

αὐτῶν τῶν μεγεθῶν. Ἀλλά καθὼς ἔδειξε ὁ Born (1955), ἀκόμα καὶ στὰ κλασικὰ συστήματα δέν εἶναι δυνατόν νά μετρήσουμε μέ ἀκρίβεια τή θέση ἑνός σωματίου στό χῶρο τῶν φάσεων. Καί κατά τόν Bohr, τό δυνάμει σύνολο τῶν σωματίων πού ἀντιπροσωπεύει τίς δυνατές καταστάσεις ἑνός σωματίου, εἶναι ἓνα στατιστικό σύνολο.

Ἡ πραγματική κίνηση τῶν σωματίων χαρακτηρίζεται συνεπῶς ἀπό στατιστικές διασπορές. Ἡ στατιστική μορφή νόμου παρουσιάζεται σάν ἡ πιό γενική μορφή φυσικοῦ νόμου. Ὡστόσο μέ βάση τίς κλασικές ἐξιδανικευτικές παραδοχές, θεμελιώνεται θεωρητικά ἡ περιγραφή τῆς κίνησης στό χῶρο τῶν φάσεων καί ἡ κλασική, δυναμική μορφή αἰτιοκρατίας. Ὁ χῶρος τῶν φάσεων εἶναι πράγματι τυπική ἔκφραση τῆς ἰσχύος τῆς αἰτιότητας. Οἱ κλασικές λανθάνουσες παράμετροι ἐπιτρέπουν, κατ' ἀρχή τουλάχιστον, τήν ἀναγωγή τῶν κλασικῶν πιθανοτήτων σέ δυναμικές κατανομές, καί τή βεβαίωση τῆς αἰτιοκρατίας ἀκόμα καί γιά φαινόμενα στατιστικοῦ χαρακτήρα.

Οἱ προηγούμενες βεβαιώσεις δέν ἰσχύουν - καθὼς θά δοῦμε - γιά τήν κβαντική μηχανική. Ὡστόσο δέ θά πάρουμε σά δεδομένη ἀλήθεια τήν ἐπίσημη ἐρμηνεία καί θά ἐπιχειρήσουμε μιά περισσότερο συγκεκριμένη ἀνάλυση τοῦ προβλήματος. Καί θά πρέπει νά σημειώσουμε ἀπό τώρα, μιά βασική διαφορά ἀνάμεσα στίς δύο κατηγορίες συστημάτων, πού περνᾶ ἀπαρατήρητη στίς τρέχουσες ἐπιστημολογικές ἀναλύσεις.

Τό βασικό χαρακτηριστικό τῶν κλασικῶν συστημάτων εἶναι ὅτι διατηροῦν τήν ταυτότητά τους, τόσο κατά τήν κίνηση, ὅσο κατά τή μέτρηση. Ἡ κίνηση ἐδῶ θεωρεῖται σάν ἀπλή μετατόπιση, καί ἡ ἀλληλεπίδραση μέ τό ὄργανο, τό πολύ νά μεταβάλλει ὀρισμένα ποσοτικά χαρακτηριστικά τῆς κατάστασης. Ἡ ἰσχύς τῆς τυπικῆς λογικῆς, πού εἶναι ἡ λογική τῆς ταυτότητας, σ' αὐτή τήν περιοχή, βρίσκεται σέ πλήρη ἀρμονία μέ τό προηγούμενο χαρακτηριστικό. Τά κβαντικά συστήματα, ἀντίθετα, μποροῦν νά ὑποστοῦν ποιοτικές μεταβολές κατά τήν ἀλληλεπίδρασή τους μέ τό ὄργανο, καί οἱ καθαυτοῦ κβαντικές στατιστικές κατανομές ἀφοροῦν τέτοιες ποιοτικές μεταβολές (τή λεγόμενη ἀναγωγή τῆς κυματοδέσμης). Ἡ κβαντική περιγραφή δέν μπορεῖ λοιπόν νά ἀναχθεῖ στήν κλασική ἐξιδανίκευση. Αὐτό ὡστόσο δέ σημαίνει ὅτι ἡ ἀντίθεση ἀνάμεσα στίς δύο περιγραφές εἶναι τυπική καί ἀφηρημένη: χωρίς ἰδιομορφίες καί χωρίς κοινά φαινόμενα.

## Γ' ΤΑ ΚΒΑΝΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Τό ὑπόλοιπο μέρος αὐτῆς τῆς μελέτης θά ἀφιερωθεῖ στίς ἰδιομορφίες τῶν κβαντικῶν συστημάτων.

## Γ<sub>1</sub>. Εισαγωγικές παρατηρήσεις

Ἡ διαφορά ἀνάμεσα στά κλασικά καί στά κβαντικά πλέγματα προτάσεων, εἶναι τυπική ἔκφραση οὐσιαστικῶν διαφορῶν ἀνάμεσα στά κλασικά καί στά κβαντικά φυσικά συστήματα. Καθώς σημειώσαμε, ὁ κλασικός λογισμός ταυτίζεται μέ τό λογισμό τῆς τυπικῆς λογικῆς, πού εἶναι ἡ λογική τῆς ταυτότητας. Ἡ φύση τοῦ κβαντικοῦ προτασιακοῦ λογισμοῦ εἶναι διαφορετική.

Μιά ἐρμηνεῖα αὐτῆς τῆς διαφορᾶς, εἶναι ἡ ὀπερασιοναλιστική: Ἡ κβαντική μέτρηση διαταράσσει τό σύστημα. Ἐχουμε συνεπῶς ζεύγη ἀσύμβατων παραμέτρων  $a$  καί  $b$ , πού σημαίνει ὅτι ἡ μέτρηση τῆς  $a$  συνεπάγεται ἀπώλεια πληροφορίας γιά τή  $b$ . Ἀσυμβατότητα σημαίνει  $a$  ἢ  $b$ . Ἄρα ἡ μέτρηση τῆς  $a \wedge b$  εἶναι ἀδύνατη γιά τά ζεύγη τῶν συζυγῶν παραμέτρων. Τό κέντρο ἑνός συστήματος προτάσεων πού ἀφοροῦν ἕνα καθαρά κβαντικό σύστημα, ταυτίζεται συνεπῶς μέ τό ὑποσύνολο  $\{\Phi, I\}$ . Ἐνα τέτοιο σύστημα καλεῖται *μή ἀναγώγιμο*. Ἄρα, ἕνα κβαντικό πλέγμα προτάσεων δέν εἶναι πλέγμα Boole.

Τό ἴδιο συμπέρασμα συνάγεται καί ἀπό τό γεγονός ὅτι στήν κβαντική μηχανική ἰσχύει ἡ ἀρχή τῆς ἐπαλληλίας. Ἡ ἀρχή αὐτή μπορεῖ νά διατυπωθεῖ ὡς ἑξῆς:

Γιά κάθε ζευγος ἀτομικῶν προτάσεων  $a$  καί  $b$ , ( $a \neq b$ ), ὑπάρχει μιὰ τρίτη πρόταση  $c$  τέτοια ὥστε:  $c \neq a$ ,  $c \neq b$  καί  $a \vee b = a \vee c = b \wedge c$ .

Θά δείξουμε τώρα ὅτι ἕνα πλέγμα πού ικανοποιεῖ τήν ἀρχή τῆς ἐπαλληλίας δέν εἶναι πλέγμα Boole.

