

συστήματα πού κινούνται εὐθύγραμμα καί ὁμαλά ὡς πρὸς αὐτό, εἶναι ἐπίσης ἀδρανειακά καί ἡ εἰδική θεωρία τῆς σχετικότητας προϋποθέτει τέτοια συστήματα. Ἡ κλασικὴ μηχανικὴ ἔλπιζε νά ἀνακαλύψει τὸν ἀπόλυτο χῶρο, γιὰ νά βρεῖ τὸ κατεξοχὴν ἀδρανειακὸ σύστημα, ὡς πρὸς τὸ ὁποῖο θά ὄριζε τὰ ὑπόλοιπα. Ἡ εἰδική θεωρία τῆς σχετικότητας ἀπόρριψε τὴν ἔννοια τοῦ ἀπόλυτου χώρου. Πῶς ὅμως μπορεῖ νά ἐξακριβώσει πειραματικά τὴν ὕπαρξη ἑνὸς συστήματος ἀδράνειας; Ἡ πρόταση τοῦ Ἀϊνστάιν: οἱ νόμοι τῆς φυσικῆς εἶναι ἴδιοι γιὰ ὅλα τὰ συστήματα ἀδράνειας, προϋποθέτει προφανῶς τὴν πρόταση: συστήματα ἀδράνειας εἶναι τὰ συστήματα ἀναφορᾶς στὰ ὁποῖα ἰσχύουν οἱ νόμοι τῆς μηχανικῆς (ἢ γενικότερα τῆς φυσικῆς). Ἀλλά δέν πρόκειται τότε γιὰ φαῦλο κύκλο; Καί ἡ ἀναζήτηση τῆς ἀπόλυτης κίνησης δέν ἦταν ἀκριβῶς ἡ ἀγωνιώδης προσπάθεια τῶν φυσικῶν νά βγοῦν ἀπ' αὐτὸν τὸν κύκλο;

3.4. Βαρύτητα, χῶρος καί χρόνος

Τὸ σύμπαν τῆς εἰδικῆς θεωρίας παρουσιάζει δύο βασικὲς ἰδιομορφί-ες: Πρῶτο, περιορίζει τὴν ἀμεταβλητότητα τῶν φυσικῶν νόμων μόνο στὰ ἀδρανειακά συστήματα. Δεύτερο, εἶναι ἓνα σύμπαν μέ σταθερὴ μετρικὴ, γιατί ἡ μετρικὴ αὐτὴ δέν λαβαίνει ὑπόψη τὴν κατανομὴ τῆς ὕλης στό χωρόχρονο. Τόσο ὁ πρῶτος περιορισμὸς ὅσο καί ἡ δεύτερη ἐξιδανίκευση ξεπεράστηκαν ἀπὸ τὴ γενικὴ θεωρία τῆς σχετικότητας, πού τυπικά εἶναι ἡ θεωρία τῆς γενικῆς ἀμεταβλητότητας. Ὡς πρὸς τὸ φυσικὸ της περιεχόμενο, ἡ γενικὴ θεωρία εἶναι μιά νέα θεωρία τῆς βαρύτητας, καί μπορεῖ νά ὀριστεῖ σάν ἡ θεωρία τῶν σχέσεων χώρου, χρόνου καί ὕλης.

Ἡ εἰδικὴ θεωρία τῆς σχετικότητας γεννήθηκε ἀπὸ τὴ σύγκρουση τῶν μηχανιστικῶν ἀντιλήψεων μέ τὴν ἠλεκτρομαγνητικὴ πραγματικό-τητα. Ἡ ἀσυμβατότητα τοῦ κλασικοῦ νόμου τοῦ Νεύτωνα μέ μιά σειρά ἀστρονομικὰ δεδομένα, ὑπῆρξε ἀντίστοιχα μιά ἀπὸ τίς αἰτίες πού ὀδήγησαν στὴ γενικὴ θεωρία τῆς σχετικότητας.

Τὸ πρόγραμμα τοῦ Ἀϊνστάιν ἦταν νά ξεπεράσει τοὺς περιορισμοὺς τῆς εἰδικῆς θεωρίας, καί νά διατυπώσει τοὺς νόμους τῆς φυσικῆς ἔτσι ὥστε νά εἶναι ἀμετάβλητοι ὡς πρὸς ὁποιοδήποτε σύστημα ἀναφορᾶς, ἀδρανειακὸ ἢ μὴ. «Οἱ νόμοι τῆς φυσικῆς, ἔγραφε τὸ 1916, πρέπει νά εἶναι τέτοιοι ὥστε νά ἐφαρμόζονται σὲ συστήματα ἀναφορᾶς μέ ὁποιαδήποτε μορφή κίνησης. Πρὸς αὐτὴ τὴν κατεύθυνση φτάσαμε σὲ μιά ἐπέκταση τῆς ἀρχῆς τῆς σχετικότητας».³⁰

30. A. Einstein in: *The Principle of Relativity*, Dover, σελ. 113

Τό φυσικό περιεχόμενο τῆς γενικῆς θεωρίας τῆς σχετικότητας, εἶναι ἡ θεωρία τῆς βαρύτητας τοῦ Ἄϊνστάιν.

Ἐκείνη ἡ κλασική νόμος τοῦ Νεύτωνα παρουσίαζε μιά σειρά ἀσυμφωνίες, κυρίως μέ τίς κινήσεις τῶν μεγάλων πλανητῶν, τῆς σελήνης, τοῦ κομήτη τοῦ Encke, κλπ.³¹ Ἐγίναν πολλές «νευτώνιες» βελτιώσεις στό νόμο τοῦ Νεύτωνα, διατυπώθηκαν καί «μῆ νευτώνιοι» νόμοι, πάντα στό κλασικό χωροχρονικό πλαίσιο καθῶς καί νόμοι στά πλαίσια τῆς εἰδικῆς θεωρίας, ἀλλά τά ἀποτελέσματα δέν ἦταν ικανοποιητικά.³²

