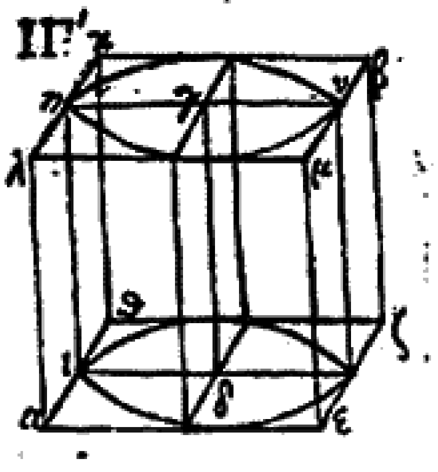
λαμβανόμεναι ἡμιολίου λόγον ἔχουσι πρὸς τὸ α γ δ ε, τετράεδρον, περιέχον αὐτὸ ἅπαξ μετὰ τοῦ ἡμίσεως, προσλαβοῦσαι δὲ καὶ τὴν β γ δ ε, πυραμίδα ἡμίσειαν οὖσαν τοῦ αὐτοῦ α γ δ ε, τετραέδρου περιέχουσι τοῦτο δίς. Ἐὰν ἄρα τῇ αὐτῇ σφαίρᾳ τετράεδρόν τε καὶ κύβος περιληφθῶσι, καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις ΙΓ':

Ἡ ἐπιφάνεια παντὸς πρίσματος περὶ ὀρθὸν περιγραφομένου κύλινδρον, ἴση ἐστὶ τῷ ὑπό τε τῆς περιμέτρου τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος καὶ τοῦ ἄξονος τοῦ κυλίνδρου περιγραφομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἔστω πρίσμα τὸ α β, οὗ βάσις ἡ α ζ, περὶ ὀρθὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον τὸν ι ν. Λέγω ὅτι ἡ τοῦ α β, πρίσματος ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τῆς αὐτοῦ α ζ, βάσεως, καὶ γ δ, ὕψους περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ βάσις τοῦ α β, πρίσματος τετράπλευρός ἐστι, πάντωςγε τὸ αὐτὸ πρίσμα ὑπὸ τεσσάρων περιέχεται παραλληλογράμμων τῶν α κ, θ β, β ε, α μ, ἀλλὰ τὸ μὲν α κ, περιέχεται ὑπό τε τῆς θ κ, καὶ α θ, τὸ δὲ θ β, ὑπό τε τῆς θ κ, καὶ θ ζ, τὸ δὲ β ε, ὑπό τε τῆς β ζ, καὶ ζ ε, καὶ τὸ α μ ὑπό τε τῆς λ α, καὶ α ε, αἱ δὲ κ θ, β ζ, λ α, ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις, ἄρα τὸ ὑπό τε τῆς κ θ, καὶ τῆς περιμέτρου τῆς α ζ, βάσεως περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τοῖς α κ, θ β, β ε, α μ, παραλληλογράμμοις, ἀλλ' ἡ μὲν θ κ, ἴση ἐστὶ τῷ ὕψει τοῦ ι ν, κυλίνδρου, τὰ δὲ α κ, θ β, β ε, α μ, παραλληλόγραμμα ἴσα τῇ τοῦ α β, πρίσματος ἐπιφανείᾳ, ἄρα ἡ τοῦ α β, πρίσματος ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῷ ὑπό τε τοῦ ὕψους τοῦ ι ν, κυλίνδρου, καὶ τῆς περιμέτρου τῆς α ζ, βάσεως, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Geom. Sol. Lib. 1. Fig. 9.



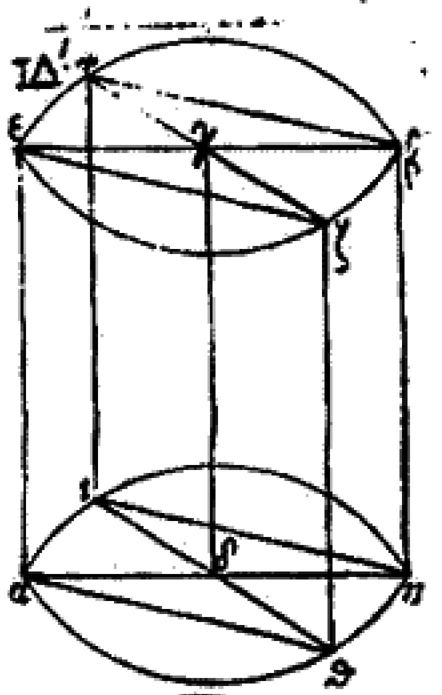
Πρότασις ΙΔ:

Ἡ τοῦ πρίσματος ἐπιφάνεια τοῦ εἰς ὀρθὸν ἐγγεγραμμένου κύλινδρον ἴση ἐστὶ τῷ ὑπό τε τοῦ ἄξονος τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς περιμέτρου τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος.