*Ἀπόδειξη.* Ἐστω  $a, b, c$ , τρεῖς προτάσεις τέτοιες ὥστε:  $a \wedge b = a \vee c = b \vee c$ . Ἄν ἐπρόκειτο γιά πλέγμα Boole, θά εἶχαμε λόγω τῆς ἐπιμεριστικότητας:  $c \wedge (a \vee b) = (c \wedge a) \vee (c \wedge b)$  (1). Ἀλλά ἡ (1) δέν ἰσχύει, γιατί ἂν  $a, b$ , εἶναι δύο διαφορετικές προτάσεις, τότε  $a \wedge b = \emptyset$ . Τότε ὁμως τό δεξιό μέρος τῆς (1) εἶναι ἴσο μέ  $\emptyset \wedge \emptyset = \emptyset$ , ἐνῶ τό ἀριστερό εἶναι ἴσο μέ  $c$ . Καταλήγουμε, λοιπόν καί ἀπ' αὐτό τό δρόμο στό συμπέρασμα, ὅτι τό πλέγμα τῶν προτάσεων πού ἀφοροῦν τά κβαντικά συστήματα, δέν εἶναι πλέγμα Boole.

Τά προηγούμενα εἶναι σύμφωνα μέ τρία βασικά χαρακτηριστικά τῆς κβαντικῆς μηχανικῆς.

α) Τήν ὑπαρξη ἀσύμβατων παρατηρήσιμων, καί τήν ἰσχύ τῶν ἀνισοτήτων τοῦ Heisenberg.

β) Τήν ἰσχύ τῆς ἀρχῆς τῆς ἐπαλληλίας.

γ) Τόν πιθανοκρατικό χαρακτήρα τῆς κβαντικῆς μηχανικῆς.

Τά χαρακτηριστικά αὐτά δέν εἶναι ἀνεξάρτητα μεταξύ τους.

Θά ἐξετάσουμε τώρα τά φυσικά αἷτια τῆς κβαντικῆς ἰδιομορφίας, καί ταυτόχρονα τό πρόβλημα τῆς σταθερότητας τοῦ πλέγματος τῶν κβαντικῶν προτάσεων.

Γ<sub>2</sub>. Οί ανισότητες του Heisenberg, όριο στη γνώση τών κβαντικών μεγεθών;

Γιά μή συμβατά ζεύγη παρατηρήσιμων μεγεθων ισχύει ή σχέση:  $[A, B] \neq 0$ .

Σέ μία γλώσσα πίο φυσική: Δυό ασύμβατα παρατηρήσιμα δέν μπορουν νά μετρηθουν μέ άπεριόριστη ακρίβεια. Όσο μεγαλύτερη ακρίβεια πετυχαίνουμε κατά τή μέτρηση του ενός, τόσο ή τιμή του άλλου γίνεται άπροσδιόριστη. Γιά τή θέση και τήν όρμή, π.χ., θά έχουμε:  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$

α) Έρμηνεία

Οί παραπάνω σχέσεις έρμηνεύθηκαν μέ διάφορους, συμπληρωματικούς (ή αντιφατικούς) τρόπους:

1. Μία πρώτη και συνήθης έρμηνεία είναι, καθώς έχουμε σημειώσει, ή *όπερασιοναλιστική*, πού άπεικονίστηκε μέ τό περίφημο «μικροσκόπιο» του Heisenberg. Σύμφωνα μέ τήν άπόψη αυτή, ή μέτρηση διαταράσσει μέ άπρόβλεπτο και άνεξέλεγκτο τρόπο τό σύστημα. Αν θέλουμε νά έχουμε μεγάλη ακρίβεια στην τιμή μιās παραμέτρου, τότε ή διαταραχή του συζυγοϋς μεγέθους αυξάνει. Οριακά, αν ή άπροσδιοριστία στη μέτρηση τής πρώτης τείνει στό μηδέν, ή άπροσδιοριστία τής δεύτερης τείνει στό άπειρο. Η έρμηνεία αυτή δέχεται έμμεσα ότι τά συζυγή μεγέθη (ή θέση και ή όρμή, για παράδειγμα) *συνυπάρχουν* στό σύστημα, αλλά ότι ή ταυτόχρονη μέτρησή τους είναι άδύνατη.

2. Κατά τή δεύτερη έρμηνεία, τήν *όντολογική*, τά συζυγή μεγέθη δέν έχουν τιμές όρισμένες για τό ίδιο κβαντικό σύστημα. Αν τό σωματίο μας έχει όρισμένη θέση, τότε παρουσιάζει τεράστια διασπορά στό χώρο τής όρμης, και αντίστροφα, έτσι πού νά ίκανοποιοϋνται πάντα οί ανισότητες του Heisenberg. Αυτό όφείλεται στό ότι τό σωματίο είναι στην πραγματικότητα κυματοδέσμη, και παρουσιάζει διασπορά τόσο ως προς τή θέση  $x$ , όσο και ως προς τήν όρμή  $P_x$

Η έρμηνεία αυτή όδηγεϊ σε αντιφάσεις. Για τούς μέν, δυό συζυγή μεγέθη δέν έχουν ταυτόχρονα καθορισμένες τιμές, γιατί τό σύστημα είναι σωματίο - κύμα (Fock). Για άλλους, τό σωματίο δέν μπορεί νά είναι «κένταυρος», μέ διπλή φύση (Bohr). Κατά τήν άρχή τής συμπληρωματικότητας, τέλος, τό πρόβλημα είναι χωρίς νόημα, και πρέπει νά άρκεστοϋμε στις δυό αντίθετες αλλά συμπληρωματικές πληροφορίες πού μās δίδει ή μέτρηση (Bohr).

Οί αντιφάσεις φαίνεται νά λύνονται, μέ βάση τήν *άρχή τής άνυπαρξίας τών μή παρατηρήσιμων μεγεθών* (Heisenberg). Σύμφωνα μέ τήν άρχή αυτή, ένα μέγεθος πού δέν έχει παρατηρηθεί (μετρηθεί) δέν ύπάρχει. Καί ή

θέση αυτή έναρμονίζεται με την αντίληψη του Bohr για το μη διαχωρίσιμο συστήματος - όργανου μέτρησης, και τη βεβαίωση ότι η διαδικασία της μέτρησης γεννά το μετρούμενο μέγεθος (πράγμα που είναι σωστά για μία ειδική κατηγορία μετρήσεων - όπως θα δούμε).

Οι προηγούμενες ερμηνείες καθορίζουν ένα *όριο* στην περιγραφή των κβαντικών συστημάτων. Κατά τον Heisenberg, και τη σχολή της Κοπεγχάγης γενικότερα, μπορούμε να πετύχουμε μία χωροχρονική περιγραφή, αλλά τότε η δυναμική περιγραφή δεν είναι δυνατή. Αντίστροφα, μπορούμε να έχουμε μία δυναμική περιγραφή, αλλά τότε η χωροχρονική περιγραφή είναι αδύνατη. Αυτές οι συμπληρωματικές και αμοιβαία αποκλειόμενες περιγραφές, είναι ό,τι μπορούμε να μάθουμε για το κβαντικό σύστημα. Η κβαντομηχανική περιγραφή είναι λοιπόν πλήρης και όριστική. Η εισαγωγή συμπληρωματικών παραμέτρων για μία δυναμική περιγραφή είναι αδύνατη, και η απροσδιοριστία και η έλλειψη αίτιοκρατίας είναι έγγενη, μη αναγώγιμα χαρακτηριστικά του μικρόκοσμου. Από την άποψη της λογικής, αυτό σημαίνει ότι το σημερινό κβαντικό πλέγμα είναι *σταθερό*: ότι δεν μπορεί να ενσωματωθεί μερικά ή ολικά, σ' ένα κλασικό πλέγμα<sup>3</sup>.

