τὸ αβ, τεταρτημόριον πρὸς αὐτὴν ἔχει. καὶ γραφήτω ἀπὸ κέντρου τοῦ δ, διαστήμα-
τι τῷ δι, τεταρτημόριον τὸ ιλ, ἔσαι δὲ τὸ ιλ, τεταρτημόριον κατὰ τὴν ὑπόθεσιν
ἴσον τῷ αδ, ὡς ἀνωτέρω δέδεικται καὶ τῷ εζ. ἀλλ᾽ ὡς τὸ αβ, τεταρτημόριον
πρὸς τὸ βη, τόξον, τὸ λι, τεταρτημόριον πρὸς τὸ ιμ, τόξον, ὡς δὲ τὸ αβ,
τεταρτημόριον πρὸς τὸ βη, τόξον, ἔχει καὶ ἡ αδ, πρὸς τὴν δκ, ἤτοι τὴν θι,
ἴσην, ἄρα ὡς ἡ δα πρὸς τὴν θι, τὸ λι, τεταρτημόριον πρὸς τὸ ιμ, τόξον.
ἐπεὶ δὲ τὸ λι, τεταρτημόριον ἴσον δέδεικται κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῇ αδ, παν-
τως γε καὶ τὸ μι, τόξον ἴσον ἐστὶ τῇ θι, ὅπερ ἀδύνατον. ἡ γὰρ ἀπτομένη παντὸς
τόξου μείζων αὐτοῦ ἐστι. Κείσθω γὰρ τὸ ιο, τόξον ἴσον τῷ ολ, τόξῳ, καὶ ἀχθή-
τω ἀπτομένη τοῦ μεν ιο, καὶ τὸ ι, ἡ ιπ, τοῦ δὲ ολ, καὶ τὸ λ, ἡ λπ. καὶ ἐπεὶ
ἐπὶ τόξα ἴσα ὑπετέθησαν, ἴσαι δήπουθεν ἔσονται καὶ αἱ αὐτῶν ἀπτόμεναι. Ἐ-
πεὶ δ᾽ αὖθις αἱ ιπ, λπ, ἀπτόμεναι περιέχουσι τὰ ιο, ολ. τόξα, μείζονες
πάντως εἰσὶ συναμφότεραι συναμφοτέρων, ὥστε καὶ ἑκατέρα ἑκατέρου, ἡ ιπ, ἄ-
ρα μείζων ἐστὶ τοῦ ιο, τόξου. Τὸ τεταρτημόριον ἄρα, ἢπ πλευρά.

Πρότασις ΙΔʹ:

Κύκλου τεταρτημόριον, τῷ διαστήματι ἴσῳ τῇ βάσει τῆς τετραγωνιζούσης γραφομένου, ἴσον ἐστὶ τῇ πλευρᾷ τῆς τετραγωνιζούσης.

Γραφήτω ἀπὸ δ, τοῦ κέντρου διαστήματι τῷ δγ, τεταρτημόριον τὸ γξ, λέγω δὴ τοῦ-
το ἴσον εἶναι τῇ αδ. καὶ γὰρ τὴν ἀνωτέρω, ὡς τὸ αβ, τεταρτημόριον πρὸς τὴν
αδ, ἡ αδ, ἤτοι ἡ δβ, πρὸς τὴν δγ, ἀλλ᾽ ὡς ἡ δβ, ἡμιδιάμετρος πρὸς τὴν
δγ, ἔχει τὸ αβ, τεταρτημόριον πρὸς τὸ γξ, ὡς ἀνωτέρω δέδεικται, τὸ αβ, ἄ-
ρα τεταρτημόριον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὴν αδ, πλευρὰν τῆς τετραγωνιζού-
σης, καὶ τὸ γξ, τεταρτημόριον, ὥστε κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν θʹ: τοῦ εʹ: τῶν Στοιχείων,
τὸ γξ, τεταρτημόριον ἴσον ἐστὶ τῇ αδ. Κύκλου ἄρα τεταρτημόριον.

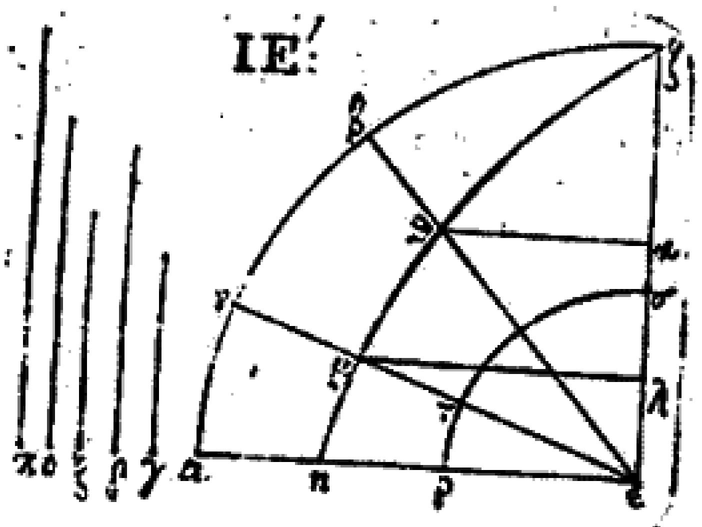
Πρότασις ΙΕʹ:

Τὸ δοθὲν τόξον εἰς τὰ δοθέντα μέρη, ἢ γοῦν κατὰ τὴν δοθεῖσαν ἀναλογίαν διελεῖν.

Ἔστω διελεῖν τὸ αβ, τόξον εἰς μέρη δύο, ἔχοντα λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν ἡ
γ, εὐθεῖα πρὸς τὴν δ. Εὑρεθήτω δὴ τὸ κέντρον τοῦ δοθέντος αβ, τόξου καὶ τὴν
βʹ: τοῦ βʹ: τοῦ παρ: καὶ ἔστω τὸ ε, καὶ ἀναπεπληρώσθω τὸ αβζ, τεταρτημόριον.
ἔπειτα γραφήτω ἐν αὐτῷ ἡ ζη, τετραγωνίζουσα γραμμή, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε, τέ-
μνουσα τὴν ζη, τετραγωνίζουσαν κατὰ τὸ θ, ἀφ᾽ οὗ ἤχθω παράλληλος τῇ αε, ἡ
θκ, καὶ ἡ ἐναπολαμβανομένη εκ, τμηθήτω εἰς δύο μέρη τὰ ελ, λκ, κατὰ τὸν
λο-

δοθέντα λόγον τῆς γ, πρὸς τὴν δ, διὰ τῆς ς': τοῦ α': τοῦ παρ: ἀπὸ δὲ τοῦ λ, ἤχθω παράλληλος τῇ αε, ἡ λμ, τέμνουσα τὴν ζη, τετραγωνίζουσαν κατὰ τὸ μ, δι' οὗ διήχθω ἡ εμν, καὶ διαιρεθήσεται τὸ αβ, τόξον εἰς δύο μέρη τὰ αν, νβ, κατὰ τὸν δοθέντα λόγον. καὶ γὰρ τὴν εβ': τοῦ παρόντος τὸ αν, τόξον ἔχει πρὸς τὸ νβ, ὡς ἡ ελ, εὐθεῖα πρὸς τὴν λκ, ἀλλ' ἡ ελ, ἔχει πρὸς τὴν λκ, ὡς ἡ γ, πρὸς τὴν δ, ἄρα καὶ τὸ αν, τόξον πρὸς τὸ νβ, ἔχει ὡς ἡ γ, πρὸς τὴν δ.

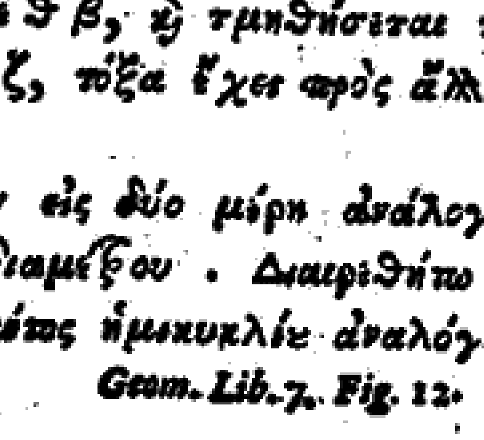
Geom. Lib. 7. Fig. 11.



Ἔστω ἔτι διελεῖν καὶ τὸ αζ, τεταρτημόριον εἰς μέρη τρία ἀνάλογα ταῖς ξοπ, εὐθείαις. Γραφήτω δὴ ἡ τετραγωνίζουσα ζη, καὶ διαιρεθήτω ἡ ζε, πλευρὰ τῆς ζη, τετραγωνιζούσης γραμμῆς εἰς τρία μέρη τὰ ελ, λκ, κζ, ἀνάλογα ταῖς δοθείσαις ξοπ, εὐθείαις κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν ς': καὶ ἀπὸ τῶν λ, καὶ κ, ἀχθήτωσαν εὐθεῖαι παράλληλοι τῇ αε, αἱ λμ, κθ, τέμνουσαι τὴν ζη, τετραγωνίζουσαν κατὰ τὰ μ, καὶ θ, σημεῖα, δι' ὧν ἤχθωσαν αἱ εμν, εθβ, καὶ τμηθήσεται τὸ αζ, τεταρτημόριον κατὰ τὰ ν, καὶ β, ὥστε τὰ αν, νβ, βζ, τόξα ἔχει πρὸς ἄλληλα, ὡς αἱ ξοπ, εὐθεῖαι, ἡ δεῖξις ἡ αὐτή.

Ἔστω δ' αὖθις διελεῖν καὶ τὸ αβγ, ἡμικύκλιον εἰς δύο μέρη ἀνάλογα τοῖς δυσὶ μέρεσι τοῦ αζ, τεταρτημορίου, ἢ τῆς εζ, ἡμιδιαμέτρου. Διαιρεθήτω δὴ ἑκάτερον τῶν αβ, βγ, τεταρτημορίων τοῦ αβγ, δοθέντος ἡμικυκλίου ἀναλόγως τοῖς αν, νζ, μέρεσι τοῦ αζ, τεταρτημορίου κατὰ τὰ ε, καὶ ζ, σημεῖα, ὥστε ἔχειν, τό, τε αε, πρὸς τὸ εβ, καὶ τὸ βζ, πρὸς τὸ βγ, ὡς τὸ αν, πρὸς τὸ νζ, ἢ τὸ ελ, πρὸς τὸ λζ, κατὰ τὰ ἀνωτέρω. καὶ εἰλήφθω τὸ ζη, τόξον ἴσον τῷ γζ, καὶ τὸ αη, ἕξει πρὸς τὸ ηγ, ὡς τὸ αν, πρὸς τὸ νζ, ἤγουν τὸ ελ, μέρος τῆς εζ, πρὸς τὸ λζ. Ἐπεὶ οὖν τὰ αβ, βγ, τεταρτημόρια ἀναλόγως τέτμηνται, καί εἰσιν ἴσα, πάντως γε τά τε αε, βζ, καὶ εβ, ζγ, ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν. ἀλλὰ τῷ ζγ, εἴληπται ἴσον τὸ ζη, τὸ ὅλον ἄρα γη, ἴσον ἐστὶ τοῖς γζ, βε. ἀφαιρουμένων οὖν ἀπὸ τοῦ αβγ, ἡμικυκλίου τῶν ἴσων γζ, βε, καὶ τοῦ γη τόξου, ἐναπολείπονται ἴσα τὰ αε, βζ, ὁμοῦ τῷ αη, ἀλλ' ὡς τὸ αε, πρὸς τὸ εβ, ἔχουσι καὶ συναμφότερα τὰ αε, βζ, τόξα πρὸς συναμφότερα τὰ εβ, ζγ, ἄρα καὶ τὸ αη, ἔχει πρὸς τὸ ηγ, ὡς τὸ αε πρὸς τὸ εβ, ἀλλὰ τὸ αε, πρὸς τὸ εβ, γέγονεν ὡς τὸ αν, πρὸς τὸ νζ, καὶ τὸ αη, ἄρα πρὸς τὸ ηγ, ἔχει, ὡς

Geom. Lib. 7. Fig. 12.



ὡς τὸ α ν, πρὸς τὸ ν ζ, καὶ τὸ α η, ἄρα πρὸς τὸ η γ, ἔχει, ὡς τὸ α ν, πρὸς τὸ ν ζ. Ἔστω δὴ τοι διελεῖν τὸ αὐτὸ ἡμικύκλιον α β γ, καὶ εἰς μέρη τρία ἀνάλογα ταῖς ξ ο π. Διαιρεθήτω δὴ τὸ β γ, κατὰ τὰ ζ, καὶ θ, σημεῖα, ὥστε τὰ β ζ, ζ θ, θ γ, ἀνάλογα εἶναι ταῖς ξ ο π. εἶτα εἰλήφθω τὸ μεσὸ ζ η, ἴσον τῇ ζ γ, τὸ δὲ θ κ, ἴσον τῇ γ θ, καὶ διαιρεθήσεται τὸ α β γ, ἡμικύκλιον εἰς μέρη τρία τὰ α η, η κ, κ γ, ἀναλόγως ἔχοντα ταῖς ξ ο π. κατὰ γὰρ τὰ ἤδη εἰρημένα τὸ α η γ, ἡμικύκλιον διῄρηται κατὰ μεσὸ τὸ η, εἰς δύο τὰ α η, η γ, ἀναλόγως ταῖς β ζ, ζ γ, κατὰ δὲ τὸ κ, εἰς τρία ἀνάλογα ταῖς τρισὶ τοῦ β γ, τμήμασιν ταῖς β ζ, ζ θ, θ γ, ἀλλὰ τὰ β ζ, ζ θ, θ γ, ἀνάλογα εἰσι ταῖς ξ ο π, ἄρα καὶ τὰ α η, η κ, κ γ, ἀνάλογα ὁμοίως εἰσὶ ταῖς ξ ο π. Τὸ δοθὲν ἄρα τόξον καὶ τὰ ἑξῆς.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ.