Ἔστω πρίσμα τὸ α β, οὗ βάσις ἡ α η, ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν α η β ε, κύλινδρον. Λέγω ὅτι ἡ τοῦ α β, πρίσματος ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῷ ὑπό τε τοῦ γ δ, ἄξονος τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς περιμέτρου τῆς α η, βάσεως τοῦ αὐτοῦ πρίσματος. ἐπεὶ γὰρ τοῦ α β, πρίσματος ἡ α η, βάσις τετράπλευρός ἐστι, πάντωςγε ἡ ἐπιφάνεια

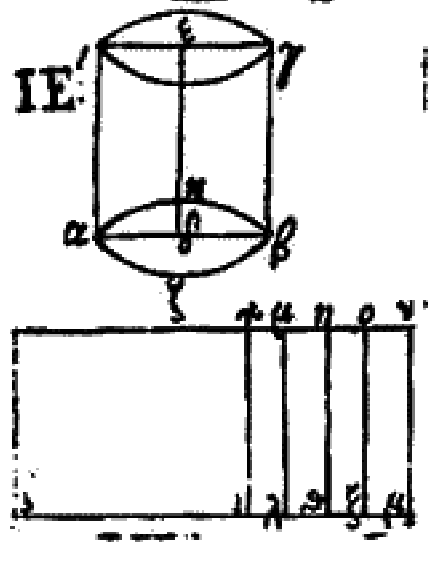
φάνεια αὐτοῦ ἴση ἐστὶ τέτταρσι παραλληλογράμμοις τοῖς ακ, ιζ, ζη, ηκ, ἀλλὰ τὰ τέτταρα ταῦτα παραλληλόγραμμα ἴσα εἰσὶ σύμπαντα τῷ ὑπό τε τοῦ ὕψους τοῦ αὐτοῦ πρίσματος καὶ τῆς περιμέτρου τῆς αη βάσεως, τὸ δὲ τοῦ πρίσματος ὕψος ἴσον ὁμοίως ἐστὶ τῷ τοῦ κυλίνδρου ἄξονι, ἄρα ἡ τοῦ αβ, πρίσματος ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῷ ὑπό τε τοῦ ὕψους τοῦ αηβε, κυλίνδρου, καὶ τῆς περιμέτρου τῆς αη, βάσεως τοῦ αβ, πρίσματος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Geom. Sol. Lib. 1. Fig. 10.



Πρότασις ΙΕ'.

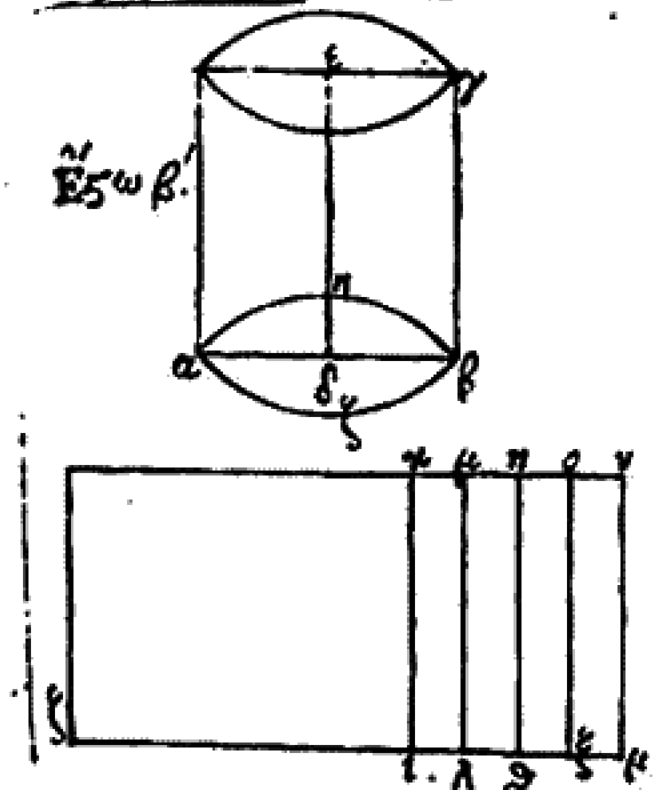
Ἡ τοῦ ὀρθοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῷ ὑπό τε τοῦ ἄξονος, καὶ τῆς περιφερείας τῆς αὐτοῦ βάσεως περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.