### β) Κριτική

Η προηγούμενη ερμηνεία προϋποθέτει - έμμεσα ή άμεσα - ότι οι ανισότητες του Heisenberg αφορούν το ξεχωριστό, άτομικό κβαντικό σύστημα. Αλλά η παραδοχή αυτή έρχεται σε αντίθεση με τη στατιστική ερμηνεία του Bohr που θεωρητικά γίνεται απ' όλους δεκτή.

Μπορούμε πράγματι να θεωρήσουμε ότι οι ανισότητες του Heisenberg εκφράζουν στατιστικές διασπορές των φυσικών μεγεθών, ότι συνεπώς αφορούν στατιστικά σύνολα και όχι ξεχωριστά συστήματα.

Ο τύπος:  $(\Delta A)^2 = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2$  αφορά στατιστικά σύνολα και έχουμε το δικαίωμα να θεωρήσουμε ότι οι ανισότητες του Heisenberg είναι μία ειδική, κβαντική έκφραση στατιστικής διασποράς, σύμφωνη με τον προηγούμενο τύπο.

Πράγματι, το μικροσωμάτιο βρίσκεται σε αδιάκοπες, τυχαίες αλληλεπιδράσεις με το περιβάλλον του. Είναι λοιπόν φυσικό να δεχτούμε ότι οι τιμές των μεταβλητών του παρουσιάζουν τυχαίες διακυμάνσεις, γύρω από μία σταθερή τιμή (ιδιοτιμή). Η παρουσία του *h* στις ανισότητες του Heisenberg, είναι έκφραση του κβαντικού

3. Σχετικά μ' αυτά τα ζητήματα, βλ. 1) W. Heisenberg, *The Physical Principles of Quantum Theory*, Dover 2) N. Bohr, *Atomic Theory and the Description of Nature*, Cambridge, 1961. 3) Του ίδιου, *Atomic Physics and Human Knowledge*, Wiley, 1958.

χαρακτήρα αὐτῶν τῶν ἀλληλεπιδράσεων. Ἔτσι, π.χ., τό εὖρος τῆς ἐνέργειας τῶν φωτονίων πού ἐκπέμπονται ἀπό ἕνα σῶμα πού ἀκτινοβολεῖ, ἢ τῶν σωματίων πού ἐκπέμπει ἕνα ραδιενεργό σῶμα, δέν ἀφορᾶ τό ἀτομικό φωτόνιο ἢ σωματίο, ἀλλά τό στατιστικό σύνολο. Ἡ τέταρτη ἀνισότητα:  $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$  ἀφορᾶ συνεπῶς στατιστικά σύνολα. (Κάθε φωτόνιο ἔχει καθορισμένη ἐνέργεια. Ἡ διασπορά  $\Delta E$  ἀφορᾶ τό στατιστικό σύνολο). Τό ἴδιο ἐπιχείρημα ἰσχύει καί γιά ἄλλα ζεύγη συζυγῶν παραμέτρων.

Μέ βάση τήν προηγούμενη συλλογιστική, μπορούμε νά θεωρήσουμε ὅτι ἡ ἀρχή τῆς ἀνυπαρξίας δέν ἀνταποκρίνεται στή φύση τῆς πραγματικότητας στό κβαντικό ἐπίπεδο. Ἀλλωστε δέν πρόκειται γιά ἐπιστημονική ἀρχή, ἀλλά γιά ἐπιστημολογικό ἀξίωμα, πού μεταφέρει στό χῶρο τῆς φυσικῆς τό γνωστό θετικιστικό ἀξίωμα, τό ὁποῖο περιορίζει τήν πραγματικότητα στό σύνολο τῶν δεδομένων.

### γ) Ταυτόχρονη μέτρηση ἀσύμβατων μεγεθῶν

Ἡ προηγούμενη ἀρχή ἀμφισβητήθηκε στό φυσικό ἐπίπεδο, ἀπό φυσικούς καί ἀπό ἐπιστημολόγους πού ἰσχυρίζονται: 1) ὅτι τά συζυγή μεγέθη μποροῦν νά συνυπάρχουν στό ἴδιο σύστημα. 2) ὅτι εἶναι δυνατόν νά ὑπερβοῦμε πειραματικά τό ὄριο ἀκρίβειας πού καθορίζουν οἱ ἀνισότητες τοῦ Heisenberg.

Ἡ ἀντίθετη αὐτή ἄποψη, πρόβαλε μιά σειρά ἐπιχειρήματα: Εἶναι γνωστό ὅτι στήν χαμιλτονιανή συνάρτηση περιλαμβάνονται τόσο ἡ θέση ὅσο καί ἡ ὀρμή τοῦ σωματίου, πράγμα πού προϋποθέτει τήν ταυτόχρονη ὕπαρξή τους. Κατά τούς ὑπολογισμούς μέ βάση τά δεδομένα τῶν θαλάμων φουσαλίδων, χρησιμοποιοῦνται τά γεωμετρικά χαρακτηριστικά τῆς τροχιᾶς, γιά νά ὑπολογιστοῦν δυναμικά μεγέθη. Σέ πειράματα σκέδασης σωματίων ἀπό μικρές ὀπές, μποροῦν νά προσδιοριστοῦν τόσο τά γεωμετρικά, ὅσο καί τά δυναμικά χαρακτηριστικά τοῦ σωματίου. Πειράματα αὐτοῦ τοῦ εἴδους συνηγοροῦν ὑπέρ τῆς ὕπαρξης καθορισμένης τροχιᾶς καί ταχύτητας, μέσα στά ὄρια τῶν ἀκανόνιστων διακυμάνσεων ἐξ αἰτίας τῶν ἀλληλεπιδράσεων μέ τό περιβάλλον.

Στά προηγούμενα ἐπιχειρήματα ὑπάρχει ἕνα ἀδύνατο σημεῖο: ὅτι οἱ ἐπιτυγχανόμενες ἀκρίβειες δέν εἶναι αὐστηρά κβαντικές καί ὅτι ὑπόκεινται σέ διακυμάνσεις, ἔτσι πού τελικά νά ὑπάρχει ἕνα σημαντικό «εὖρος» γύρω ἀπό μιά αὐστηρά καθορισμένη τιμή.

Θά προτείνουμε τώρα ἕνα ἰδεατό πείραμα, πού δέν ἔχει τά προηγούμενα μειονεκτήματα. Στό ἰδεατό πείραμα τῶν Einstein - Podolsky - Rosen, ὅπως συγκεκριμενοποιήθηκε ἀπό τόν Bohm, θεωροῦμε δύο σωματία A καί B μέ συνολικό σπίν μηδέν, πού ἀλληλεπιδροῦν καί πού

διαχωρίζονται στη συνέχεια, με μία μέθοδο που δεν τροποποιεί το συνολικό σπίν<sup>4</sup>. Έστω ότι μετά το χωρισμό μετρούμε τη συνιστώσα κατά τον άξονα z του σπίν του σωματίου A και βρίσκουμε την τιμή

$+ \frac{1}{2}$ . Μπορούμε τότε, χωρίς να μετρήσουμε την αντίστοιχη

συνιστώσα του B, να προβλέψουμε με βεβαιότητα την τιμή  $- \frac{1}{2}$ .

