ΣΤΟΙΧΕΙΩ΄ΔΟΥΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙ΄ΑΣ

ΜΕ΄ΡΟΣ ΠΡΩ΄ΤΟΝ.

ΒΙΒΛΙ΄ΟΝ ΠΡΩΤΟΝ

ΠΕΡΙ΄ ΤΙΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩ΄Ν ΠΡΟΒΛΗΜΑ΄ΤΩΝ,

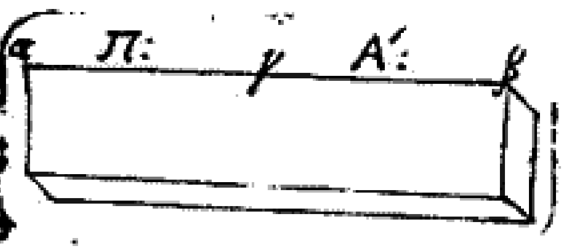
Τῶν Στοιχείου λόγον μᾶλλον ἐχόντων.

Πρότασις Α΄:

Ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω ἀπὸ τοῦ α, σημείου ἐπὶ τὸ β, ἀγαγεῖν εὐθεῖαν γραμμήν. Ληφθήτω δὴ ὁ κανών, καὶ ἐφαρμοσθήτω ἀκριβῶς τοῖς α, καὶ β, σημείοις, ὥστε ἑκάτερον τούτων ἐφάπτεσθαι. τοῦ δὲ κανόνος τῇ ἀριστερᾷ χειρὶ πιεζομένου, καὶ οἱονεὶ στηριζομένου, λάβε τῇ δεξιᾷ τὸν διαβήτην, ἢ ἕτερόν τι γραφικὸν ὄργανον, καὶ θεὶς τὴν τούτου ἀκωκὴν ἐπὶ τὸ α, μετακόμισον αὐτὸ συνεχεῖ κινήσει ἐπὶ τὸ β, τοῦ κανόνος ἀεὶ ἁπτόμενον, καὶ ἕξεις τὸ ζητούμενον. Ὅτι μὲν γὰρ ἀκριβῶς οὕτως ἐγχαραχθήσεταί σοι εὐθεῖα, ἐκ τῆς τοῦ κανόνος κατασκευῆς δῆλον. Ὁποῖον δὲ δεῖ τὸν κανόνα εἶναι, εἰρήσεται ἐν ἀρχῇ τοῦ β΄: μέρους τοῦ παρόντος, ἤτοι τοῦ πρακτικοῦ, ἔνθα περὶ κατασκευῆς τῶν Γεωμετρικῶν ὁ λόγος ἔσται Ὀργάνων.

Geom. Lib. 1. Fig. 9.



Ἄλλως. Λαβὼν σπαρτίον, ἢ λεπτόν τι σχοινίον βάψον αὐτὸ ἔν τινι βαφῇ, εἶτα ἐκτείνας αὐτὸ ἀπὸ τοῦ α, ἐπὶ τὸ β, καὶ ἐν ἑκατέρῳ τούτων στηρίξας, ὕψωσον μικρὸν πρὸς ὀρθάς, καὶ ἄφες, καὶ ὄψει πάντως τὴν εὐθεῖαν ἀθρόαν ἠγμένην.

Ἄλλως. Λάβε μοι ῥάβδον τινά, καὶ στῆσον αὐτήν, πρὸς ὀρθὰς διὰ τῆς καθέτου μεταξὺ τῶν α, καὶ β, σημείων, φέρε εἰπεῖν κατὰ τὸ γ, ὥστε ἀφορῶντός σου ἀπὸ τοῦ α, ἐπὶ τὸ β, τῆς ὀπτικῆς ἅπτεσθαι τὴν ῥάβδον γραμμῆς, καὶ κατ' εὐθεῖαν ἑκατέρῳ τῶν σημείων ὑπαντιάζειν. οὕτω γὰρ τῆς ῥάβδου κειμένης, ἐὰν ἀπὸ τοῦ α, ἐπὶ τὸ γ, καὶ ἀπὸ τοῦ γ, ἐπὶ τὸ β, σχοινίον ἐκταθῇ, ἔσται τὸ ζητούμενον. Εἰ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ α, ἐπὶ τὸ γ, ἢ τὸ ἀπὸ τοῦ γ, ἐπὶ τὸ β, διάστημα, ἢ γοῦν ἑκάτερον ἐπιμήκιστον εἴη, στῆσον τὸν αὐτὸν τρόπον ἐν μέσῳ τοῦ διαστήματος καὶ ἄλλας

τινάς

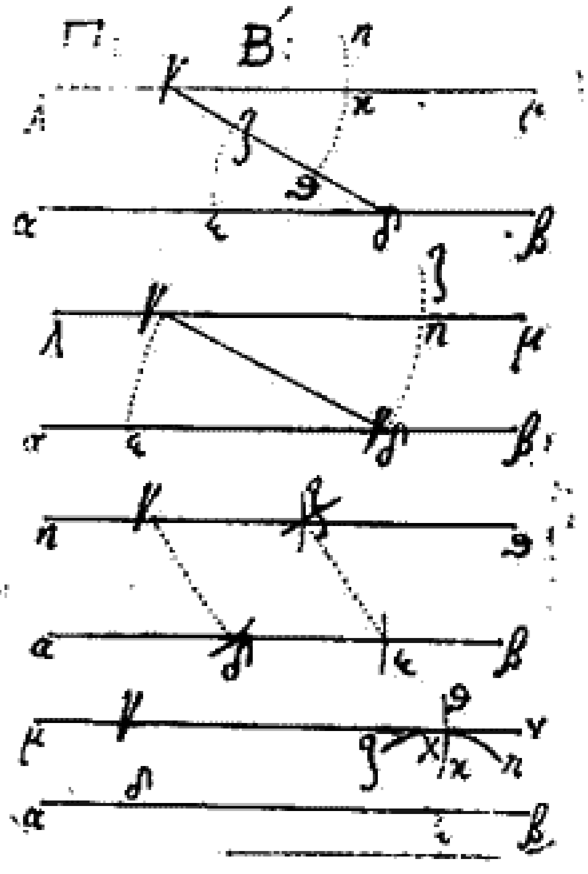
τινὰς ῥάβδους, ὥστε πάσας ἅπτεσθαι τῆς αὐτῆς ὀπτικῆς ἀκτῖνος, καὶ γενήσεταί σοι τὸ ἐπιταχθὲν ἀκριβέστερον. Τίς δὲ ἡ κάθετος, σημειωθήσεται ἔνθα καὶ περὶ τοῦ κανόνος ἐροῦμεν. Ἰστέον δ' ὅτι τῷ μὲν κανόνι χρώμεθα ἐν σμικροτάτοις ἐπιπέδοις, τῷ δὲ σπαρτίῳ ἐν μακροτέροις, καὶ ταῖς ῥάβδοις ἐν πολλῷ ἔτι μακροτέροις.

Πρότασις Β΄.

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ διὰ τοῦ δοθέντος σημείου παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω δὴ ἡ αβ, δοθεῖσα εὐθεῖα, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον τὸ γ, δι' οὗ δεῖ εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν παράλληλον τῇ αβ. Ἀπὸ τοῦ γ, σημείου ἀχθήτω ἐπὶ τῆς αβ, ὡς ἔτυχεν ἡ γδ, καὶ κέντροις μὲν τοῖς δ, καὶ γ, γραφήτωσαν δύο τόξα, τῷ αὐτῷ διαστήματι τὰ εζ, ηθ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ θη, ἀορίστου τὸ θκ, τόξον ἴσον τῷ εζ, καὶ διὰ τῶν γ, καὶ κ, σημείων, ἀχθήτω ἡ λμ, εὐθεῖα κατὰ τὴν ἑκατέραν, καὶ ἔσται αὕτη παράλληλος τῇ αβ, κατὰ τὴν κζ΄. τοῦ α΄. Εὐκλείδου, ἡ γὰρ ὑπὸ εδζ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θγκ, κατὰ τὴν κατασκευήν.

Geom. Lib. 1. Fig. 10.

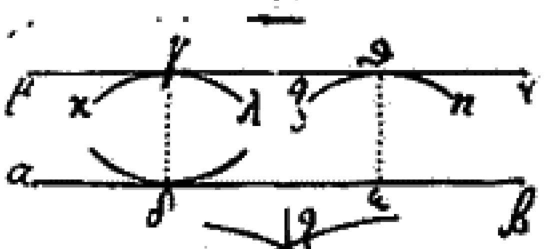


Ἄλλως. Ληφθήτω ἐπὶ τῆς αβ, τυχὸν σημεῖον τὸ δ, καὶ κέντροις μὲν τοῖς δγ, διαστήματι δὲ τῷ αὐτῷ δγ, γραφήτωσαν τόξα τὰ γε, γζ, καὶ τὰ λοιπὰ γινέσθω ὡς πρότερον.

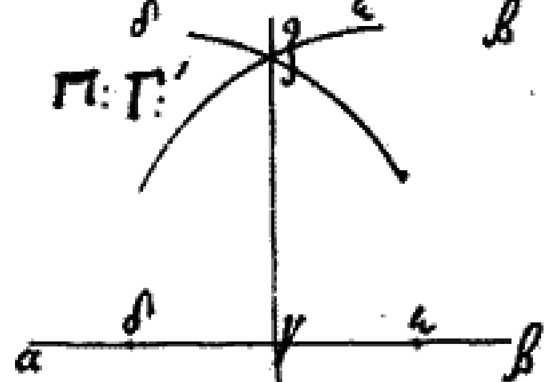
Ἄλλως. Κέντρῳ μὲν τῷ γ, διαστήματι δὲ τῷ τυχόντι, γραφήτω τόξον τέμνον τὴν αβ, κατὰ τὸ δ, σημεῖον, ὡς κέντρου δὲ τοῦ δ, λαμβανομένου, γραφήτω καὶ ἕτερον τόξον τῷ αὐτῷ διαστήματι, καὶ τέμνον τὴν αὐτὴν αβ, κατὰ τὸ ε, σημεῖον. εἶτα κέντροις μὲν τοῖς γε, διαστήματι δὲ τῷ αὐτῷ, γραφήτωσαν δύο τόξα πρὸς τὰ ἄνω τεμνόμενα ἀλλήλοις κατὰ τὸ ζ, διὰ δὲ τοῦ γ, καὶ ζ, διήχθω ἡ ηθ, καὶ ἔσται παράλληλος τῇ αβ, κατὰ τὴν λδ΄. τοῦ α΄. τοῦ Στοιχειωτοῦ. εἰ γὰρ αἱ γδ, εζ, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται, ὥσπερ καὶ αἱ δε, γζ, ὡς δῆλον ἐκ τῆς κατασκευῆς, ὥστε καὶ τὸ γδεζ, παραλληλόγραμμον ἔσται. Εἰ δὲ τὸ γ, σημεῖον ἐγγὺς εἴη τῆς αβ, ληφθήτωσαν ἐπὶ τῆς αὐτῆς αβ, γραμμῆς τὰ δ, καὶ ε, σημεῖα, ὡς ἔτυχεν, ἅπερ ὅσῳ μᾶλλον ἀλλήλων ἀφίστανται, τοσούτῳ καὶ κρείττονα εἰς κατασκευήν. εἶτα κέντρῳ μὲν τῷ ε, διαστήματι δὲ τῷ γδ, γραφήτω τόξον τὸ ζη. κέντρῳ δὲ τῷ γ, διαστήματι δὲ τῷ δε, γραφήτω ἕτερον τόξον τὸ θκ, τέμνον τὸ ζη, κατὰ τὸ χ, καὶ διὰ τῶν γ, καὶ χ, σημείων διήχθω ἡ μν, εὐθεῖα, καὶ ἔσται παράλληλος τῇ αβ, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν πρότασιν.

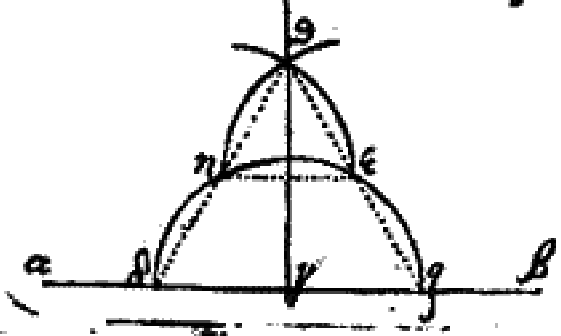
Ἄλλως. Ἐκ μὲν τοῦ γ, δοθέντος σημείου ὡς ἀπὸ κέντρου γραφήτω τόξον ἀπτόμενον τῆς αβ, κατὰ τὸ δ, ἐκ δὲ τοῦ ε, τυχόντος σημείου τῆς αβ, γραφήτω τόξον τῷ αὐτῷ διαστήματι καθ᾽ ἃ τὸ γ, ὑπάρχει μέρη, τὸ ζη, ἀπὸ δὲ τοῦ γ, ἤχθω γραμμὴ ἀπτομένη τοῦ ζη, τόξου κατὰ τὸ θ, καὶ αὕτη ἔσται παράλληλος τῇ αβ. Διὰ δὲ τὸ ἀκριβέστερον γραφήτω καὶ ἀπὸ τοῦ δ, τὸ κλ, τόξον τῷ αὐτῷ διαστήματι, καὶ ἀχθήτω ἡ μν, γραμμή, ὥστε ἅπτεσθαι ἑκατέρου τῶν κλ, ζη, τόξων, καὶ ἔσται τὸ ἐπιταχθέν. καὶ γὰρ τὴν ιη: τοῦ γ': τοῦ Εὐκλείδου ἑκατέρα τῶν ὑπὸ γδε, εθγ, ὀρθή ἐστιν, ἔστι δὲ καὶ τὴν αὐτὴν ὀρθὴ καὶ ἡ ὑπὸ δγθ, ἄρα καὶ ἡ λοιπὴ ἡ ὑπὸ θεδ, ὁμοίως ὀρθή ἐστιν, ὥστε τὸ γδεθ, ὀρθογώνιόν ἐστι, καὶ ἑπομένως παραλληλόγραμμον, παράλληλος ἄρα ἡ γθ, τῇ δε. Ὅπως δ᾽ ἔχωμεν εὐθεῖαν κύκλου ἀπτομένην ἀγαγεῖν, ἐδίδαξε μὲν Εὐκλείδης, εἰρήσεται δὲ καὶ ἐν τοῖς ἑξῆς.

Geom. Lib. 1. Fig. 11.