Ἔστω κύλινδρος ὀρθὸς ὁ αγ, οὗ ἄξων ὁ δε, βάσις δὲ ὁ αζβη, κύκλος. Λέγω δὴ τὴν τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφάνειαν ἴσην εἶναι τῷ ὑπό τε τοῦ δε, ἄξονος, καὶ τῆς περιφερείας τοῦ αζβη κύκλου. Ἔστω γὰρ τὸ ζη, ὀρθογώνιον περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ηθ, καὶ ζθ, καὶ κείσθω τὴν μὲν ηθ, ἴσην εἶναι τῷ δε, ἄξονι, τὴν δὲ ζθ, ἴσην τῇ τοῦ αζβη, κύκλου περιφερείᾳ, καὶ τοῦτο ἔσται ἴσον τῇ τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείᾳ. εἰ γὰρ μή, ἤτοι μεῖζον ἔσται, ἢ ἔλαττον. ἔστω δὴ α: μεῖζον τὸ ζη, ὀρθογώνιον τῆς τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείας. καὶ ἐπεὶ ἡ ηθ, ὑπόκειται ἴση τῷ δε, ἄξονι, ἡ δὲ ζθ, ἴση τῇ τοῦ αζβη, κύκλου περιφερείᾳ, ἀφαιρείσθω ἡ ζι, ἐλάττων τῆς τοῦ αζβη, κύκλου περιφερείας, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ζκ, ὀρθογώνιον, καὶ ἔστω τοῦτο ἴσον τῇ τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείᾳ. Ἐπεὶ οὖν ἡ ζι, ἐλάττων ὑπόκειται τῆς τοῦ αζβη, κύκλου περιφερείας, πάντως γε καὶ τὸ β': πόρισμα τῆς ιζ': τοῦ δ': τοῦ α: μέρους, δύναται ἐγγραφῆναι εἰς τὸν αζβη, κύκλον πολύγωνον, οὗ ἡ περίμετρος μείζων ἔσται τῆς ζι, τούτου δὲ πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸν δε, ἄξονα, συσταθήσεται πρίσμα, οὗ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἔσται τῷ ὑπό τε τοῦ δε, ἄξονος τοῦ αγ, κυλίνδρου, καὶ μείζονος τῆς ζι, εὐθείας περιεχομένῳ. Ἔστω δὴ τοῦτο τὸ ζμ, ὀρθογώνιον, οὗ ἡ ζλ, πλευρὰ μείζων ἐςὶ τῆς ζι, ἀλλὰ τὸ ζμ, ὀρθογώνιον μεῖζον ἐςὶ τοῦ ζκ, καὶ τὸ μὲν ζκ, ὑπετέθη ἴσον τῇ τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείᾳ, τὸ δὲ ζμ, ἴσον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πρίσματι εἰς τὸν αγ, κύλινδρον, οὗ ἡ τῆς βάσεως περίμετρος ἴση ἐςὶ τῇ ζλ, ἄρα εἰς τὸν αγ, κύλινδρον ἐγγέγραπται πρίσμα, οὗ ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐςὶ τῆς τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείας, ὅπερ ἀδύνατον. περιέχεται γὰρ ὑπὸ τοῦ κυλίνδρου. τὸ ζη, ἄρα ὀρθογώνιον οὐκ ἔςι μεῖζον τῆς τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείας.

Ἔςω β': τὸ ζη, ὀρθογώνιον ἔλαττον τῆς τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείας. Εἰλήφθω δὴ ἡ ζμ, μείζων τῆς ζθ, ἴσης ὑποτεθείσης τῇ τοῦ αζβη, κύκλου περιφερείᾳ, καὶ συνεςάθω τὸ ζν, ὀρθογώνιον, καὶ ἔςω τοῦτο ἴσον τῇ τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείᾳ. καὶ ἐπεὶ ἡ ζμ, μείζων ἐςὶ τῆς τοῦ αζβη, κύκλου περιφερείας, πάντως γε κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν ιζ': τοῦ δ': τοῦ α': μέρους, δυνατὸν περιγραφῆναι περὶ τὸν αζβη, κύκλον πολύγωνον, οὗ ἡ περίμετρος ἐλάττων ἔςαι τῆς ζμ, τούτου δὲ πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸν δε, ἄξονα, συςαθήσεται πρίσμα, οὗ ἡ ἐπιφάνεια κατὰ τὴν ἀνωτέρω ἴση ἔςαι τῷ ὑπό τε τῆς αὐτοῦ βάσεως καὶ τοῦ ἄξονος τοῦ αγ, κυλίνδρου.

Geom. Sol. Lib. 1. Fig. 11.



Ἔςω δὴ ὀρθογώνιον, ᾧτινι ἴσον ἐςὶ τὸ αὐτὸ περιγραφόμενον πρίσμα περὶ τὸν αγ, κύλινδρον τὸ ζο, οὗ ἡ ζξ, πλευρὰ ἐλάττων ἐςὶ τῆς ζμ, ἀλλὰ τὸ ζο, ἔλαττόν ἐςι τοῦ ζν, ὑποτιθεμένου ἴσου τῇ τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείᾳ, ἄρα καὶ ἡ τοῦ περιγραφομένου πρίσματος περὶ τὸν αγ, κύλινδρον ἐπιφάνεια, ᾧτινι ἴσον ἐςὶ τὸ ζο, ὀρθογώνιον, ἐλάττων ἐςὶ τῆς τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείας, περιέχει γὰρ τὸν αγ, κύλινδρον. τὸ ζη, ἄρα οὐκ ἔςιν ἔλαττον τῆς τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφανείας, δέδεικται δὲ οὐδὲ μεῖζον, ἴσον ἄρα. Ἡ τοῦ ὀρθοῦ κυλίνδρου ἄρα ἐπιφάνεια ἴση ἐςὶ τῷ ὑπό τε τοῦ ἄξονος καὶ τῆς περιφερείας, καὶ τὰ ἑξῆς.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α':

Ἐκ τῶν εἰρημένων δυνάμεθα συναγαγεῖν, ὅτι αἱ τῶν ὀρθῶν κυλίνδρων ἐπιφάνειαι τῶν τὸ αὐτὸ ἐχόντων ὕψος πρὸς ἀλλήλας ἔχουσιν ὡς αἱ τῶν βάσεων αὐτῶν διάμετροι. αἱ γὰρ τῶν τοιούτων κυλίνδρων ἐπιφάνειαι ἔχουσι λόγον, ὃν καὶ τὰ ὀρθογώνια, οἷς τισιν ἴσαι εἰσὶν, τὰ δὲ ὀρθογώνια ταῦτα ἔχουσιν πρὸς ἄλληλα ὡς αἱ τῶν βάσεων τῶν κυλίνδρων περιφέρειαι, αἱ δὲ τῶν βάσεων τῶν κυλίνδρων περιφέρειαι ἔχουσιν ὡς αἱ αὐτῶν διάμετροι.