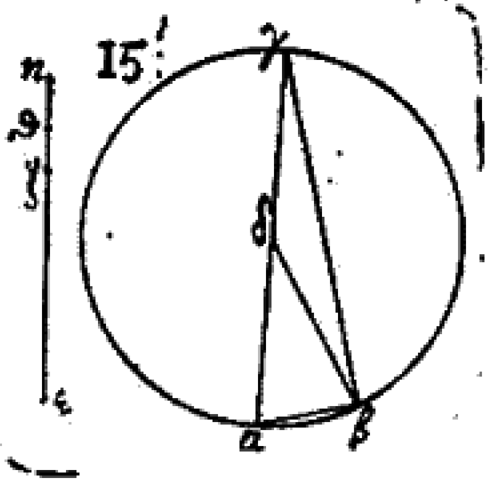
Ἐκ τούτων δῆλον, ὅτι καὶ τὴν δοθεῖσαν γωνίαν δυνάμεθα εἰς ὁσαδηποτοῦν μέρη διελεῖν κατὰ τὴν δοθεῖσαν ἀναλογίαν. ἐπεὶ γὰρ ἑκάστης γωνίας μέτρον ἐστὶ τόξον κύκλου, ὡς ἀπὸ κέντρου, γραφομένου τοῦ τῆς γωνίας σημείου κατὰ τὸν ι β': ὅρον τοῦ παρόντος, πάντως γε διῃρημένου τοῦ τόξου τῆς δοθείσης γωνίας εἰς τὰ δοθέντα μέρη. ἐὰν ἐφ' ἑκάστης τομῆς ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς γωνίας ἀχθῶσιν εὐθεῖαι, διαιρεθήσεται καὶ ἡ γωνία εἰς τὰ δοθέντα μέρη. αἱ γὰρ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνίαι ἀνάλογον ἔχουσι ταῖς βάσεσιν, ἐφ' ὧν ἐφεστήκασι.

Πρότασις Ις':

Δοθέντος κύκλου τρίγωνον ἰσοσκελὲς ἐν αὐτῷ κατασκευάσαι ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν μείζονα τῆς κατὰ κορυφὴν, κατὰ τὸν δοθέντα λόγον.

Ἔστω κύκλος ὁ α β γ, οὗ κέντρον τὸ δ, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ε ζ, πρὸς τὴν ζ η, καὶ ζητηθήτω συσταθῆναι εἰς τὸν α β γ, δοθέντα κύκλον ἰσοσκελὲς τρίγωνον, οὗ ἑκατέρα τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν ἕξει πρὸς τὴν κατὰ κορυφὴν, ὡς ἡ ε ζ, πρὸς τὴν ζ η. Διήχθω δὴ διὰ τοῦ δ, κέντρου τοῦ δοθέντος κύκλου. διάμετρος ἡ α γ, τμηθείσης δὲ τῆς ζ η, δίχα κατὰ τὸ θ, διαιρεθήτω τὸ α β γ, ἡμικύκλιον κατὰ τὸ β, ἀναλόγως τῇ ε θ, ὥστε τὸ γ β, τόξον ἔχειν πρὸς τὸ

Geom. Lib. 7. Fig. 13.



β α, ὡς ἡ ε ζ, πρὸς τὴν ζ θ, καὶ ἐπιζευχθῶσαν αἱ γ β, δ β, α β, καὶ τὸ α δ β, τρίγωνον ἔσται τὸ ζητούμενον. κατὰ γὰρ τὴν λ γ': τοῦ ς': τοῦ Στοιχειωτοῦ ἡ ὑπὸ γ α β, γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ α γ β, ἔχει ὡς τὸ γ β, τόξον πρὸς τὸ β α, ἀλλὰ τὸ γ β, πρὸς τὸ β α, γέγονεν ὡς ἡ ε ζ, πρὸς τὴν ζ θ, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ γ α β, γωνία ἔχει πρὸς τὴν ὑπὸ α γ β, ὡς ἡ ε ζ, πρὸς τὴν ζ θ. ὡς δὲ ἡ ζ θ, πρὸς τὴν ζ η, διπλασίαν, ἔχει καὶ ἡ ὑπὸ αγβ, γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδβ, διπλασίαν, ἄρα ἡ ὑπὸ δαβ, πρὸς τὴν ὑπὸ αδβ, ἔχει ὡς ἡ εζ, πρὸς τὴν ζη, τῇ δὲ ὑπὸ δαβ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δβα, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ δβα, πρὸς τὴν ὑπὸ αδβ, ἔχει ὡς ἡ εζ, πρὸς τὴν ζη. Δοθέντος ἄρα κύκλου τρίγωνον καὶ τὰ ἑξῆς.

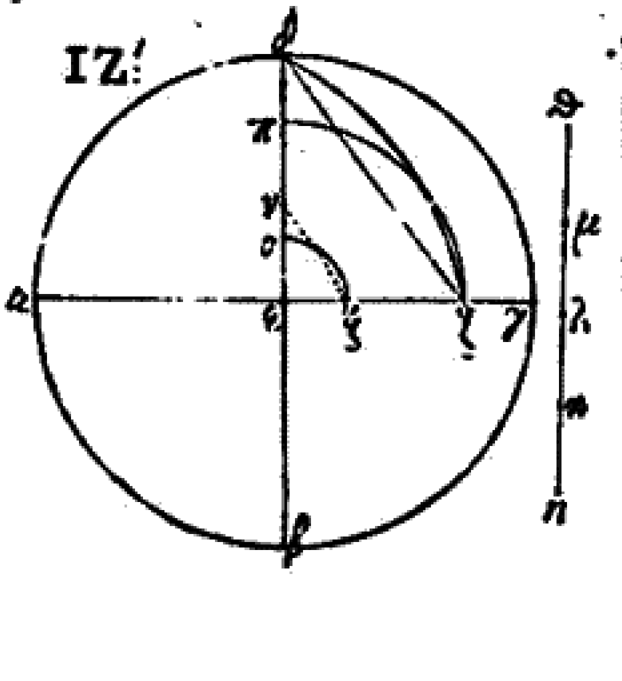
Πρότασις ΙΖ'.

Κύκλου δοθέντος εὐθεῖαν εὑρεῖν ἴσην τῇ αὐτοῦ περιφερείᾳ.

Ἔστω κύκλος ὁ αβγδ, οὗ κέντρον τὸ ε, καὶ ζητείσθω εὐθεῖα ἴση τῇ αὐτοῦ περιφερείᾳ. Διαιρείσθω δὴ κατὰ τὸ α': ὁ δοθεὶς οὗτος κύκλος εἰς μέρη τέσσαρα κατὰ τὴν γ': τοῦ β': τοῦ παρόν: ἃ καὶ τεταρτημόρια λέγεται, τὰ αβ, βγ, γδ, δα, καὶ γραφέσθω ἐν τινι τῶν αὐτοῦ τεταρτημορίων δὸς εἰπεῖν τῷ δγ, τετραγωνίζουσα γραμμὴ ἡ δζ, εἶτα εὑρεθήτω κατὰ τὴν γ': ἀνάλογος τῇ ζε, εδ, καὶ τὴν ιγ': τοῦ α': τοῦ παρ: ἡ ηθ, καὶ αὕτη τετραπλασιασθεῖσα ἴση ἔσται τῇ περιφερείᾳ τοῦ αβγδ, δοθέντος κύκλου. κατὰ γὰρ τὴν ιγ': τοῦ παρ: τὸ δγ, τεταρτημόριον, ἥτε δε, πλευρὰ τῆς τετραγωνιζούσης καὶ εζ, βάσις συνεχῶς εἰσὶν ἀνάλογα. ὥστε ὡς ἡ ζε, πρὸς τὴν εδ, ἡ εδ, πρὸς τὸ δγ, τεταρτημόριον, ἀλλ' ὡς ἡ ζε, πρὸς τὴν εδ, γέγονε καὶ ἡ εδ, πρὸς τὴν ηθ, ἡ εδ, ἄρα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρός τε τὸ δγ, τεταρτημόριον, καὶ τὴν ηθ, εὐθεῖαν, καὶ ἑπομένως ἡ ηθ, ἴση ἐστὶ τῷ δγ, τεταρτημορίῳ κατὰ τὴν θ': τοῦ ε': τοῦ Στοιχ: ἀλλὰ τὸ δγ, τετραπλασιαζόμενον ποιεῖ τὴν αβγδ, περιφέρειαν, ἄρα καὶ ἡ ηθ, τετραπλασιαζομένη ἴση ἐστὶ τῇ αὐτῇ αβγδ, περιφερείᾳ. Κύκλου ἄρα δοθέντος εὐθεῖαν καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 7. Fig. 14.

ΙΖ'.



Πρότασις ΙΗ'.

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην περιφέρειαν κύκλου εὑρεῖν.

Ἔστω εὐθεῖα ἡ ηθ, ἀνωτέρω εὑρεθεῖσα, καὶ ζητείσθω ταύτῃ ἴση κύκλου περιφέρεια. Διαιρείσθω δὴ ἡ δοθεῖσα ηθ, εὐθεῖα εἰς τέσσαρα μέρη ἴσα τὰ ηκ, κλ, λμ, μθ, καὶ γραφέσθω κύκλος τῷ τυχόντι διαστήματι, μείζονι μέντοι τοῦ ηκ, μέρους ὁ αβγδ, οὗ κέντρον τὸ ε, δι' οὗ διήχθωσαν αἱ αγ, βδ, διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τεμνόμεναι, καὶ γραφέσθω ἡ δζ, τετραγωνίζουσα γραμμὴ ἐν τινι τῶν αὐτοῦ τεταρτημορίων, δὸς εἰπεῖν τῷ δγ. Εἶτα εἰλήφθω ἡ εν, ἴση τῇ

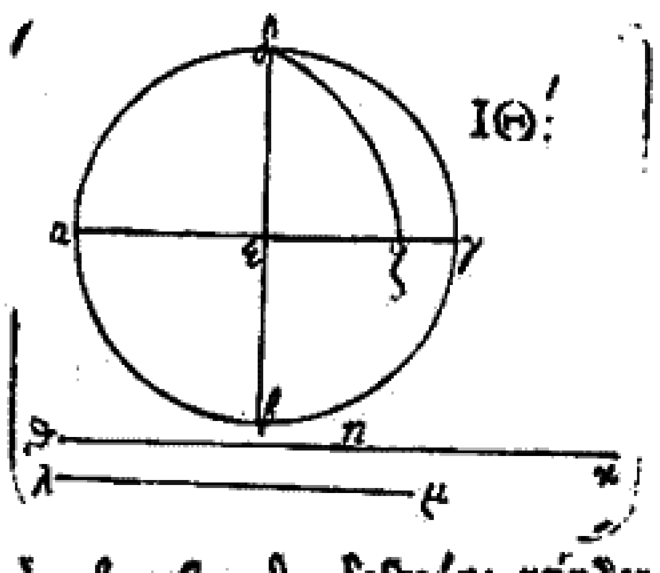
τῇ η κ, τετάρτῳ μέρει τῆς η θ, ἀπὸ δὲ τοῦ ν, παράλληλος τῇ δ ζ, ὑποτεινέσῃ τῆς τετραγωνιζέσης ἤχθω ἡ ν ξ, καὶ ἡ ε ξ, ἔσαι ἡμιδιάμετρος τοῦ ζητουμένου. κέντρῳ γὰρ τῷ ε, διαστήματι δὲ τῷ ε ζ, ε ξ, γραφήτωσαν τὰ ξ ο, ζ π, τεταρτημόρια, καὶ ἐπεὶ κατὰ τὴν ι δ': τοῦ παρ: τὸ ζ π, ἴσον τῷ ε δ, πάντως γε καὶ ξ ο, ἴσον ἐσὶ τῷ ε ν, κατὰ γὰρ τὴν β': τοῦ ς': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὡς ἡ δ ε, πρὸς τὴν ε ζ, ἡ ν ε, πρὸς τὴν ε ξ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ δ ε, πρὸς τὴν ν ε, ἡ ε ζ, πρὸς τὴν ε ξ, λαμβανομένης ἄρα τῆς μὲν δ ε, ἀντὶ πλευρᾶς τῆς τετραγωνιζέσης δ ζ, τῆς δὲ ε ζ, ἀντὶ βάσεως, ἔσαι πάντως καὶ ἡ μὲν ν ε, πλευρὰ ὁμοίως τετραγωνιζέσης, ἡ δὲ ε ξ, βάσις, καὶ κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν ι δ': τὸ ξ ο, τεταρτημόριον ἴσον ἔσαι τῷ ε ν, ἀλλ' ἡ μὲν ε ν, τέταρτον ἐσὶ τῆς η θ, τὸ δὲ ξ ο, τὸ ἀπὸ κέντρου τοῦ ε, γραφομένου κύκλου, ὁ κύκλος ἄρα οὗτος ἴσος ἔσαι τῇ η θ. Τῇ δοθείσῃ ἄρα εὐθείᾳ ἴσην περιφέρειαν καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις ΙΘ':

Τῷ δοθέντι κύκλῳ τετράγωνον ἴσον συστήσασθαι.