Π: Γ'





Πρότασις Γ':

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

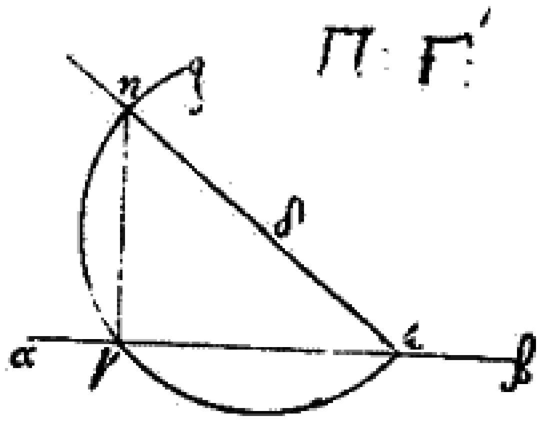
Πολλαχῶς καὶ αὕτη ἡ πρότασις δύναται προβάλλεσθαι, ἢ γὰρ τὸ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ τῆς δοθείσης ἔσται εὐθείας, ἢ μή, κἂν αὖθις ἐπὶ τῆς δοθείσης εἴη εὐθείας, ἢ ἐν μέσῳ ταύτης, ἢ ἐν τῷ πέρατι τῆς αὐτῆς ἔσται. Ὑποκείσθω δὴ α: εἶναι τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς εὐθείας, καὶ ἔστω δοθεῖσα μὲν εὐθεῖα ἡ αβ, τὸ δὲ ἐπ᾽ αὐτῆς δοθὲν σημεῖον τὸ γ, ἐν μέσῳ μένον τῆς αὐτῆς αβ, ἀφ᾽ οὗ δεῖ εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. Εἰλήφθωσαν δὴ ἑκατέρωθεν τοῦ γ, ἴσα διαστήματα ὡς ἔτυχε, τὰ γδ, γε, καὶ κέντροις μὲν τοῖς δ, καὶ ε, διαστήματι δὲ τῷ αὐτῷ γραφήτωσαν ἄνω, ἢ κάτω τῆς δοθείσης εὐθείας δύο τόξα τεμνόμενα κατὰ τὸ ζ, καὶ διὰ τοῦ ζ, καὶ γ, διήχθω ἡ γζ, εὐθεῖα, ἥτις κάθετος ἔσται ἐπὶ τῆς αβ, κατὰ τὴν ια: τοῦ α: τῶν Στοιχείων.

Ἄλλως. Δοθήτω εὐθεῖα μὲν ἡ αβ, σημεῖον δὲ τὸ γ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ γ, διαστήματι δέ, ὡς ἔτυχε, τῷ γδ, γραφήτω τόξον τὸ δηεζ, τέμνον τὴν αβ, κατὰ τὰ δ, καὶ ζ. Εἶτα κέντρῳ μὲν τῷ ζ, διαστήματι τῷ αὐτῷ τμηθήτω τὸ εη, τόξον, τοῦ αὐτοῦ δὲ διαστήματος φυλαττομένου κέντροις τοῖς ε, καὶ η, γραφήτωσαν δύο τόξα τεμνόμενα ἀλλήλοις κατὰ τὸ θ, καὶ διὰ τοῦ θ, καὶ γ, διήχθω ἡ θγ, καὶ ἔσται αὕτη κάθετος ἐπὶ τῆς αβ. ἡ γὰρ τοῦ κύκλου ἡμιδιάμετρος ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾷ τοῦ ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ ἐγγραφομένου κατὰ τὸ πόρισμα τῆς ιε: τοῦ δ': Εὐ-

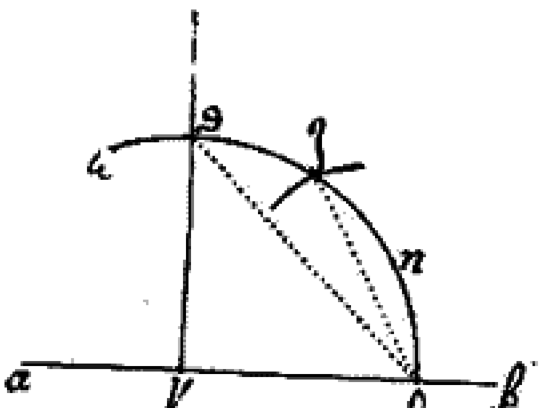
κλεί-

κλείδυ, ὥςε ἕκασος κύκλος εἰς ἓξ μέρη ἴσα τέμνεται τῇ ἰδίᾳ διαμέτρῳ. ἐπεὶ οὖν καὶ τὸ δεζ, ἡμικυκλιόν ἐςι, διαιρεθήσεται πάντως ὑπὸ τῆς γδ, ἡμιδιαμέτρου εἰς τρία ἴσα τὰ ζε, εη, ηδ, ἐπιζευχθεισῶν δὲ τῶν γη, ηθ, γε, εθ, ἔςαι κατὰ τὴν η: τοῦ α: τοῦ Στοιχειωτοῦ ἴση ἡ ὑπὸ ηγθ, γωνία τῇ ὑπὸ εγθ, ἐπιζευχθεισῶν δὲ καὶ τῶν ηδ, εζ, ἔςαι ἡ ὑπὸ δγη, ἴση τῇ ὑπὸ ζγε, κατὰ τὴν αὐτὴν, ὥςε καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ δγθ, ἴση ἔςαι ὅλῃ τῇ ὑπὸ ζγθ, κατὰ τὸ β': ἀξίωμα τοῦ αὐτοῦ, καὶ ἑπομένως ἡ θγ, κάθετός ἐςιν ἐπὶ τῆς αβ, κατὰ τὸν ι: ὅρον. ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα ἦκται γραμμή. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

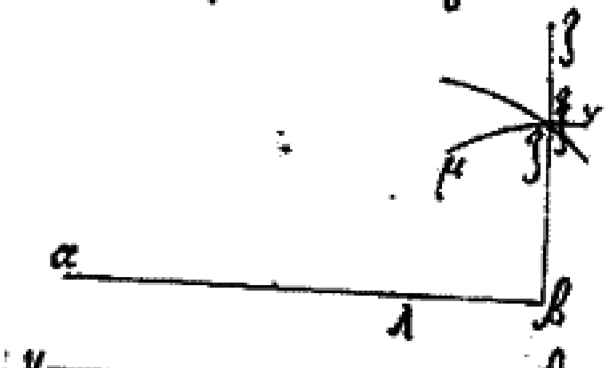
Geom. Lib. 1. Fig. 12.



Ἄλλως. Ἔςω δοθεῖσα μὲν εὐθεῖα ἡ αβ, σημεῖον δ' ἐπ' αὐτῆς τὸ γ, ἀφ' οὗ δεῖ κάθετον ἐπὶ τῆς αβ, εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. Ληφθήτω δὴ τὸ δ, σημεῖον ἐκτὸς τῆς αβ, δοθείσης εὐθείας, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ δ, διαςήματι δὲ τῷ δγ, γραφήτω τόξον τὸ εγζ, τέμνον τὴν αβ, κατὰ τὰ γ, καὶ ε, ἀπὸ δὲ τοῦ ε, διὰ τοῦ δ, διήχθω ἡ εδη, τέμνουσα τὸ εγζ, τόξον κατὰ τὸ η. Εἶτα ἐπεζεύχθω ἡ γη, καὶ ἔςαι αὕτη κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, κατὰ τὴν λα: τοῦ γ': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἡ γὰρ ὑπὸ ηγε, γωνία ὀρθή ἐςι κατὰ τὴν αὐτὴν πρότασιν.



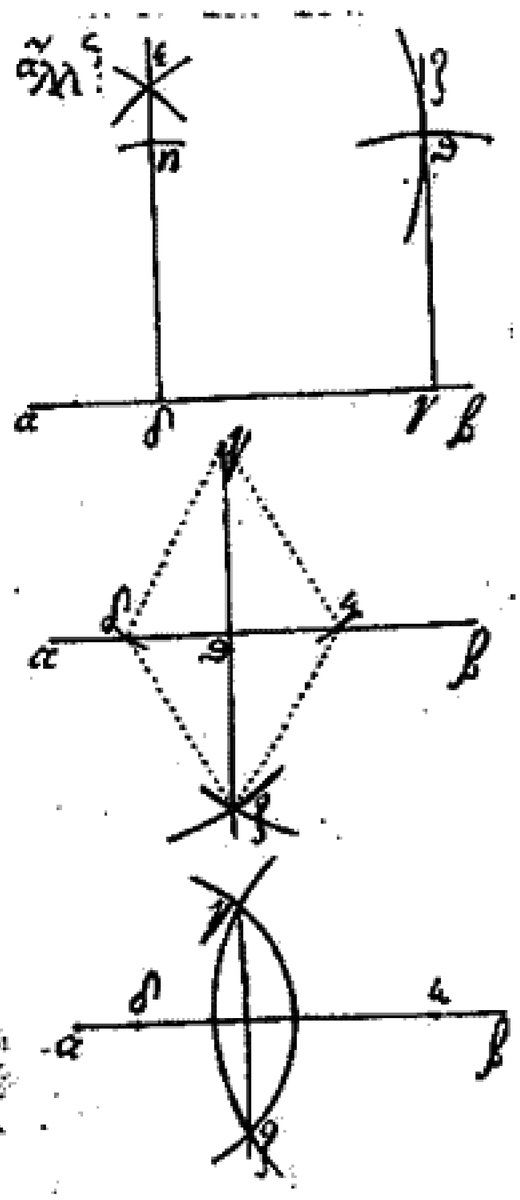
Ἄλλως. Δοθείσης ἤδη τῆς αβ, εὐθείας, καὶ τοῦ ἐπ' αὐτῆς σημείου τοῦ γ, ληφθήτω κέντρον τὸ αὐτὸ γ, διαςήματι δὲ ᾧ βούλει ἐπὶ τῆς αβ, γραφήτω τόξον τὸ δε. Εἶτα τῷ αὐτῷ διαςήματι, κέντρῳ δὲ τῷ δ, τμηθήτω τὸ δε, τόξον κατὰ τὸ ζ, καὶ διαιρεθήτω τὸ δζ, τόξον εἰς δύο ἴσα κατὰ τὸ η. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ ζ, διαςήματι δὲ τῷ δη, ἡ ηζ, τμηθήτω τὸ ζε, κατὰ τὸ θ, ἀπὸ δὲ τοῦ θ, ἐπὶ τὸ γ, ἤχθω ἡ θγ, καὶ ἔςαι τὸ ἐπιταχθὲν, τὸ γδθ, τεταρτημόριόν ἐςι κύκλου, ἡ μὲν γὰρ δζ, ἴση οὖσα τῇ δγ, κατὰ τὸ πόρ: τῆς ιε: τοῦ δ': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὑποτείνει μοίρας κύκλου 60: ἡ δὲ θδ, 90: ὅσων ἐςὶ καὶ τὸ τεταρτημόριον, τοῦ κύκλου εἰς 360: διαιρεμένου, ὡς ῥηθήσεται.



Ἄλλως. Ἔςω ἔτι δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ, σημεῖον δ' ἐπ' αὐτῆς τὸ β, ἀκροτελεύτιον μέντοι, ἀφαιρεθήτω δὴ ἀπὸ τῆς γδ, ἑτέρας εὐθείας πέντε ἴσα μέρη τὰ δε, εζ, ζη, ηθ, θκ, καὶ ληφθήτωσαν ἐξ αὐτῶν μέρη τρία, ἅτινα μετενεχθήτωσαν ἐπὶ τῆς αβ, τεμνομένης κατὰ τὸ λ, εἶτα ληφθήτωσαν μέρη τέσσαρα, καὶ τῷ αὐτῷ διαςήματι, κέντρῳ δὲ τῷ β, γραφήτω τόξον τὸ μν. τούτου δὲ γεγραμμένου, ληφθήτωσαν καὶ τὰ πέντε μέρη ἀπὸ τῆς γ δ, καὶ τῷ τούτων διαστήματι κέντρῳ τῷ λ, γραφήτω ἕτερον τόξον τέμνον τὸ μ ν, κατὰ τὸ ξ, ἀπὸ δὲ τοῦ ξ, ἐπὶ τὸ β, ἤχθω ἡ ζ β, καὶ ἔσαι κάθετος ἐπὶ τῆς α β, κατὰ τὴν μ΄: τοῦ α΄: Εὐκλείδου, ἐὰν δὲ λάβῃς καὶ ἑτέρους ἀριθμοὺς ἀναλόγως ἔχοντας τοῖς ῥηθεῖσι τὸ αὐτὸ πάντως γενήσεται. Ἐπιζευχθείσης γὰρ τῆς ξ λ, ἔσαι τὸ ἀπ᾽ αὐτῆς τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν λ β, β ζ. καὶ δι᾽ αὐτὸ τοῦτο ἡ ὑπὸ λ β ζ, γωνία ὀρθή ἐστι κατὰ τὴν μη΄: τοῦ α΄: τοῦ αὐτοῦ.

Ἄλλως. Δοθείσης ἤδη τῆς α β, σημείου δὲ τοῦ γ, ἀνεστάθω ἀπὸ τοῦ δ, τυχόντος σημείου κάθετος ἐπὶ τῆς αὐτῆς α β, ἡ δ ε, κατά τινα τῶν ἀνωτέρω τρόπον, καὶ ἀπὸ τοῦ γ, σημείου τῇ δ ε, εὐθεία παράλληλος ἤχθω ἡ γ ζ, κατὰ τὴν λ α΄: τοῦ α΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, καὶ ἔσαι ἐντεῦθεν κάθετος ἐπὶ τῆς α β, κατὰ τὴν κθ΄: τοῦ αὐτοῦ. ἢ οὕτω, ληφθήτω ἡ δ η, ἴση τῇ δ γ, καὶ κέντροις μὲν τοῖς η, καὶ γ, διαστήματι δὲ τῷ δ γ, ἢ δ η, γραφήτωσαν δύο τόξα τεμνόμενα κατὰ τὸ θ, δι᾽ οὗ ἤχθω ἡ γ ζ, καὶ ἔσαι κάθετος ἐπὶ τῆς α β, κατὰ τὴν μϛ΄: τοῦ αὐτοῦ. Δυνατὸν δὲ ἀπὸ τῶν περάτων τινὸς εὐθείας κάθετον ἐπ᾽ αὐτῆς ἀγαγεῖν καὶ κατὰ τὸν γ΄: καὶ δ΄: τρόπον τῆς παρούσης προτάσεως. ἐπειδὰν δὲ ἐκτὸς ᾖ τῆς εὐθείας τὸ σημεῖον, ὧδε ἡ πρᾶξις γενήσεται.

Geom. Lib. 1. Fig. 13.