ΠΟ-

ΠΟΡΙΣΜΑ. Β΄:

Ἔτι αἱ τῶν ὀρθῶν κυλίνδρων ἐπιφάνειαι τῶν ἴσας ἐχόντων τὰς βάσεις, πρὸς ἀλλήλας ἔχουσιν ὡς τὰ ὕψη, ἤτοι οἱ αὐτῶν ἄξονες. αἱ γὰρ τῶν τοιούτων κυλίνδρων ἐπιφάνειαι ἴσαι εἰσὶν ὀρθογωνίοις τοῖς τὸ αὐτὸ ἔχουσιν ὕψος, τὰ δὲ τοιαῦτα ὀρθογώνια πρὸς ἄλληλά εἰσιν ὡς αἱ αὐτῶν βάσεις, ἀλλὰ τῶν ὀρθογωνίων, οἷς αἱ τῶν κυλίνδρων ἐπιφάνειαι τῶν τὰς βάσεις ἴσας ἐχόντων, ἴσαι εἰσὶν, αἱ μὲν βάσεις ἴσαι εἰσὶ τοῖς τῶν κυλίνδρων ἄξοσι, τὸ δὲ ὕψος ταῖς τῶν βάσεων τῶν αὐτῶν κυλίνδρων περιφερείαις, ἄρα καὶ οἱ κύλινδροι οἱ τὰς βάσεις ἴσας ἔχοντες πρὸς ἀλλήλους ἔχουσιν ὡς οἱ αὐτῶν ἄξονες.

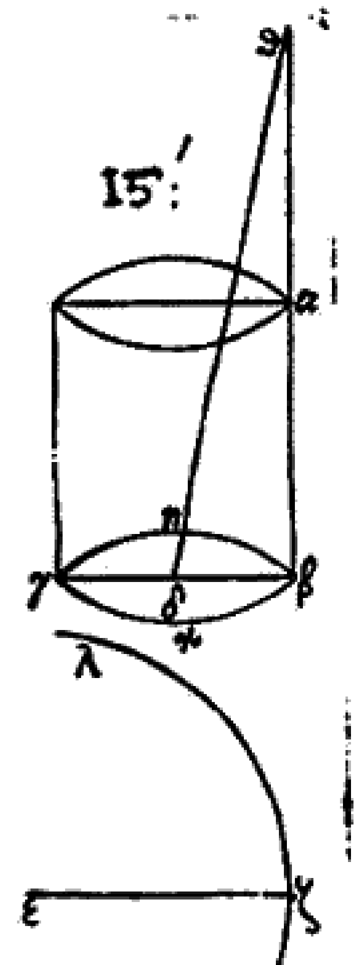
ΠΟΡΙΣΜΑ. Γ΄:

Ἔτι αἱ τῶν κυλίνδρων ἐπιφάνειαι, ὧν τὰ ὕψη, ἤτοι οἱ ἄξονες, ταῖς τῶν βάσεων ἀντιπεπόνθασι διαμέτροις, ἴσαι εἰσὶ, καὶ ἀνάπαλιν, τῶν κυλίνδρων, ὧν αἱ ἐπιφάνειαι ἴσαι, τὰ ὕψη, ἤτοι οἱ ἄξονες ταῖς τῶν βάσεων αὐτῶν διαμέτροις ἀντιπεπόνθασι. τοῦτο γὰρ καὶ τοῖς ὀρθογωνίοις ἕπεται, οἷς αἱ τῶν κυλίνδρων ἐπιφάνειαι ἴσαι.

Geom. Sol. Lib. 1. Fig. 12.

Πρότασις Ιϛ΄:

Ἡ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια ἐστὶν ἴση κύκλῳ, οὗ ἡ ἡμιδιάμετρος μέση ἐστὶν ἀνάλογος τοῦ ὕψους καὶ διαμέτρου τῆς τοῦ κυλίνδρου βάσεως.