Ἐκεῖνος ὁ Ἄϊνστάιν ἔλυσε καί ἐδῶ τό γόρδιο δεσμό, ἐγκαταλείποντας τό κλασικό, καί δημιουργώντας ἕνα νέο χωροχρονικό πλαίσιο. Ἐκείνος ὁ νόμος τοῦ Νεύτωνα δέν ικανοποιοῦσε τίς ἀπαιτήσεις τῆς σχετικότητας. Πραγματικά, ὁ νόμος τοῦ Poisson γιά τό δυναμικό μιᾶς μάζας μ : $\Delta U = 4\pi G\mu$, εἶναι ἀμετάβλητος ὡς πρός τούς μετασχηματισμούς τοῦ Γαλιλαίου. Δέν εἶναι ὡστόσο ἀμετάβλητος ὡς πρός τούς μετασχηματισμούς τοῦ Lorentz. Χρειαζόταν λοιπόν μιά ρελατιβιστική διατύπωση: Ἐκεῖνος ὁ Einstein πέτυχε μιά ρελατιβιστική γενίκευση του κλασικοῦ νόμου τῆς βαρύτητας, πού διατυπώθηκε σέ μορφή ἀνεξάρτητη ἀπό τό σύστημα ἀναφορᾶς, ἀδρανειακό ἢ μῆ. Ἀλλά οἱ νέοι νόμοι ἀπαιτοῦσαν ἕνα νέο χωροχρονικό πλαίσιο, πού θά τό ἔβρισκαν στή γεωμετρία τοῦ Riemann.

Ἐκεῖνος ὁ νέος νόμος τῆς βαρύτητας ἔπρεπε νά ικανοποιεῖ τήν ἀρχή τῆς γενικευμένης ἀμεταβλητότητας (covariance). Γιά νά πετύχει αὐτό τό σκοπό, ὁ Ἄϊνστάιν διατύπωσε (καί συγκεκριμενοποίησε μέ τή βοήθεια ἑνός νοητικοῦ πειράματος) τήν ἀρχή τῆς τοπικῆς ἰσοδυναμίας. Κατά τήν ἀρχή αὐτή, τό πεδίο βαρύτητας, σέ περιορισμένη περιοχή τοῦ χώρου, εἶναι ἰσοδύναμο μέ τό πεδίο δυνάμεως πού δημιουργεῖται ἀπό μιά ἐπιταχυνόμενη κίνηση. Κανένα τοπικό πείραμα δέν ἐπιτρέπει νά διακρίνουμε τό ἕνα πεδίο ἀπό τό ἄλλο. Ἀλλά ἂν θέλουμε νά «ἀπορροφήσουμε» τίς δυνάμεις τῆς βαρύτητας σέ μιά γεωμετρική δομή, τότε ἡ δομή αὐτή δέν μπορεῖ νά εἶναι εὐκλείδεια: «Ἐκείνη ἡ εὐκλείδεια γεωμετρία δέν ἰσχύει οὔτε σέ πρώτη προσέγγιση γιά τό πεδίο βαρύτητας» (Ἄϊνστάιν).

Ἐστω ἕνα σωματίο «ἀπομονωμένο» στόν κενό χῶρο. Θά ἔχουμε τότε:

31. Βλ. σχετικά: M.A. Tonnelat, Les Principes de la Théorie Electromagnétique et de la Relativité, Masson, 1951 καί Histoire du Principe de Relativité, Flammarion, 1971.

32. Ἐκείνη ἡ νευτώνια θεωρία δίνει μιά ικανοποιητική περιγραφή τῆς κίνησης τῶν πλανητῶν, ἀλλά δέν εἶναι θεωρία ρελατιβιστική. Πρόκειται γιά βαθμωτή θεωρία, ὅπου τό βαθμωτό βαρυτικό δυναμικό φ , εἶναι ἡ πηγή τοῦ βαρυτικοῦ πεδίου. Οἱ ἐξισώσεις τοῦ πεδίου ἔχουν τή μορφή: $\Delta\varphi = -4\pi G\mu$, ὅπου Δ ὁ λαπλασιανός τελεστής, G ἡ σταθερά τῆς βαρύτητας τοῦ Νεύτωνα καί μ ἡ μάζα. Ἐκείνος ὁ νόμος τῆς

$F=0, \gamma=0$. Η τροχιά αυτού του σωματίου θα είναι μία ευθεία γραμμή, μία γεωδεσική γραμμή στο χώρο του Minkowski.

Αν όμως θέλουμε - γράφει ο Αϊνστάιν - ένα μη απομονωμένο σωματίο να κινείται πάντα σε μία γεωδεσική γραμμή, τότε αυτή ή γεωδεσική δεν μπορεί να είναι μία γεωδεσική του Minkowski (δηλ. μία ευθεία), γιατί αυτό θα αποτελούσε άρνηση της βαρύτητας. Χρειάζεται λοιπόν ή εισαγωγή ενός νέου χώρου, ενός χώρου Ρήμαν, με μη μηδενική καμπυλότητα.

Η μετρική του χώρου του Ρήμαν δεν είναι ή απλή και σταθερή μετρική του ευκλείδειου ή ψευδοευκλείδειου χώρου. Τό στοιχειώδες μήκος δίδεται βέβαια και έδω από τον τύπο: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$. Αλλά τώρα ο θεμελιώδης τανυστής ($g_{\mu\nu}$) μεταβάλλεται από τό ένα σημείο του χώρου στο άλλο. Δεν μπορούμε λοιπόν να όρίσουμε ένα γαλιλαϊκό σύστημα συντεταγμένων, παρά με μία άπειροστή περιοχή του χώρου. Οι συνιστώσες του μετρικού τανυστή είναι γενικά μεταβλητές και ή τιμή τους καθορίζεται από τήν κατανομή της ύλης στο χώρο. Έτσι ή μορφή του χώρου μεταβάλλεται, σε συνάρτηση με τήν ποσότητα της ύλης.