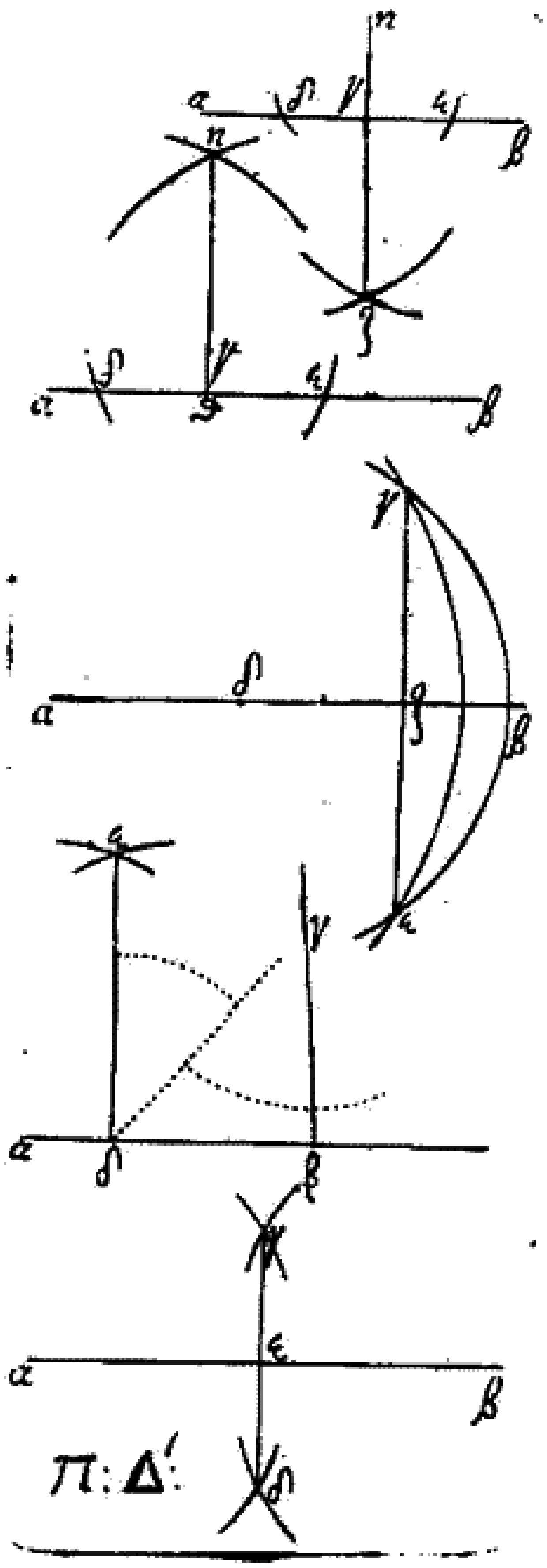
Ἔσω τοίνυν ἡ α β, δοθεῖσα εὐθεῖα, σημεῖον δὲ τὸ γ, ἐκτὸς μέντοι τῆς αὐτῆς α β, ἀφ᾽ οὗ δεῖ κάθετον ἐπὶ τῆς α β, ἀγαγεῖν, κέντρῳ μὲν δὴ τῷ γ, διαστήματι δὲ τῷ τυχόντι τόξα γραφήτωσαν ἐπὶ τῆς α β, τέμνοντα ταύτην κατὰ τὰ δ, καὶ ε, σημεῖα, κέντροις δὲ τοῖς αὐτοῖς δ, καὶ ε, σημείοις, καὶ διαστήματι ᾧ βούλει, τόξα γραφήτωσαν ὑπὸ τὴν α β, τεμνόμενα κατὰ τὸ ζ. εἶτα ἐπιζεύχθω ἡ γ ζ, τέμνουσα τὴν α β, κατὰ τὸ θ, καὶ ἔσαι πάντως κάθετος ἐπ᾽ αὐτῆς. ἐπιζευχθεισῶν γὰρ τῶν γ δ, γ ε, ζ δ, ζ ε, δείκνυται διὰ μὲν τῆς η΄: τοῦ α΄: τῶν τοῦ Εὐκλείδου, ἡ ὑπὸ δ γ ζ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ ε γ ζ. αἱ γὰρ δ γ, ε γ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ κατὰ τὴν κατασκευὴν, κοινὴ δὲ ἡ γ ζ, καὶ βάσεις αἱ δ ζ, ε ζ, ὁμοίως ἴσαι. διὰ δὲ τῆς δ΄: τοῦ αὐτοῦ ἡ ὑπὸ δ θ γ, γωνία δείκνυται ἴση τῇ ὑπὸ ε θ γ. αἱ δύο γὰρ δ γ, γ θ, ἴσαι εἰσὶ δυσὶ ταῖς ε γ, γ θ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ δ γ θ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ ε γ θ.

Ἄλλως. Δοθείσης τῆς α β, εὐθείας, καὶ σημείου τοῦ γ, ληφθήτωσαν ἑκατέρωθεν τῆς αὐτῆς α β, τυχόντα σημεῖα τὰ δ, καὶ ε, καὶ κέντροις μὲν τοῖς δ ε, διαστήμασι δὲ τοῖς δ γ, ε γ, τόξα γραφήτωσαν τεμνόμενα κατὰ τὰ γ, καὶ ζ, καὶ ἐπιζευχθήτω ἡ γ ζ, ἥτις κάθετος ἔσαι ἐπὶ τῆς α β. ἡ δεῖξις ἡ αὐτὴ τῇ ἀνωτέρω.

Εἶδ

Εἰ δέ γε τὸ γ, σημεῖον προσεγγίζει λίαν τῇ α β, δοθείσῃ εὐθείᾳ· κέντρῳ μὲν τῷ γ, διαστήματι δὲ τῷ τυχόντι, τμηθήτω ἡ α β, κατὰ τὰ δ, καὶ ε, ὡς καὶ πρότερον. εἶτα κέντροις τοῖς δ, καὶ ε, διαστήματι δὲ μείζονι γραφήτωσαν κάτω τόξα τεμνόμενα κατὰ τὸ ζ, τὰ δὲ λοιπὰ γενέσθω ὡς πρότερον, καὶ ἕξεις τὸ προσταττόμενον. ὁ λόγος ἤδη σαφὴς ἐκ τῶν ἄνωτέρω.

Geom. Lib. I. Fig. 14.



Ἐὰν δὲ ἡ α β, δοθεῖσα εὐθεῖα ἐν τῷ πέρατι ᾖ τοῦ ἐπιπέδου, τμηθείσης τῆς α β, κατὰ τὰ δ ε, ὡς πρότερον. Ληφθήτωσαν τὰ αὐτὰ δ ε, σημεῖα ὡς κέντρα, διαστήματι δὲ τῷ τυχόντι γραφήτωσαν δύο τόξα ἄνω τεμνόμενα κατὰ τὸ η, καὶ διὰ τοῦ η, καὶ γ, ἤχθω ἡ γ θ, καὶ ἔσται τὸ ἐπιταχθέν.

Ἐὰν δὲ τὸ γ, δοθὲν σημεῖον πρὸς τὸ πέρας ἀφορᾷ τῆς α β, ληφθήτωσαν δύο τυχόντα σημεῖα ἐπὶ τῆς α β, καθ' ὃ αὐτῆς μέρος δὸς εἰπεῖν τὰ α δ, καὶ κέντροις μὲν τοῖς α, καὶ δ, διαστήμασι δὲ τοῖς α γ, καὶ δ γ, γραφήτωσαν ἄνω καὶ κάτω τόξα τεμνόμενα κατὰ τὰ γ, καὶ ε, καὶ ἤχθω ἡ γ ε, τέμνουσα τὴν α β, κατὰ τὸ ζ, ἥτις κάθετος ἔσται ἐπὶ τῆς α β, κατὰ τὴν γ': τοῦ γ': τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Εἰ δὲ πλάτιον ἥτε δοθεῖσα εὐθεῖα α β, ἐν τῷ πέρατι ᾖ τοῦ ἐπιπέδου, καὶ τὸ δοθὲν σημεῖον γ, πρὸς τὸ πέρας ἀπονεύζῃ τῆς α β, εὐθείας, ἀνεστάσθω κατά τινα τῶν προτέρων τρόπων κάθετος ἐπὶ τῆς α β, ἡ δ ε, ἀπὸ τοῦ δ, τυχόντος σημείου, καὶ ταύτῃ παράλληλος ἀπὸ τοῦ γ, ἤχθω ἡ γ β. ὁ λόγος σαφὴς διὰ τῆς κ θ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὡς προείρηται.

Πρότασις Δ':

Τὴν δοθεῖσαν πεπερασμένην εὐθεῖαν δίχα τεμεῖν.

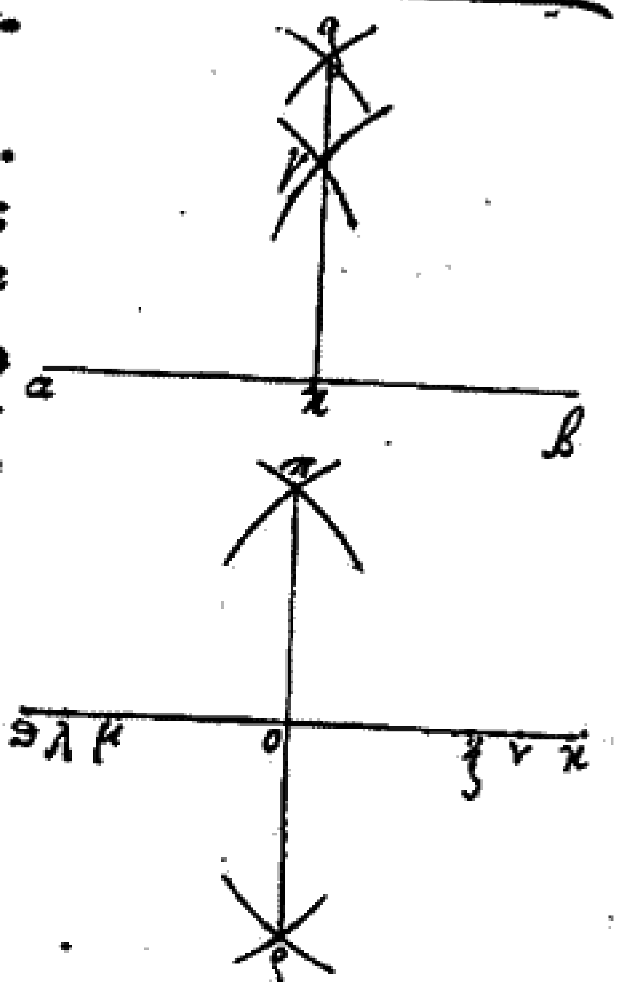
Δοθήτω τοίνυν εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ α β, καὶ ζητηθήτω τμηθῆναι δίχα. Κέντροις μὲν δὴ τοῖς α β, πέρασι τῆς αὐτῆς, διαστήματι δ' ᾧ βούλει τόξα γραφήτωσαν ἑκατέρωθεν τεμνόμενα κατὰ τὰ γ, καὶ δ, σημεῖα, καὶ διὰ τῶν γ, καὶ δ, διήχθω ἡ γ δ, εὐθεῖα τέμνουσα τὴν α β, κατὰ τὸ ε, καὶ ἔσται τὸ ἐπιταχθέν. Ἡ γὰρ δ γ, εὐθεῖα κατὰ τὰ εἴδη προειρημένα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τῆς α β, καὶ κατὰ τὴν ι: τοῦ α: τοῦ Στοιχειωτοῦ δίχα αὐτὴν τέμνει.

Εἰ δὲ

Εἰ δέ γε ἡ τμηθησομένη εὐθεῖα ἐν τῷ πέρατι τοῦ ἐπιπέδου ᾖ, ὡς μὴ δύνασθαι ἑκατέρωθεν τῆς αὐτῆς τόξα γράφεσθαι, κέντροις μὲν τοῖς α, καὶ β, διαστήματι δὲ τῷ τυχόντι γραφήτωσαν τόξα τεμνόμενα κατὰ τὸ γ, εἶτα μείζονι, ἢ ἐλάττονι τοῦ προτέρου διαστήματι γραφήτωσαν κατὰ τὰ αὐτὰ μέρη ἕτερα τόξα τεμνόμενα κατὰ τὸ ζ, καὶ διὰ τῶν ζ, καὶ γ, διήχθω ἡ ζι, καὶ τμηθήσεται ἡ αβ, δίχα κατὰ τὸ κ, ἡ δεῖξις ἡ αὐτὴ τῇ ἀνωτέρω.

Ἐὰν δὲ μεγίστη ᾖ, ὥστε μὴ δύνασθαι τὸν διαβήτην μεῖζον τοῦ ἡμίσεως ταύτης ἐκπετανθῆναι, ἀφαιρεθήτωσαν ἑκατέρωθεν τῆς αὐτῆς εὐθείας ἴσα μέρη τῷ τε πλήθει καὶ μεγέθει, τὸ δὲ ἐναπολειπόμενον μέσον ταύτης μέρος τμηθήτω δίχα κατά τινα τῶν εἰρημένων τρόπων, καὶ τμηθήσεται ἡ πᾶσα εἰς δύο ἴσα, κατὰ τὸ β΄: ἀξίωμα, ὡς ἡ θκ, ἀφ' ἧς ἀφῄρηται μὲν ἑκατέρωθεν τὰ θλ, λμ, κν, νξ, ἴσα μέρη, τὸ δὲ μξ, τέτμηται δίχα κατὰ τὸ ο, διὰ τῆς πρ, γραμμῆς.

Geom. Lib. I. Fig. 15.

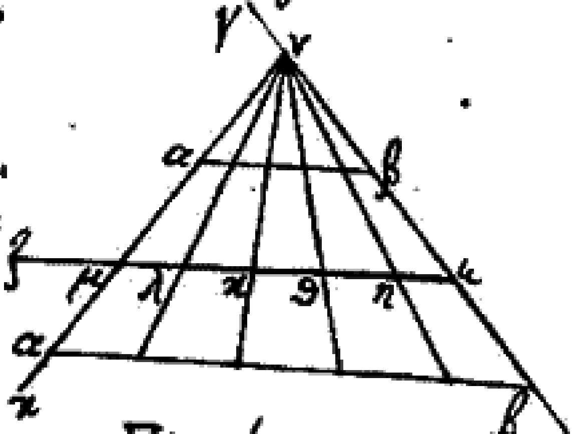


ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τῶν εἰρημένων δυνάμεθα συναγαγεῖν, ὅπως ἔχωμεν διαιρεῖν τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν εἰς πλείονα τῶν δύο ἴσα μέρη κατὰ τὸ διπλάσιον ἀεὶ χωροῦντα, οἷον εἰς τέσσαρα, ὀκτώ, ἑκκαίδεκα, δύο καὶ τριάκοντα, τέσσαρα καὶ ἑξήκοντα, καὶ τὰ λοιπά. Εἰς δύο γὰρ τὸ κατ' ἀρχὰς τῆς ὅλης διαιρεθείσης, ἐὰν ἑκάτερον ταύτης μέρος δίχα τμηθῇ, διαιρεθήσεται εἰς τέσσαρα, ἐὰν δὲ καὶ τούτων ἕκαστον τὸ αὐτὸ πάθῃ, διαιρεθήσεται εἰς ὀκτώ, καὶ τούτου ἐφεξῆς γενομένου διαιρεθήσεται ἀεὶ κατὰ τὸ διπλάσιον.