Ἔσω κύκλος ὁ α β γ δ, καὶ ζητηθήτω τετράγωνον ἴσον τῷ αὐτῷ κύκλῳ. Διαιρεθήτω δὴ ὁ δοθεὶς α β γ δ, κύκλος εἰς μέρη ἴσα τέσσαρα τὰ α β, β γ, γ δ, δ α, καὶ γραφήτω ἐν τῷ δ ε γ, τεταρτημορίῳ τετραγωνίζουσα ἡ δ ζ, εἶτα εὑρεθήτω τρίτη ἀνάλογος τῶν ζ ε, ε δ, ἡ η θ, κατὰ τὴν προῤῥηθεῖσαν ι δ': ταύτης δὲ διπλασιασθείσης, γενέσθω ἡ θ κ, καὶ εὑρεθήτω μέση ἀνάλογος τῶν θ κ, ε γ, ἡ λ μ, κατὰ τὴν θ': τοῦ α': τοῦ παρ: καὶ ἡ λ μ, ἔσαι πλευρὰ τετραγώνου ἴσου τῷ δοθέντι α β γ δ, κύκλῳ. κατὰ γὰρ τὴν ἀνωτέρω ἡ θ η, ἴση ἐσὶ τῷ γ δ, τεταρτημορίῳ. ἡ δὲ ὅλη θ κ, τῇ γ δ α, ἡμιπεριφερείᾳ τοῦ κύκλου. Ἐπεὶ δὲ αἱ θ κ, λ μ, ε γ, ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον κατὰ τὴν κατασκευὴν, πάντως γε τὸ ἀπὸ τῆς μέσης λ μ, τετράγωνον ἴσον ἐσὶ τῷ ὑπὸ τῶν θ κ, ε γ, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ κατὰ τὴν ι ζ': τοῦ ς': τοῦ Στοιχ: ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν θ κ, ε γ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐσὶ τῷ α β γ δ, δοθέντι κύκλῳ κατὰ τὴν κ α': τοῦ δ': τοῦ παρ: ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς λ μ, τετράγωνον ἴσον ἐσὶ τῷ α β γ δ, δοθέντι κύκλῳ. Τῷ δοθέντι ἄρα κύκλῳ τετράγωνον ἴσον συνέστη.

Geom. Lib. 7. Fig. 15.

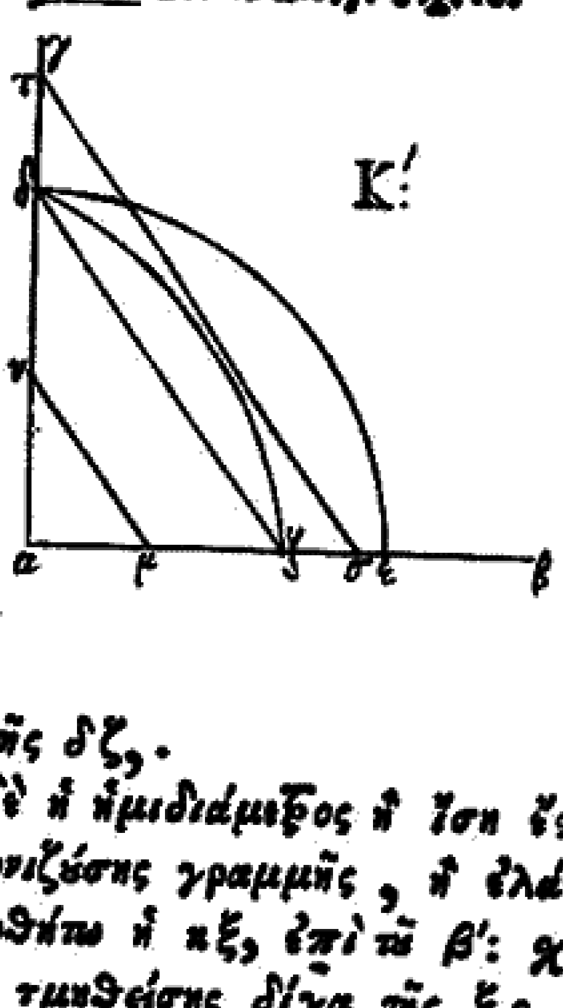


Πρότασις Κʹ:

Σχήματα καταγράψαι πρὸς τετραγωνισμὸν παντὸς συμβαλλόμενα κύκλου.

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἀφορμὴν λαβόντες οἱ περὶ τὰ τοιαῦτα ἐνασχολούμενοι, τῷ βουλομένῳ σχήματά τινα καταγράφειν παραδεδώκασιν, ἵνα δι' αὐτῶν ὡς δι' ὀργάνου παντὰ κύκλον ἔχοι ἀχειρίστερον τετραγωνίζειν. Ἔστι δὲ τούτων ἡ καταγραφὴ τοιαύτη. Συσταθήτω γωνία ὀρθὴ ἔν τινι ἐπιπέδῳ ἱκανὸν τό, τε μῆκος καὶ πλάτος αὐτοῦ ἔχοντι, ὡς ἡ ὑπὸ γ α β, ὥστε τὰς περιεχούσας ταύτην γραμμὰς α γ, α β, ἀορίστους εἶναι. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ α, διαστήματι δὲ τῷ τυχόντι α δ, γραφήτω τεταρτημόριον τὸ δ ε, καὶ συσταθήτω ἐν αὐτῷ τετραγωνίζουσα γραμμὴ ἡ δ ζ. εἶτα ἐπεζεύχθω ἡ δ ζ, εὐθεῖα ὑποτείνουσα τὴν δ ζ, τετραγωνίζουσαν. Ἔστω δ' ἔτι εὐθεῖα ἡ κ θ, ἐν ἑτέρῳ ἢ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἱκανὸν καὶ αὕτη ἔχουσα μῆκος, καὶ ἐπ' αὐτῆς συνεστάθω κατὰ τὸ μέσον κάθετος ἡ κ λ, ἀορίστως ἐκτεινομένη, καὶ ἔσται τὰ δύο ταῦτα σχήματα προσφυέστατα ὄργανα εἰς τετραγωνισμὸν παντὸς κύκλου ὡς ὀψόμεθα.

Geom. Lib. 7. Fig. 16.

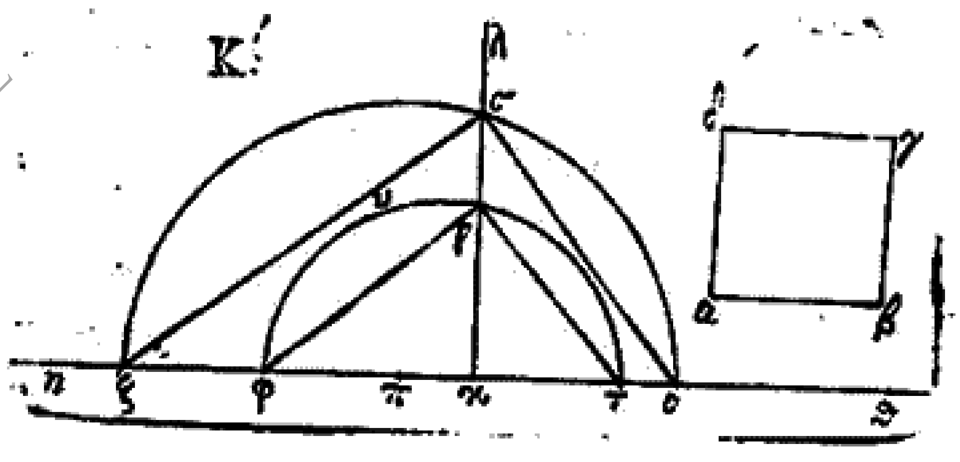


Ἰστέον δὲ, ὅτι ἐπὶ τοῦ προτέρου σχήματος τὸ μὲν δ ε, τεταρτημόριον καὶ ἡ δ ζ, τετραγωνίζουσα γραμμὴ εἰς τὴν τοῦ ὀργάνου μόνον χρησιμεύει κατασκευὴν, εἰς δὲ τὴν τούτου χρῆσιν ἱκαναὶ μόναι αἱ γ α, α β, γραμμαὶ μετὰ τῆς δ ζ.

Ἔστω δὴ τετραγωνίσαι κύκλον τινά. τούτου δὲ ἡ ἡμιδιάμετρος ἢ ἴση ἔσται τῇ α ζ, βάσει τῆς ἐν τῷ προτέρῳ σχήματι τετραγωνιζούσης γραμμῆς, ἢ ἐλάττων, ἢ γοῦν μείζων. Εἰ μὲν οὖν ἴση ᾖ τῇ α ζ, ληφθήτω ἡ κ ξ, ἐπὶ τοῦ βʹ: σχήματος διπλασία τῆς α δ, ἡ δὲ κ ο, ἴση τῇ α ζ, καὶ τμηθείσης δίχα τῆς ξ ο, κατὰ τὸ π, γραφήτω ἡμικύκλιον τὸ ξ σ ο. Εἶτα εἰλήφθω εὐθεῖα ἴση τῇ κ σ, καὶ ἐπ' αὐτῆς συνεστάθω τετράγωνον, καὶ τοῦτο ἴσον ἔσται τῷ δοθέντι κύκλῳ, οὗ ἡ ἡμιδιάμετρος ἴση ὑπετέθη τῇ α ζ, ἡ μὲν γὰρ α δ, ἴση ἐστὶ τῷ τεταρτημορίῳ τοῦ αὐτοῦ κύκλου κατὰ τὴν ιδʹ: τοῦ παρόντος, ἡ δὲ κ ξ, ἴση τῇ ἡμιπεριφερείᾳ. Ἐπεὶ δὲ εἴληπται καὶ ἡ κ ο, ἴση τῇ ἡμιδιαμέτρῳ τοῦ αὐτοῦ κύκλου, καὶ τῶν ξ κ, κ ο, μέση ἀνάλογός ἐστιν ἡ κ σ, κατὰ τὴν θʹ: τοῦ αʹ: τοῦ παρόντος, πάντως γε τὸ ἀπὸ τῆς κ σ, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι κύκλῳ, οὗ ἡ ἡμιδιάμετρος ἴση τῇ α ζ, τουτέστι τῇ κ ο, κατὰ τὴν καʹ: τοῦ δʹ: τοῦ παρόντος.

Εἰ δὲ ἡ τοῦ δοθέντος κύκλου ἡμιδιάμετρος ἐλάττων ᾖ τῆς α ζ, εἰλήφθω ἀπὸ τῆς αζ, ἴση ταύτῃ ἡ αμ, καὶ ἤχθω παράλληλος τῇ ζδ, ἡ μν. Εἶτα εἰλήφθω ἡ κξ, διπλασία τῆς αν, ἡ δὲ κο, ἴση τῇ αμ, καὶ γραφέτω ἐπὶ τῆς ξο

Geom. Lib. 7. Fig. 17.



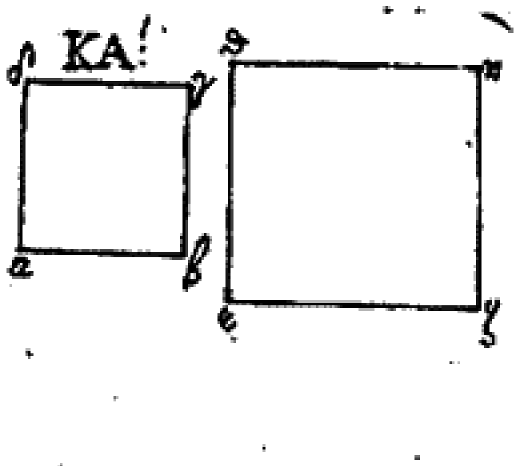
τὸ ξσο, ἡμικύκλιον, ἐπὶ δὲ τῆς κσ, συνεςάτω τετράγωνον, καὶ ἔςαι ἴσον τῷ δοθέντι κύκλῳ, οὗ ἡ ἡμιδιάμετρος ἴση τῇ αμ, ὁ λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρω σαφής. Ἐὰν δὲ πλαταῖον ἡ τοῦ δοθέντος κύκλου ἡμιδιάμετρος μείζων ᾖ τῆς αζ, ὡς ἡ ασ, ἤχθω τῇ δζ, παράλληλος ἡ στ, καὶ εἰλήφθω ἡ μὲν κξ, διπλασία τῆς ατ, ἡ δὲ κο, ἴση τῇ ασ, καὶ τὰ λοιπὰ γινέσθω, ὡς προηρμήνευται, καὶ ἔςαι τὸ προςαχθέν.