Είναι γνωστή η πολύχρονη διαμάχη γύρω από τη φυσική σημασία αυτής της δυνατότητας (μη-διαχωρισμο και πληρότητα για τον Bohr<sup>5</sup>, τοπικότητα και μη πληρότητα για τον Einstein). Δεν θα επεκταθούμε σ' αυτό το θέμα. Ας φανταστούμε όμως την ακόλουθη τροποποίηση του πειράματος: Αντί για ένα, διαθέτουμε δύο όργανα Stern - Gerlach, τοποθετημένα κάθετα μεταξύ τους, το πρώτο στην περιοχή του ρεύματος των σωματίων A, και το δεύτερο στην περιοχή των B. Μετράμε με το πρώτο στη συνιστώσα Z του A και προβλέπουμε την τιμή της ίδιας συνιστώσας του B. Την ίδια στιγμή μετράμε τη συνιστώσα Y και B, και προβλέπουμε την αντίστοιχη συνιστώσα του A.

Με το πείραμα αυτό πετυχαίνουμε κάτι *άπαράδεκτο* κατά την τρέχουσα αντίληψη της κβαντικής μηχανικής: να μετρήσουμε δύο συνιστώσες του σπίν ενός και του αυτού σωματίου. Αυτό, αντίθετα με την αρχή της μη ύπαρξης σημαίνει:

1. "Η ότι οι δύο συνιστώσες υπάρχουν ενεργεία, όποτε η αρχή της μη ύπαρξης παραβιάζεται, ή

2. "Οτι στά δύο άτομα υπάρχουν διαφορετικά *στοιχεία πραγματικότητας*, που πραγματοποιούν με τη μέτρηση διαφορετικές τιμές του σπίν για δύο συνιστώσες.

Και στην πρώτη και στη δεύτερη περίπτωση, αυτό σημαίνει ότι η τωρινή κβαντική περιγραφή δεν είναι πλήρης. Στο επίπεδο της λογικής, σημαίνει ότι το τωρινό κβαντικό πλέγμα δεν είναι σταθερό και ότι για αυτή τουλάχιστον την περίπτωση μπορούμε να έχουμε ένα υποπλέγμα Boole.

### Γ<sub>3</sub>. Ο πιθανοκρατικός χαρακτήρας της κβαντικής μηχανικής

Στά πλαίσια της επίσημης ερμηνείας, οι ανισότητες του Heisenberg συσχετίζονται με τον πιθανοκρατικό χαρακτήρα της κβαντικής

4. Einstein, Podolsky, Roden, Phys. Rev., 47, 777 (1935). D. Bohm, Quantum Theory, Constable, 1954.

5. N. Bohr, Phys. Rev., 48, 696 (1935).

μηχανικής: αν θά ήταν δυνατόν νά μετρήσουμε μέ ακρίβεια τή θέση καί τήν όρμή ενός σωματίου, τότε θά ήταν δυνατόν νά προβλέψουμε μέ βεβαιότητα τήν εξέλιξή του. 'Η άποψη αυτή ίσχύει πράγματι γιά ιδανικές συνθήκες απομόνωσης. Δέν είναι όμως σωστή, όταν κατά τή μέτρηση τό σύστημα μετασχηματίζεται ποιοτικά, όταν δηλαδή από μιά κατάσταση  $\Psi = \sum c_i \Psi_i$  παίρνουμε μιά ιδιοκατάσταση  $\Psi_i$ . 'Η πλήρης γνώση τής θέσης καί τής όρμης δέ θά άρκοῦσε γιά τήν περιγραφή αὐτοῦ τοῦ φαινομένου.

'Ο von Neumann ήταν από τούς πρώτους πού μελέτησε, από φυσική καί μαθηματική άποψη, τό πρόβλημα τῶν στατιστικῶν διασπορῶν στά κβαντικά συστήματα<sup>6</sup>. Οί στατιστικές διασπορές είναι ένα δεδομένο. 'Αν θά μπορούσαμε, γράφει ο von Neumann, νά διαχωρίσουμε τό άρχικό σύνολο σέ ὑποσύνολα χωρίς διασπορές, τότε θά μπορούσαμε νά εξηγήσουμε τή διαφορετική συμπεριφορά άπέναντι στό ὄργανο τής μέτρησης, καί νά σώσουμε τήν αίτιοκρατία. 'Αλλά, κατά τόν Neumann, ένας τέτοιος διαχωρισμός είναι αδύνατος. Πρέπει λοιπόν νά καταλήξουμε στό συμπέρασμα ότι ἡ φύση δέ σέβεται τήν άρχή τής αίτιοκρατίας. Θα μπορούσαμε ίσως νά σώσουμε τήν αίτιότητα - συνεχίζει ο von Neumann - μέ τήν εισαγωγή λανθανουσῶν παραμέτρων, πού θά μάς ἔδιναν ὑποσύνολα χωρίς διασπορά. 'Αλλά οὔτε αὐτό είναι δυνατόν: στή φύση δέν ὑπάρχουν καταστάσεις χωρίς διασπορά. Συνεπῶς ὁ ίντετερμινισμός είναι γεγονός, καί ἡ τωρινή κβαντομηχανική περιγραφή είναι πλήρης.

Τό πρόβλημα τῶν στατιστικῶν διασπορῶν άπαιτεῖ στήν πραγματικότητα μιά πιά εξειδικευμένη ανάλυση. Οί διασπορές είναι δύο ειδῶν: 1) Στατιστικές διασπορές τής τιμής ενός μεγέθους σ' ένα στατιστικό σύνολο, πού βρίσκεται ἤδη σέ ιδιοκατάσταση. Οί διασπορές αυτές περιγράφονται από τίς άνισότητες τοῦ Heisenberg. 2) Στατιστικές κατανομές πού προκύπτουν από τό μετασχηματισμό τοῦ συστήματος κατά τή μέτρηση (δημιουργία ιδιοκαταστάσεων). 'Εδῶ μάς ενδιαφέρει ἡ δεύτερη περίπτωση.

Κατά τή μέτρηση μπορούμε νά διακρίνουμε τρεῖς περιπτώσεις:

1. Τό σύστημα βρίσκεται ἤδη σέ ιδιοκατάσταση (σέ σχέση μέ τό χῶρο καταστάσεων τοῦ ὄργάνου), ἄρα περιγράφεται σ' ένα μονοδιάστατο χῶρο Hilbert. 'Η μέτρηση δέν συνεπάγεται δημιουργία ιδιοκαταστάσεων, καί οί μόνες διασπορές είναι αυτές πού προβλέπονται από τίς άνισότητες τοῦ Heisenberg.