Πρότασις Ε΄:

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην εἰς ὁσαδηποτοῦν μέρη τεμεῖν.



Π: Ε΄

Κείσθω δὴ τὴν αβ, εὐθεῖαν πεπερασμένην εἰς πέντε ἴσα μέρη διελεῖν. Διὰ τοῦ β, σημείου ἤχθω ἡ δγ, εὐθεῖα τὴν τυχοῦσαν μετὰ τῆς αβ, ποιοῦσα γωνίαν, καὶ εἰλήφθω ἐπ' αὐτῆς τυχὸν σημεῖον τὸ ε, ἄνω, ἢ κάτω τῆς δοθείσης αβ, καὶ ἀπὸ τοῦ ε, παράλληλος τῇ αβ, ἤχθω ἡ εζ, ἀορίστως ἐπεκτεινομένη, ἀφ' ἧς ἀφῃρήσθωσαν πέντε μέρη ἴσα, τὰ εη, ηθ, θκ, κλ, λμ. Εἶτα ἀπὸ τοῦ α, διὰ τοῦ μ, ἤχθω ἡ αν, συμβάλλουσα τῇ δγ, κατὰ τὸ ν, ἀπὸ δὲ τοῦ ν, δι' ἑκάστου σημείου τῆς εζ, ἤχθωσαν εὐθεῖαι ἐπὶ τῆς αβ,

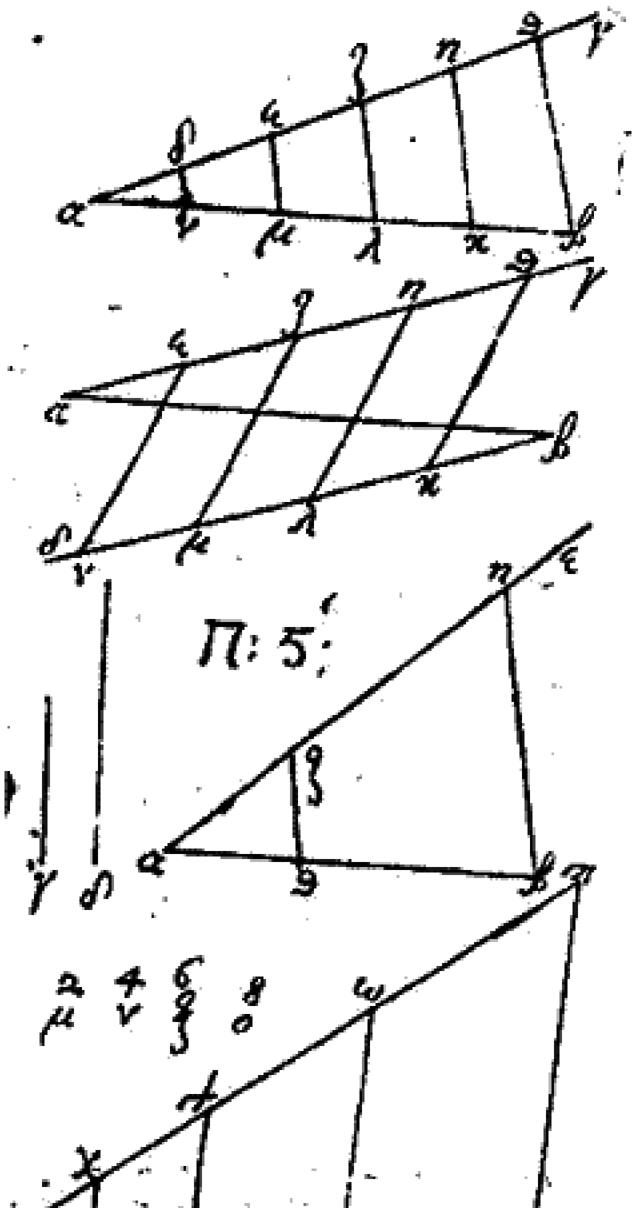
καὶ

καὶ τμηθήσεται εἰς πέντε μέρη ἴσα, ὥσπερ καὶ ἡ ε μ, κατὰ τὴν ι: τοῦ ς': τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Ἀπὸ τοῦ α, σημείου ἤχθω ἡ α γ, τυχοῦσαν ποιοῦσα γωνίαν, καὶ ἀφῃρήσθωσαν ἀπὸ τῆς α γ, τὰ α δ, δ ε, ε ζ, ζ η, η θ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ θ β, καὶ ταύτῃ παράλληλοι ἤχθωσαν ἀφ' ἑκάστου σημείου τῆς α γ, αἱ η κ, ζ λ, ε μ, δ ν, τέμνουσαι τὴν α β, καὶ διαιρεθήσεται πάντως κατὰ τὴν προειρημένην πρότασιν ἡ α β, εἰς πέντε μέρη ἴσα.

Ἄλλως. Ἀπό τε τοῦ α, καὶ β, σημείου τῆς δοθείσης α β, εὐθείας ἤχθωσαν παράλληλοι εὐθεῖαι αἱ α γ, β δ, καὶ ἀφαιρεθήτωσαν ἀφ' ἑκατέρας τῶν α γ, β δ, τέσσαρα μέρη ἴσα ἀλλήλοις, τὰ α ε, ε ζ, ζ η, η θ, β κ, κ λ, λ μ, μ ν, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ε ν, ζ μ, η λ, θ κ, καὶ ἔσται τὸ ἐπιταχθέν. Δείκνυται διὰ τῆς αὐτῆς ι: προτάσεως τοῦ ς': καὶ β': τοῦ αὐτοῦ. Δυνατὸν δέ τινι γενέσθαι καὶ διά τινων Γεωμετρικῶν ὀργάνων, ὧν τήν τε κατασκευὴν καὶ χρῆσιν ἐν τῷ β': μέρει τοῦ παρόντος, κατὰ τὸ δυνατὸν ἑρμηνεύσομεν.

Geom. Lib. 1. Fig. 16.



Πρότασις ς':

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην κατὰ τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν.

Κείσθω τὴν α β, δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν κατὰ τὸν λόγον τοῦ γ, μεγέθους ἐπὶ τὸ δ. Ἀπὸ τοῦ α, τοίνυν σημείου ἐξαχθήτω ἡ α ε, εὐθεῖα κατὰ τὴν τυχοῦσαν γωνίαν, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς αὐτῆς α ε, τὸ μὲν α ζ, μέρος ἴσον τῷ γ, τὸ δὲ ζ η, ἴσον τῷ δ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ β η, ταύτῃ δὲ παράλληλος ἤχθω ἡ ζ θ, καὶ τμηθήσεται δήπουθεν ἡ α β, κατὰ τὸ θ, ὥστε ἔχειν τὸ α θ, πρὸς τὸ θ β, ὡς ἔχει τὸ γ, πρὸς τὸ δ, κατὰ τὴν β': τοῦ ῥηθέντος ς':

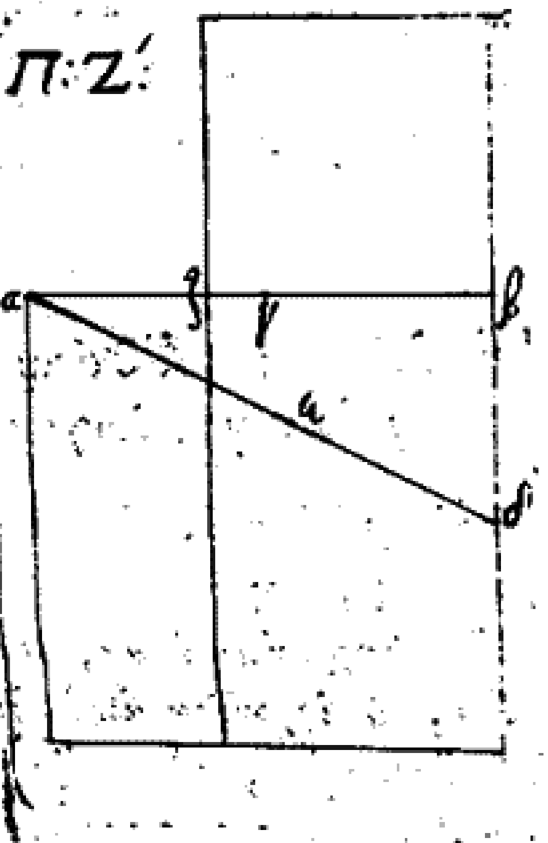
Τοῦτον τὸν τρόπον δύναται διαιρεῖσθαι ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα καὶ εἰς πλείονα μέρη κατὰ τὴν δοθεῖσαν ὁποιανδηποτοῦν ἀναλογίαν, γεωμετρικήν φημι, ἀριθμητικήν, καὶ ἁρμονικήν, ἀφαιρουμένων τῶν μερῶν τῆς ἐξαγομένης εὐθείας ἴσων τῷ τε πλήθει καὶ μεγέθει τοῖς δοθεῖσι μεγέθεσιν, ἢ ἀριθμοῖς. Οἷον κείσθω ἐπὶ παραδείγματος τεμεῖν τὴν κ λ, εὐθεῖαν εἰς μέρη φέρ' εἰπεῖν τέσσαρα ἀριθμητικῶς ἀνάλογα κατὰ τοὺς μ ν ξ ο, ἀριθμούς. Ἐξαχθήτω δὴ ἀπὸ τοῦ κ, ἡ κ π, εὐθεῖα καὶ τὴν τυχοῦσαν γωνίαν, ἀχθείσης δὲ καὶ τῆς ρσ, ἀορίστως, ἀφῃρήσθω ἀπ' αὐτῆς μέρη ὀκτὼ ἴσα ἀλλήλοις τὰ ρτ, τυ, υφ, καὶ λοιπά. Εἶτα ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς κπ, τὸ μὲν κχ, ἴσον τῷ ρ2, τὸ δὲ χψ, ἴσον τῷ ρ4, τὸ δὲ ψω, ἴσον τῷ ρ6, καὶ τὸ ωπ, ἴσον τῷ ρ8, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ πλ, καὶ ταύτῃ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ωω, ψψ, χχ, καὶ κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν τῆς ς': Εὐκλείδου διαιρεθήσεται ἡ κλ, ἀναλόγως τῇ κπ, ἧς τὰ μέρη ἀνάλογα εἴληπται τοῖς μ ν ξ ο, ἀριθμοῖς.

Πρότασις Ζ':

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἔστω ἡ αβ, δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη, ἣν δεῖ κατ' ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν. Τμηθήτω τοίνυν δίχα ἡ αβ, κατὰ τὸ γ, καὶ ἀπὸ τοῦ β, κάθετος ἐπ' αὐτῆς συσταθήτω ἡ βδ, ἴση τῇ βγ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ αδ, ἀφ' ἧς ἀφαιρεθήτω ἡ δε, ἴση τῇ βδ, ἢ βγ, τὸ δὲ ἐναπολειπόμενον εα, μετενεχθήτω ἐπὶ τῆς βα, καὶ τεμεῖ αὐτὴν κατὰ τὸ ζ, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον. ὥστε ὡς ἔχει ἡ αβ, πρὸς τὴν βζ, οὕτως ἔχειν καὶ τὴν βζ, πρὸς τὴν ζα. κατὰ γὰρ τὴν ια: τοῦ β': Στοιχειωτοῦ, πληρωθέντος τοῦ σχήματος, ἐπειδήπερ κατ' ἐκείνην ἡ δη, λαμβάνεται ἴση τῇ αδ, ἐὰν ἀπὸ τῆς αὐτῆς αδ, ἀφαιρεθῇ ἡ δε, ἴση τῇ δβ, λοιπὴ ἡ εα, ἴση ἔσται τῇ βη, τῇ δὲ βη, ἴση ἐστὶν ἡ βζ, ἄρα καὶ ἡ αε, ἴση ἔσται τῇ βζ. Ὅθεν διὰ τὸ εὐχερέστερον ἀρκεῖ μόνον τοῦ αβδ, συσταθέντος τριγώνου τὴν δε, ἀφαιρεῖν ἀπὸ τῆς αδ, τὸ δὲ λοιπὸν αὐτῆς μέρος μεταφέρειν ἐπὶ τῆς αβ, καὶ ἔσται τὸ προσταττόμενον.

Geom. Lib. 2. Fig. 17.



Πρότασις Η':

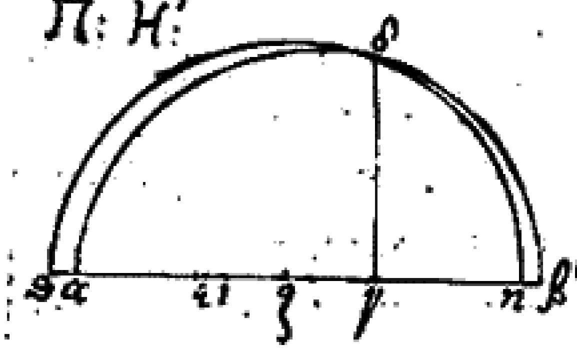
Τῆς δοθείσης εὐθείας, ἧς ἓν τῶν ἄκρων δίδοται, τὰ λοιπὰ δύο ἀνάλογα μέρη εὑρεῖν.