Ο χώρος του Ρήμαν είναι ένας μετρικός χώρος, όπου τό άπειροστό διάστημα έχει πάντα τήν προηγούμενη μορφή. Αλλά τώρα ο θεμελιώδης μετρικός τανυστής δεν έχει ούτε τήν απλή ευκλείδεια τιμή³³ ούτε τήν πιο σύνθετη, αλλά επίσης σταθερή τιμή του χώρου του Minkowski³⁴. Στο χώρο του Ρήμαν ή μετρική είναι μεταβλητή. Γενικά τά $g_{\mu\nu}$ είναι αυθαίρετες συναρτήσεις. Μόνο υπό ειδικές συνθήκες μπορούν

βαρυτικής έλξης είναι ο ακόλουθος: $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ όπου R ή απόσταση των δύο

μαζών m_1 και m_2 . Μία άπόπειρα να ξεπεραστούν οι άδυναμίες της νευτώνιας θεωρίας στά πλαίσια της ειδικής σχετικότητας έγιναν από τον Nordström. Σάν πηγή του πεδίου θεωρείται έδω τό βαθμητό μέγεθος T, που όρίζεται ως έξης: $T = \eta^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = T_{\nu}^{\nu}$ όπου $\eta_{\mu\nu}$ ο μετρικός τανυστής του χώρου του Minkowski. Η θεωρία αυτή έδινε ικανοποιητικά αποτελέσματα σε πρώτη προσέγγιση. Σε ανώτερες προσεγγίσεις ώστόσο έρχόταν σε άσυμφωνία με τίς παρατηρήσεις. Τή λύση των αντιφάσεων θα τήν έδινε ή τανυστική θεωρία της βαρύτητας του Einstein. Βλ. σχετικά, εκτός από τίς πρωτότυπες ανακοινώσεις του Einstein στο The Principle of Relativity, τό έργο του A. Papapetrou, Lectures on Relativity, Reidel, 1974 και τό έργο των Mercier, Treder, Yourgrau, On General Relativity, Akademie - Verlag, Berlin, 1979.

33. Η μετρική αυτή είναι: $g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu}$. Πρόκειται για επίπεδο χώρο, ανεξάρτητο από τό χώρο και τήν ύλη.

34. Η μετρική του χώρου του Minkowski είναι $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = (1; -1, -1, -1)$. Έδω έχουμε μία ψευδοευκλείδεια μετρική, ο χώρος και ο χρόνος ένώνεται σε ένα τετραδιάστατο συνεχές, αλλά ή ύλη δεν έπηρεάζει τή μορφή του χώρου.

νά αναχθοῦν στίς μετρικές τοῦ Minkowski (ἀπουσία ὕλης, μεγάλες ταχύτητες) ἢ τοῦ Εὐκλείδη (ἀπουσία ὕλης, μικρές ταχύτητες). Σέ ἀναλογία μέ τίς διαισθήσεις τοῦ Καρτέσιου, ἡ κατανομή τῆς ὕλης καθορίζει τή γεωμετρική μορφή τῆς πολλαπλότητας πού συνιστᾶ τό σύμπαν. Ἡ ἰδέα ὅτι ὑπάρχει ὕλη ἀνεξάρτητα ἀπό τό χῶρο δέν εὐσταθεῖ, ὅπως καί ἡ ἀντίστροφη κλασική ἀντίληψη, ὅτι ὁ χῶρος μπορεῖ νά ὑπάρξει χωρίς τήν ὕλη. Ἀνάμεσα στό χῶρο καί τήν ὕλη ἀποκαθίσταται μιά σχέση λειτουργική³⁵.

«Σύμφωνα μέ τή γενική θεωρία τῆς σχετικότητας, γράφει ὁ Ἄϊνστάιν, ὁ μετρικός χαρακτήρας (καμπυλότητα) τοῦ τετραδιάστατου χωροχρονικοῦ συνεχοῦς καθορίζεται σέ κάθε σημεῖο ἀπό τήν ὕλη στό σημεῖο αὐτό, κι ἀπό τήν κατάσταση αὐτῆς τῆς ὕλης. Ἄν λάβουμε λοιπόν ὑπόψη μας τήν ἔλλειψη ὁμοιομορφίας στήν κατανομή τῆς ὕλης, ἡ μετρική δομή αὐτοῦ τοῦ συνεχοῦς εἶναι ἀναγκαστικά ἐξαιρετικά περίπλοκη».³⁶

Ἡ προσπάθεια γιά τοπική «ἀπορρόφηση» τῶν δυνάμεων τῆς βαρύτητας σέ μιά γεωμετρική δομή, καθόρισε τήν ἐπιλογή τοῦ νέου χώρου. Ἡ καμπυλότητα, δηλαδή ἡ μορφή τοῦ χώρου του Ρῆμαν, παριστάνεται ἀπό τόν λεγόμενο τανυστή Ρῆμαν - Κρίστοφελ. Ἄλλά ὁ τανυστής αὐτός εἶναι συνάρτηση τῶν $g_{\mu\nu}$ καί τῶν παραγῶγων τους, πρώτης καί δευτέρας τάξεως. Οἱ συνιστώσες τοῦ μετρικοῦ τανυστή ($g_{\mu\nu}$), μέ τή σειρά τους, δέν εἶναι παρά οἱ συνιστώσες τοῦ πεδίου βαρύτητας. Ἐτσι ἡ ὕλη καθορίζει τήν καμπυλότητα, δηλαδή τή μορφή τοῦ χώρου στή γενική θεωρία τῆς σχετικότητας. Γιά πρώτη φορά στήν ἱστορία τῆς φυσικῆς, ὁ χῶρος συνδέθηκε ὀργανικά μέ τήν ὕλη.