Ἔστω κύλινδρος ὁ γα, οὗ ὕψος ἡ αβ, βάσις δὲ ὁ γηβκ, κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ γβ, καὶ εὑρεθήτω μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βγ, ἡ εζ. κέντρῳ μὲν τῷ ε, διαστήματι δὲ τῷ εζ, γραφήτω κύκλος ὁ λζμ, καὶ τούτῳ ἔσαι ἴση ἡ τοῦ γα, κυλίνδρου ἐπιφάνεια. Ἀχθήτω ἡ αβ, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπὶ τὸ θ, ὥστε τὴν βθ, διπλασίαν εἶναι τῆς βα· καὶ ἐπεὶ ἡ εζ, μέση ἀνάλογός ἐστι τῶν αβ, βγ, πάντως γε τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εζ, τετραγώνῳ κατὰ τὴν ιζ΄. τοῦ ϛ΄. τῶν Στοιχείων, ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν θβ, βδ, ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν θβ, βδ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εζ, τετραγώνῳ, ὥστε ἡ εζ, μέση ἀνάλογός ἐστι καὶ τῶν βδ, βθ, καὶ ἑπομένως ἡ δβ, πρὸς τὴν βθ, ἐν ὑποδιπλασίονι λόγῳ ἐστὶν, ἤπερ πρὸς τὴν εζ. ἀλλὰ καὶ ὁ γηβκ, κύκλος πρὸς τὸν λζμ, κύκλον ἐν ὑποδιπλασίονι λόγῳ ἐστίν, ἤπερ ἡ δβ, ἡμιδιάμετρος πρὸς τὴν εζ, ἡμιδιάμετρον κατὰ τὴν α: τοῦ γ': τοῦ α: μέρους, ἄρα ὁ γηβκ, κύκλος πρὸς τὸν λζμ, ἔχει ὡς ἡ δβ, εὐθεῖα πρὸς τὴν βθ. Αὖθις ἐπεὶ ἡ τοῦ γα, κυλίνδρου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῷ ὑπό τε τῆς αβ, εὐθείας καὶ γηβκ, περιφερείας περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ κατὰ τὴν ἀνωτέρω, τὸ δὲ ὑπό τε τῆς αβ, καὶ γηβκ. περιφερείας περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ κατὰ τὴν ιβ': τοῦ γ': οὗ ἡ μία τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν πλευρὰ ἐστὶν ἡ βθ, ἡ δὲ ἑτέρα ἡ τοῦ γηβκ, κύκλου περιφέρεια, ἄρα ἡ τοῦ γα, κυλίνδρου περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῷ τούτῳ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀλλὰ καὶ ὁ γηβκ, κύκλος ἴσος ἐστὶν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, οὗ ἡ μὲν μία τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν αὐτοῦ γωνίαν πλευρὰ ἐστὶν ἡ δβ, ἡμιδιάμετρος, ἡ δ' ἑτέρα ἡ αὐτοῦ περιφέρεια κατὰ τὸ πόρισμα, τῆς κα: τοῦ δ': τοῦ α: μέρους, λαμβανομένης δὲ τῆς μὲν γηβκ, περιφερείας ἀντὶ ὕψους, ἀντὶ δὲ βάσεων τῶν θβ, βδ, εὐθειῶν, συσταθήσονται δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ἰσοϋψῆ, ὧν τὸ μὲν ἴσον ἔσται τῇ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείᾳ, τὸ δὲ τῷ γηβκ, κύκλῳ, καὶ πρὸς ἄλληλα ἕξουσιν ὡς ἡ δβ, πρὸς τὴν βθ. ἄρα καὶ ὁ γηβκ, κύκλος ἕξει πρὸς τὴν τοῦ γα, κυλίνδρου ἐπιφάνειαν, ὡς δβ, πρὸς τὴν βθ, ὡς δὲ ἡ δβ, πρὸς τὴν βθ, ἔχει ὁ αὐτὸς γηβκ, κύκλος καὶ πρὸς τὸν λζμ, κύκλον, ὡς δέδεικται, ἄρα ὁ γηβκ, κύκλος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρός τε τὸν λζμ, κύκλον, καὶ πρὸς τὴν τοῦ γα, κυλίνδρου ἐπιφάνειαν, καὶ ἑπομένως κατὰ τὴν θ': τοῦ ε': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἡ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν τῷ λζμ, κύκλῳ, οὗ ἡ εζ, ἡμιδιάμετρος μέση ἐστὶν ἀνάλογος τοῦ αβ, ὕψους, καὶ βγ, διαμέτρου, τῆς τοῦ γκ, κυλίνδρου βάσεως. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Α': Ἡ τοῦ κυλίνδρου βάσις πρὸς τὴν καμπύλην αὐτοῦ ἐπιφάνειαν ἔχει, ὡς ἡ ταύτης ἡμιδιάμετρος πρὸς τὸ διπλοῦν τοῦ κυλίνδρου ὕψος.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Β': Ἡ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια ἔχει πρὸς τὴν αὐτοῦ βάσιν, ὡς τὸ ὑπό τε τοῦ ὕψους καὶ τῆς περιφερείας τῆς αὐτοῦ βάσεως περιεχόμενον ὀρθογώνιον πρὸς τὸ ὑπό τε τῆς ἡμιδιαμέτρου καὶ περιφερείας τῆς βάσεως περιεχόμενον ὀρθογώνιον.

Πρότασις ΙΖ':

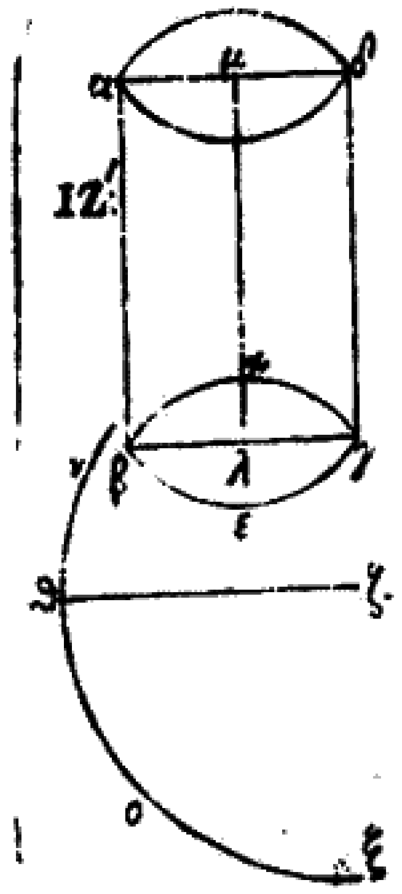
Ἡ τοῦ ὀρθοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν αὐτοῦ βάσιν ἔχει, ὡς τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθογώνιον πρὸς τὸ τῆς ἡμιδιαμέτρου τετράγωνον.