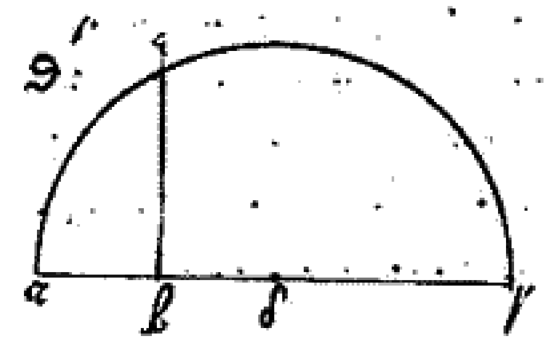
Δοθείσης ἤδη τῆς αβ, εὐθείας καὶ τοῦ γβ, μέρους αὐτῆς, ζητηθήτωσαν τὰ λοιπὰ δύο, ὥστε ἀναλόγως ἔχειν τῷ γβ. Εἰς ἐπίδειξιν δὲ τούτων, εὑρεθήτω ἡ μέση ἀνάλογος τῶν αγ, γβ, μερῶν, καὶ ἔστω αὕτη ἡ γδ, εἶτα εἰλήφθω ἡ γε, ἴση τῇ γβ, τῆς δὲ γε, δίχα διῃρημένης κατὰ τὸ ζ, γραφήτω ἡμικύκλιον ἐπὶ τῆς αβ, ἐκτεινομένης, κέντρῳ μὲν τῷ ζ, διαστήματι δὲ τῷ ζδ, γραφήτω ἡμικύκλιον τὸ θδη, τέμνον τὴν αβ, κατὰ τὰ θ, καὶ η, καὶ ληφθήτω ἡ γι, ἴση τῇ γη, καὶ ἔσται ὡς ἡ αι, πρὸς

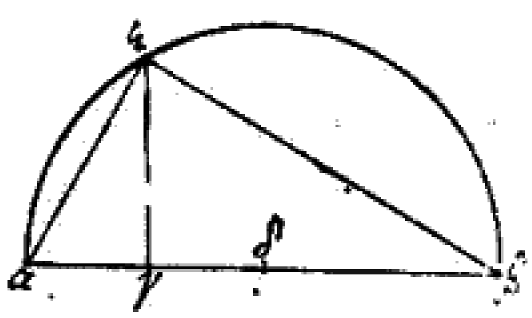
πρὸς τὴν ιγ, οὕτως ἡ ιγ, πρὸς τὴν γβ. Δείκνυται, ἐπεὶ ἡ γδ, μέση ἀνάλογός ἐστι τῶν αγ, γβ, ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ, ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ, τετραγώνῳ κατὰ τὴν ιζ΄: τοῦ ϛ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἔστι δὲ καὶ ἡ αὐτὴ γδ, μέση ἀνάλογος καὶ τῶν θγ, γη, ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν θγ, γη, ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ, τετραγώνῳ κατὰ τὴν αὐτὴν, ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῶν θγ, γη, ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ, ὀρθογωνίῳ, καὶ κατὰ τὴν ιϛ΄: τοῦ αὐτοῦ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι θγ, αγ, γβ, γη, ἀνάλογόν εἰσι, καὶ ὡς ἔχει ἡ θγ, πρὸς τὴν αγ, ἔχει καὶ ἡ γβ, πρὸς τὴν γη, καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ θγ, πρὸς τὴν γβ, ἡ αγ, πρὸς τὴν γη. εἴληπται δὲ ἡ μὲν γι, ἴση τῇ γβ, ἡ δὲ γι, ἴση τῇ γη, ἄρα ὡς ἡ θγ, πρὸς τὴν γι, ἔχει καὶ ἡ αγ, πρὸς τὴν γι, καὶ διαιρέσει, ὡς ἡ θι, πρὸς τὴν ιγ, ἡ αι, πρὸς τὴν ιγ, ἀλλὰ τῇ ιγ, ἴση ἐστὶν ἡ γβ, πάντως γε ὡς ἡ αι, πρὸς τὴν ιγ, οὕτως ἔχει καὶ ἡ θι, πρὸς τὴν γβ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ιγ ἴση τῇ θι, ὡς δειχθήσεται, ἄρα ὡς ἡ αι, πρὸς τὴν ιγ, οὕτως ἔχει καὶ ἡ ιγ πρὸς τὴν γβ, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

Ὅτι δὲ ἡ θι, ἴση ἐστὶ τῇ ιγ, δῆλον. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ζ, κέντρον ἐστὶ τοῦ θηδ, ἡμικυκλίου, πάντως γε ἡ θζ, ἴση ἐστὶ τῇ ζη. Εἴληπται δὲ καὶ ἡ ιζ, ἴση τῇ ζγ, ἀφαιρουμένων ἄρα τῶν ιζ, ζγ, ἀπὸ τῶν θζ, ζη, αἱ λοιπαὶ θι, γη, ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ τῇ γη, ἴση εἴληπται ἡ γι, ἡ θι, ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ γι. Τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας, ἧς αἱ τῶν ἄκρων δίδοται. τὰ λοιπὰ δύο ἀνάλογα εὕρηται μέρη, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Geom. Lib. 1. Fig. 18.







Πρότασις Θ΄:

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν μέσην ἀνάλογον Γεωμετρικῶς προσευρεῖν.

Κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας αἱ δοθεῖσαι αβ, βγ, εὐθεῖαι, καὶ τμηθήτω ἡ ὅλη αγ, δίχα κατὰ τὸ δ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ δ, διαστήματι δὲ τῷ δα, ἢ δγ, ἡμικύκλιον ἐπ' αὐτῆς γραφήτω τὸ αεγ, ἀπὸ δὲ τοῦ β, ἀναστᾶσα κάθετος ἐπὶ τῆς αγ, ἡ βε, καὶ αὕτη ἔσται μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βγ, δοθεισῶν εὐθειῶν κατὰ τὴν ιγ΄: τοῦ ϛ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ.

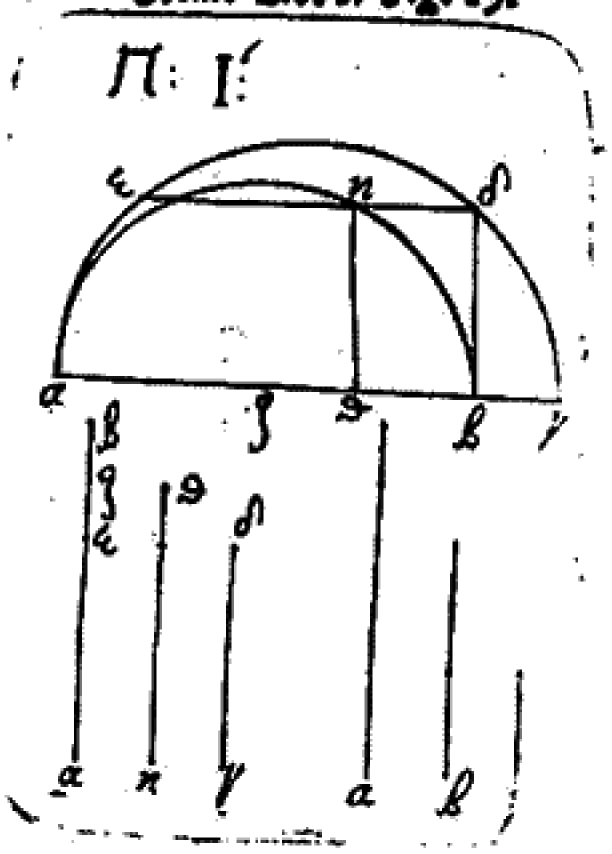
Ἄλλως. Ἔστωσαν δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ αβ, βγ, ὧν δεῖ μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν Γεωμετρικῶς. Διαιρεθήτω δὴ ἡ αβ, δίχα κατὰ τὸ δ, καὶ ἀναγεγράφθω ἐπ' αὐτῆς τὸ αεβ, ἡμικύκλιον, ἀπὸ δὲ τοῦ γ, ἀνεστάσθω κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, ἡ γε, τέμνουσα τὸ αεβ, ἡμικύκλιον κατὰ τὸ ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αε, εβ, καὶ ἡ ε β, μέση ἔςαι ἀνάλογος τῶν α β, β γ, κατὰ τὸ β': πόρισμα τῆς η': τοῦ ς': τοῦ Στοιχειωτοῦ. Εἰδέ γε βούλει μέσιω ἀνάλογον εὑρεῖν τῶν α β, α γ, ἕξεις πάντως κατὰ τὸ αὐτὸ πόρισμα τιὼ α ε, εὐθεῖαν.

Πρότασις Ι':

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀναλόγους εὑρεῖν εἰς διηχῆ ἀναλογίαν.

Ἔςωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ α β, β γ, καὶ ζητηθήτωσαν αἱ δύο μέσοι αὐτῶν ἀνάλογοι εἰς διηχῆ ἀναλογίαν. Εὑρεθήτω δὴ ἡ μέση ἀνάλογος τῶν α β, β γ, κατὰ τιὼ ἀνωτέρω, καὶ ἔςω αὕτη ἡ β δ, ἀπὸ δὲ τοῦ δ, σημείου ἤχθω παράλληλος ἡ δ ε, τῇ α γ, καὶ διαιρεθήτω ἡ α β, δίχα κατὰ τὸ ζ, καὶ γραφήτω ἐπ' αὐτῆς τὸ α η β, ἡμικύκλιον, τέμνον τιὼ δ ε, κατὰ τὸ η, καὶ ἀπὸ τοῦ η, πιπτέτω κάθετος ἡ η θ, καὶ ἔςαι τὸ ἐπιταχθὲν, ἡ γὰρ β δ, μέση ἐςὶν ἀνάλογος τῶν α β, β γ, ὥςε τὸ ὑπὸ τῶν α β, β γ, ὀρθογώνιον ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς β δ, τετραγώνῳ, ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α θ, θ β, ἴσον ἐςὶ διὰ τὰ αὐτὰ τῷ ἀπὸ τῆς θ η, τετραγώνῳ, ἡ δὲ θ η, ἴση τῇ β δ, κατὰ τιὼ λ δ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν α θ, θ β, ὀρθογών: ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς β δ, τετραγώνῳ, ἑπομένως δὲ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α β, β γ, ὀρθογωνίῳ, τέσσαρα ἄρα μεγέθη τὰ α β, β γ, α θ, θ β, ἀνάλογα ἔσονται, ἐὰν τὰ α β, β γ, ἄκρα ληφθῶσι, μέσα δὲ τὰ α θ, θ β, ἔςιν ἄρα ὡς ἡ α β, πρὸς τιὼ α θ, οὕτως ἡ θ β, πρὸς τιὼ β γ, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον. Δεῖ δὲ τιὼ β γ, μὴ μείζονα εἶναι τῆς ἡμισείας τῆς ζ β. δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν α β, β γ, εὕρηνται αὐτῶν δύο μέσοι ἀνάλογοι εἰς διηχῆ ἀναλογίαν αἱ α θ, θ β, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Geom. Lib. 1. Fig. 19.



Πρότασις ΙΑ':

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν μέσιω ἀνάλογον Ἀριθμητικῶς εὑρεῖν.

Ἔςωσαν αἱ δοθεῖσαι α β, γ δ, εὐθεῖαι, ὧν δεῖ μέσιω ἀνάλογον ἀριθμητικῶς εὑρεῖν. Ἀφαιρεθήτω οὖν ἀπὸ τῆς μείζονος α β, ἡ α ε, ἴση τῇ ἐλάττονι γ δ, καὶ τὸ λοιπὸν ε β, δίχα τμηθήτω κατὰ τὸ ζ, τῇ δὲ α ζ, ἴση εἰλήφθω ἡ η θ, καὶ αὕτη ἔςαι πάντως μέση ἀνάλογος ἀριθμητικῶς τῶν α β, γ δ, ἴσῃ γὰρ ὑπεροχῇ ὑπερέχει ἡ μὲν α β, τῆς η θ, ἡ δὲ η θ, τῆς γ δ.

ΠΟ-

ΠΟΡΙΣΜΑ.

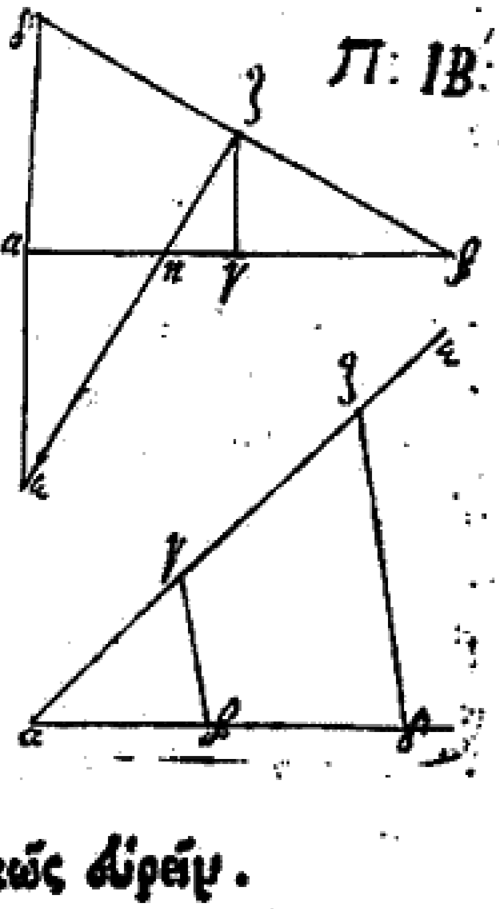
Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἡ ἀριθμητικῶς μέση ἀνάλογος εὐθεῖα, ἡμίσειά ἐστι τῶν ἄκρων συντεθειμένων.

Πρότασις ΙΒ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν μέσην ἀνάλογον Ἁρμονικῶς εὑρεῖν.

Τῶν αβ, βγ, ἤδη δοθεισῶν εὐθειῶν, καὶ τὸ αὐτὸ β, πέρας ἐχουσῶν, ζητείσθω ἡ μέση αὐτῶν ἁρμονικῶς ἀνάλογος. Εἰς εὕρεσιν δὲ ταύτης συσταθήτω κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, ἡ δε, καὶ ληφθήτω ἡ αδ, ἴση τῇ αε. Εἶτα ἐπιζεύχθω ἡ δβ, καὶ ἀπὸ τοῦ γ, ἀνεστάθω κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, ἡ γζ, τέμνουσα τὴν δβ, κατὰ τὸ ζ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ζε, τέμνουσα καὶ αὕτη τὴν αγ, κατὰ τὸ η, καὶ ἡ βη, ἔσται ἡ ζητουμένη. Τῶν γὰρ δαβ, ζβγ, τριγώνων κατὰ τὴν δ': τοῦ ς': τοῦ Στοιχειωτοῦ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, ὥστε ὡς ἔχει ἡ βα, πρὸς τὴν αδ, οὕτως ἔχει καὶ ἡ βγ, πρὸς τὴν γζ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ βα, πρὸς τὴν βγ, ἡ δα, ἤτοι ἡ αε, πρὸς τὴν γζ. Αὖθις τῶν αηε, γηζ, τριγώνων ἀνάλογον ὁμοίως εἰσὶν αἱ πλευραὶ κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν, ἄρα ὡς ἔχει ἡ αε, πρὸς τὴν αη, ἔχει καὶ ἡ γζ, πρὸς τὴν γη, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ αε, πρὸς τὴν γζ, ἡ αη, πρὸς τὴν ηγ. ὡς δὲ ἡ αε, πρὸς τὴν γζ, δέδεικται ἔχειν καὶ ἡ βα, πρὸς τὴν βγ, ἄρα ὡς ἡ αβ, α': πρὸς τὴν βγ, γ': οὕτως ἔχει καὶ ἡ αη, διαφορὰ α': πρὸς τὴν μέσην, πρὸς τὴν ηγ, διαφορὰν μέσης παρὰ τὴν γ': τοῦτο δὲ ἴδιον τῆς ἁρμονικῆς ἀναλογίας, ὡς δῆλον ἐπὶ τοῦ θεωρητικοῦ τῆς Ἀριθμητικῆς μέρους, ἄρα αἱ αβ, βη, βγ, εὐθεῖαι ἁρμονικῶς εἰσιν ἀνάλογοι, καὶ ἑπομένως ἡ βη, μέση ἀνάλογός ἐστι τῶν αβ, βγ, κατὰ τὴν ἁρμονικὴν ἀναλογίαν. δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν αβ, βγ, εὕρηται μέση ἀνάλογος ἁρμονικῶς ἡ βη. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Geom. Lib. 1. Fig. 20.