6. J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton Un. Press. 1955.

2. Τό σύνολο αποτελείται από μίγμα ιδιοκαταστάσεων  $\Psi_i$ , με πιθανότητες  $P_i = \frac{N_i}{N}$ . Καί ἐδῶ οἱ ιδιοκαταστάσεις προϋπάρχουν καί ἡ

ιδανική μέτρηση ἀπλῶς καταγράφει, μέ μιά ὀρισμένη στατιστική συχνότητα, τίς ἀντίστοιχες ιδιοτιμές.

3. Τό σύστημα δέ βρίσκεται σέ ιδιοκατάσταση, ἀλλά σέ «ἐπαλληλία» καταστάσεων:  $\Psi = \sum c_i \Psi_i$ . Ἡ μέτρηση τότε ἔχει σάν συνέπεια τήν «ἀναγωγή τῆς κυματοδέσμης» καί τή δημιουργία τῶν ιδιοκαταστάσεων  $\{\Psi_i\}$ . Κατά τήν ἐπίσημη ἐρμηνεία, ἡ ἀναγωγή αὐτή εἶναι ἀναίτια (ὁ παραλογισμός εἶναι προφανής), ἢ ἔστω μή αἰτιοκρατημένη. Γιά τούς μέν ἡ «ἀναγωγή» εἶναι στιγμιαία (κβαντικό ἄλμα), γιά ἄλλους εἶναι ἀδύνατη (ἀπαιτεῖ ἄπειρο χρόνο) καί κατά τήν ἐπίσημη ἐρμηνεία ἀπαιτεῖ τήν παρέμβαση μιᾶς συνείδησης: τοῦ παρατηρητῆ. Στήν πραγματικότητα ὁ ποιοτικός μετασχηματισμός τοῦ συστήματος δέν περιγράφεται ἀπό τήν ἐξίσωση Schrödinger. Καί ἀντί νά καταφεύγουμε σέ ἀπίθανες ἐρμηνεῖες, θά ἦταν καλύτερο νά δοῦμε τό πρόβλημα μέ τρόπο συγκεκριμένο.

Τό πρῶτο ἐρώτημα στό ὁποῖο πρέπει νά δοθῆ ἀπάντηση, εἶναι τό ἀκόλουθο: Οἱ ιδιοκαταστάσεις ὑπάρχουν πρῖν ἀπό τή μέτρηση, βρίσκονται σέ ἐπαλληλία καί διαχωρίζονται ἀπό τό ὄργανο (ἀρχή τῆς φασματικῆς ἀνάλυσης); Ἡ μήπως οἱ ιδιοκαταστάσεις δημιουργοῦνται κατά τή μέτρηση; Οἱ ἀπαντήσεις στό ἐρώτημα αὐτό δέν εἶναι ὁμόφωνες. Ὑπάρχουν φυσικοί πού ὑποστηρίζουν, ἄμεσα ἢ ἔμμεσα, ὅτι οἱ ιδιοκαταστάσεις προϋπάρχουν. Ὁ de Broglie καί ἄλλοι ἀπέδειξαν τήν ἀδυναμία αὐτῆς τῆς ἄποψης. Κατά μία ἄλλη ἄποψη (Bohr, Fock, Heisenberg) οἱ ιδιοκαταστάσεις προϋπάρχουν «δυνάμει» καί πραγματώνονται κατά τή μέτρηση. Ὡστόσο ἡ σχέση δυνάμει - ἐνεργεῖα παρέμεινε ἀσαφῆς στίς ἀναλύσεις τῶν ὑποστηρικτῶν αὐτῆς τῆς ἄποψης.

Ἡ ἀντίληψη πού ἀναπτύσσουμε ἐδῶ δέχεται τή δεύτερη ἐρμηνεία, ἀλλά ἐπιδιώκει νά τήν κάνει συγκεκριμένη.

Στίς περιπτώσεις καθαρῆς κατάστασης (ιδιοκατάστασης) καί μίγματος (περιπτώσεις 1 καί 2) δέν ὑπάρχει πραγμάτωση δυνατότητας, ἐφόσον οἱ καταστάσεις εἶναι «ἐνεργεῖα». Τέτοια πραγμάτωση γίνεται μόνο στήν τρίτη περίπτωση. Καί τό θεμελιῶδες ἐρώτημα εἶναι: *Μέ ποιό τρόπο δημιουργοῦνται οἱ ιδιοκαταστάσεις ἀπό τήν ἀρχική κατάσταση  $\Psi$* ; Στήν περίπτωση αὐτή δέν πρόκειται γιά «ἀναγωγή τῆς κυματοδέσμης» ἀλλά γιά *ποιοτικό μετασχηματισμό*, γιά φαινόμενο μή γραμμικό, πού δέν περιγράφεται ἀπό τόν τωρινό φορμαλισμό. Ἡ «ἐπαλληλία» καταστάσεων συμβολίζεται μέ τόν τύπο  $\Psi = \sum_i c_i \Psi_i$ . Ὁ συμβολισμός αὐτός δίδει τήν



έντύπωση ότι ανάμεσα στα δύο μέλη υπάρχει σχέση ταυτότητας, άρα ότι οί ιδιοκαταστάσεις προϋπάρχουν. Στο τυπικό επίπεδο δίδει την έντύπωση ότι ο πολυδιάστατος χώρος Hilbert είναι ο χώρος της πραγματικής κατάστασης του συστήματος πριν από τη μέτρηση. Άλλά ή αρχική κατάσταση (καθαρή κατάσταση, δηλαδή ιδιοκατάσταση σε ένα διαφορετικό σύστημα συντεταγμένων) και ή τελική (μίγμα) είναι διαφορετικές, και ο πολυδιάστατος χώρος Hilbert όπου περιγράφεται ή  $\Psi$ , προσδιορίζει τις δυνατότητες του συνόλου στίς καθορισμένες πεπειραματικές συνθήκες και όχι την πραγματική του φύση πριν από τη μέτρηση. Τό βασικό λοιπόν έρώτημα παραμένει: μέσα από ποιές φυσικές διαδικασίες πραγματοποιείται ο ποιοτικός μετασχηματισμός του συστήματος; Η τωρινή θεωρία δέν περιγράφει αυτό τό μετασχηματισμό. Και από την άποψη αυτή, δέν μπορεί συνεπώς νά θεωρηθεί πλήρης.

#### Γ<sub>4</sub>. Η έννοια της μέτρησης και ο μετασχηματισμός των κβαντικών συστημάτων

Θά εξετάσουμε τώρα αναλυτικότερα τό μετασχηματισμό των κβαντικών συστημάτων κατά τη διαδικασία της μέτρησης. Έτσι θά φανούν περισσότερο τά όρια του σημερινού φορμαλισμού και οί ασάφειες της τρέχουσας έρμηνείας.

Σημειώσαμε ήδη ότι οί έννοιες του κύματος, της έπαλληλίας, της κυματοδέσμης και της άναγωγής είναι έννοιες προκβαντικές, και επικαλύπτουν τό σωματιδιακό και στατιστικό χαρακτήρα των κβαντικών φαινομένων. Τονίσαμε επίσης ότι ή μέτρηση, στην περίπτωση 3, προκαλεί τόν ποιοτικό μετασχηματισμό του συστήματος.