Πρότασις ΚΑ'.

Τῷ δοθέντι τετραγώνῳ ἴσον κύκλον συςήσασθαι.

Ἔςω τετράγωνον τὸ αβγδ, καὶ ζητείσθω κύκλος ἴσος τῷ αὐτῷ τετραγώνῳ. Ἀφῃρήσθω δὴ ἀπὸ τῆς κλ, ἐπὶ τοῦ β': σχήματος ἡ κρ, ἴση τῇ αβ, πλευρᾷ τοῦ δοθέντος αβγδ, τετραγώνου. Δεδόσθω δὲ κύκλος ὁ τυχὼν, καὶ ἔςω τούτου ἡμιδιάμετρος ἡ κο, καὶ εὑρεθείσθω κατὰ τὴν ἀνωτέρω ἡ κσ, ἧς τὸ τετράγωνον ἴσον ἔςαι τῷ δοθέντι κύκλῳ, οὗ ἡμιδιάμετρος ἡ κο. εἶτα ἐπεζεύχθωσαν αἱ σο, σξ, καὶ τῇ μὲν σο, ἤχθω παράλληλος ἡ τρ, τῇ δὲ σξ, ἡ ρφ, καὶ ἡ κτ, ἡμιδιάμετρος ἔςαι τοῦ ζητουμένου κύκλου. κατὰ γὰρ τὴν τῶν τριγώνων ὁμοιότητα ὡς ἡ ξκ, πρὸς τὴν κσ, ἡ φκ, πρὸς τὴν κρ, ὡς δὲ ἡ κσ, πρὸς τὴν κο, ἡ κρ, πρὸς τὴν κτ. ὥςε καὶ διίσου ὡς ἡ ξκ, πρὸς τὴν κο, ἡ φκ, πρὸς τὴν κτ, ἀλλ' ἡ ξκ, ἴση ἐςὶ τῇ ἡμιπεριφερείᾳ τοῦ κύκλου, οὗ ἡμιδιάμετρος ἡ κο, ἄρα καὶ ἡ φκ, ἴση ἐςὶ τῇ ἡμιπεριφερείᾳ τοῦ κύκλου, οὗ ἡμιδιάμετρος ἡ κτ. Ἐπεὶ δὲ ἡ κρ, μέση ἀναλογός ἐςι τῶν φκ, κτ, πάντως γε τὸ ὑπὸ τῶν φκ, κτ, ὀρθογώνιον ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ τῆς κρ, τετραγώνῳ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν φκ, κτ, ὀρθογώνιον ἴσον ἐςὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡμιδιάμετρος ἡ κτ, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν κα: τοῦ δ': τοῦ παρ: ὁ κύκλος ἄρα, οὗ ἡμιδιάμετρος ἡ κτ, ἴσος ἐςὶ τῷ δοθέντι τετραγώνῳ, οὗ ἡ πλευρὰ ἴση τῇ κρ.

Geom. Lib. 7. Fig. 18.



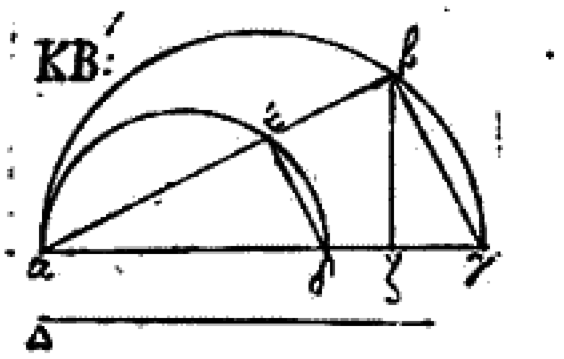
Πρό-

Πρότασις ΚΒ΄.

Σχῆμα καταγράψαι προχειρότερον πρὸς εὕρεσιν πλευρᾶς τετραγώνου ἴσου τῷ δοθέντι κύκλῳ, καὶ ἀνάπαλιν πρὸς εὕρεσιν διαμέτρου ἴσου κύκλου τῷ δοθέντι τετραγώνῳ.

Ἔστω ἡ τυχοῦσα αγ, εὐθεῖα ἱκανὸν μῆκος ἔχουσα, καὶ γραφήτω ἐπ᾽ αὐτῆς ἡμικύκλιον τὸ αβγ, καὶ τετραγωνισθήτω ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ αγ, κατὰ τὴν ιη΄: τοῦ παρόντος, ἢ ιθ΄: καὶ ἔστω πλευρὰ τοῦ τετραγώνου τούτου ἡ Δ, καὶ ταύτῃ ἴση ἐναρμοσθήτω τῷ αβγ, ἡμικυκλίῳ ἡ αβ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ βγ, καὶ τὸ αβγ, ὀρθογώνιον τρίγωνον, ἔσται σοι ὄργανον προχειρότατον εἰς τὸ πάντα τὸν κύκλον τετραγωνίζειν, καὶ πᾶν τετράγωνον εἰς κύκλον μεταμορφοῦν. Ἔστω τοίνυν διάμετρος τυχόντος κύκλου ἡ αδ, καὶ ζητείσθω πλευρὰ τετραγώνου ἴσου τῷ δοθέντι κύκλῳ. Γραφέσθω ἡμικύκλιον ἐπὶ τῆς βδ, τέμνον τὴν αβ, κατὰ τὸ ε, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ εδ, καὶ ἡ αε, ἔσται πλευρὰ τοῦ ζητουμένου τετραγώνου. ἡ γὰρ εδ, παράλληλός ἐστι τῇ βγ, κατὰ τὴν κθ΄: τοῦ α΄: τοῦ Στοιχειωτοῦ. ὥστε κατὰ τὴν β΄: τοῦ ς΄: τοῦ αὐτοῦ, αἱ αβ, αγ, ἀναλόγως τέμνονται ὑπὸ τῆς εδ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αδ, πρὸς τὴν δγ, ἡ αε, πρὸς τὴν εβ, καὶ συνθέσει, ὡς ἡ αγ, πρὸς τὴν δγ, ἡ αβ, πρὸς τὴν εβ, ὥστε καὶ ἀναστροφῇ, ὡς ἡ αγ, πρὸς τὴν αδ, ἡ αβ, πρὸς τὴν αε, ἀλλ᾽ ἡ μὲν αγ, διάμετρός ἐστι τοῦ αβγ, κύκλου, ἡ δὲ αδ, τοῦ αεδ, ἔστι δὲ καὶ ἡ αβ, πλευρὰ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τετραγώνου ἴσου τῷ αβγ, κύκλῳ, ἄρα καὶ ἡ αε, πλευρὰ ἔσται τετραγώνου ἴσου τῷ αεδ, κύκλῳ.

Geom. Lib. 7. Fig. 19.



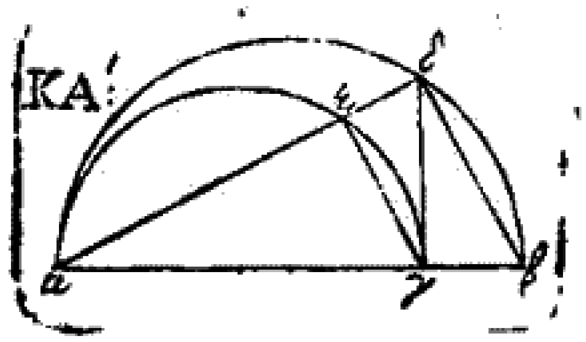
Ἔστω ἔτι πλευρὰ τυχόντος τετραγώνου ἡ αε, καὶ ζητείσθω διάμετρος κύκλου ἴσου τῷ ἀπὸ τῆς αε, τετραγώνῳ. Ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ ε, παράλληλος τῇ βγ, ἡ εδ, τέμνουσα τὴν αγ, κατὰ τὸ δ, καὶ ἡ αδ, ἔσται ἡ τοῦ ζητουμένου κύκλου διάμετρος. ἡ δεῖξις ἡ αὐτή.

Τοῦτον μὲν δὴ τὸν τρόπον ἅπας κύκλος ἐλάττων τοῦ αβγ, εὐχερῶς τετραγωνίζεται, καὶ πᾶν τετράγωνον ἔλαττον τοῦ ἀπὸ τῆς αβ, εἰς κύκλον μεταμορφοῦται. Ἵνα δὲ καὶ μείζονα κύκλον τοῦ αβγ, τετραγωνίζειν ἔχωμεν, ἢ μεῖζον τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τῆς αβ, εἰς κύκλον μετασχηματίζειν, ὀφείλει ἑκατέρα τῶν αβ, αγ, εὐθειῶν ἀορίστως ἀχθῆναι κατὰ τὸ συνεχές, καὶ ἀπὸ μὲν τῆς αγ, λαμβάνειν τὴν διάμετρον τοῦ δοθέντος κύκλου, ἀπὸ δὲ τῆς αβ, τὴν πλευρὰν τοῦ δοθέντος τετραγώνου, καὶ τὰ λοιπὰ γίγνεσθαι, ὡς προηρμήνευται.

Ἄλλως. Ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ αβ, καὶ ζητείσθω πλευρὰ τετραγώνου ἴσου

σου τῷ αὐτῷ κύκλῳ. Διαιρεθήτω δὴ ἡ αβ, εἰς μέρη τεσσαρασκαίδεκα, καὶ εἰλήφθω ἡ αγ, μερῶν ἕνδεκα, ἀπὸ δὲ τοῦ γ, ἀνεστάθω κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, ἡ γδ, τέμνουσα τὴν αδβ, περιφέρειαν κατὰ τὸ δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αδ. Λέγω δὴ τὴν αδ, εὐθεῖαν, πλευρὰν εἶναι τοῦ ζητουμένου τετραγώνου, ὥστε τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον ἴσον εἶναι τῷ δοθέντι κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἡ αβ. Ἐπιζευχθείσης γὰρ τῆς δβ, αἱ αβ, αδ, αγ, εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσι καὶ τὸ α: πόρισμα τῆς η: τοῦ ς': τοῦ Στοιχειωτοῦ, καὶ διὰ τὴν α: τοῦ γ': τοῦ παρόντος τὸ ἀπὸ τῆς αβ, α: τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αδ, β': ἔχει ὡς ἡ αβ, α: πρὸς τὴν αγ, γ': ἀλλ' ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν αγ, ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς αβ, τετράγωνον πρὸς τὸν αδβ, κύκλον καὶ τὴν ιη: τοῦ δ': τοῦ παρόντος, ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς αβ, τετράγωνον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρός τε τὸν δοθέντα κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ αὐτὴ αβ, καὶ πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς αδ, ὥστε καὶ τὴν θ': τοῦ ε': τοῦ Στοιχειωτοῦ, τὸ ἀπὸ τῆς αδ, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἡ αβ, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

Geom. Lib. 7. Fig. 20.



Ἔστω ἔτι πλευρὰ τετραγώνου ἡ αε, καὶ ζητηθήτω διάμετρος κύκλου ἴσου τῷ ἀπὸ τῆς αε, τετραγώνῳ. Τετραγωνισθήτω δὴ α: ὁ τυχὼν αδβ, κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ αβ, κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον. καὶ ἔστω πλευρὰ τετραγώνου ἡ αδ, ἀφ' ἧς ἀφῃρήσθω ἡ αε, δοθεῖσα, καὶ πρὸς τῷ ε, συνεστάθω κάθετος ἡ εγ, καὶ ἡ αγ, ἔσται διάμετρος τοῦ ζητουμένου κύκλου, ταυτὸν δ' ἐστὶν εἰπεῖν ὁ αεγ, κύκλος ἴσος ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς αε, τετραγώνῳ. ὁ λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρω σαφής.

Πρότασις ΚΓ'.

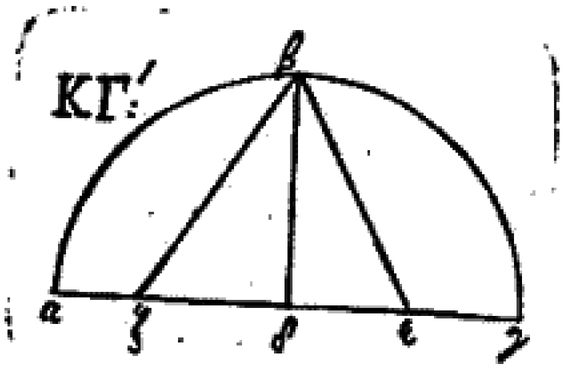
Τῆς τε τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ διαμέτρου τοῦ αὐτοῦ διῃρημένων κειμένων τὰς ἑκάστου τόξου ὑποτεινούσας εὑρεῖν κατὰ Πτολεμαῖον, καὶ α: τὴν τοῦ δεκαγώνου, πενταγώνου, ἑξαγώνου, τετραγώνου, καὶ τριγώνου.