Πρότασις ΙΓ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τρίτην ἀνάλογον Γεωμετρικῶς εὑρεῖν.

Δεδόσθωσαν αἱ εὐθεῖαι αἱ αβ, αγ, καὶ ζητείσθω γ': αὐτῶν ἀνάλογος Γεωμετρικῶς. Συμπιπτέτωσαν δὴ αἱ αβ, αγ, κατὰ τὸ α, τὴν τυχοῦσαν ποιοῦσαι γωνίαν, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν κατὰ τὰ δ, καὶ ε. Εἶτα ληφθήτω ἡ βδ, ἴση τῇ αγ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ γβ, καὶ ταύτῃ παράλληλος ἀπὸ τοῦ δ, ἤχθω ἡ δζ, καὶ ἡ γζ, τρίτη ἔσται ἀνάλογος τῶν αβ, αγ. κατὰ γὰρ τὴν β': τοῦ ς': τοῦ Στοιχειωτοῦ ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν βδ, ἔχει καὶ ἡ αγ, πρὸς τὴν γζ, ἀλλ' ἡ βδ, εἴληπται ἴση τῇ αγ,

ἄρα

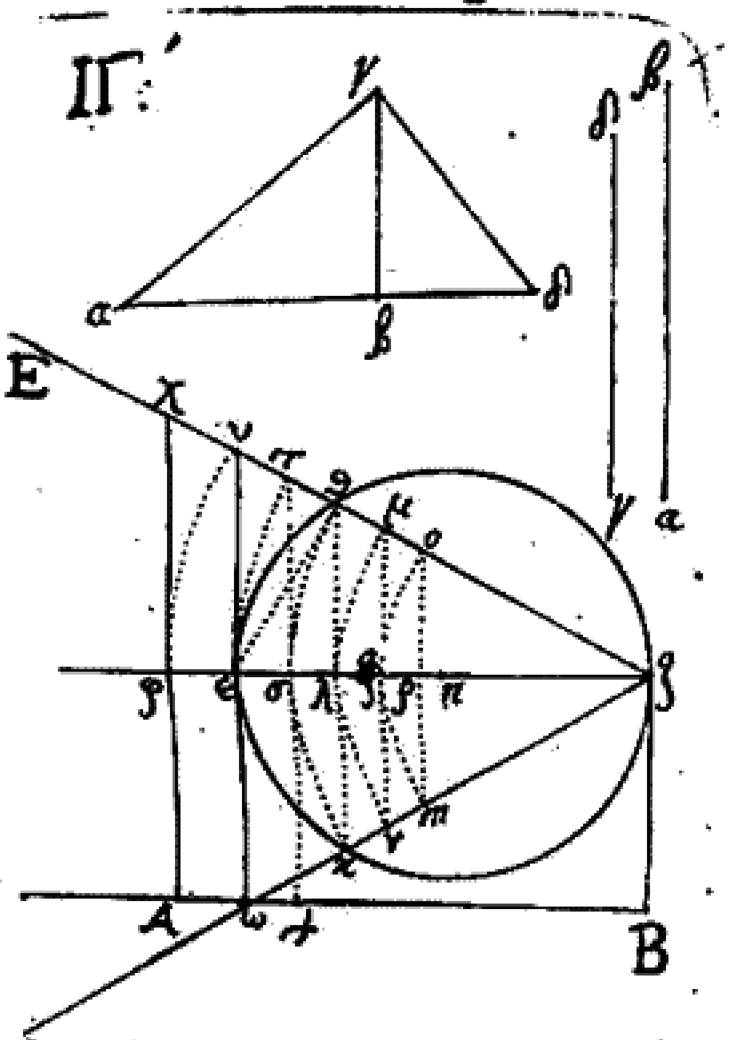
ἄρα ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν αγ, ἡ αγ, πρὸς τὴν γζ. δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν, καὶ τὰ ἑξῆς.

Ἄλλως. Κείσθωσαν αἱ αβ, βγ, δοθεῖσαι εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ αγ, τῆς δὲ αβ, ἐκβληθείσης συνιστάσθω ἀπὸ τοῦ γ, σημείου κάθετος ἐπὶ τῆς αγ, ἡ γδ, καὶ ἡ βδ, γ΄: ἀνάλογος ἔσται τῶν αβ, βγ, ὥστε ἔχειν τὴν αβ, πρὸς τὴν βγ, ὡς ἡ αὐτὴ βγ, πρὸς τὴν βδ, κατὰ τὸ α΄: πόρισμα τῆς η΄: τοῦ ς΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Εἰ δὲ αἱ δοθεῖσαι εἶναι αἱ βδ, δγ, ἔσται αὐτῶν γ΄: ἀνάλογος ἡ βα. Εἰ δὲ ζητηθῇ καὶ δ΄: ἀνάλογος παρορωμένης τῆς α΄: εὑρεθήτω γ΄: ἀνάλογος τῶν λοιπῶν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον. Εἰ δέ γε καὶ ε΄: ζητηθῇ παροραθήτω ἡ β΄: καὶ εὑρεθήτω τῶν λοιπῶν γ΄: ἀνάλογος, καὶ τοῦτο γενέσθω ἐπ᾽ ἄπειρον.

Ἄλλως. Δοθεισῶν ἤδη τῶν αβ, γδ, καὶ ζητηθείσης γ΄: αὐτῶν ἀναλόγου, ληφθήτω ἡ εζ, ἴση τῇ αβ, μείζονι. δίχα δὲ ταύτης τμηθείσης κατὰ τὸ η, γραφέτω περὶ αὐτὴν ὁ εθζκ, κύκλος, ἐν ᾧ ἐναρμοσθήτωσαν αἱ ζθ, ζκ, ἴσαι ἑκατέρα τῇ γδ, ἐλάττονι τῶν δοθεισῶν. Εἶτα ἐπιζεύχθω ἡ θκ, τέμνουσα τὴν εζ, κατὰ τὸ λ, καὶ ἡ ζλ, γ΄: ἔσται ἀνάλογος τῶν αβ, γδ, δοθεισῶν εὐθειῶν. Τῆς γὰρ εθ, ἐπιζευγνυμένης, ἔσται ἡ ὑπὸ εθζ γωνία ὀρθὴ κατὰ τὴν λα΄: τοῦ γ΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ. κατὰ δὲ τὸ πόρισμα τῆς η΄: τοῦ ς΄: τοῦ αὐτοῦ, ἔστιν ὡς ἡ εζ, πρὸς τὴν ζθ, ἡ ζθ, πρὸς τὴν ζλ.

Geom. Lib. 2. Fig. 21.



Εἰ δ᾽ αὖθις κέντρῳ μὲν τῷ ζ, διαστήματι δὲ τῷ ζλ, τόξον γραφῇ τὸ μλν, καὶ ἡ μν, ἐπιζευχθῇ τέμνουσα τὴν αζ, κατὰ τὸ ξ, ἔσται ἡ ζξ, δ΄: ἀνάλογος ἐν τῷ λόγῳ τῆς α, πρὸς τὴν γ. Τῶν γὰρ θλζ, μξζ, ἀνάλογόν εἰσι αἱ πλευραὶ κατὰ τὴν δ΄: τοῦ ς΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὥστε ὡς ἔχει ἡ θζ, πρὸς τὴν ζλ, γ΄: ἔχει, καὶ ἡ μζ, ἤτοι ἡ ζλ, ἴσαι γὰρ, πρὸς τὴν ζξ, δ΄: Γραφομένου δὲ καὶ τοῦ οξπ, τόξου κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ ζ, διαστήματι δὲ τῷ ζξ, καὶ τῆς οπ, ἐπιζευχθείσης, τμηθήσεται ἡ εζ, κατὰ τὸ ρ, καὶ ἡ ζρ, ε΄: ἔσται ἀνάλογος διὰ τὰ αὐτά. Τούτου δὲ μὲν γενομένου ἕξεις ἐφεξῆς ἀνάλογον εὐθείας ἐπ᾽ ἄπειρον κατὰ τὸν λόγον τῶν δοθεισῶν αβ, γδ, εὐθειῶν, ἐπὶ τὸ ἔλαττον μέντοι χωρούσας.

Εἰ δέ σοι βουλητὸν ἐπὶ τὸ μεῖζον τὴν ἀναλογίαν προβαίνειν, ληφθήτω ἡ ζσ, ἴση τῇ ἐλάττονι γδ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ ζ, διαστήματι δὲ τῷ ζε, ἴσῳ τῇ αβ, μείζονι,

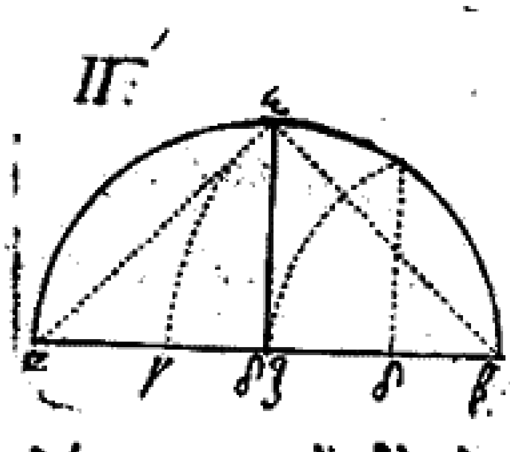
ζονι, γραφήτω τόξον τὸ ετ, καὶ ἀπὸ τοῦ ε, παράλληλος τῇ λθ, ἡ στ, ἤχθω ἡ ευ, τέμνουσα τὴν ζε, ἐπ' ἄπειρον ἐκβληθεῖσαν κατὰ τὸ υ, καὶ ἔσται ἡ ζυ, γ': ἀνάλογος τῶν γδ, αβ. Τῶν γὰρ ζευ, ζστ, τριγώνων αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσι κατὰ τὴν ἤδη ῥηθεῖσαν τοῦ ϛ': ὥστε ὡς ἔχει ἡ ζσ, ἤτοι ἡ γδ, ἴση γὰρ εἴληπται αὐτῇ ἡ ζσ, πρὸς τὴν ζτ, οὕτως ἔχει καὶ ἡ ζε, ἤτοι ἡ αβ, πρὸς τὴν ζυ, ἀλλ' ἡ ζτ, ἴση εἴληπται τῇ αβ, κατὰ τὸ α: ἄρα ἀξίωμα, ὡς ἔχει ἡ ζσ, τουτέστιν ἡ γδ, πρὸς τὴν ζτ, ἤτοι τὴν αβ, οὕτως ἔχει καὶ ἡ εζ, ἤτοι ἡ αβ, πρὸς τὴν ζυ, ἡ ζυ, ἄρα γ': ἐστὶν ἀνάλογος τῶν γδ, αβ.

Ἐὰν δὲ λάβῃς τὴν ζφ, ἴσην τῇ ζυ, καὶ ἀπὸ τοῦ φ, ἀναστήσῃς κάθετον ἐπὶ τῆς ζε, ἐκβληθείσης, τέμνουσαν τὴν ζθ, ἐκβληθεῖσαν καὶ αὐτὴν, κατὰ τὸ χ, ἡ ζχ, δ': ἔσται ἀνάλογος. ὁμοίως δ' εὑρεθήσεται καὶ ε': καὶ ϛ': τῶν αὐτῶν γινομένων, καὶ αἱ λοιπαὶ ἐφεξῆς ἐπ' ἄπειρον.

Ἵνα δὲ εὐχερέστερον ἐξάγῃς τὰς καθέτους, συνιστάσθω κάθετος ἐπὶ τῆς ζε, εὐθείας ἡ ζΒ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β, τυχόντος σημείου ἤχθω παράλληλος τῇ ζε, ἡ ΒΑ. Εἶτα λαμβανομένης τῆς ζσ, ἴσης τῇ ἐλάττονι γδ, ληφθήτω ταύτῃ ἴση ἡ Βψ, τῇ δὲ ζε, εἰλήφθω ἴση ἡ Βω, καὶ τῇ ζφ, ἡ ΒΑ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. τοῦ γὰρ κανόνος ἐφαρμοττομένου τοῖς σψ, εω, φΑ. ἕξεις τὰς στ, ευ, φχ, καθέτους.

Ἄλλως. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι αβ, βγ, τὸ αὐτὸ ἔχουσαι β, πέρας, τμηθείσης δὲ τῆς αβ, μείζονος δίχα κατὰ τὸ δ, γραφήτω περὶ αὐτὴν ἡμικύκλιον τὸ αεβ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ β, διαστήματι δὲ τῷ βγ, γραφήτω τόξον τὸ γε, τέμνον τὴν αεβ, περιφέρειαν κατὰ τὸ ε, ἀφ' οὗ κάθετος πιπτέτω ἐπὶ τῆς αβ, ἡ εζ, καὶ ἔσται ἡ βζ, γ': ἀνάλογος τῶν αβ, βγ. Ἐπιζευχθεισῶν γὰρ τῶν αε, εβ, τὰ αεβ, εζβ, τρίγωνα, ὅμοιά εἰσι. καὶ κατὰ τὴν δ': τοῦ ϛ': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὡς ἡ αβ, α: πρὸς τὴν βε, τουτέστι τὴν βγ, β': ἴσαι γὰρ αἱ βγ, βε, ὡς ἡμιδιάμετροι, οὕτως ἡ βε, ἤτοι ἡ βγ, πρὸς τὴν βζ. Ἐὰν δὲ τὰ αὐτὰ γένηται καὶ ἐπὶ τῶν βγ, βζ, εὑρεθήσεται εὐθεῖα δ': ἀνάλογος τῶν αβ, βγ, βζ, καὶ ἐφεξῆς ἐπ' ἄπειρον κατὰ τὸν ἐλάττονα λόγον, κατὰ δὲ τὸν μείζονα ὧδε. Ἔστωσαν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σχήματος δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ βγ, βζ, τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τὸ β, καὶ ἀπὸ τοῦ ζ, σημείου τῆς ἐλάττονος, ἀνεστάσθω κάθετος ἡ ζε. κέντρῳ μὲν τῷ β, διαστήματι δὲ τῷ βγ, γραφέτω τόξον τὸ γε, τέμνον τὴν ζε, κατὰ τὸ ε, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ εβ, ἐκβαλλομένης δὲ τῆς βγ, κατὰ τὸ συνεχὲς, συνιστάσθω ἐπὶ τῆς βε, κάθετος ἡ εα, καὶ ἡ βα, ἔσται τρίτη ἀνάλογος τῶν βζ, βγ. Τοῦτον τὸν τρόπον εὑρεθήσεται καὶ δ': καὶ ε': καὶ αἱ λοιπαὶ ἐφεξῆς ἐπ' ἄπειρον.