Ἄλλά τί ἐννοοῦμε μέ τόν ὄρο ὕλη; Γιά τή θεωρία τῆς βαρύτητας ὁ ὄρος αὐτός δέν περιλαμβάνει μόνο τά συνήθη «ὕλικά» σωμάτια, πού ἔχουν θετική μάζα, ἀλλά κάθε μορφή ὕλης, ἄρα καί τό ἠλεκτρομαγνητικό πεδίο. Κατά τόν Ἄϊνστάιν: «Θά διακρίνουμε στό ἐξῆς ἀνάμεσα στό πεδίο βαρύτητας καί στήν ὕλη μέ τήν ἔννοια ὅτι καλοῦμε ὕλη ὅτιδήποτε ἐκτός ἀπό τό βαρυτικό πεδίο. Ἡ χρήση πού κάνουμε στή λέξη περιλαμβάνει λοιπόν ὄχι μόνο τήν ὕλη μέ τή συνηθισμένη ἔννοια, ἀλλά καί τό ἠλεκτρομαγνητικό πεδίο».³⁷

35. Βλ. σχετικά, ἐκτός ἀπό τίς πρωτότυπες ἀνακοινώσεις τοῦ Einstein στό *The Principle of Relativity*, τό ἔργο τοῦ A. Papapetrou, *Lectures on Relativity*, Reidel, 1974 καί τό ἔργο τῶν Mercier, Treder, Yourgrau, *On General Relativity*, Akademie - Verlag, Berlin, 1979.

36. *Cosmological Considerations*, στό: *The Principle of Relativity*, σελ. 183.

37. *The Foundations of the General Theory of Relativity*, στό: *The Principle of Relativity*, σελ. 143.

Ὡστόσο ἡ διάκριση δέν εἶναι ἀπόλυτη. Στό ἴδιο ἄρθρο ὁ Ἄϊνστάϊν εἰσάγει στίς ἐξισώσεις τῆς βαρύτητας τό σύνολο «ὑλης» καί βαρυτικοῦ ἐπιπέδου. Ἔτσι, ἡ ἐνέργεια τοῦ βαρυτικοῦ πεδίου «δρᾱ βαρυτικά ἀκριβῶς ὅπως κάθε ἄλλη μορφή ἐνέργειας».³⁸ Ἡ ὑλη γεννᾷ τό βαρυτικό πεδίο, ἀλλά καί τό πεδίο ἀντεπιδρᾱ στήν ὑλη μ' ἓνα εἶδος ἀνάδρασης, δημιουργώντας ἓνα δευτερογενές πεδίο, ἀσθενέστερο φυσικά, ἀλλά ὑπαρκτό.

Ἡ μορφή τῆς τετραδιάστατης πολλαπλότητας πού συνιστᾷ τό χῶρο τοῦ Ρήμαν δέν ὑπάρχει «καθ'αυτή», ἀλλά καθορίζεται ἀπό τό σύνολο τῶν μορφῶν τῆς ὑλης. Ἡ μορφή αὐτή καθορίζεται σέ τελευταία ἀνάλυση ἀπό τόν τανυστή ὀρμῆς - ἐνέργειας. Στήν περίπτωση πού ὑπάρχουν μόνο ὑλικά σώματα (μέ τή στενή ἔννοια) ἔχουμε τό σχῆμα: καθαρῆ ὑλη: $M_{\mu}^{\nu} = \rho c^2 u_{\mu}^{\nu}$ Στήν περίπτωση ὑλης καί πεδίου, ἔχουμε τό σχῆμα: $M_{\mu}^{\nu} + t_{\mu}^{\nu}$, ὅπου t_{μ}^{ν} εἶναι ὁ τανυστής τοῦ ἠλεκτρομαγνητικοῦ πεδίου. Ὅλες οἱ συνιστώσες τοῦ τανυστῆ ὑλης, δροῦν σάν πηγές τοῦ πεδίου βαρύτητας³⁹.

Ἡ καμπυλότητα τοῦ χώρου θά μηδενιζόταν καί θά εἴχαμε ἓνα σύμπαν εὐκλείδιο, μόνο στήν περίπτωση ἑνός φανταστικοῦ σύμπαντος, κενοῦ ἀπό ὑλη. Σ' αὐτή τήν περίπτωση ὁ τανυστής τοῦ Ρήμαν θά μηδενιζόταν ἢ μετρική θά ἦταν σταθερή ($g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu}$) καί ὁ χῶρος θά ἦταν ἓνας ἐπίπεδος εὐκλείδιος χῶρος (μέ μηδενική καμπυλότητα). Σ' αὐτό τό φανταστικό σύμπαν θά ἴσχυε ἡ εἰδική θεωρία τῆς σχετικότητας.

Ἀλλά ὁ πραγματικός χῶρος ἔχει παντοῦ μή μηδενική (καί μεταβαλλόμενη) καμπυλότητα καί μόνο σέ ἀπειροστές περιοχές μπορούμε νά ὀρίσουμε μιά εὐκλείδια μετρική. Ἔτσι στό χῶρο αὐτό, ἡ ἔννοια τῆς καθορισμένης ἀπόστασης δέν ἔχει γενικά νόημα. Θά μπορούσαμε νά ὀρίζαμε μιά σταθερή ἀπόσταση σέ πεπερασμένο χῶρο, μόνο στήν περίπτωση πού τά δυναμικά τοῦ πεδίου βαρύτητας δέν

38. Στό ἴδιο, σελ. 148 - 150.

39. Ἡ θεωρία τῆς βαρύτητας εἶναι τανυστική θεωρία καί οἱ 10 συνιστώσες τοῦ τανυστῆ $T_{\mu\nu}$ δροῦν σάν πηγές τοῦ βαρυτικοῦ πεδίου. Ὁ τανυστής $T_{\mu\nu}$ περιλαμβάνει τήν πυκνότητα ὑλης, ὀρμῆς - ἐνέργειας καί πίεσης. Οἱ πεδιακές

ἐξισώσεις ἔχουν τώρα τή μορφή: $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = -K T_{\mu\nu}$ (1), ὅπου ὁ $R_{\mu\nu}$ εἶναι ἓνας συντηρητικός γεωμετρικός τανυστής καί ὁ $g_{\mu\nu}$ ἀντιπροσωπεύει τά δυναμικά τοῦ πεδίου βαρύτητας. Ἡ παρουσία τῆς ὑλης καθορίζει συνεπῶς τή γεωμετρία τοῦ χώρου. Ἄν ὁ χῶρος εἶναι «κενός», ἄν δηλαδή $T_{\mu\nu}=0$, τότε $R_{\mu\nu}=0$. Στήν πιά ἀπλή μορφή, οἱ ἐξισώσεις τοῦ πεδίου ἔχουν τή μορφή $R_{\mu\nu} = -K T_{\mu\nu}$, ὅπου K ἡ ρελατιβιστική βαρυτική σταθερά, ἀνάλογη μέ τή σταθερά G τοῦ Νεύτωνα.

ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὸ χρόνο. Γενικά ὅμως τὰ δυναμικά μεταβάλλονται καί με αὐτὰ μεταβάλλεται ἡ μετρική, ἄρα καί ἡ ἀπόσταση. Συνεπῶς ἡ ἔννοια τοῦ μήκους εἶναι συνάρτηση τῆς κατανομῆς τῆς ὕλης καί τῆς κίνησής της. " Ἄν θὰ μπορούσαμε νὰ φανταστοῦμε ἕνα καί μοναδικό σῶμα, τότε θὰ εἶχαμε ἕνα σταθερό πεδίο καί μιά ἀμετάβλητη μορφή τοῦ χώρου. Ἐνῶ ἀπὸ τὸ πραγματικό σύμπαν οἱ μάζες βρίσκονται σὲ ἀδιάκοπη κίνηση, τὰ πεδία συνεχῶς μεταβάλλονται, καί μαζί τους ἡ μορφή τοῦ χώρου.

Ἡ κίνηση στὸ πεδίο βαρύτητας πραγματοποιεῖται πάνω σὲ γραμμὲς ἐλάχιστου μήκους (γεωδесικές γραμμές). Ἐξαιτίας τοῦ πεδίου βαρύτητας καί τοῦ μὴ εὐκλείδειου χαρακτήρα τοῦ χώρου, ἡ τροχιά δέν εἶναι εὐθύγραμμη καί ἡ κίνηση δέν εἶναι ὁμοιόμορφη. Τὸ πεδίο βαρύτητας ἀσκεῖ μιά «δύναμη» στὰ ὑλικά σῶματα (τετραδιάνυσμα δύναμης). Ὁ ταυιστής γιν παίξει ἐδῶ τὸ ρόλο τοῦ δυναμικοῦ τοῦ πεδίου βαρύτητας καί οἱ παράγωγοί του καθορίζουν τὴν ἔνταση τοῦ πεδίου δυνάμεων.

Ὡστόσο ἡ κίνηση ἐνός οὐδέτερου σωματίου μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ σάν κίνηση ἐνός ἐλεύθερου σωματίου, δοθέντος ὅτι ὁ χῶρος τοῦ Ρήμαν ἐνσωματώνει μέσα στή δομὴ του τὴ βαρύτητα. Ἀντίστοιχα, οἱ γεωδесικές μποροῦν νὰ θεωρηθοῦν γενίκευση τῆς ἔννοιας τῆς εὐθείας. Ἀλλὰ αὐτὴ ἡ δυνατότητα δέν σημαίνει ὅτι ἐξαφανίζεται ἡ ἀντικειμενικὴ ὑπαρξὴ τοῦ βαρυτικοῦ πεδίου.

Μποροῦμε ὥστόσο νὰ ὀρίσουμε ἕνα σύστημα τοπικά ἀδρανειακό σὲ μιά ἀπειροστή περιοχὴ, πράγμα πού σημαίνει ὅτι μποροῦμε νὰ ἀπαλείψουμε σ' ἕνα χῶρο ἀπειροστό τὸ πεδίο βαρύτητας. Ἐνῶ ἡ δυνατότητα αὐτὴ εἶναι τοπικὴ καί δέν ἀφορᾷ παρά μιά πεπερασμένη περιοχὴ τοῦ χώρου.

Ἡ δυνατότητα αὐτὴ σχετίζεται με τὴν ἀρχὴ ἰσοδυναμίας, γιὰ τὴν ὁποία ἔχουμε μιλήσει⁴⁰. Σύμφωνα μ' αὐτὴ τὴν ἀρχὴ, ἕνα μὴ ἀδρανειακό σύστημα, ἕνα σύστημα λ.χ. πού ὑφίσταται μιά σταθερὴ ἐπιτάχυνση, μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ἰσοδύναμο με ἕνα βαρυτικό πεδίο σταθερῆς ἔντασης.

40. Ἡ ἀρχὴ τῆς ἰσοδυναμίας εἶναι γενίκευση τῆς κλασικῆς παραδοχῆς, ὅτι ἡ βαρυτικὴ μάζα πού εἰσέρχεται στὸ νόμο τοῦ Νεύτωνα: $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$ ἔχει τὴν ἴδια

τιμὴ με τὴν ἀδρανειακὴ μάζα πού εἰσέρχεται στὸ νόμο $F = m\gamma$. Κατὰ τὸν Einstein, οἱ βαρυτικὲς καί οἱ ἀδρανειακὲς δυνάμεις εἶναι ἐντελῶς ἰσοδύναμες καί εἶναι ἀδύνατο ἢ τίς διακρίνουμε με ὁποιοδήποτε πείραμα. Κατὰ τὴν ἀσθενὴ ἀρχὴ τῆς ἰσοδυναμίας, ἡ τροχιά ἐνός δοκιμαστικοῦ σωματίου δέν ἐξαρτᾶται οὔτε ἀπὸ τὴ μάζα, οὔτε ἀπὸ τὴ φύση του. Ἐπὶ τὰ σῶματα συμπεριφέρονται κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο ἀπέναντι στὸ πεδίο βαρύτητας, δηλαδὴ ὑφίστανται ὅλο τὴν ἴδια ἐπιτάχυνση. Ὁ Einstein διέκρινε ἀνάμεσα στὴν ἰσχυρὴ καί ἀσθενὴ ἰσοδυναμία. Μόνον ἡ ἀσθενὴς μπορεῖ νὰ βεβαιωθεῖ πειραματικά.

Ἡ ἀρχὴ αὐτὴ ἐρμηνεύτηκε συχνά μέ θετικιστικά κριτήρια: σάν ἀπόδειξη τοῦ μή ἀντικειμενικοῦ χαρακτήρα τοῦ πεδίου τῆς βαρύτητας.