Άλλά στην κβαντική μηχανική, οποιοδήποτε πείραμα δέν είναι μέτρηση. Καλεϊται μέτρηση πρώτου είδους, μιά μέτρηση πού δίδει την ίδια τιμή για τό μετρούμενο μέγεθος, άν έπαναληφθεί άμέσως μετά την πρώτη μέτρηση. Ο όρισμός αυτός δέν εξασφαλίζει ότι τό σύστημα δέν διαταράχθηκε από τη μέτρηση, παρόλο πού όρισμένοι συγγραφείς ισχυρίζονται τό αντίθετο. Η ιδανική μέτρηση, αντίθετα, εξασφαλίζει αυτή τη συνθήκη: Μιά μέτρηση καλεϊται ιδανική, άν ή άπάντηση ναι, για μιά έρώτηση αεα, συνεπάγεται: 1) "Οτι ή α είναι άληθής άμέσως μετά από τη μέτρηση, άν και 2) ότι ή x είναι άληθής άμέσως μετά τη μέτρηση, άν ή x είναι άληθής πριν και άν  $x \leftrightarrow \alpha$ . Άρα ή ιδανική μέτρηση δέν διαταράσσει τό σύστημα.

Μέ άφετηρία τόν όρισμό της ιδανικής μέτρησης, μπορούμε νά συμπεράνουμε ότι στην περίπτωση αυτή οί τιμές των παρατηρήσιμων προϋπάρχουν, και δέν δημιουργούνται από τη μέτρηση. Η τελευταία άπλως καταγράφει στοιχεία πραγματικότητας πού προϋπάρχουν.

Ίσχύει λοιπόν για τις περιπτώσεις 1 και 2, όχι όμως και για την 3.

Πράγματι, όταν τό σύστημα βρίσκεται σε ιδιοκατάσταση ως προς τό μετρούμενο μέγεθος, ή μέτρηση δέν τροποποιεί τήν κατάσταση ή του. Άν π.χ., μετρήσουμε τό σπίν ενός ρεύματος σωματίων μέ ένα όργανο Stern - Gerlach, μπορούμε νά θεωρήσουμε ότι οί ιδιοτιμές προϋπάρχουν και άπλως καταγράφονται άπό τό όργανο. Αύτός λοιπόν ό όρισμός τής ιδανικής μέτρησης καλύπτει τις καθαρές καταστάσεις (ιδιοκαταστάσεις) και τά μίγματα. Άλλά άν δεχτούμε τόν προηγούμενο όρισμό, τότε οί μετρήσεις πού προκαλοϋν «άναγωγή τής κυματοδέσμης» δέν είναι ιδανικές, γιατί έδω οί τιμές τών παρατηρήσιμων μεγεθών δημιουργοϋνται κατά τή μέτρηση (έκτός άν δεχτούμε ότι προϋπάρχουν, υπόθεση πού οδηγεί σε δυσκολίες και σε αντιφάσεις).

Όσο και οί μετρήσεις αύτής τής κατηγορίας θεωροϋνται ιδανικές. Κατά τόν Messiah λ.χ. ή μέτρηση είναι προβολή τοϋ  $|u\rangle$  στό χώρο ED. Άρα ή μή αιτιοκρατική εξέλιξη τοϋ  $|u\rangle$  κατά τή μέτρηση

άντιστοιχεί στην:  $|u\rangle \xrightarrow{\text{μέτρηση}} P_D |u\rangle$ . Η άναγωγή τής κυματοδέσμης μπορεί νά θεωρηθεί κατά τόν Messiah σαν ό πραγματικός όρισμός τής ιδανικής μέτρησης<sup>7</sup>.

Η αντίφαση άνάμεσα στον πρώτο και τό δεύτερο όρισμό είναι προφανής. Άλλά αυτό πού μάς ενδιαφέρει έδω είναι ή διαφορά τών δύο περιπτώσεων: ή πρώτη καταγράφει, ή δεύτερη δημιουργεί ιδιοκαταστάσεις. Η κυματική έρμηνεία μιλάει για αίτιακή και μή αίτιακή εξέλιξη, για διχοτομία στην εξέλιξη τής κυματοσυνάρτησης, κλπ. Άς δοϋμε όμως, τήν πραγματική διαφορά άνάμεσα στις δύο περιπτώσεις.

Στήν πραγματικότητα έχουμε τρεις περιπτώσεις (καθώς σημειώσαμε παραπάνω).

1. Οί τιμές τών παρατηρήσιμων μεγεθών προϋπάρχουν (τιμές τοϋ φορτίου, τής όρμης, τοϋ σπίν, τοϋ έπιπέδου πολώσεως). Ο ρόλος τοϋ όργάνου είναι τότε παθητικός: καταγράφει τήν ύπάρχουσα ιδιοτιμή. Άπό τυπική άποψη, ή ύπάρχουσα κατάσταση συμπίπτει μέ μία άπό τις ιδιοκαταστάσεις τοϋ χώρου καταστάσεων τοϋ όργάνου.

2. Ύπάρχουν περισσότερες άπό μία ιδιοτιμές (μίγμα καταστάσεων). Σε όρισμένες περιπτώσεις τό μίγμα είναι άναμφισβήτητα πραγματοποιημένο. Άλλες περιπτώσεις ή τρέχουσα έρμηνεία τις θεωρεί έπαλληλία καταστάσεων, όπως τήν περίπτωση τών δύο σωματίων στό νοητικό πείραμα EPR, πού τά περιγράφει σαν καθαρή κατάσταση.

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_+ + \psi_-)$$

Άλλά κι αύτή ή κατάσταση είναι στην πραγματικότητα μίγμα, έστω κι άν δεχτούμε ότι οί τιμές τοϋ σπίν δέν είναι πραγματοποιημένες πριν τή

7. A. Messiah, *Mechanique Quantique*, I, Dunod, 1959, p 251.

μέτρηση, γιατί στίς  $\Psi^+$  και  $\Psi^-$  αντιστοιχοῦν διαφορετικά στοιχεῖα πραγματικότητας. Κι ἐδῶ λοιπόν τό ὄργανο διαχωρίζει ἕνα δυνάμει ἢ ἐνεργεία μίγμα.

3. Ἡ τρίτη περίπτωση ἀφορᾷ τή δημιουργία ἰδιοκαταστάσεων. Ἐστω θεωρήσουμε ἕνα ρεῦμα φωτονίων πολωμένων κατά τή διεύθυνση  $e_p$ . Τό ρεῦμα διέρχεται ἀπό ἕναν ἀναλύτη τοῦ ὁποίου ὁ ἄξονας τῶν  $z$  σχηματίζει μιά γωνία  $\theta$  μέ τό ἐπίπεδο πολώσεως. Ἐστω ὅτι  $\theta = 45^\circ$ . Στήν περίπτωση

αὕτη  $\frac{N}{2}$  φωτόνια θά περάσουν ἀπό τόν ἀναλύτη κατά τή διεύθυνση  $e_x$

καί  $\frac{N}{2}$  θά απορροφηθοῦν (κατά τή διεύθυνση  $e_y$ ). Κατά τήν ἐπίσημη

ἐρμηνεία, ἡ ἀρχική κατάσταση εἶναι ἐπαλληλία ἰδιοκαταστάσεων:

$$e_p = e_x \cos \theta + e_y \sin \theta \quad (1)$$

Κάθε φωτόνιο εἶναι λοιπόν πολωμένο ἐν μέρει κατά τή διεύθυνση  $e_x$  καί ἐν μέρει κατά τή διεύθυνση  $e_y$ . Κατά τή μέτρηση ἡ κατάσταση «προβάλλεται» στούς ἄξονες καί μετατρέπεται σέ μίγμα.