Geom. Lib. 1. Fig. 22.



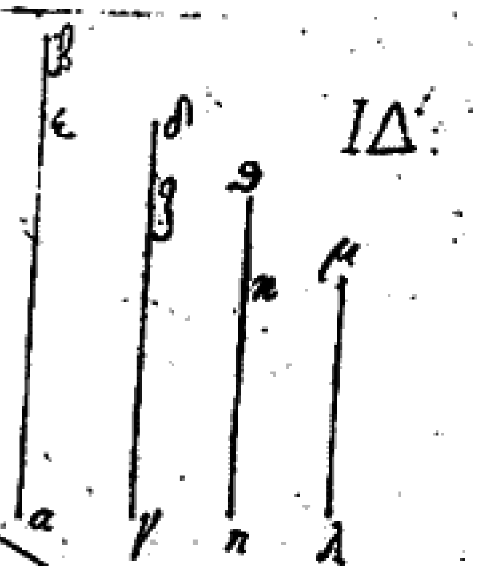
Προ-

Πρότασις ΙΔ':

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τρίτην ἀνάλογον Ἀριθμητικῶς εὑρεῖν.

Δοθήτωσαν αἱ α β, γ δ, εὐθεῖαι, καὶ ζητηθήτω αὐτῶν γ': ἀνάλογος. Ἀφῃρήσθω δὴ ἀπὸ τῆς α β, τῇ γ δ, ἴση ἡ α ε, καὶ ἔσται ὑπεροχὴ ἡ β ε, ταύτῃ δὲ ἴση ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς γ δ, ἡ δ ζ, καὶ τῇ γ ζ, ἴση εἰλήφθω ἡ η θ, καὶ αὕτη ἔσται γ': ἀνάλογος τῶν α β, γ δ. ἴσῃ γὰρ ὑπεροχῇ ὑπερέχει ἥτε α β, τῆς γ δ, καὶ ἡ γ δ, τῆς η θ. τοῦτο δὲ ἴδιον ἀριθμητικῆς ἀναλογίας. Ἐὰν δὲ καὶ ἀπὸ τῆς η θ, ἀφαιρεθῇ ἡ θ κ, ἴση τῇ δ ζ, καὶ τῇ η κ, ἴση ληφθῇ ἡ λ μ, ἕξεις αὐτῶν καὶ δ': ἀνάλογον. Τοῦτον τὸν τρόπον εὑρήσεις καὶ ε': καὶ ς': ἐπὶ τὸ ἔλαττον, καὶ τοῦτο ἐπ' ἄπειρον.

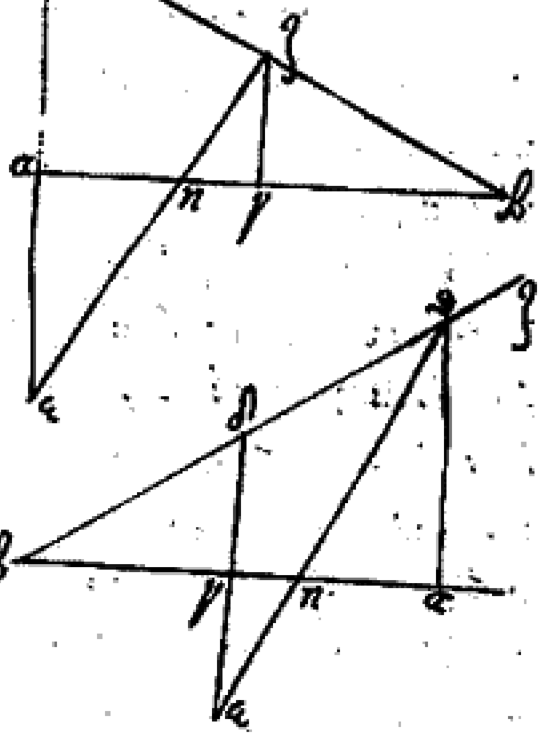
Geom. Lib. 2. Fig. 23.



Εἰδέ σοι βουλητὸν καὶ ἐπὶ τὸ μεῖζον χωρεῖν τὰς ἀναλόγους. Κείσθωσαν αἱ λ μ, η θ, καὶ ἀφῃρήσθω ἡ λ μ, ἐλάττων τῆς η θ μείζονος, τῇ δὲ γ ζ, ληφθείσῃ ἴσῃ τῇ η θ, προστεθήτω ἡ ζ δ, ἴση τῇ κ θ, καὶ ἔσται ἡ γ δ, γ': ἀνάλογος. Ἐὰν δὲ ἡ α ε, ἴση ληφθῇ τῇ γ δ, καὶ ταύτῃ προστεθῇ ἡ ε β, ἴση τῇ δ ζ, ἡ α β, δ': ἔσται ἀνάλογος ἀριθμητικῶς, καὶ τοῦτο ἐπ' ἄπειρον. Δύο ἄρα δοθεισῶν, καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις ΙΕ':

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τρίτην ἀνάλογον Ἁρμονικῶς εὑρεῖν.



Δοθήτωσαν τοίνυν αἱ α β, β η, τὸ αὐτὸ πέρας β, ἔχουσαι, καὶ ζητηθήτω γ': αὐτῶν ἀνάλογος κατὰ τὴν ἁρμονικὴν ἀναλογίαν. Εἰς εὕρεσιν δὲ ταύτης, διήχθω διὰ τοῦ α, σημείου ἡ δ ε, κάθετος ἐπὶ τῆς α β, καὶ εἰλήφθω ἴση ἡ α δ, τῇ α ε, καὶ τὰ λοιπὰ γινέσθω ὡς προηρμήνευται ἐν τῇ ι β': τοῦ παρόντος, καὶ ἔσται ἡ β γ, ἡ ζητουμένη, τουτέστιν ὡς ἔχει ἡ α β, α': πρὸς τὴν β γ, γ': οὕτως ἕξει καὶ ἡ α η, ὑπεροχὴ ἀναμέσον α': καὶ β': πρὸς τὴν η γ, ὑπεροχὴν β': παρὰ τὴν γ': ὅτι δὲ τοῦτο οὕτως ἔχει. Δείκνυται διὰ τῆς αὐτῆς ι β':

Εἰδέ γε δοθῶσιν αἱ β γ, β η, καὶ ζητηθῇ ἡ β α, ἐχέτωσαν αἱ δοθεῖσαι β γ, β η, τὸ αὐτὸ β, πέρας, καὶ ἀπὸ τοῦ γ, ἀνεστάσθω κάθετος ἐπὶ τῆς β η, ἡ γ δ, ὡς ἔτυχε, καὶ ἐκπιπτέτω ἐπὶ τὸ ε, ὥστε τὴν γ ε, ἴσην εἶναι τῇ γ δ. εἶτα ἀπὸ τοῦ β,

διὰ

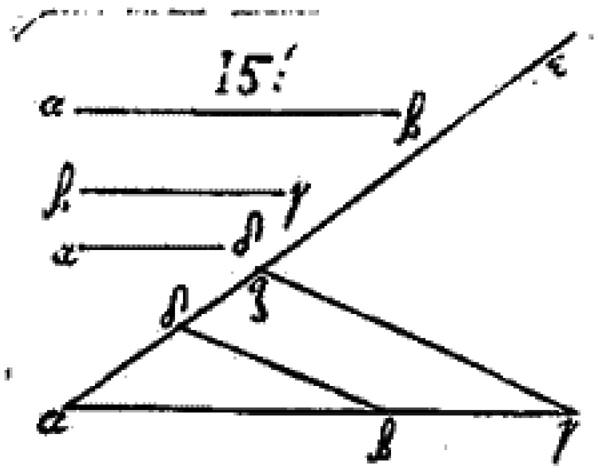
διὰ τοῦ δ, ἤχθω ἡ βζ, καὶ ἀπὸ τοῦ ε, διὰ τοῦ η, ἡ εηθ, τέμνουσα τὴν βζ, κατὰ τὸ θ, ἀφ' οὗ πιπτέτω κάθετος ἐπὶ τῆς βη, ἐκτεινομένης ἡ θα, καὶ ἡ βα, ἔσται ἡ ζητουμένη, ὥστε ὡς ἔχει ἡ α: βγ, πρὸς τὴν γ': βα, ἔχειν καὶ τὴν γη, διαφορὰν α: παρὰ τὴν βγ, β': πρὸς τὴν αη, διαφορὰν β': βη, παρὰ τὴν γ': βα. Δείκνυται διὰ τῆς ιβ': τοῦ παρόντος.

Πρότασις ΙϚ'.

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν δ': ἀνάλογον ἐν συνεχεῖ ἢ διεζευγμένῃ ἀναλογίᾳ προσευρεῖν.

Εἰ καὶ περὶ τούτου τοῦ προβλήματος ἡρμήνευται ἐν τῇ ιγ': τοῦ παρόντος, δεδόσθωσαν ὅμως διὰ τὸ εὐχερέστερον καὶ ἐπὶ τῆς παρούσης εὐθεῖαι τρεῖς αἱ αβ, βγ, αδ, καὶ ζητείσθω ἡ δ': αὐτῶν ἀνάλογος. Κείσθωσαν δὴ αἱ μὲν αβ, βγ, ἐπ' εὐθείας, ἡ δὲ αδ, ποιείτω μετὰ τῆς αβ, τὴν τυχοῦσαν γωνίαν, καὶ ἐκβληθήτω ἐπὶ τὸ ε, κατὰ τὸ συνεχές, εἶτα ἐπεζεύχθω ἡ δβ, καὶ ταύτῃ παράλληλος ἀπὸ τοῦ γ, ἤχθω ἡ γζ, τέμνουσα τὴν αδε, κατὰ τὸ ζ, καὶ ἡ δζ, δ': ἔσται ἀνάλογος τῶν αβ, βγ, αδ, κατὰ κατὰ τὴν ιβ': τοῦ ς': τοῦ Στοιχειωτοῦ.

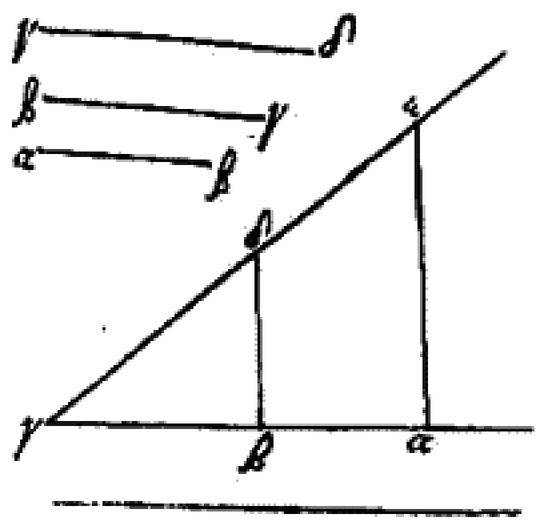
Geom. Lib. 1. Fig. 24.



Πρότασις ΙΖ'.

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν δ': ἀνάλογον προσευρεῖν ἔχουσαν πρὸς τὴν γ': ὡς ἡ α: πρὸς τὴν β':

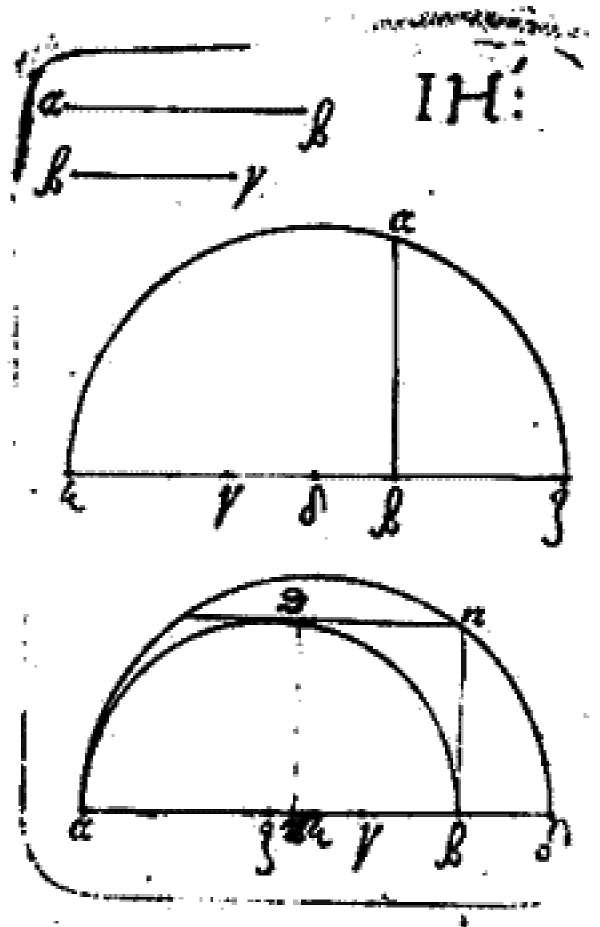
Ἔστωσαν αἱ τρεῖς δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ αβ, βγ, γδ, καὶ ζητείσθω δ': αὐτῶν ἀνάλογος, ὥστε ἔχειν πρὸς τὴν γδ, ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν βγ. Κείσθωσαν δὴ αἱ μὲν αβ, βγ, ἐπ' εὐθείας, ἡ δὲ γδ, τυχοῦσαν ποιείτω γωνίαν μετὰ τῆς βγ, καὶ τὰ λοιπὰ γενέσθω, ὡς πρότερον, καὶ ἡ δε, ἔσται ἡ ζητουμένη. ἕξει γὰρ πρὸς τὴν δγ, γ': ὡς ἡ αβ, α': πρὸς τὴν βγ, β': κατὰ τὴν β': τοῦ ς': τοῦ Στοιχειωτοῦ.