Ἔστω ἡ μὲν τοῦ κύκλου περιφέρεια εἰς μοίρας τξ': διῃρημένη, ἡ δὲ διάμετρος αὐτοῦ εἰς μέρη ρκ': καὶ ζητηθήτω α: ἡ τοῦ δεκαγώνου πλευρά, ἡ τοῦ πενταγώνου, ἡ τοῦ ἑξαγώνου, ἡ τοῦ τετραγώνου, καὶ ἡ τοῦ τριγώνου, πόσων ἂν εἴη μορίων ἑκάστη, οἷον ἡ διάμετρος ρκ': ὧν ἡ μὲν ὑποτείνουσα ἐστὶ μοιρ: λς': ἡ δὲ οβ': ἡ δὲ ξ': ἡ δὲ ϟ': καὶ ἡ λοιπὴ ρκ'. Ἔστω δὴ ἡμικύκλιον τὸ αβγ, οὗ κέντρον τὸ δ, καὶ ἀνεστάθω κάθετος ἐπὶ τῆς αγ, ἡ δβ, διαιρεθείσης δὲ τῆς δγ, δίχα κατὰ τὸ ε, ἐπεζεύχθω ἡ βε, ταύτῃ δὲ ἴση εἰλήφθω ἡ εζ, καὶ ἐπεζεύχθω πάλιν ἡ βζ. Δείκνυται δὲ α: τὴν μὲν δζ, πλευρὰν εἶναι δεκαγώνου, τὴν δὲ βζ, πενταγώνου, ὅτι μὲν γὰρ ἡ δγ, πλευρά ἐστιν ἑξαγώνου, δῆλον, ἡμιδιάμετρος γάρ.

Ἐπεὶ

Ἐπεὶ δὲ ἡ δγ, τέτμηται δίχα κατὰ τὸ ε, καὶ πρόσκειται αὐτῇ ἡ ζδ, ἐπ᾿ εὐθείας, πάντως γε κατὰ τὴν ϛ': τοῦ β': τοῦ Στοιχ: τὸ ὑπό τε τῆς γζ, καὶ ζδ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς δε, τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζε, τετραγώνῳ, ἤτοι τῷ ἀπὸ τῆς βε. ἴση γὰρ εἴληπται ἡ ζε, τῇ βε, ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τῆς βε, ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν βδ, δε, τετράγωνα κατὰ τὴν μζ': τοῦ α: τοῦ αὐτοῦ, ἄρα τὸ ὑπό τε τῆς γζ, καὶ ζδ, ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς δε, τετραγώνου ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν βδ, δε, τετραγώνοις. κοινοῦ δ᾿ ἀφαιρουμένου τοῦ ἀπὸ τῆς δε, ἐγκαταλείπεται τὸ ὑπό τε τῆς γζ, καὶ ζδ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δβ, τετραγώνῳ, ἤτοι τῷ ἀπὸ τῆς δγ, ὥστε αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ζγ, γδ, δζ, ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι, καὶ ἑπομένως ἡ γζ, κατ᾿ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται. ὡς γὰρ ἡ ὅλη γζ, πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα τὴν γδ, ἡ γδ, πρὸς τὸ ἔλαττον τμῆμα τὴν δζ, ἀλλ᾿ ἡ γδ, πλευρά ἐστιν ἑξαγώνου, ἄρα κατὰ τὴν θ': τοῦ ιγ': τοῦ Στοιχειωτοῦ, ἡ ζδ, πλευρά ἐστι δεκαγώνου. Ἐπεὶ δὲ ἡ βζ, δύναται τήν τε βδ, καὶ δζ, ὧν ἡ μὲν πλευρά ἐστιν ἑξαγώνου, ἡ δὲ δεκαγώνου, ὡς δέδεικται, πάντως γε ἡ βζ, πλευρά ἐστι πενταγώνου κατὰ τὴν ι: τοῦ αὐτοῦ. Λείπεται δὲ δεῖξαι καὶ πόσων ἂν εἴη μοιρῶν ἑκάστη τῶν εἰρημένων, οἵων ἡ διάμετρος ρκ': Πολλαπλασιασθήτω οὖν ἑκατέρα τῶν δε, δβ, ἐφ᾿ ἑαυτὴν χωρὶς, καὶ οἱ ἀπ᾿ αὐτῶν τετράγωνοι ἀριθμοὶ συναφθήτωσαν ἀλλήλοις, καὶ ὁ γενόμενος ἴσος ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς βε, τετραγώνῳ ἀριθμῷ, οὗ τινος εὑρεθήτω ἡ τετράγωνος ῥίζα, καὶ γνωσθήσεται πάντως ἡ βε, καὶ ἡ ταύτῃ ἴση εζ. ἀπὸ δὲ τῆς εὑρεθείσης τετραγώνου ῥίζης ἀφῃρήσθω ἡ δε, καὶ γνωσθήσεται ἡ ζδ, πλευρὰ οὖσα δεκαγώνου. ταύτης δὲ ἐφ᾿ ἑαυτὴν πολλαπλασιασθείσης, καὶ τοῦ γενομένου ἐξ αὐτῆς ἀριθμοῦ τῷ ἀπὸ τῆς δβ, συναφθέντος γενήσεται ὁ ἀπὸ τῆς βζ, τετράγωνος ἀριθμός. οὗ τῆς τετραγώνου εὑρεθείσης ῥίζης, γνωσθήσεται καὶ ἡ βζ, πλευρὰ οὖσα πενταγώνου. Ἐγνωσμένης γὰρ τῆς αγ, διαμέτρου, ἐγνωσμένη πάντως ἐστὶ καὶ ἡ δγ, ἡμιδιάμετρος, καὶ ἡ ταύτης ἔτι ἡμίσεια δε, ἔστι δὲ καὶ ἴση ἡ δβ, τῇ δγ. ἐγνωσμένη ἄρα ἔτι ἐστὶ καὶ ἡ δβ. ἐπεὶ δὲ τὸ ἀπὸ τῆς βε, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν δε, δβ, κατὰ τὴν μζ': τοῦ α: τοῦ Στοιχειωτοῦ, πάντως γε συναπτομένων τῶν ἀπὸ τῶν δε, δβ, καὶ τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῆς τετραγώνου εὑρεθείσης ῥίζης, γνωσθήσεται δήπουθεν καὶ ἡ βε, ταύτῃ δὲ ἴση εἴληπται ἡ εζ, ἐγνωσμένη ἄρα ἔσται καὶ ἡ εζ, ἀφαιρεθείσης δὲ ἀπὸ τῆς εζ, τῆς δε, γνωσθήσεται καὶ ἡ ζδ. Ἐπεὶ δὲ πάλιν τοῖς ἀπὸ τῶν ζδ, δβ, τετραγώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς βζ, πάντως συναπτομένων τῶν ἀπὸ τῶν ζδ, δβ, καὶ τοῦ ὅλου εὑρεθείσης τῆς τετραγώνου ῥίζης, γνωσθήσεται ἔτι καὶ ἡ ζβ, αὕτη δὲ πλευρά ἐστι πενταγώνου, ὡς δέδεικται, ἡ δὲ ζδ, δεκαγώνου καὶ ἡ δγ, ἑξαγώνου, ἄρα αἱ τρεῖς αὗται πλευραὶ ἡ

Geom. Lib. 7. Fig. 21.



τοῦ

τοῦ δεκαγώνου, ἑξαγώνου, καὶ πενταγώνου, ὧν ἡ μὲν ὑποτείνει μοίρας λς', ὡς εἴρηται, ἡ δὲ ξ': ἡ δὲ οβ': εὑρίσκεται τῇ αὐτῇ ἐφόδῳ. Ζητεῖται δ' ἔτι ἡ τοῦ τετραγώνου τε καὶ τριγώνου.

Πρὸς εὕρεσιν μὲν τῆς μὲν τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς πολλαπλασιασθήτω ἡ ἡμιδιάμετρος πρὸς ἑαυτὴν, καὶ ὁ γενόμενος διπλασιασθήτω, εἶτα εὑρεθήτω ἡ τετράγωνος τοῦ γενομένου ῥίζα, καὶ αὕτη ἔσται πλευρὰ τετραγώνου τοῦ ἐν τῷ αὐτῷ ἐγγεγραμμένου κύκλου. Πρὸς εὕρεσιν δὲ καὶ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς, τριπλασιασθήτω ὁ ἀπὸ τῆς ἡμιδιαμέτρου τετράγωνος ἀριθμὸς, καὶ τοῦ γενομένου εὑρεθήτω ἡ τετράγωνος ῥίζα, καὶ γνωσθήσεται πάντως ἡ τοῦ ζητουμένου τριγώνου πλευρά. ἡ μὲν γὰρ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ δυνάμει διπλασία ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου κατὰ τὴν μζ': τοῦ α: τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὑποτείνει γὰρ ὀρθὴν γωνίαν περιεχομένην ὑπὸ δύο ἴσων πλευρῶν, καὶ τούτων ἡμιδιαμέτρων. ἡ δὲ τοῦ τριγώνου δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς αὐτῆς κατὰ τὴν ι': τοῦ δ': τοῦ παρόντος. ἄρα τῆς τε τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ διαμέτρου τοῦ αὐτοῦ διῃρημένων, εὕρηται ἡ τοῦ δεκαγώνου πλευρὰ, πενταγώνου, ἑξαγώνου, τετραγώνου, καὶ τριγώνου, ὧν ἡ μὲν ὑποτείνουσά ἐστι μοιρ: λς': ἡ δὲ οβ': ἡ δὲ ξ': ἡ δὲ η': καὶ ἡ λοιπὴ ρκ': οἷον ὁ κύκλος τξ':

Η' Πρᾶξις τῶν ἀνωτέρω.

ἡ δγ, ἡμιδιάμετρος μερ: 60. ταύτης τετράγωνον 3600.
ἡ δὲ ἡμίσεια τῆς δγ, 30. ταύτης τετράγωνον 900.

τὸ ἐξ ἀμφοῖν 4500.
τούτου ῥίζα τετράγωνος 67. 4'. 5'5'. ἔγγιστα ἡ εζ.
ἡ δε 30.

ἡ δζ, πλευρὰ δεκαγ: 37. 4'. 5'5'.
ἡ δζ, πλευρὰ δεκαγώνου 37. 4'. 5'5'. ταύτης τετράγωνον 1375. 4'. 1'5'.
ἡ βδ, ἡμιδιάμετρος 60. ταύτης τετράγωνον 3600.

τὸ ἐξ ἀμφοῖν 4975. 4. 15.
τούτου ῥίζα τετράγωνος 70: 3'2.'3'. πλευρὰ πενταγώνου ἡ βζ.
ἡμιδιάμ: 60. ἧς τετράγ: 3600
2

τὸ διπλάσιον τούτου 7200. τούτου ῥίζα τετράγ: 84: 5'1.'1'. πλ: τετραγ:
3600.

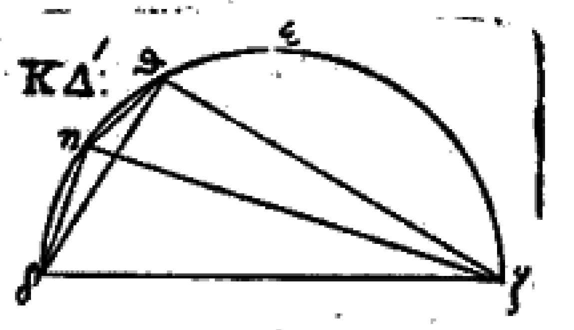
τὸ τριπλάσιον αὐτοῦ 10800. τούτου ῥίζα τετράγ: 163: 5'5'. 23''. πλευρὰ τριγ:

Πρότασις ΚΔ'.

Τῶν τοῦ δεκαγώνου, ἑξαγώνου, πενταγώνου, τετραγώνου, καὶ τριγώνου πλευρῶν δοθεισῶν, τὰς τῶν παραπληρωμάτων τῶν αὐτῶν μέχρι ἡμικυκλίου ὑποτεινούσας εὑρεῖν.