Ἀλλά στήν πραγματικότητα ἡ  $e_p$  εἶναι μιά καθορισμένη κατάσταση πολώσεως, πού μπορεῖ νά θεωρηθεῖ ἰδιοκατάσταση ὡς πρός μιά ἄλλη βάση τοῦ χώρου Hilbert. Ἡ σχέση (1) δέν εἶναι τότε σχέση ταυτότητας, ἀλλά ἔκφραση τῶν δυνατοτήτων μετασχηματισμοῦ τοῦ συστήματος κάτω ἀπό τίς δοσμένες πειραματικές συνθῆκες. Ὁ ρόλος τοῦ ὄργάνου δέν εἶναι ὁ διαχωρισμός τῶν δυό ἰδιοκαταστάσεων πού συνιστοῦν τήν ἐπαλληλία, ἀλλά ἡ δημιουργία νέων ἰδιοκαταστάσεων.

Ἡ μέτρηση, γενικότερα, ἐρμηνεύεται ὡς ἐξῆς στήν περίπτωση αὕτη, σύμφωνα μέ τή Σχολή τῆς Κοπεγχάγης: Πρὶν ἀπό τήν ἀλληλεπίδραση τό σύστημα βρίσκεται στήν κατάσταση  $\Psi = \sum_i c_i \psi_i$  καί τό ὄργανο στήν

κατάσταση  $\Phi_0$ . Τό «μεγάλο σύστημα» (σωμάτιο + ὄργανο) περιγράφονται ἀπό τήν παραγοντισμένη συνάρτηση  $\Psi = \Phi_0 \cdot \left[ \sum_i c_i \psi_i \right]$ . Κα-

τά τή διάρκεια τοῦ χρόνου ἀλληλεπίδρασης  $\tau$ , τό ὄλο μεταπίπτει σέ κατάσταση ἐπαλληλίας:

$$\Phi_0 \cdot \left[ \sum_i c_i \psi_i \right] \xrightarrow{\text{ἀλληλ.}} \sum_i c_i [\Phi_i \cdot \Psi_i]$$

Τό «μεγάλο σύστημα» δέν μπορεῖ τώρα νά μεταπέσει σέ μιά ἰδιοκατάσταση  $\Phi_i \Psi_i$ . Ἐδῶ λοιπόν χρειάζεται ἡ παρέμβαση τοῦ

«παρατηρητή», πού ανάγει τήν «κυματοδέσμη» και πραγματοποιει μιá από τις δυνατές ιδιοκαταστάσεις<sup>8</sup>.

Δέν θά αναφερθοῦμε στόν ὑποκειμενισμό και στις αντιφάσεις αὐτῆς τῆς ἐρμηνείας. Σημειώνουμε μόνο ὅτι στήν περίπτωση αὐτή και ὁ παρατηρητής γίνεται μέρος τοῦ «μεγάλου συστήματος», ὅτι θά χρειαστεῖ ἕνας δεύτερος παρατηρητής, ὕστερα ἕνας τρίτος, κ.ο.κ., ὡς τό ἄπειρο, χωρίς ἀποτέλεσμα. Και θά θέλαμε ἐπίσης νά τονίσουμε, ὅτι τό φαινόμενο αὐτό εἶναι μιá μῆ ἀντιστρέπτῃ διαδικασία μετασχηματισμοῦ τοῦ κβαντικοῦ συστήματος. Στήν περίπτωση ἑνός στατιστικοῦ συνόλου, μιá «καθαρή» κατάσταση μετατρέπεται σέ μίγμα. Ἡ μετατροπή αὐτή ὑπόκειται σ' ἕνα κβαντικό στατιστικό καθορισμό. Ἡ ἔννοια τῆς λεπτῆς δυναμικῆς ὕψῆς τῆς καταστάσεως, εἰσάγοντας τή διαφορά στό ἐσωτερικό τῆς ταυτότητας, θά διευκόλυνε τή ἀναζήτηση μιáς δυναμικῆς περιγραφῆς. Μιá τέτοια ἀναζήτηση συνδέεται μέ τήν ὑπόθεση τῶν λανθανουσῶν παραμέτρων και προϋποθέτει τή μῆ πληρότητα τῆς σημερινῆς κβαντομηχανικῆς.

**Γ. Οἱ λανθάνουσες παράμετροι και τό πρόβλημα τῆς σταθερότητας τοῦ κβαντικοῦ πλέγματος**

Ἄν ἡ κβαντομηχανική περιγραφή δέν εἶναι πλήρης, τότε τίθεται τό ἐρώτημα, μήπως θά μπορούσε νά ὑπάρξει μιá πλήρης, δυναμική περιγραφή, τῶν κβαντικῶν φαινομένων. Μιá τέτοια δυνατότητα θά σημαίνει μερική ἢ ὀλική ἐνσωμάτωση τοῦ κβαντικοῦ πλέγματος, σέ κλασικό πλέγμα.

Σημειώσαμε ἤδη ὅτι ὁ von Neumann ἀπέκλεισε μιá τέτοια δυνατότητα (εἰσαγωγή λανθανουσῶν παραμέτρων) μέ τό ἀφετηριακό ἐπιχείρημα ὅτι δέν ὑπάρχουν καταστάσεις χωρίς διασπορά. Ἀλλά μετά τό 1952 πολλοί φυσικοί (de Broglie, Bell, και ἄλλοι) ἀμφισβήτησαν τήν ἀξία τοῦ θεωρήματός του, ἀποδεικνύοντας ὅτι τό συμπέρασμα ἐνυπάρχει στις προϋποθέσεις του<sup>9</sup>. Και τό κυριότερο, ἀπό τότε διατυπώθηκαν θεωρίες μέ λανθάνουσες παραμέτρους (Bohm, Vigier, και ἄλλοι).<sup>10</sup>

Ἡ θεωρία τοῦ Bohm ἀναπαράγει τις στατιστικές προβλέψεις τῆς

8. J. von Neumann, op. cit., 2) E.P.Wigner, Am. J. of Phys., 31, 6 (1963). 3) L.L. Zandt, Am. J. of Phys., 45, 52 (1977).

9. Βλ. σχετικά, L. de Broglie, La Physique Quantique restera-t-elle indéterministe?, Gauthier - Villars, 1953.

10. D. Bohm, The Phys. Rev., 85, 166 και 180 (1952).

κβαντικής μηχανικής. 'Αλλά τότε, άπαντοῦν οί αντίπαλοι, οί λανθάνουσες παράμετροι δέν εκδηλώνονται - άρα δέν ὑπάρχουν (θετικιστική προσθήκη). 'Ωστόσο ή κλασική κβαντική μηχανική καί ή μηχανική τοῦ Bohr δέν εἶναι δύο θεωρίες ἐπιστημολογικά ταυτόσημες (προϋποθέσεις, έννοιολογικός πυρήνας, δομή). Καί τό κυριώτερο, τό 1964 ὁ J. S. Bell απέδειξε ἕνα θεώρημα, σύμφωνα μέ τό ὁποῖο, μιά θεωρία μέ λανθάνουσες παραμέτρους, πού θά σεβόταν τήν τοπικότητα καί τήν αἰτιότητα, θά μπορούσε νά προβλέψει στατιστικές κατανομές διαφορετικές ἀπό τή σημερινή κβαντική μηχανική<sup>11</sup>. "Ετσι τό πρόβλημα μπήκε στή δοκιμασία τοῦ πειράματος, χωρίς μέχρι τώρα τά ἀποτελέσματα νά εἶναι τελεσίδικα. Στό μεταξύ οί De Broglie καί Lochak ἀμφισβητοῦν τήν ὀρθότητα τῶν ἀνισοτήτων τοῦ Bell<sup>12</sup>, οί Roy καί Singh πρότειναν (1978)<sup>13</sup> νέες ἀνισότητες πού ἐπίσης συγκρούονται μέ τίς προβλέψεις τῆς κβαντικής μηχανικής, καί τό θέμα κάθε ἄλλο παρά ἔχει κλείσει.