Ἔστω κύλινδρος ὀρθὸς ὁ αβγδ, οὗ βάσις ὁ βεγκ, κύκλος, καὶ ἄξων ὁ λμ. Λέγω ὅτι ἡ τοῦ αβγδ, κυλίνδρου ἐπιφάνεια ἔχει πρὸς τὸν βεγκ, κύκλον, ὡς τὸ διὰ τοῦ λμ, ἄξονος αὐτοῦ ὀρθογώνιον τὸ αγ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βλ, τετράγωνον. Εὑρεθήτω μέση ἀνάλογος τῶν βγ, λμ, ἡ ζθ, καὶ κέντρῳ μὲν

τῷ

τῷ ζ, διαστήματι δὲ τῷ ζθ, γραφέτω κύκλος ὁ θνξο. Δείκνυται. ὁ θνξο, κύκλος πρὸς τὸν βεγκ, ἔχει, ὡς τὸ τῆς ζθ, τετράγωνον πρὸς τὸ τῆς βλ. ἐπεὶ γὰρ οἱ κύκλοι ἐνδιπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων ἡμιδιαμέτρων, ὡς καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἡμιδιαμέτρων τετράγωνα, πάντως γε οἱ κύκλοι ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους ὡς τὰ τετράγωνα τῶν ἰδίων ἡμιδιαμέτρων. ἀλλ᾽ ὁ θνξο, κύκλος ἴσος ἐστὶ κατὰ τὴν ἀνωτέρω τῇ τοῦ αβγδ, δοθέντος κυλίνδρου ἐπιφανείᾳ, ἄρα καὶ ἡ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὸν βεγκ, κύκλον ἔχει, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ζθ, τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βλ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ζθ, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν βγ, λμ, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ τῷ αγ, ἄρα ἡ τοῦ αβγδ, κυλίνδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν αὐτοῦ βάσιν τὸν βεγκ, κύκλον ἔχει, ὡς τὸ αγ, διὰ τοῦ ἄξονος αὐτοῦ ὀρθογώνιον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βλ, τετράγωνον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Geom. Sol. Lib. 1. Fig. 13.



ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δυνάμεθα συναγαγεῖν, ὅτι ἡ τοῦ τυχόντος ὀρθοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὸν τυχόντα κύκλον ἔχει, ὡς τὸ διὰ τοῦ ἄξονος αὐτοῦ ὀρθογώνιον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἡμιδιαμέτρου τοῦ κύκλου τετράγωνον. ἐπεὶ γὰρ ἡ τοῦ αβγδ, φέρ᾽ εἰπεῖν, κυλίνδρου ἐπιφάνεια ἔχει πρὸς τὸν βεγκ, κύκλον, ὡς τὸ διὰ τοῦ λμ, ἄξονος αὐτοῦ ὀρθογώνιον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βλ, τετράγωνον, ὡς δὲ ὁ βεγκ, κύκλος πρὸς τὸν θνξο, δὸς εἰπεῖν, κύκλον, ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς βλ, ἡμιδιαμέτρου τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζθ, ἡμιδιαμέτρου. ἄρα καὶ δι᾽ ἴσου ἡ τοῦ αβγδ, κυλίνδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὸν θνξο, κύκλον ἔχει, ὡς τὸ διὰ τοῦ λμ, ἄξονος ὀρθογώνιον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζθ, ἡμιδιαμέτρου τοῦ αὐτοῦ κύκλου τετράγωνον.

Πρότασις ΙΗʹ.

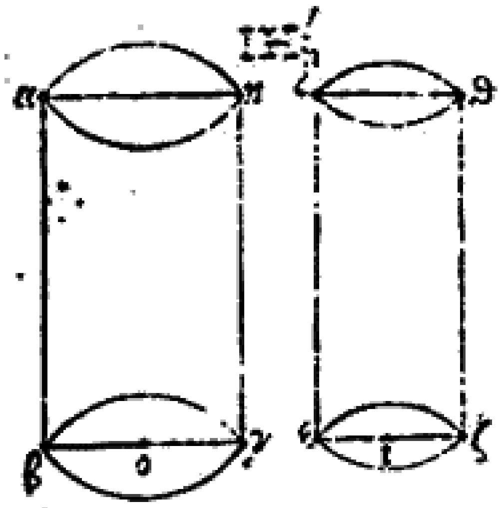
Αἱ τῶν ὀρθῶν κυλίνδρων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας ἔχουσιν ὡς τὰ διὰ τῶν ἀξόνων αὐτῶν ὀρθογώνια.

Ἔστωσαν ὀρθοὶ κύλινδροι οἱ αγ, δζ. Λέγω δὴ τὰς τούτων ἐπιφανείας ἔχειν πρὸς ἀλλήλας, ὡς τὰ διὰ τῶν ἀξόνων αὐτῶν ὀρθογώνια, τὰ αβγη, δεζθ, κατὰ γὰρ τὴν ἀνωτέρω, ἡ τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὸν βγ, κύκλον ἔχει ὡς τὸ αβγη, ὀρθογώνιον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βο, τετράγωνον, ἀλλ᾽ ὡς ὁ βγ, κύκλος πρὸς τὸν εζ, κύκλον, ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς βο, τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς

εζ,

Geom. Sol. Lib. I. Fig. 14.

