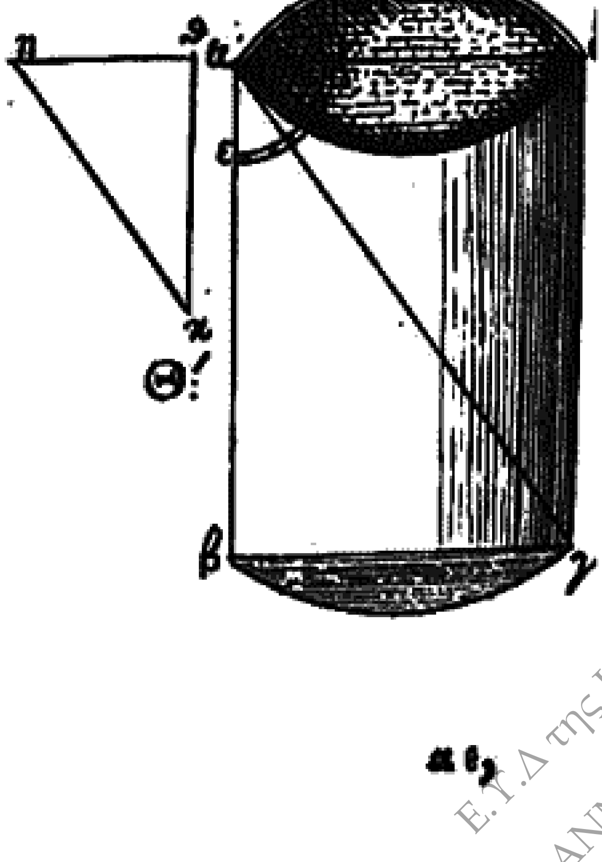
Ε῎στω ὄρος τὸ α β γ, καὶ ζητηθήτω ἡ αὐτοῦ παχύτης β γ. Διοπτευθήτω δὴ ἀπὸ τοῦ α, σημείου τῆς τοῦ δοθέντος ὄρους κορυφῆς τὰ β, καὶ γ, σημεῖα, εἴγε δυνατόν. καὶ παρατηρηθήτω πόσων μοιρῶν ἐστιν ἡ ὑπὸ β α γ, γωνία διὰ τῆς ι δ': τοῦ γ': τοῦ παρόντος. μετρηθήτωσαν δὲ καὶ αἱ α β, α γ, γραμμαὶ κα-

πέτι.

ἕνα τῶν προειρημένων τρόπων. Εἶτα εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Κλίμακος ἡ δε, τοσούτων μορίων, ὅσων ἂν εἴη ποδῶν, ἢ βημάτων ἡ αβ, καὶ πρὸς τῷ δ, σημείῳ συνιστάσθω ἡ ὑπὸ εδζ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ βαγ, καὶ ληφθήτω ἡ δζ, ὁμοίως ἀπὸ τῆς Κλίμακος τοσούτων μορίων, ὅσων ἂν ποδῶν ἢ βημάτων εὑρεθείη ἡ αγ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ εζ. Ἐπεὶ δὲ τοῦ εδζ, τριγώνου ἐγνωσμέναι εἰσὶν αἱ δύο πλευραὶ εδ, δζ, καὶ μία γωνία ἡ ὑπὸ εδζ, ζητηθήτω κατὰ τὴν ις': τοῦ αὐτοῦ ἡ εζ ἡ βάσις, καὶ ὅσων ἂν εὑρεθείη αὕτη μορίων, τοσούτων πάντως ἔσται ποδῶν ἢ βημάτων ἡ βγ. ὁ λόγος σαφὴς διὰ τὴν τῶν αβγ, δεζ, τριγώνων ὁμοιότητα.

Εἰ δέ γε ἀπὸ τῆς τοῦ ὄρους κορυφῆς μὴ ἔξεστιν ἀφ' ἑνὸς τόπου ἄμφω τὰ σημεῖα τῆς ζητουμένης εὐθείας διοπτευθῆναι ὡς ἐπὶ τοῦ ηθλκ, ὄρους. Διοπτευθήτωσαν ἀ: ἀφ' ἑνὸς σημείου φέρε δὴ τοῦ η, τὰ κ, καὶ θ, ἀφ' ἑτέρου δὲ τοῦ θ, τὰ η, καὶ λ. καὶ διά τινος ὀργάνου πρὸς εὕρεσιν γωνιῶν χρησιμεύοντος εὑρεθήτω ἥ τε ὑπὸ κηθ, γωνία, καὶ ηθλ, καὶ μετρηθήτωσαν αἱ κη, ηθ, θλ. εἶτα συνιστάσθω τὸ μνξο, τραπέζιον ὅμοιον τῷ ηκλθ, τραπεζίῳ, λαμβανομένων τῶν μν, μο, οξ, πλευρῶν ἀπὸ τῆς Κλίμακος, ὥστε ἀναλόγως εἶναι ταῖς κη, ηθ, θλ. καὶ τῶν ὑπὸ νμο, μοξ, γωνιῶν ἴσων γενομένων ταῖς ὑπὸ κηθ, ηθλ, ἐπιζεύχθω ἡ νο. εἶτα διὰ τῆς ῥηθείσης ις': εὑρεθήτω ἀ: ἡ νο, βάσις τοῦ νμο, τριγώνου, καὶ ἡ ὑπὸ μον, γωνία, καὶ ὅσων ἂν μορίων ἡ νο, εἴη γραμμὴ, τοσούτων ποδῶν πάντως ἢ βημάτων ἔσται ἡ κθ, ὅσων δὲ μοιρῶν εἴη ἡ ὑπὸ μον, γωνία, τοσούτων καὶ ἡ ὑπὸ ηθκ. Τελευταῖον ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ μον, γωνία ἀπὸ τῆς μοξ, καὶ γνωσθήσεται ἡ νοξ. ἐπεὶ δὲ τοῦ νοξ, τριγώνου ἐγνωσμέναι εἰσὶν αἱ νο, οξ, πλευραὶ, καὶ μία γωνία ἡ ὑπὸ νοξ, εὑρεθήτω διὰ τῆς αὐτῆς ις': προτάσεως ἡ νξ, βάσις, καὶ πάντως γε ὅσων ἂν μορίων εὑρεθῇ αὕτη εἶναι, τοσούτων ποδῶν ἢ βημάτων ἔσται ἡ κλ, διὰ τὴν τῶν σχημάτων ὁμοιότητα.

Geom. Pr. Lib. 4. Fig. 21.



Θ'.

Πρότασις Θ'.

Τοῦ δοθέντος φρέατος τὸ βάθος εὑρεῖν.

Ἔστω φρέαρ τὸ αβγδ, καὶ ζητηθήτω τὸ τούτου βάθος, ἡ δγ, δηλ: διάστασις. Ληφθήτω δὴ τὸ αεζ, τεταρτημόριον, καὶ ἐφαρμοσθήτω ἐπὶ τῆς κορυφῆς τοῦ φρέατος, ὥστε τὴν μὲν αε, αὐτοῦ πλευρὰν συμπίπτειν τῇ αβ, τὴν δὲ αζ τῇ αδ, καὶ διὰ τῶν ἐν τῇ