Οί αντίπαλοι τῶν λανθανουσῶν παραμέτρων, παρά τήν ὑπαρξη τέτοιων θεωριῶν ἐπιμένουν στίς θέσεις τους, μέ βάση ἕνα θεώρημα, σύμφωνα μέ τό ὁποῖο, ἂν ὑπάρχουν λανθάνουσες παράμετροι, τότε κάθε πρόταση πρέπει νά εἶναι συμβατή μέ ὅλες τίς ἄλλες καί συνεπῶς ὀλόκληρο τό κβαντικό πλέγμα θά ἔπρεπε νά ἐνσωματωθεῖ σ' ἕνα πλέγμα Boole. 'Αλλά κατά τόν Gudder, ἀκόμα κι ἂν τό προηγούμενο θεώρημα ἦταν ἀληθινό, δέν θά ἀποδείκνυε τήν ἀδυναμία γιά θεωρίες μέ λανθάνουσες παραμέτρους, γιατί ή ὑπαρξη τους δέν ἀφορᾷ παρά ὑποσύνολα Boole τοῦ συνόλου τῶν προτάσεων. Δέ θά χρειαζόταν λοιπόν νά ἐνσωματώσουμε ὀλόκληρο τό σύστημα τῶν κβαντικῶν προτάσεων σέ μιά κλασική δομή. "Ετσι λοιπόν - καταλήγει ὁ Gudder - ή ἀνασκευή τῶν λανθανουσῶν παραμέτρων, πού στηρίχθηκε στήν ἀντίθετη βεβαίωση, δέν εἶναι βάσιμη<sup>14</sup>.

Γιά τό μέλλον τῶν λανθανουσῶν παραμέτρων θά ἀποφασίσει τό πείραμα καί ή ἐξέλιξη τῆς θεωρίας. Αὐτό πού θέλουμε νά τονίσουμε ἐδῶ, εἶναι ὅτι οί ὁπαδοί τους δέ θέλουν νά ἀποκαταστήσουν κάποια

11. J.S. Bell, *Physics*, 1, 195 (1964).

12. Βλ. σχετικά, 1) L. de Broglie, *C. R. Acad. Sc. Paris*, 278, 721 (1974). 2) Τό ἄρθρο τῶν L. Broglie et al. στό *Δευκαλίων*, ἀρ. 20 (1977). 3) Τό ἄρθρο τοῦ G. Lochak, στό *Quantum Mechanics, a Half Century later*, J. Leite Lopes - M. Paty Ed., Reidel, 1977.

13. Roy, Singh, *J. Phys. A. Math. Gen.*, 11, 1167 (1978).

14. S. Gudder, *J. Math. Phys.*, 11, 431 (1970).

μηχανιστική αιτιοκρατία στη μικροφυσική, αλλά να αποκαταστήσουν δυναμικές αιτιακές σχέσεις σε όρισμένες κατηγορίες φαινομένων. 'Η υπόθεση των λανθανουσών παραμέτρων αποτελεί επιστημολογική πρόκληση στον ισχυρισμό ότι η τωρινή περιγραφή είναι πλήρης και όριστική και αποτελεί, απ' αυτή την άποψη, κίνητρο για έρευνα και ενδιαφέρουσες υποθέσεις<sup>15</sup>.

Πρέπει επίσης να τονισθεί ότι ο πιθανοκρατικός χαρακτήρας και τό μη μπούλειο πλέγμα, δέ σημαίνει έλλειψη αιτιότητας και αιτιοκρατίας στο μικρόκοσμο. 'Ο ισχυρισμός της Σχολής της Κοπεγχάγης είναι τυπική έκφραση μηχανιστικής σκέψης: από τή στιγμή που δέ βεβαιώνονται οι μηχανιστικές ή δυναμικές αιτιακές σχέσεις, ή αιτιοκρατία παύει να ισχύει γι' αυτά τά φαινόμενα. Κατά τή λογική διατύπωση, μιά θεωρία είναι αιτιοκρατική, μόνο και μόνο αν ή λογική της είναι μιά σ-άλγεβρα Boole. 'Η πρόταση όμως αυτή ισχύει για τή μηχανιστική μορφή αιτιοκρατίας. Στην κβαντική φυσική, βρισκόμαστε μπροστά σε μιά νέα μορφή καθορισμού: τό στατιστικό κβαντικό καθορισμό. Στατιστική, δέ σημαίνει έλλειψη αιτιοκρατίας. Σημαίνει μιά περισσότερη λεπτή και σύνθετη μορφή καθορισμού.

'Η κβαντομηχανική περιγραφή δέν είναι πλήρης. Κάτι τέτοιο - γράφει ο Η. Putnam - είναι λογικά αδύνατο. Γιατί στίς καταστάσεις αντιστοιχοῦν οι ισχυρότερες, λογικά συνεκτικές προτάσεις, που έντούτοις δέν περιλαμβάνουν κάθε φυσική πρόταση για τό κβαντικό σύστημα. «'Ο έντετερμινισμός εισάγεται, όχι επειδή οι νόμοι είναι έντετερμινιστικοί, αλλά γιατί οι ίδιες οι καταστάσεις, αν και είναι λογικά οι ισχυρότερες προτάσεις, δέν περιλαμβάνουν άπαντήσεις σε όλες τίς έρωτήσεις που έχουν φυσικό νόημα». 'Η κβαντική μηχανική, κατά τόν Putnam, είναι περισσότερο αιτιοκρατική, παρά μή αιτιοκρατική.<sup>16</sup>

'Υπάρχουν διαφορετικά επίπεδα όργάνωσης της πραγματικότητας και διαφορετικές κατηγορίες νόμων που τούς αντιστοιχοῦν. 'Η σημερινή θεωρητική γνώση δέν εξάντλησε, ούτε τά ύπαρκτά επίπεδα ούτε τίς δυνατές μορφές φυσικῶν νόμων.

15. Για μιά κριτική έπισκόπηση, βλ. E. Bitsakis, *Rev. des Quest. Scient.*, 148, 205 και 279 (1977). Για μιά συστηματική μελέτη βλ. F. J. Belinfante, *A survey of hidden variables theories*, Pergamon Press, 1973. Για τά τελευταία πειραματικά δεδομένα, βλ. άρθρο του Μ. Paty, στο *Quantum Mechanics a Half Century Later*, Reidel 1977.

16. H. Putnam, *Mathematics, Matter and Logic*, Cambridge Un. Press, 1975.