ιζ, ὡς δὲ ὁ εζ, κύκλος πρὸς τὴν τοῦ δζ, κυλίνδρου ἐπιφάνειαν, οὕτω τὸ τῆς ιζ, τετράγωνον πρὸς τὸ δεζθ, ὀρθογώνιον, ἄρα καὶ δι' ἴσου, ὡς ἡ τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ δζ, ἐπιφάνειαν, τὸ αβγη, ὀρθογώνιον πρὸς τὸ δεζθ, τέσσαρα γὰρ μεγέθη, ἡ τοῦ αγ, κυλίνδρου ἐπιφάνεια, ὁ βγ, κύκλος, ὁ εζ, καὶ ἡ τοῦ δζ, κυλίνδρου ἐπιφάνεια, καὶ ἄλλα τοσαῦτα, τὸ αβγη, ὀρθογώνιον, τὸ ἀπὸ τῆς βο, τετράγωνον, τὸ ἀπὸ τῆς ιζ, καὶ τοῦτο τετράγωνον, καὶ τὸ δεζθ, ὀρθογώνιον ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντα, καὶ σὺν δύο λαμβανόμενα τεταγμένως, πάντως γε καὶ δι' ἴσου ἀνάλογα ἔσονται. αἱ τῶν ὀρθῶν ἄρα κυλίνδρων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας ἔχουσιν, ὡς τὰ διὰ τῶν ἀξόνων αὐτῶν ὀρθογώνια.

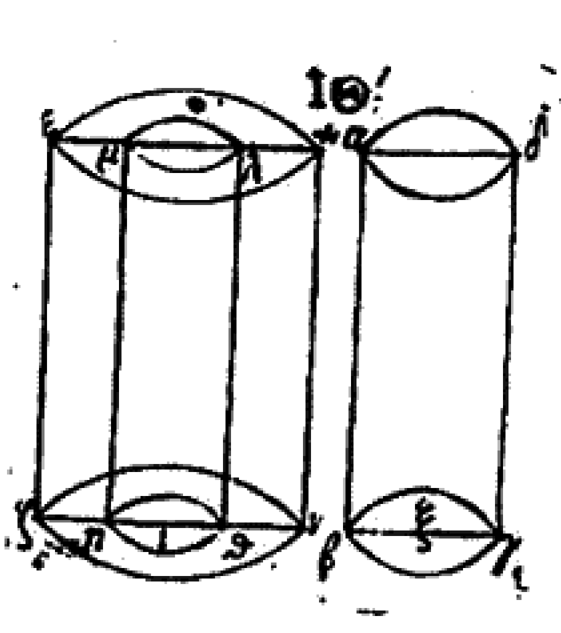


Πρότασις ΙΘ'.

Τὸ τοῦ κυλίνδρου στερεὸν πρὸς τὸ τοῦ κυλινδρικοῦ σίφωνος στερεόν, τοῦ τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντος τῷ κυλίνδρῳ, ἔχει, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ἡμιδιαμέτρου τῆς τοῦ κυλίνδρου βάσεως τετράγωνον πρὸς τὸ τῆς ζώνης ὀρθογώνιον.

Ἔστω κύλινδρος μὲν ὁ αβγδ, σίφων δὲ κυλινδρικὸς καὶ ἰσοϋψὴς τῷ αβγδ, κυλίνδρῳ ὁ εηθκ. ἔστω δὲ καὶ ζώνη τῶν ζν, ηθ, βάσεων ἡ ζηθν. Λέγω δὴ τὸ τοῦ αβγδ, κυλίνδρου στερεὸν ἔχειν πρὸς τὸ τοῦ εηθκ, κυλινδρικοῦ σίφωνος στερεόν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ζγ, ἡμιδιαμέτρου τῆς βγ, αὐτοῦ βάσεως τετράγωνον πρὸς τὸ τῆς ζηθν, ζώνης ὀρθογώνιον, τουτέστι τὸ ὑπὸ τῶν ζη, ην, περιεχόμενον. ὁ μὲν γὰρ ὅλος εζνκ, κύλινδρος πρὸς τὸν ἀφαιρούμενον μηθλ, κύλινδρον ἔχει, ὡς ἡ ὅλη ζν, βάσις πρὸς τὴν ἀφαιρουμένην ηθ, βάσιν, ἰσοϋψεῖς γάρ, καὶ ἑκάτερος συνίσταται διὰ πολλαπλασιασμοῦ τῆς αὐτοῦ βάσεως ἐπὶ τὸ ὕψος, ὡς ὀψόμεθα, ἄρα κατὰ τὴν ιθ'. τοῦ ε'. τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἔχει καὶ ὅλος ὁ εζνκ, κύλινδρος πρὸς τὸ λοιπόν, τουτέστι τὸν εηθκ, κυλινδρικὸν σίφωνα, ὡς ἡ ὅλη ζν, βάσις πρὸς τὸ λοιπόν, ἤτοι τὴν ζηθν, ζώνην. ὡς δὲ ἡ ζν, βάσις πρὸς τὴν ζηθν, ζώνην, ἔχει καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ζι, ἡμιδιαμέτρου τῆς ζν, βάσεως τετράγωνον πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ζη, ην, ὀρθογώνιον κατὰ τὴν ιθ': τοῦ δ': τοῦ

Geom: Sol. lib. I. Fig. 15.



δ: μι.