Ἔστω ἡμικύκλιον τὸ δεζγ, καὶ δεκαγώνου μὲν πλευρὰ, ἤτοι ὑποτείνουσα μοιρ: λϛ': ἡ δη, ἑξαγώνου δὲ ἤτοι ὑποτείνουσα μοιρ: ξ': ἡ δϑ, καὶ ζητείσθωσαν αἱ ηζ, ϑζ, ὧν ἡ μὲν ὑποτείνει τόξον μοιρ: ρμδ': τὸ ηεζ, ἡ δὲ τὸ ϑεζ, μοιρῶν ὂν ρκ'. Πολλαπλασιασθήτω δὴ ἑκατέρα τῶν δη, δϑ, ἐφ' ἑαυτὴν, καὶ ὁ γενόμενος τετράγωνος ἀριθμὸς ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τοῦ γενομένου τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς δζ, ἐφ' ἑαυτὴν καὶ αὐτῆς πολλαπλασιασθείσης, τοῦ δὲ ἐναπολειφθέντος εὑρεθήτω ἡ τετράγωνος ῥίζα, καὶ γνωσθήσονται αἵ τε ηζ, καὶ ϑζ. ἐπεὶ γὰρ τὴν μζ': τοῦ α: τοῦ Στοιχειωτοῦ, τὸ ἀπὸ τῆς δζ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν δη, ηζ, καὶ δϑ, ϑζ, τετραγώνοις. Ὥστε ἐγνωσμένης τῆς μὲν δζ, ἐκ τῆς ὑποθέσεως, τῆς δὲ δη, ἐκ τῆς ἀνωτέρω προτάσεως, εὑρεθήσεται διὰ πολλαπλασιασμοῦ ὁ τετράγωνος ἀριθμὸς τῆς τε δζ, καὶ δη· ἀφαιρουμένου δὲ τοῦ τετραγώνου τῆς δη, ἀπὸ τοῦ τετραγώνου τῆς δζ, ἐναπολείπεται ὁ τετράγωνος ἀριθμὸς τῆς ηζ. τούτου δὲ ῥίζα τετράγωνος ἡ αὐτὴ ηζ. Πάλιν ἀφαιρουμένου τοῦ τῆς δϑ, τετρ: ἀπὸ τοῦ τῆς δζ, ἐγνωσμένων ὄντων καὶ αὐτῶν, ἐναπολειφθήσεται ὁ τῆς ϑζ, τετράγ: ἀριθμὸς, οὗ ῥίζα τετράγωνος ἡ αὐτὴ ϑζ. τὸν αὐτὸν τρόπον γνωσθήσονται καὶ αἱ τῶν παραπληρωμάτων τῶν λοιπῶν τόξων ὑποτείνουσαι, πενταγώνου φημὶ, τετραγώνου καὶ τριγώνου, τῶν εἰς τὸν αὐτὸν ἐγγεγραμμένων κύκλον, ὧν ἡ μὲν ὑποτείνει τόξον μοιρ: ρη': παραπλήρωμα ὂν τῆς τοῦ πενταγώνου, ἡ δὲ μοιρῶν ϟ': παραπλήρωμα τετραγώνου, καὶ ἡ λοιπὴ μοιρῶν ξ': παραπλήρωμα τριγώνου. τῇ αὐτῇ ἐφόδῳ δυνατὸν εὑρεθῆναι καὶ τὰς ὑποτεινούσας τὰ παραπληρώματα τῶν οἱωνδήποτε δοθεισῶν εὐθειῶν.

Geom. Lib. 7. Fig. 22.



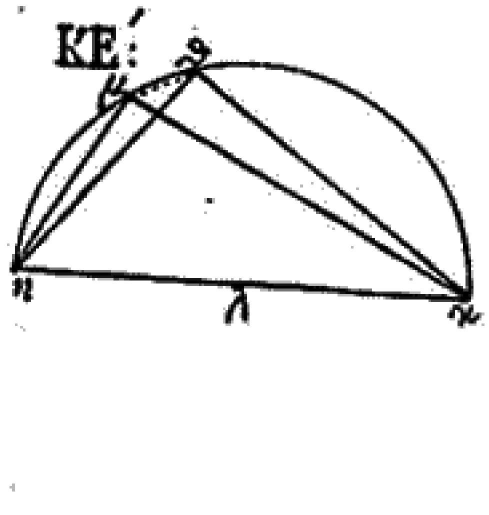
Πρότασις ΚΕ'.

Δύο εὐθειῶν ἀνίσους ὑποτεινουσῶν περιφερείας δοθεισῶν, τὴν τῆς ὑπεροχῆς τῶν περιφερειῶν ὑποτείνουσαν εὑρεῖν.

Ἔστω ἡμικύκλιον τὸ ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω δεζ, καὶ δοθήτωσαν αἱ δη, δϑ, ὑποτείνουσαι τῶν δη, δηϑ, ἀνίσων περιφερειῶν, ὧν διαφορὰ ἡ ηϑ, καὶ ἔστω ἡ μὲν δη, ὑποτείνουσα μοιρ: λϛ': ἡ δὲ δϑ, ξ': καὶ ζητείσθω ἡ ηϑ, ὑποτείτείνουσα μοιρ: κδʹ: Ἐπεζεύχθωσαν δὴ αἱ ηζ, θζ, καὶ πολλαπλασιαθήτω ἥτε δη, ἐπὶ τὴν θζ, καὶ ἡ δθ, ἐπὶ τὴν ηζ, καὶ ἀφῃρήσθω τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν δη, θζ, ἀπὸ τοῦ γενομένου ὑπὸ τῶν δθ, ηζ, ὁ δὲ ἐναπολειφθεὶς μεριζέσθω ἐπὶ τὴν δζ, καὶ γνωσθήσεται ἡ ηθ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ μὲν δη, πλευρά ἐστι δεκαγώνου, ἡ δὲ δθ, ἑξαγώνου, δέδοται πάντως ἑκατέρα κατὰ τὰ προειρημένα,

Τούτων δὲ δεδομένων, δέδονται καὶ αἱ ηζ, θζ, κατὰ τὴν ἀνωτέρω, ἀλλὰ κατὰ τὴν ιαʹ: τοῦ δʹ: τοῦ παρόντος, τὸ ὑπὸ τῶν δθ, ηζ, διαγωνίων εὐθειῶν τοῦ δηθζ, ἐγγεγραμμένου τετραπλεύρου εἰς τὸν δεζ, κύκλον περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ συναμφοτέροις τοῖς ἀπὸ τῶν δη, θζ, καὶ δζ, ηθ, ἀπεναντίον αὐτοῦ πλευρῶν περιεχομένοις ὀρθογωνίοις, ἄρα πολλαπλασιαζομένης τῆς μὲν δθ, ἐπὶ τὴν ηζ, τῆς δὲ δη, ἐπὶ τὴν θζ, καὶ τοῦ μὲν ὑπὸ τῶν δη, θζ, περιεχομένου ὀρθογωνίου ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν δθ, ηζ, περιεχομένου, ἐναπολειφθήσεται δήπουθεν τὸ ὑπὸ τῶν δζ, ηθ. Τούτου δὲ μεριζομένου ἐπὶ τὴν δζ, δοθήσεται ἡ ηθ, ζητουμένη. Ἔστω ἔτι εἰς σαφεστέραν τούτων σαφήνειαν ἐν ἡμικυκλίῳ τὸ ηθκ, οὗ κέντρον τὸ λ, ἡ μὲν ημ, πλευρὰ ἑξαγώνου ὑποτείνουσα τόξον μοιρ: ξʹ: ἡ δὲ ηθ, πενταγώνου ὑποτείνουσα δηλ: τόξον μοιρ: οβʹ: καὶ ζητείσθω ἡ μθ. Ἐπεζεύχθωσαν οὖν αἱ μκ, θκ, καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ημ, μερῶν ἐστι ξʹ: οἵων ἡ διάμετρος ρκʹ: ἡ δὲ ηθ, οʹ: λβʹ, γʺ, ἡ δὲ μκ, μερῶν ργʹ: νεʹ, κγʺ, καὶ ἡ θκ, μερῶν ϙςʹ: δʹ, νςʺ, πολλαπλασιαθήτω ἡ μὲν ημ, εὐθεῖα ἐπὶ τὴν θκ, ἤτοι ὁ ξʹ: ἐπὶ τὸν ϙςʹ: δʹ, νςʺ, ἡ δὲ ηθ, ἐπὶ τὴν μκ, τουτέστιν ὁ οʹ: λβʹ, γʺ, ἐπὶ τὸν ργʹ: νεʹ, κγʺ, καὶ ἔσται ὁ μὲν ὑπὸ τῶν ηθ, μκ, ͵ζτλ, ζʹ, λδʺ, ὁ δὲ ὑπὸ τῶν ημ, θκ, ͵εωκ, δʹ, νςʺ, εἶτα ἀφαιρεθήτω ὁ ͵εωκʹ: δʹ, νςʺ, ἀπὸ τῆς ͵ζτλ, ζʹ, λδʺ, καὶ ἐναπολειφθήσεται ͵αφεʹ: ιαʹ, λδʺ, τουτέστιν ὁ ὑπὸ τῶν ηκ, μθ, ἐπεὶ δὲ ἡ ηκ, τμημάτων ἐστὶ ρκʹ: μεριζέσθω ὁ ͵αφεʹ: ιαʹ, λδʺ, ἐπὶ τὸν ρκʹ: καὶ δώσει πηλίκον τῶν ιβʹ: λβʹ, λςʺ, καὶ τοσούτων ἔσται τμημάτων ἡ μθ, ὑποτείνουσα μοιρ: ιβʹ: οἵων ἡ διάμετρος ηκ, ρκʹ: ὁ λόγος σαφής. τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ηθ, μκ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ συναμφοτέροις τοῖς ὑπὸ τῶν ημ, θκ, καὶ ηκ, μθ, περιεχομένοις ὀρθογωνίοις κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν, ὥστε ἀφαιρουμένου τοῦ ὑπὸ τῶν ημ, θκ, ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ηθ, μκ, ἐναπολείπεται τὸ ὑπὸ τῶν ηκ, μθ, μεριζομένου δὲ τούτου ἐπὶ τὴν ηκ, τὸ πηλίκον ἔσται ἡ μθ,.

Geom. Lib. 7. Fig. 23.

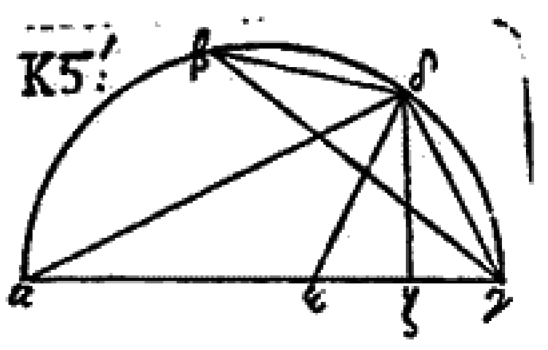


Τῇ αὐτῇ ἐφόδῳ δυνάμεθα εὑρίσκειν καὶ ἄλλας πλείους ὑποτεινούσας θηρεύοντες ἀεὶ τὰς διαφορὰς τῶν ἐγνωσμένων, ὥστε καὶ κανόνιον συστήσασθαι ἀκριβέστατον τῶν ὑποτεινουσῶν, ὃ ἐν τῇ περὶ Μεγάλης Συντάξεως ὁ Πτολεμαῖος ἐξέθετο.

Πρότασις Κϛ':

Κύκλου περιφερείας δοθείσης, καὶ τῆς ὑπ' αὐτὴν εὐθείας τὴν ὑποτείνουσαν τὴν ἡμίσειαν τῆς δοθείσης περιφερείας εὑρεῖν.

Δοθήτω ἐπὶ τοῦ α β γ, ἡμικυκλίου περιφέρεια ἡ β δ γ, καὶ ζητηθήτω ἡ δ γ, ὑποτείνουσα τὴν ἡμίσειαν τῆς δοθείσης β δ γ, περιφερείας. Ἐπεζεύχθω δὴ ἡ α β, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς α γ, διαμέτρου ἡ α ε, εὐθεῖα ἴση τῇ α β, ἀπὸ δὲ σημείου τοῦ δ, πιπτέτω κάθετος ἐπὶ τῆς α γ, ἡ δ ζ. Geom. Lib. 7. Fig. 24.



Εἶτα πολλαπλασιασθήτω ἡ α γ, ἐπὶ τὴν ζ γ, καὶ τοῦ γενομένου εὑρεθήτω ἡ τετράγωνος ῥίζα, καὶ αὕτη ἔσται ἡ δ γ. κατὰ γὰρ τὴν θ': τοῦ δ': τοῦ παρόντος ἡ α ζ, μείζων ἐστὶ τῆς α β, ὥστε ἀφαιρουμένης τῆς α ε, ἴσης τῇ α β, ἀπὸ τῆς α γ, ἡ ἀπὸ τοῦ δ, σημείου ἐπὶ τῆς α γ, πίπτουσα κάθετος ἐντὸς πεσεῖται τῶν ε, καὶ γ, σημείων. Ἐπεζεύχθω δὲ καὶ ἡ β δ, καὶ ἐπεὶ ἡ α ε, εὐθεῖα ἴση εἴληπται τῇ α β, κοινὴ δὲ ἡ α δ, καὶ ἡ ὑπὸ β α δ, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ε α δ, πάντως γε κατὰ τὴν δ': τοῦ α': τοῦ Στοιχ: ἡ β δ, ἴση ἐστὶ τῇ δ ε, ἀλλὰ τῇ β δ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ δ γ, ἡ δ γ, ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ δ ε, καὶ τὸ δ ε γ, τρίγωνον ἰσοσκελὲς, ὥστε ἡ δ ζ, κάθετος δίχα τέμνει τὴν ε γ, αὐτοῦ βάσιν, ἀλλ' ἡ α γ, διάμετρος δεδομένη ἐστὶ, δέδοται δὲ καὶ ἡ β γ, δεδομένη πάντως γε ἐστὶ καὶ ἡ β α, κατὰ τὴν ἀνωτέρω. Ἀφαιρουμένης δὲ τῆς α ε, ἴσης τῇ α β, δοθήσεται καὶ ἡ ε γ, ὥστε καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς δεδομένη ἔσται. Πάλιν ἐπεὶ τὰ α δ γ, δ γ ζ, τρίγωνα ἰσογώνιά εἰσιν, ἡ μὲν γὰρ ὑπὸ α δ γ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ δ ζ γ, ἐστὶν, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα, ἡ δὲ ὑπὸ δ γ α, κοινὴ, ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ δ α γ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ζ δ γ, ἴση ἐστὶ, πάντως γε ὡς ἡ α γ, πρὸς τὴν γ δ, οὕτως ἡ γ δ, πρὸς τὴν γ ζ, ἡ δ γ, ἄρα μέση ἀνάλογός ἐστι τῶν α γ, γ ζ, καὶ κατὰ τὴν ιζ': τοῦ ϛ': τοῦ αὐτοῦ τὸ ὑπὸ τῶν α γ, γ ζ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δ γ, τετραγώνῳ. Πολλαπλασιαζομένης οὖν τῆς α γ, ἐπὶ τὴν γ ζ, καὶ τοῦ γενομένου τῆς τετραγώνου εὑρισκομένης ῥίζης, δίδοται πάντως ἡ δ γ. Κύκλου ἄρα περιφερείας δοθείσης, καὶ τῆς ὑπ' αὐτὴν εὐθείας, ἡ ἡμίσεια τῆς δοθείσης εὕρηται περιφερείας.