Στὴν πραγματικότητα πρόκειται μόνο γιά ἀναλογία, καί μάλιστα γιά ἀναλογία μέ τοπικό χαρακτήρα. Τό πεδίο βαρύτητας εἶναι ἰσοδύναμο μέ ἓνα πεδίο δυνάμεων, μόνο τοπικά. "Ἐνα βαρυτικό πεδίο μηδενίζεται στό ἄπειρο, ἐνῶ τὰ πεδία πού εἶναι ἰσοδύναμα μέ μή ἀδρανειακά συστήματα αὐξάνουν ἀπεριόριστα πρὸς τό ἄπειρο, ἢ διατηροῦν σταθερὴ τιμὴ. Τὰ πεδία πού εἶναι ἰσοδύναμα μέ μή ἀδρανειακά συστήματα μποροῦν νά εξαφανιστοῦν μέ κατάλληλη ἐπιλογή τοῦ συστήματος ἀναφορᾶς. « Ἄλλά τό πραγματικό βαρυτικό πεδίο, γράφουν οἱ Landau - Lifshitz, δέν μπορεῖ νά μηδενιστεῖ μέ ὁποιαδήποτε ἀλλαγὴ τοῦ συστήματος συντεταγμένων. "Ὅταν ὑπάρχει βαρυτικό πεδίο, ὁ χωρόχρονος εἶναι τέτοιος ὥστε οἱ ποσότητες g_{mn} πού καθορίζουν τὴ μετρικὴ του νά μή μποροῦν νά ἀναχθοῦν, μέ ὁποιοδήποτε μετασχηματισμὸ τῶν συντεταγμένων, στὴ γαλιλαϊκὴ τους τιμὴ. "Ἐνας τέτοιος χῶρος εἶναι καμπύλος, ἀντίθετα μέ τὸν ἐπίπεδο χῶρο, ὅπου μιά τέτοια ἀναγωγὴ εἶναι δυνατὴ».⁴¹ Ἡ ἀπαλοιφή εἶναι τοπικὴ καί δέν ἀναιρεῖ τό γεγονός ὅτι ἡ μορφή τοῦ χῶρου καθορίζεται ἀπὸ τὴν κατανομὴ τῶν ὑλικῶν μαζῶν καί τὴν κίνησή τους.

Ἡ μεταβλητότητα τῆς ρημάνιας μετρικῆς δέν ἀφορᾶ φυσικά μόνο τίς χωρικές συνιστώσες. Ἡ ροὴ τοῦ χρόνου εἶναι καί αὐτὴ συνάρτηση τῶν δυναμικῶν τῆς βαρύτητας, δηλαδή τῆς κατανομῆς τῆς ὕλης. "Ἐτσι ὁ ρυθμὸς τῶν «ρολογιῶν» ἐπιβραδύνεται στίς περιοχὲς ὅπου ὑπάρχει τεράστια συγκέντρωση μαζῶν. Τό φῶς λ.χ. πού ἔρχεται ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια μεγάλων ἄστρων παρουσιάζει μιά μετατόπιση πρὸς τό ερυθρό, ἐξαιτίας τῆς μεταβολῆς τῶν συχνοτήτων ἐκπομπῆς τῶν ἀτόμων.

Στόν κλασικό εὐκλείδιο χῶρο, ὁ χρόνος ρεεῖ ὁμοιόμορφα γιά ὅλα τὰ ἀδρανειακά συστήματα: ὑπάρχει ἓνας κοινός, παγκόσμιος χρόνος. Στὴν εἰδικὴ θεωρία τῆς σχετικότητας, ὁ χρόνος ρεεῖ διαφορετικὰ στά διάφορα συστήματα ἀδράνειας. Ὡστόσο ὁ ἰδιοχρόνος (proper time) εἶναι ὁ ἴδιος γιά ὅλα τὰ σημεία ἑνός καί τοῦ αὐτοῦ συστήματος ἀδράνειας. Στὴ γενικὴ θεωρία τῆς σχετικότητας ὁ χρόνος δέν διαφέρει μόνο ἀπ' τό ἓνα σύστημα ἀναφορᾶς στό ἄλλο. Ὁ χρόνος ρεεῖ διαφορετικὰ γιά τὰ διάφορα σημεία τοῦ ἴδιου συστήματος ἀναφορᾶς: οἱ ιδιότητες τοῦ χωρόχρονου μεταβάλλονται ἀπὸ σημεῖο σέ σημεῖο. Ἄλλά ἡ τιμὴ τῶν g_{mn} (τῶν δυναμικῶν τῆς βαρύτητας) μεταβάλλεται μέ τό χρόνο, ἐξαιτίας τῆς κίνησης τῶν ὑλικῶν σωμάτων. Αὐτό σημαίνει ὅτι ἀκόμα καί γιά τό ἴδιο σημεῖο τοῦ χῶρου, ὁ ρυθμὸς τοῦ χρόνου δέν εἶναι σταθερός.

41. Landau - Lifshitz, The Classical Theory of Fields, Addison - Wesley, σελ. 260

Στή γενική θεωρία τῆς σχετικότητας δέν μπορούμε νά ὀρίσουμε μέ τρόπο μονοσήμαντο τήν ἀπόσταση ἀνάμεσα σέ δύο σημεία. Ἡ μετρική ἀλλάζει μέ τό χρόνο καί τό ὀλοκλήρωμα ἐξαρτᾶται ἀπό τήν κοσμική γραμμή πού ἐπιλέξαμε. Ἐτσι ἡ ἔννοια τῆς καθορισμένης ἀπόστασης δέν ἔχει νόημα παρά μόνο γιά ἀπειροστά διαστήματα, ἢ γιά πεπερασμένα διαστήματα ἀλλά μόνο στήν ἰδανική περίπτωση ὅπου τά δυναμικά τῆς βαρύτητας δέν εἶναι συναρτήσεις τοῦ χρόνου.