Πρότασις ΙΗ':

Μέσης ἀναλόγου κειμένης καὶ τῆς τῶν ἄκρων διαφορᾶς αὐτὰ τὰ ἄκρα εὑρεῖν.

Κείσθω ἡ α β, μέση ἀνάλογος, ἡ δὲ β γ, διαφορὰ τῶν ἄκρων, καὶ ζητείσθω τὰ ἄκρα. Τμηθήτω δὴ ἡ β γ, δίχα κατὰ τὸ δ, καὶ ἐξαχθήτω ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη κατὰ τὸ συνεχές, εἶτα ἀνεστάθω ἀπὸ τοῦ β, κάθετος ἐπὶ τῆς β γ, ἡ β α, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ δ, διαστήματι δὲ τῷ δ α, γραφήτω ἡμικύκλιον τὸ ε α ζ, καὶ αἱ ε β, β ζ, εὐθεῖαι ἔσονται τὰ ζητούμενα ἄκρα. κατὰ γὰρ τὴν ιγ': τοῦ ϛ': τοῦ Στοιχειωτοῦ ἡ β α, μέση ἐστὶν ἀνάλογος τῶν ε β, β ζ, διαφορὰ δὲ τῶν αὐτῶν ε β, β ζ, ἐστὶν ἡ β γ, δοθεῖσα εὐθεῖα. ἴσαι γὰρ αἱ δ ε, δ ζ, καὶ δ γ, δ β. ἐὰν δὲ ἀπὸ τῶν δ ε, δ ζ, ἴσων ἴσαι ἀφαιρεθῶσιν αἱ δ γ, δ β, ἐναπολειφθήσεται ἡ ε γ, ἴση τῇ β ζ, ὑπεροχὴ ἄρα τῆς ε β, πρὸς τὴν β ζ, ἐστὶν ἡ β γ, δοθεῖσα εὐθεῖα, μέσης ἄρα ἀναλόγου δοθείσης καὶ τῆς τῶν ἄκρων διαφορᾶς, εὕρηνται τὰ ἄκρα. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. Geom. Lib. 1. Fig. 25.



Πρότασις ΙΘ':

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, τῆς μὲν μείζονος ἀντ' ἄκρου ληφθησομένης, τῆς δ' ἐλάττονος ἀντὶ τῆς διαφορᾶς τῆς ἀναμέσου μέσης καὶ λοιπῆς ἐσχάτου, τὰς δύο λοιπὰς εὑρεῖν, ὧν ἀναμέσον ἡ δοθεῖσα διαφορά.

Δεδόσθω ἡ μείζων τῶν ἄκρων τριῶν ἀναλόγων εὐθειῶν, καὶ ἔστω αὕτη ἡ α β. διαφορὰ δὲ τῆς μέσης καὶ λοιπῆς ἐσχάτου ἡ β γ. Ἤχθω ἡ α β, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπὶ τὸ δ, ὥστε εἶναι τὴν β δ, ἴσην τῇ β γ, διαφορᾷ. εἶτα διαιρεθήτω δίχα ἡ μὲν α δ, κατὰ τὸ ε, ἡ δὲ α β, κατὰ τὸ ζ, καὶ κέντροις μὲν τοῖς ε, καὶ ζ, διαστήμασι δὲ τοῖς ε α, ζ α, γραφήτωσαν δύο ἡμικύκλια τὰ α η δ, α θ β, ἀπὸ δὲ τοῦ β, σημείου ἀνεστάθω ἐπὶ τῆς α δ, κάθετος ἡ β η, καὶ ἀπὸ τοῦ η, ἤχθω παράλληλος τῇ α δ, ἡ η θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ θ κ, καὶ αἱ β κ, κ γ, ἔσονται αἱ ζητούμεναι, ὥστε ὡς ἔχει ἡ α β, πρὸς τὴν β κ, οὕτως ἔχειν καὶ τὴν β κ, πρὸς τὴν κ γ. κατὰ γὰρ τὴν λδ': τοῦ α: τοῦ Στοιχειωτοῦ, αἱ β η, κ θ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἐπεὶ δὲ ἡ μὲν β η, μέση ἀνάλογός ἐστι τῶν α β, β δ, ἡ δὲ κ θ, τῶν α κ, κ β, πάντως γε τὸ ὑπὸ τῶν α β, β δ, ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α κ, κ β, ὀρθογω-

θογωνίῳ. ἑκάτερον γὰρ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς βη, ἢ κθ, τετραγώνῳ κατὰ τὴν ιζ΄: τοῦ ϛ΄: τοῦ αὐτοῦ, καὶ ἑπομένως ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν ακ, ἔχει καὶ ἡ κβ, πρὸς τὴν βδ, κατὰ τὴν αὐτήν. ἡ δὲ βδ, ἴση εἴληπται τῇ γβ, ἄρα ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν ακ, οὕτως ἔχει καὶ ἡ κβ, πρὸς τὴν βγ, καὶ δι᾽ ἀντιστροφῆς ἄρα ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν βκ, ἡ βκ, πρὸς τὴν κγ. δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν, καὶ τὰ ἑξῆς.

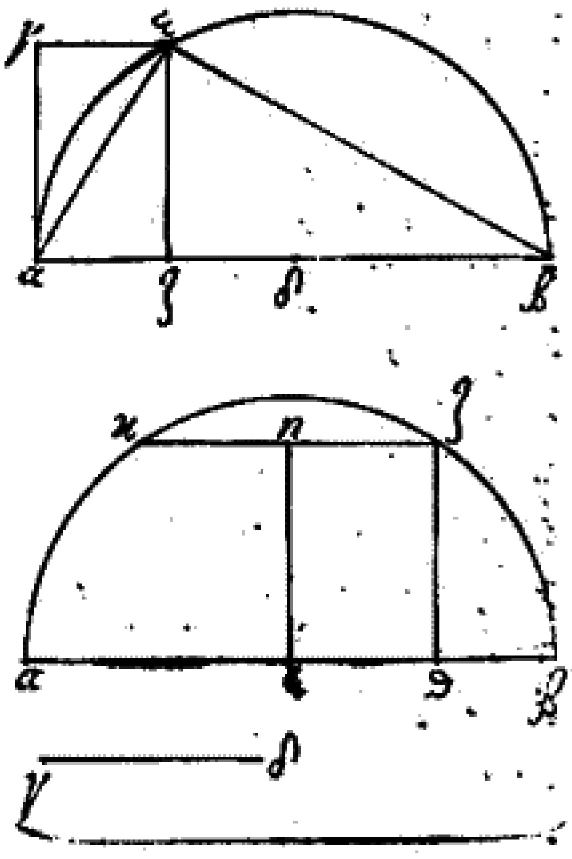
Πρότασις Κ΄:

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων τεμεῖν τὴν μείζονα, ὥστε τὴν ἐλάττονα μέσην εἶναι ἀνάλογον τῶν τῆς μείζονος τμημάτων, δεῖ δὲ τὴν ἐλάττονα μὴ μείζονα εἶναι τῆς ἡμισείας τῆς μείζονος, ἀλλ᾽ ἢ ἴσην, ἢ ἐλάττω.

Δοθήτωσαν αἱ αβ, αγ, εὐθεῖαι, καὶ κείσθωσαν ἀλλήλαις πρὸς ὀρθάς. Τμηθείσης δὲ τῆς αβ, μείζονος δίχα κατὰ τὸ δ, γραφήτω ἡμικύκλιον τὸ αεβ, καὶ ἤχθω παράλληλος τῇ αβ, ἡ γε, ἀπὸ δὲ τοῦ ε, πιπτέτω κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, ἡ εζ, καὶ τμηθήσεται ἡ αβ, κατὰ τὸ ζ, ὥστε τὴν αγ, μέσην εἶναι ἀνάλογον τῶν αζ, ζβ. ἔστι γὰρ τῶν αὐτῶν αζ, ζβ, μέση ἀνάλογος ἡ εζ, κατὰ τὴν η΄: τοῦ παρόντος. ταύτῃ δὲ ἴση ἡ αγ, κατὰ τὴν λδ΄: τοῦ α΄: τῶν Στοιχείων.

Geom. Lib. 1. Fig. 46.

Κ΄:



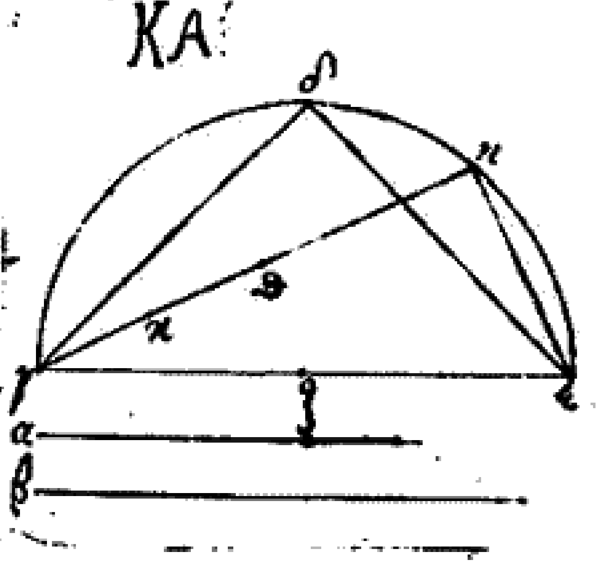
Ἄλλως. Ἔστωσαν εὐθεῖαι αἱ αβ, γδ, μείζων μὲν ἡ αβ, ἐλάττων δὲ ἡ γδ, καὶ ζητηθήτω τμηθῆναι ἡ αβ, εἰς δύο μέρη, ὥστε τὴν γδ, μέσην εἶναι ἀνάλογον τῶν μερῶν ἐκείνων. Τμηθήτω δὴ ἡ αβ, δίχα κατὰ τὸ ε, καὶ γραφήτω περὶ αὐτὴν ἡμικύκλιον τὸ αζβ, καὶ ἀπὸ τοῦ ε, ἀνεστάθω κάθετος ἡ εη, ἴση τῇ γδ, καὶ διὰ τοῦ η, ἤχθω παράλληλος τῇ αβ, ἡ κζ, ἤχθω δὲ καὶ τῇ εη, παράλληλος ἡ ζθ, τέμνουσα τὴν αβ, κατὰ τὸ θ, καὶ ἔσται ἡ γδ, μέση ἀνάλογος τῶν αθ, θβ, τμημάτων τῆς αβ. ἡ γὰρ θζ, μέση ἐστὶν ἀνάλογος τῶν αθ, θβ, κατὰ τὴν η΄: τοῦ παρόντος. αὕτη δὲ ἴση ἐστὶ τῇ εη, κατὰ τὴν λδ΄: τοῦ α΄: τοῦ Στοιχείων, ἀλλ᾽ ἡ εη, εἴληπται ἴση τῇ γδ, ἡ γδ, ἄρα μέση ἀνάλογός ἐστι τῶν αθ, θβ. δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν, καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις ΚΑ':

Δύο δοθεισῶν ἀνίσων εὐθειῶν τὴν μείζονα τεμεῖν, ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν τμημάτων αὐτῆς τετράγωνα, ἴσα εἶναι ὁμοῦ λαμβανόμενα τῷ ἀπὸ τῆς ἐλάττονος τετραγώνῳ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι α, καὶ β, ἐλάττων μὲν ἡ α, μείζων δὲ ἡ β, καὶ ζητείσθω τμηθῆναι ἡ β, ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν αὐτῆς τμημάτων τετράγωνα, ἴσα εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς α, τετραγώνῳ. Κείσθωσαν δὴ αἱ γ δ, δ ε, πρὸς ὀρθὰς, καὶ ἔστω ἑκατέρα αὐτῶν ἴση τῇ α. Ἐπιζευχθείσης δὲ τῆς γ ε, καὶ τμηθείσης δίχα κατὰ τὸ ζ, γραφέτω περὶ αὐτὴν ἡμικύκλιον τὸ γ δ ε. ὅτι δὲ τὸ γ δ ε, ἡμικύκλιον διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ δ, δειχθήσεται ἐν τοῖς τῶν τριγώνων θεωρήμασι.

Geom. Lib. 2. Fig. 27.



Κατὰ δὲ τὴν α: τοῦ δ': τοῦ Στοιχειωτοῦ ἐναρμοσθήτω εἰς τὸ γ δ ε, ἡμικύκλιον ἡ γ η, ἴση τῇ β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ε η. εἶτα ἀφῃρήσθω τῆς γ η, ἡ η θ, ἴση τῇ η ε, καὶ τμηθήτω δίχα ἡ γ θ, κατὰ τὸ κ. Λέγω τὰ ἀπὸ τῶν γ κ, κ η, τετράγωνα ἴσα εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς γ δ, τετραγώνῳ. Κατὰ γὰρ τὴν ι: τοῦ β': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἐπεὶ ἡ γ θ, δίχα τέτμηται κατὰ τὸ κ, προστέθη δὲ αὐτῇ ἐπ' εὐθείας ἡ θ η, πάντως γε τὰ ἀπὸ τῶν γ η, η θ, τετράγωνα διπλασιάζει τῶν ἀπὸ τῶν γ κ, κ η, ἀλλ' ἡ η θ, ἴση εἴληπται τῇ ε η, ἄρα καὶ τὰ ἀπὸ τῶν γ η, η ε, τετράγωνα διπλασιάζει τῶν ἀπὸ τῶν γ κ, κ η, τετραγώνων, τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν γ η, η ε, τετραγώνοις ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν γ δ, δ ε, διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ τῆς γ ε, τετράγωνον τοῖς τε ἀπὸ τῶν γ δ, δ ε, καὶ γ η, η ε, κατὰ τὴν μζ': τοῦ α': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἄρα καὶ τὰ ἀπὸ τῶν γ δ, δ ε, τετράγωνα διπλασιάζει τῶν ἀπὸ τῶν γ κ, κ η, τετραγώνων. ἐπεὶ δὲ τὰ ἀπὸ τῶν γ δ, δ ε, διπλασιάζει καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς γ δ. ἴση γὰρ ἡ γ δ, τῇ δ ε, εἴληπται, πάντως γε τὸ ἀπὸ τῆς γ δ, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γ κ, κ η. εἴληπται δὲ ἡ μὲν γ δ, ἴση τῇ α, ἡ δὲ γ η, ἴση τῇ β. Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων τέτμηται ἡ μείζων εἰς δύο μέρη, ὥστε τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐλάττονος τετραγώνῳ.

Πρό-