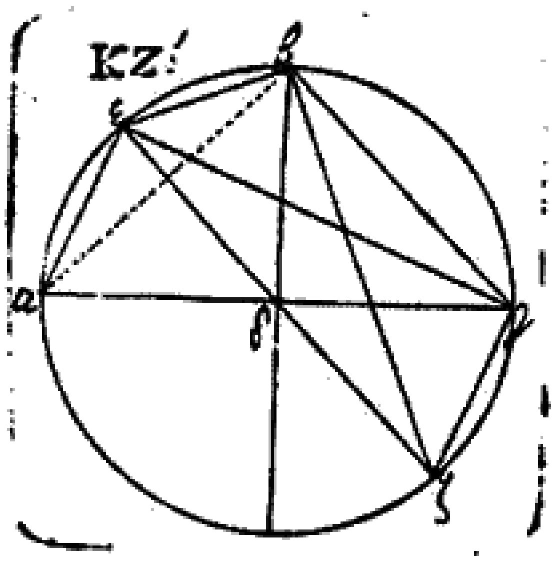
Πρότασις ΚΖ':

Δύο ὁποιωνδήποτε δοθεισῶν περιφερειῶν ἐν κύκλῳ, καὶ τῶν ὑπ' αὐτὰς εὐθειῶν, τὴν συναμφοτέρας ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν εὑρεῖν.

Ἔστω κύκλος ὁ α β γ, οὗ διάμετρος μὲν ἡ α γ, κέντρον δὲ τὸ δ, σημεῖον.

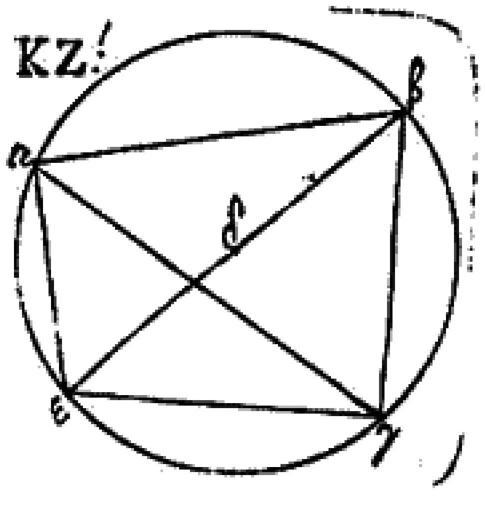
δοθήτωσαν δὲ ἐν αὐτῷ καὶ δύο τυχοῦσαι αἱ αε, εβ, καὶ ζητείσθω ἡ αβ. Ἐπεὶ δὲ τοῦτο διχῶς ἐνδέχεται συμβῆναι, εἰ γὰρ συναμφότεραι αἱ δοθεῖσαι περιφέρειαι ἐλάττονές εἰσιν ἡμικυκλίου, ἢ γοῦν μείζονες, ἔστωσαν α': αἱ αε, εβ, τουτέστιν ἡ αεβ, ἐλάττους ἡμικυκλίου. Διήχθω δὲ καὶ ἡ εδζ, διάμετρος, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εγ, γζ, γβ· καὶ ἐπεὶ ἡ αε, δέδοται, ἴση δὲ ταύτῃ ἡ γζ, διὰ τὴν τῶν αδε, ζδγ, τριγώνων κατὰ πάντα ἰσότητα, δέδοται πάντως καὶ ἡ γζ· καὶ διὰ τὴν κδ': τοῦ παρόντος, δέδοται καὶ ἡ εγ, ὡς ὑποτείνουσα τὸ εβγ, παραπλήρωμα τῆς αὐτῆς αε, περιφερείας. Δεδομένης δὲ καὶ τῆς εβ, δέδοται ἔτι καὶ ἡ βζ, ἀλλὰ τὸ εβγζ, τετράπλευρον ἐν κύκλῳ ἐστὶν ἐγγεγραμμένον, ἄρα κατὰ τὴν ια': τοῦ δ': τοῦ παρόντος τὸ ὑπὸ τῶν εγ, βζ, ἴσον ἐστὶ συναμφοτέροις τοῖς ὑπὸ τῶν εβ, γζ, καὶ εζ, βγ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν εβ, γζ, δεδομένον ἐστίν, ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν εγ, βζ, ὀρθογωνίου ἀφαιρεθῇ τὸ ὑπὸ τῶν εβ, γζ, ἐναπολειφθήσεται δήπουθεν τὸ ὑπὸ τῶν εζ, βγ, τούτου δὲ μεριζομένου ἐπὶ τὴν εζ, δοθήσεται καὶ ἡ βγ, ἧς γνωσθείσης εὑρεθήσεται κατὰ τὴν κδ': τοῦ παρόντος ἡ βα, ὡς ὑποτείνουσα τὸ παραπλήρωμα τῆς βγ, περιφερείας.

Geom. Lib. 7. Fig. 25.



Ἔστωσαν ἔτι αἱ αβ, βγ, περιφέρειαι, ὥστε τὴν ἐξ ἀμφοτέρων αβγ, μείζονα εἶναι ἡμικυκλίου, ὡς ἐπὶ τοῦ β': τούτου διαγράμματος, καὶ ζητείσθω ἡ αγ. Διήχθω δὴ κἀνταῦθα διὰ τοῦ δ, κέντρου ἡ βδε, γραμμή, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αε, εγ, εἶτα πολλαπλασιασθήτω ἡ μὲν αβ, ἐπὶ τὴν εγ, ἡ δὲ βγ, ἐπὶ τὴν αε, καὶ τὸ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν γενομένων μερισθήτω ἐπὶ τὴν βε, καὶ δοθήσεται ἡ αγ, δεδομένης γὰρ τῆς αβ, δέδοται καὶ ἡ αε, δεδομένης δὲ τῆς βγ, δέδοται ἡ εγ, ἀλλὰ καὶ ἡ βδε, διάμετρος δέδοται. ἄρα ἐὰν τὸ ἐκ συναμφοτέρων τῶν ὑπὸ αβ, εγ, καὶ βγ, αε, μερισθῇ ἐπὶ τὴν βε, δοθήσεται πάντως καὶ ἡ αγ. Δύο ἄρα ὁποιωνδηποτοῦν περιφερειῶν ἐν κύκλῳ καὶ τὰ ἑξῆς.

Geom. Lib. 7. Fig. 26.



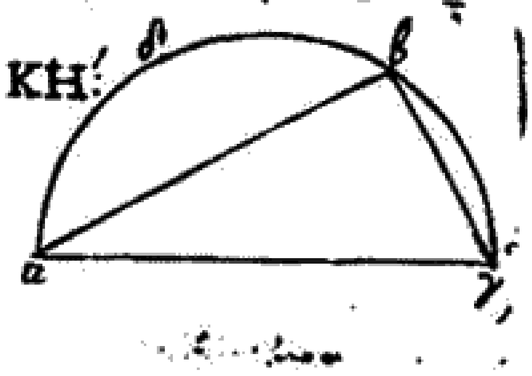
Ἰστέον δ' ὅτι τοιαύτῃ τινὶ ἐφόδῳ χρησάμενος ὁ Πτολεμαῖος ἐν τῷ α': τοῦ περὶ μεγάλης Συντάξεως αὐτοῦ φιλοπονήματος τὸ κανόνιον τῶν ὑποτεινουσῶν κατεστρώσατο. Εἰ δέ σοι βουλητὸν ἀκριβεστέραν τε καὶ πληρεστέραν τὴν περὶ τούτων ἔχειν διδασκαλίαν, ἀνάγνωθι μετὰ προσοχῆς τὰ εἰς τὸ αὐτὸ Θέωνος τοῦ Ἀλεξανδρέως ὑπομνήματα.

Πρότασις ΚΗ΄.

Ὑποτεμνούσης τόξου δοθείσης τὴν τοῦ παραπληρώματος αὐτοῦ μέχρι ἡμικυκλίου εὑρεῖν.

Δεδόσθω ἡ α β, ὑποτείνουσα τοῦ α δ β, τόξου, καὶ ζητείσθω ἡ τοῦ β γ, παραπληρώματος αὐτοῦ μέχρι τοῦ α β γ, ἡμικυκλίου ὄντος. Ἀφῃρήσθω δὴ τὸ τῆς α β, τετράγωνον ἀπὸ τοῦ τετραγώνου τῆς γ α, καὶ τοῦ ἐναπολειπομένου εὑρεθήτω ἡ τετράγωνος ῥίζα, καὶ αὕτη ἔσται ἡ ζητουμένη β γ. τὸ γὰρ γ β α, τρίγωνον ὀρθογώνιόν ἐστιν. ἡ γὰρ ὑπὸ γ β α, γωνία ὀρθή ἐστι κατὰ τὴν λα: τοῦ γ΄: τῶν Στοιχ: ὥστε κατὰ τὴν μζ΄: τοῦ α΄: τῶν αὐτῶν τὸ ἀπὸ τῆς γ α, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπὸ τῶν γ β, β α, ὥστε ἀφαιρεμένου τοῦ ἀπὸ τῆς α β, τετραγώνου ἀπὸ τοῦ ἀπὸ τῆς γ α, ἐναπολείπεται τὸ ἀπὸ τῆς β γ, οὗ τῆς τετραγώνου εὑρεθείσης ῥίζης, γινώσκεται ἡ β γ, ὑποτείνουσα. ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

Geom. Lib. 7. Fig. 27.

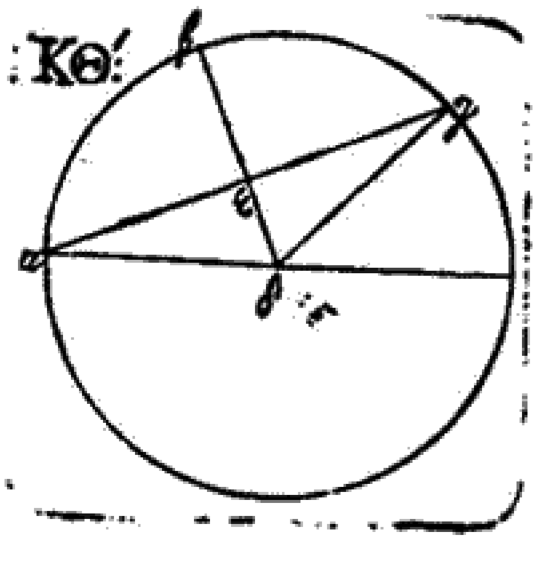


Πρότασις ΚΘ΄.

Τόξου οἱουδήποτε τμήματος κύκλου δοθέντος, καὶ τῆς ἡμιδιαμέτρου τοῦ αὐτοῦ κύκλου, τὸ τοῦ τμήματος ἐμβαδὸν εὑρεῖν.

Ἔστω δεδομένον τό, τε α β γ, τόξον τοῦ α ε γ β, τμήματος, καὶ ἡ α δ, ἡμιδιάμετρος, καὶ ζητείσθω τὸ ἐμβαδὸν τοῦ α ε γ β, τμήματος. Τμηθήτω δὴ τὸ α β γ, τόξον δίχα κατὰ τὸ β, καὶ ἐπεζεύχθω αἵ τε β δ, καὶ δ γ. εἶτα εὑρεθήτω κατὰ τὰς ἀνωτέρω ἡ α γ, ὑποτείνουσα τὸ α β γ, τόξον, ἢ γοῦν εὑρεθήτω τὸ α ε, ὀρθὸν ἡμίτονον ἐν τοῖς πίναξι τῶν ἡμιτόνων, ἀποτεμνόντων τε καὶ τεμνουσῶν, καὶ γνωσθήσεται πάντως τό, τε β ε, πλάγιον ἡμίτονον, καὶ τὸ ε δ, ἡμίτονον παραπληρώματος. τούτων δ᾽ εὑρεθέντων, πολλαπλασιασθήτω ἡ μὲν α δ, δοθεῖσα ἡμιδιάμετρος ἐπὶ τὸ α β, ἥμισυ τοῦ α β γ, τόξου, τὸ δὲ ε δ, ἡμίτονον παραπληρώματος τοῦ α β, τόξου ἐπὶ τὸ α ε, ὀρθὸν ἡμίτονον τοῦ αὐτοῦ, καὶ τὸ γενόμενον ὑπὸ τῶν δ ε, ε α, ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ γενομένου ὑπὸ τῶν δ α, α β, καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ἔσται τὸ ζητούμενον. κατὰ γὰρ τὴν κδ΄: τοῦ δ΄: τοῦ παρόντος, τὸ ὑπὸ τῶν δ α, α β, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ α β γ δ, τομεῖ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν δ ε, ε α, τῷ α γ δ,

Geom. Lib. 7. Fig. 28.