Ἡ γενική θεωρία τῆς σχετικότητας ὀδήγησε συχνά σέ ὑποκειμενικές ἀντιλήψεις (τά φυσικά μεγέθη ἐξαρτῶνται ἀπό τόν παρατηρητή), ἢ στήν ἀπόρριψη κάθε φυσικοῦ περιεχομένου ἀπό τίς ἔννοιες χῶρος καί χρόνος, πού δέν θεωροῦνται παρά στοιχεῖα μιᾶς γλώσσας, ἢ ὀποία ἐκφράζει τούς νόμους τῆς φύσης στό α ἢ β σύστημα ἀναφορᾶς.

Τό βασικό χαρακτηριστικό τῆς γενικῆς θεωρίας εἶναι ὀστόσο ὀτι διατυπῶνει τούς φυσικούς νόμους μέ τρόπο πού νά μήν ἐξαρτῶνται ἀπό τό σύστημα ἀναφορᾶς. Θά μπορούσε συνεπῶς νά εἰπωθεῖ ὀτι ἡ θεωρία αὐτή εἶναι μιᾶ θεωρία γενικευμένης μή σχετικότητας, ἢ γενικευμένης ἀντικειμενικότητας. Καθῶς γράφει ὀ V. Fock, ἡ οὐσία τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητας βρίσκεται στά ἀξιῶματα γιά τό χῶρο καί τό χρόνο, καί τά ἀξιῶματα αὐτά ἔχουν ἀπόλυτο χαρακτήρα. Ἡ θεωρία αὐτή εἶναι μιᾶ θεωρία τῆς βαρύτητας καί ταυτόχρονα θεωρία τοῦ χῶρου καί τοῦ χρόνου. Θά μπορούσε λοιπόν νά ὀνομαστεῖ - κατά τόν Fock - *χρονογεωμετρική θεωρία τῆς βαρύτητας*. Ἐτσι ἀποφεύγεται ἡ ἀκατάλληλη ὀνομασία: «γενική θεωρία τῆς σχετικότητας»⁴².

Ἡ θεωρία τοῦ Ἄϊνστάϊν συνδέει τή μετρική τοῦ χωρόχρονου μέ τή βαρύτητα καί γενικότερα μέ τήν κατανομή τῆς ὕλης. Ἡ ἀρχή τῆς ἰσοδυναμίας εἶναι ἕνας δρόμος γιά νά πλησιαστεῖ τό πρόβλημα, καί δέν μπορεῖ νά θεωρηθεῖ ὀτι ἀποτελεῖ ὀργανικό στοιχεῖο τῆς θεωρίας. Ἄλλωστε καθῶς ἀναφέραμε, ἡ ἀρχή αὐτή ἔχει καθαρᾶ τοπικό χαρακτήρα. Τό βασικό στοιχεῖο εἶναι ὀ καθορισμός τοῦ μετρικοῦ τανυστή ἀπό τήν κατανομή τῶν ὕλικῶν μαζῶν. Ἐδῶ πιά ἐνώνεται ὀ χῶρος καί ὀ χρόνος σέ μιᾶ μή ὀρισμένη μετρική. Ἡ ἀρχή τῆς μεταβλητότητας τῆς μετρικῆς καί ἡ ἀπόρριψη τῆς ἀλύγιστης μετρικῆς, τόσο τοῦ Εὐκλείδη, ὀσο καί τοῦ Minkowski, ἀποτελοῦν μιᾶ ἀπό τίς μεγάλες ἐπιστημονικές ἐπαναστάσεις: γιά πρώτη γορά στήν ἱστορία τῆς φυσικῆς ἡ ὕλη καθορίζει τή μορφή τοῦ χωρόχρονου.

Μέσα σ' αὐτό τό εὐλύγιστο σύμπαν, ἔχουμε μιᾶ γενικευμένη ἀμεταβλητότητα: ἀμεταβλητότητα ὀς πρός τούς μετασχηματισμούς τοῦ Lorentz πού σημαίνει ἀμεταβλητότητα ὀς πρός μετατοπίσεις (transla-

42. V. Fock, The General Theory of the Einstein Theory of Gravitation (Preprint).

tions) και περιστροφές του συστήματος συντεταγμένων, αμεταβλητότητα ως προς τη μετατόπιση της αρχής του χρόνου και την αλλαγή του σημείου του κλπ. Ἡ αμεταβλητότητα τῶν φυσικῶν νόμων εἶναι ἰσοδύναμη ἀπό τυπική ἄποψη μέ τήν ἀντικειμενικότητά τους.

« Ἡ ἀντικειμενικότητα γίνεται ἰσοδύναμη μέ τήν αμεταβλητότητα τῶν φυσικῶν νόμων, ὄχι τῶν φυσικῶν φαινομένων ἢ τῶν παρατηρήσεων» (H. Margenau)⁴³. Κατά τόν Margenau, ἡ ἰδέα τῆς αμεταβλητότητας εἶναι ὁ πυρήνας τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητας.

Φυσικά, ἡ δυνατότητα νά ἐπιλέξουμε ὁποιοδήποτε σύστημα ἀναφορᾶς γιά τήν περιγραφή τῶν φυσικῶν νόμων, δέν σημαίνει ὅτι τά συστήματα αὐτά εἶναι ἰσοδύναμα ἀπό φυσική ἄποψη. Κάθε σύστημα ἔχει τά φυσικά του χαρακτηριστικά (πεδία, κινήσεις, κλπ.) καί αὐτό ἐκφράζεται στή συγκεκριμένη περιγραφή τῶν φυσικῶν φαινομένων. Τελικά, ὅπως τονίζει ὁ Fock, ὁ ὅρος *σχετικότητα* βρίσκεται σέ ἀντίφαση μέ τό περιεχόμενο τῆς θεωρίας.

Θά κλείσουμε αὐτό τό τμήμα μέ μιά παρατήρηση πού ἀφορᾶ τήν ἔννοια τῆς εὐθείας στό ρημάνιο γ ὕρου. Ἡ ἔννοια αὐτή γενικεύεται στήν ἔννοια τῆς γεωδесικῆς γραμμῆς, πού εἶναι - ὅπως καί ἡ κλασική εὐθεία στό χῶρο τοῦ Εὐκλείδη - ἡ πιό σύντομη γραμμή ἀνάμεσα σέ δύο σημεία A καί B τοῦ χώρου τοῦ Ρῆμαν.