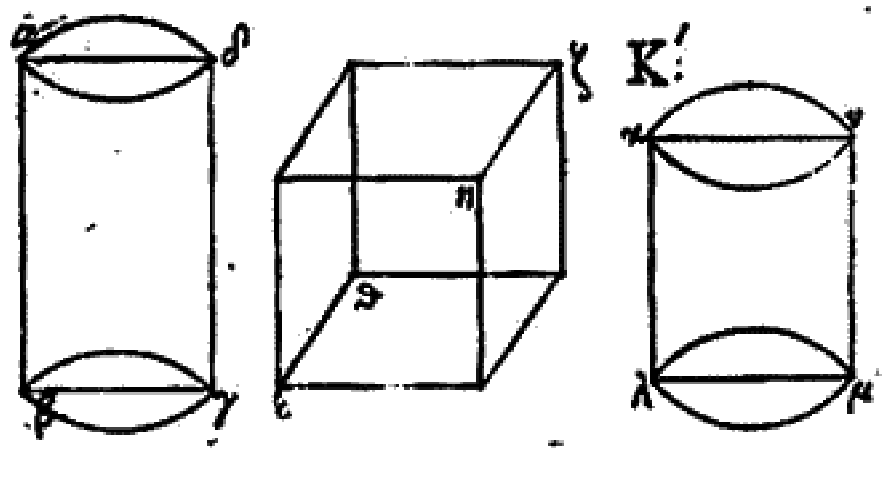
δ: μέρους, ἄρα καὶ τὴν ια: τοῦ ε: τοῦ Ἐπιχειρωτοῦ, ὁ ιζνκ, κύλινδρος ἔχει πρὸς τὸν ιηθκ, κυλινδρικὸν σίφωνα, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ζι, τετράγωνον πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ζη, ην, περιεχόμενον ὀρθογώνιον. ἀλλ' ὡς ὁ αβγδ, κύλινδρος πρὸς τὸν ιζνκ, ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς βξ, ἡμιδιαμέτρου τῆς τοῦ αβγδ, βάσεως τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζι, ἄρα καὶ δι' ἴσου ἀτάκτως ὡς ὁ αβγδ, κύλινδρος πρὸς τὸν ιηθκ, κυλινδρικὸν σίφωνα, τὸ ἀπὸ τῆς βξ, τετράγωνον πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ζη, ην, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, τουτέστι τὸ τῆς ζώνης. Τὸ τοῦ κυλίνδρου ἄρα στερεὸν πρὸς τὸ τοῦ κυλινδρικοῦ σίφωνος στερεὸν τοῦ τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντος τῷ κυλίνδρῳ ἔχει ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ἡμιδιαμέτρου τῆς τοῦ κυλίνδρου βάσεως τετράγωνον πρὸς τὸ τῆς ζώνης ὀρθογώνιον, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις Κ'.

Ἐὰν κύλινδρος τῷ τυχόντι πρίσματι ἴσος ᾖ, αἱ τούτων βάσεις ἀντιπεπόνθασι τοῖς ὕψεσι, καὶ ἐὰν κυλίνδρου καὶ πρίσματός τινος αἱ βάσεις ἀντιπεπόνθασι τοῖς ὕψεσιν, ὁ κύλινδρος ἴσος ἔσται τῷ πρίσματι.

Ἔστω κύλινδρος ὁ αβγδ, ἴσος τῷ τυχόντι πρίσματι εζ, οὗ βάσις ἡ εη, καὶ ὕψος τὸ εθ. Λέγω ὅτι αἱ βάσεις τοῦ τε αβγδ, κυλίνδρου, καὶ εζ, πρίσματος ἀντιπεπόνθασι τοῖς αὐτῶν ὕψεσιν, τουτέστιν ὡς ἡ βγ, βάσις τοῦ αβγδ, κυλίνδρου πρὸς τὴν εη, βάσιν τοῦ εζ, πρίσματος, οὕτω καὶ τὸ εθ, ὕψος τοῦ εζ, πρίσματος πρὸς τὸ αβ, ὕψος τοῦ αβγδ, κυλίνδρου. Ἔστω δὴ ἕτερος κύλινδρος ὁ κλμν, ἔχων τήν τε βάσιν λμ, ἴσην τῇ εη, βάσει τοῦ εζ, πρίσματος, καὶ τὸ λκ, ὕψος τῷ εθ, ὕψει. καὶ ἑπομένως ὁ κλμν, κύλινδρος ἴσος ἔσται τῷ εζ, πρίσματι. (ἑκατέρου γὰρ τὸ στερεὸν ἴσον ἐστὶ τῷ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῆς αὐτοῦ βάσεως ἐπὶ τὸ ὕψος, ἑκατέρου δὲ αἵ τε βάσεις καὶ τὰ ὕψη ἴσα.) ἀλλὰ τῷ εζ, πρίσματι ἴσος ὑπετέθη καὶ ὁ αβγδ, κύλινδρος, ὁ αὐτὸς ἄρα ἴσος ἐστὶ καὶ τῷ κλμν, κυλίνδρῳ κατὰ τὸ α: ἀξίωμα τοῦ α: τοῦ Ἐπιχειρωτοῦ, κατὰ δὲ τὴν ιε: τοῦ ιβ': τοῦ αὐτοῦ, αἱ βάσεις τῶν αβγδ, κλμν, κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς τῶν αὐτῶν ὕψεσιν. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βγ, πρὸς τὴν λμ, τὸ λκ, πρὸς τὸ βα, ἀλλ' ἡ λμ, βάσις ἴση ἐστὶ τῇ εη, καὶ τὸ λκ, ὕψος τῷ εθ, ἄρα ὡς ἡ βγ, βάσις πρὸς

Geom. Sol. Lib. 1. Fig. 26.



τὴν