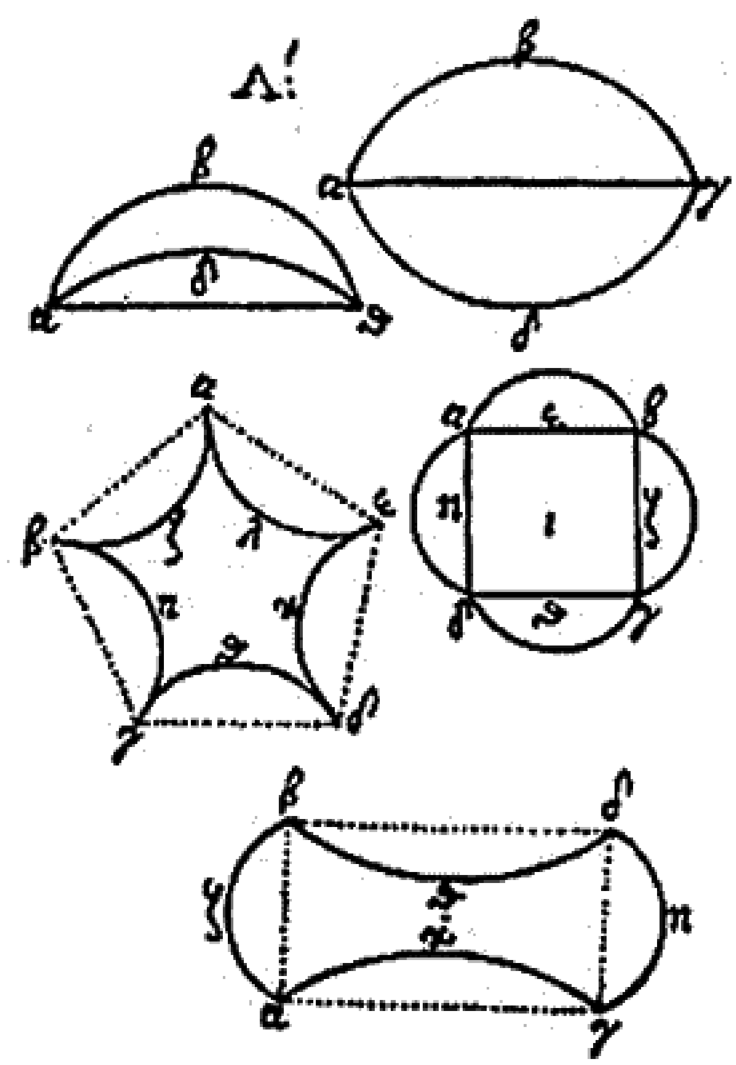
τῷτριγώνῳ κατὰ τὴν ιβ': τοῦ γ': τοῦ παρόντος. ἀφαιρουμένου δὲ τοῦ αγδ, τριγώνου ἀπὸ τοῦ αβγδ, τομέως, ἐναπολείπεται τὸ αβγδε, τμῆμα. Τόξου ἄρα οὑδήποτε τμήματος κύκλου καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις Λ':

Σχημάτων φακοειδῶν, μηνοειδῶν, καὶ τῶν ἐκ διαφόρων τοῦ κύκλου συγκειμένων τμημάτων τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν.

Ἔστω α': τὸ αβγδ, φακοειδὲς σχῆμα, καὶ ζητείσθω τὸ τούτου ἐμβαδόν. Διήχθω δὴ ἡ αγ, καὶ εὑρεθήτω κατὰ τὴν ἀνωτέρω ἑκάτερον τῶν αβγ, αδγ, τμημάτων, καὶ τὸ ἐξ ἀμφοῖν συγκείμενον ἴσον ἔσται τῷ ἐμβαδῷ τοῦ αβγδ, δοθέντος φακοειδοῦς σχήματος.

Geom. Lib. 7. Fig. 39.



Ἔστω β': τὸ αβθδ, μηνοειδές. Ἐπιζεύχθω δὴ ἡ αθ, καὶ εὑρεθήτω κατὰ τὴν ἀνωτέρω ἑκάτερον τῶν αβθ, αδθ, τμημάτων, καὶ ἀπὸ τοῦ αβθ, μείζονος ἀφῃρήσθω τὸ αδθ, ἔλαττον τμῆμα, καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον ἴσον ἔσται τῷ αβθδ, δοθέντι μηνοειδεῖ σχήματι. Ἔστω γ': τὸ αβγδ, ἀμφίκυρτον. Ἐπιζεύχθωσαν δὴ αἱ αβ, βγ, γδ, δα, εὐθεῖαι. καὶ εὑρεθήτω α': χωρὶς ἕκαστον τῶν αεβ, βζγ, γδθ, δηα, τμημάτων. Εἶτα εὑρεθήτω καὶ τὸ αβγδ, τετράπλευρον, καὶ συναφθήτωσαν τὰ πάντα εἰς ἕν, καὶ τὸ γενόμενον ἴσον ἔσται τῷ αβγδ, δοθέντι ἀμφικύρτῳ σχήματι.

Ἔστω δ': τὸ αβγδε, ἀμφίκοιλον σχῆμα. Ἐπιζεύχθωσαν δὴ αἱ αβ, βγ, γδ, δε, εα, καὶ εὑρεθήτω α': τὸ ἐμβαδὸν τοῦ αβγδε εὐθυγράμμου σχήματος. εἶτα εὑρεθήτω καὶ τὰ αβζ, βγη, γδθ, δεκ, εαλ, τμήματα, καὶ συναφθήτωσαν εἰς ἕν. τὸ δὲ γινόμενον ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ εὑρεθέντος ἐμβαδοῦ τοῦ αβγδε, εὐθυγράμμου, καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ἴσον ἔσται τῷ δοθέντι αβγδε, ἀμφικοίλῳ σχήματι.

Ἔστω ε': τὸ αγδβ, κυρτόκοιλον. Ἐπιζεύχθωσαν δὴ αἱ αβ, βδ, δγ, γα.

γα. καὶ εὑρεθήτω α': τὸ ἐμβαδὸν τοῦ αγδβ, τετραπλεύρου εὐθυγράμμου, εἶτα εὑρεθήτω ἑκάτερον τῶν βθδ, ακγ, καὶ συναφθήτωσαν εἰς ἓν, καὶ τὸ γενόμενον ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ αγδβ, τετραπλεύρου, καὶ ἐναπολειφθήσεται τὸ βθδγκαβ. Τελευταῖον εὑρεθήτω καὶ τῶν αζβ, γδη, ἑκάτερον, καὶ συναφθήτωσαν εἰς ἓν, τὸ δὲ γενόμενον προστεθήτω τῷ βθδγκαβ, καὶ τὸ ὅλον ἴσον ἔσται τῷ δοθέντι αγδβ, κυρτοκοίλῳ σχήματι. Τοῦτον τὸν τρόπον ἔξεστί σοι εὑρίσκειν τὸ ἐμβαδὸν καὶ παντὸς ἄλλου σχήματος ἐκ διαφόρων τοῦ κύκλου συγκειμένου τμημάτων.

Καταγραφὴ Ἐλλείψεως, ἤτοι σχήματος ᾠοειδοῦς.

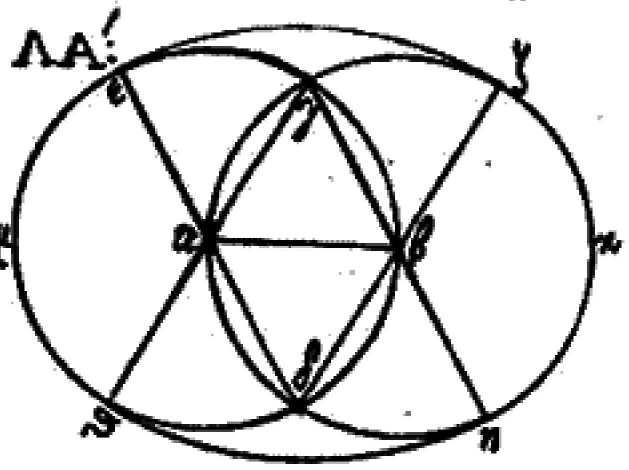
Πρότασις ΛΑ':

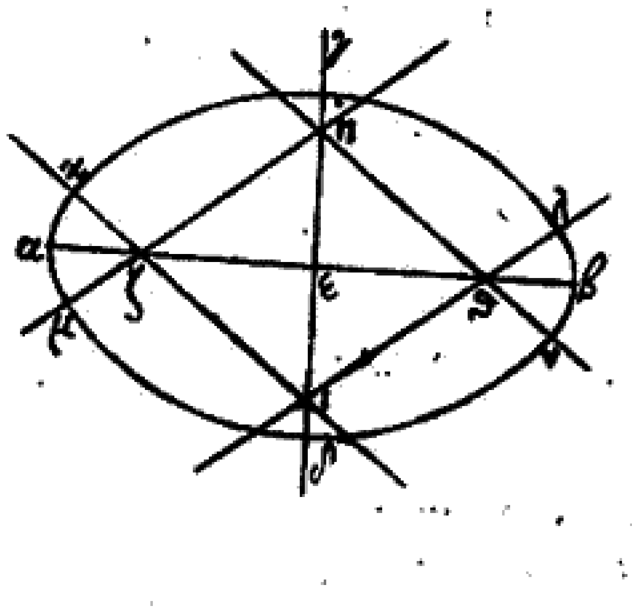
Ὁσαχῶς ἡ Ἔλλειψις καταγράφεσθαι δύναται.

Ἡ τῆς Ἐλλείψεως καταγραφὴ πολυτρόπως δύναται γενέσθαι. Ἢ γὰρ ἄμφω αἱ διάμετροι τῆς ζητουμένης δίδονται ἐλλείψεως, ἢ ἡ μία μόνη, ἢ οὐδετέρα. Ἔστω δὴ α': καταγράψαι ἔλλειψιν μηδετέρας διδομένης τῶν διαμέτρων. κείσθω ἡ τυχοῦσα αβ, πεπερασμένη εὐθεῖα, καὶ κέντροις μὲν τοῖς α, καὶ β, γραφήτωσαν δύο κύκλοι οἱ αζκη, βεμθ, τεμνόμενοι κατὰ τὰ γ, καὶ δ, σημεῖα, διὰ δὲ τῶν βγ, βδ, αγ, αδ, σημείων ἀχθήτωσαν αἱ γβη, δβζ, γαθ, δαε, εὐθεῖαι. εἶτα κέντρῳ μὲν τῷ δ, διαστήματι δὲ τῷ δε, ἢ δζ, γραφήτω τόξον τὸ εζ, κέντρῳ δὲ τῷ γ, καὶ διαστήματι τῷ γη, ἢ γθ, γραφήτω ἕτερον τόξον τὸ ηθ, καὶ τὸ εζηθ, σχῆμα Ἔλλειψις, εἴτουν ᾠοειδὲς ἔσται.

Geom. Lib. 7. Fig. 30.

ΛΑ'.





Ἄλλως. Συνεστάσθω ἐπὶ τῆς αβ, τρίγωνα ἰσόπλευρα ἑκατέρωθεν τὰ αβγ, αβδ, καὶ ἀχθήτωσαν αἱ γα, γβ, δα, δβ, κατὰ τὸ συνεχὲς ἀορίστως. Εἶτα κέντροις μὲν τοῖς γ, καὶ δ, διαστήματι δὲ ὃ βούλει, γραφήτωσαν ἑκατέρωθεν τὰ εζ, ηθ, τόξα ὑπὸ τῶν δε, δζ, γη, γθ, ἐμπεριλαμβανόμενα εὐθειῶν. Κέντροις δ' αὖθις τοῖς α, καὶ β, διαστήματι δὲ ἴσῳ τῷ αε, ἢ αθ, ἢ βζ, ἢ βη, γραφήτωσαν τὰ ζκη, εμθ, τόξα, καὶ ἔσται τὸ ἐπιταχθέν.

Ἔστω β': καταγράψαι ἔλλειψιν διδομένης μιᾶς τῶν αὐτῆς διαμέτρων. Δοθήτω δὴ ἡ αβ, καὶ τμηθήτω αὕτη δίχα κατὰ τὸ ε, δι' οὗ ἤχθω ἡ γδ, τέμνουσα τὴν αβ,

πρὸς