Φυσικά ἡ ἀπόσταση ὀρίζεται καί ἐδῶ ἀπό τόν τύπο:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Ἄλλά ἐδῶ τά $g_{\mu\nu}$ (ὁ θεμελιώδης μετρικός τανυστής) δέν ἔχουν, ὅπως εἶπαμε, τήν ἀπλή - καί ἀμετάβλητη - εὐκλείδεια μορφή. Οἱ συνιστώσες τοῦ ρημάνιου μετρικοῦ τανυστή εἶναι συναρτήσεις τῆς κατανομῆς τῆς ὕλης στό χωρόχρονο. Ἔχουν λοιπόν περίπλοκη μορφή καί μεταβάλλονται ἀπό σημεῖο σέ σημεῖο. Ἀκόμα καί γιά τό ἴδιο σημεῖο τοῦ χώρου, εἶναι συναρτήσεις τοῦ χρόνου.

Ἡ εὐκλείδεια εὐθεία θά ἦταν λοιπόν μιά εἰδική περίπτωση γεωδесικῆς, σ' ἓνα τμήμα τοῦ χώρου ὅπου τά δυναμικά τοῦ πεδίου τῆς βαρύτητας θά εἶχαν μηδενικές τιμές. Ἀλλά ἓνας τέτοιος χῶρος δέν συμβιβάζεται μέ τό φυσικό χῶρο. Ἡ διαφορά λοιπόν δέν εἶναι ἀπλό θέμα τιμῆς τῆς καμπυλότητας. Πρόκειται γιά θεμελιώδη φυσική καί ἔννοιολογική διαφορά: Ἡ γεωδесική γραμμὴ ὀρίζεται στόν τετραδιάστατο χωρόχρονο, ἐνῶ ἡ εὐκλείδεια εὐθεία προϋποθέτει τήν ἀνεξαρτησία τοῦ χώρου ἀπό τό χρόνο. Δηλαδή οἱ εὐθεῖες - οἱ γραμμές ἐλάχιστου μήκους - πού ἀντιστοιχοῦν στό πραγματικό σύμπαν, εἶναι γεωδесικές

43. H. Margenau, in: Albert Einstein, *Philosopher - Scientist*, op. cit.

ένος ρημάνιου χώρου, ό όποϊος έκφράζει, στά πλαίσια τής γενικής θεωρίας τής σχετικότητας, τίς ιδιότητες του φυσικού χωρόχρονου⁴⁴.

Ή άπολυτότητα τής εύκλείδιας γεωμετρίας και ή κλασική έννοια τής εύθείας ξεπεράστηκαν από τή γενική θεωρία τής σχετικότητας. Ή γεωμετρία - και ή έννοια τής εύθείας - δέν όρίζονται άνεξάρτητα, αλλά μέ βάση τήν κατανομή τής ύλης στό χωρόχρονο. Έτσι ή γεωμετρία παύει νά είναι ή έπιστήμη των «καθαρών» μορφών. Συνδέεται όργανικά μέ τή φυσική και οί έννοιές τής - άπόλυτες και αιώνιες κατά μία άποψη,- γίνονται έννοιες ιστορικές. Ή ρελατιβιστική φυσική δέν συμβιβάζεται μέ τήν «καθαρή» γεωμετρία του Εύκλείδη, πού είναι ή τυπική έκφραση τής μεταφυσικής του χώρου.

3.5. Τελικές παρατηρήσεις

Ή διερεύνηση του προβλήματος του χώρου και του χρόνου στά κεφάλαια πού προηγήθηκαν, έγινε κυρίως στό φυσικό και στό επιστημολογικό επίπεδο. Δέν έπιχειρήθηκε λοιπόν νά δοθεϊ άπάντηση στό βασικό φιλοσοφικό έρώτημα: *ό χώρος και ό χρόνος είναι όντολογικές ή άπλά γνωσιολογικές κατηγορίες;* Ωστόσο ή προηγούμενη διερεύνηση δέν είναι χωρίς φιλοσοφική σημασία.

Τό πρώτο συμπέρασμα από τήν προηγούμενη άνάλυση είναι ή *ιστορικότητα* των έννοιών του χώρου και του χρόνου. Βλέπουμε τίς έννοιες αυτές νά μεταμορφώνονται ριζικά μέσα στην ιστορία τής έπιστήμης. Οί μεταλλαγές ήταν, κάθε φορά τό άποτέλεσμα τής σύγκρουσης άνάμεσα στά παλαιά έννοιολογικά πλαίσια και στά νέα δεδομένα. Καθοριστικό ρόλο έπαιξαν έδω, καθώς είδαμε, οί νέες γνώσεις για τίς φυσικές άλληλεπιδράσεις. Μέσα σ' αυτή τή διαδικασία, ύπάρχει ένας άμοιβαϊος καθορισμός θεωρητικής γνώσης και πειραματισμού. (Δέν πρέπει νά μάς διαφεύγει ότι τό επίπεδο πειραματισμού καθορίζεται μέ τή σειρά του άπό τό γενικότερο τεχνολογικό επίπεδο).

Ή εύκλείδιος χώρος και ό άπόλυτος χρόνος άντιστοιχοϋν στη χαμηλή τεχνική, στίς μικρές ταχύτητες και στά άτελή μέσα

44. Ένα έλεύθερο σωμάτιο στό χώρο του Minkowski κινείται πάνω σε μία εύθεία, που είναι ή γεωδειακή αυτού του χώρου. Ή εξίσωση τής κίνησης του είναι:

$$\frac{d^2x^\mu}{ds^2} = 0. \text{ Στη γενική περίπτωση ή μορφή τής γεωδειακής είναι:}$$

$$\frac{d^2x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{dx^\rho}{ds} \frac{dx^\sigma}{ds} = 0 \text{ Ο δεύτερος όρος άντιστοιχεί στην επιτάχυνση}$$

του σωματίου. Αν δέν ύπάρχει βαρυτικό πεδίο, τά $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ μηδενίζονται και ξανά-περνάμε από τον καμπύλο χώρο του Riemann, στον επίπεδο του Minkowski.