

Οι όλικοι μέσοι όροι τών ποσοστών έχουν ως εξής:

6-7 έτων	"Αρρ.	70,41	Θηλ.	65,95
7-8 >	>	78,83	>	81,33
8-9 >	>	85,60		86

**Διαπιστώσεις:**

1. "Αν λάθωμε ύπ' όψη, ότι γνώσεις τόσο άπλές και στοιχειώδεις πρέπει ν' αποτελούν κτήμα τών 90% τουλάχιστον τών παιδιών, άντιλαμθανόμαστε ότι, στην παρούσα περίπτωση, είμαστε πολύ μακριά από τό αποτέλεσμα αυτό.

2. Τά αποτελέσματα τών κοριτσιών είναι κατώτερα από εκείνα τών άγοριών.

3. Παρατηρούνται πραγματικές δυσκολίες για την άπόκτηση του μαθηματικού λεξιλογίου σ' όλες τις ήλικίες.

**2. Έκμάθηση του άπλου λεξιλογίου με ανάλογα παιδαγωγικά μέτρα**

Πειραματισμός του κ. G. Mialaret: δύο ομάδες παιδιών Νηπιαγωγείων: μία ομάδα πειραματική, μία ομάδα για τη σύγκριση.

Ό έρευνητής ζήτησε από μία Νηπιαγωγό να καταβάλη ειδική προσπάθεια, για να μάθουν τά παιδιά τό βασικό λεξιλόγιο: εμπρός, πίσω, κάτω, άνω, επάνω, παραπλεύρως, δεξιά, άριστερά, μεταξύ, άνω-δεξιά, άνω-άριστερά. Πρόκειται για έννοιες, που περιέχονται στις έρωτήσεις του τέστ του Gille. Όμάδα για τη σύγκριση είχε ομάδα παιδιών της αύτης ήλικίας, που είχε ύποβληθῆ στη γενική μεγάλη εξέταση του Έθν. Ίνστιτούτου.

**Τά επόμενα δεδομένα άποδεικνύουν τό ρόλο τῆς παιδαγωγικῆς προσπάθειας:**

Λεξιλόγιο	Ποσοστά % τῆς όμ. συγκ. 6-7 έτων	Ποσοστά τῆς πειρ. όμ. 6-7 έτων
τό έλαφρότερο πράγμα	47,5	75
ξέω από τό αυτοκίνητο	87,5	100
πίσω από τό αυτοκίνητο	71,2	91,7
τό πλατύτερο μπουκάλι	80	83,3
τό ψηλότερο μπουκάλι	91,25	100
επάνω στο τραπέζι:	95	100
μπροστά στο τραπέζι:	83,75	75
τό κάτω παράθυρο:	91,25	100
τό παράθυρο στο μέσον και άνω:	63,75	75
τό περισσότερο μακρυνό:	37,50	60
κάτω-άριστερά:	47,50	66,7
άνω-δεξιά:	48,75	65,3

Όλικοι μέσοι όροι τών ποσοστών: ομάδα συγκρίσεως: 70,41  
 ομάδα πειραματική: 81,91

**Διαπιστώσεις:** 1. Ό μελέτη τών αποτελεσμάτων και ή σύγκριση με την ομάδα συγκρίσεως μάς έπιτρέπουν να διαπιστώσωμε την επίδραση του παιδαγωγικού παράγοντα.

2. Συνηθισμένες έννοιες και σχολικές έννοιες, που χρησιμοποιούνται στα προβλήματα: Οί μαθητές της πειραματικής ομάδας είχαν υποβληθῆ σ' ολόκληρο τὸ τέστ τοῦ Gille. Παρατηρεῖται ὅτι γιὰ μερικές ἐρωτήσεις, πού ἀναφέρονται σὲ συνηθισμένες έννοιες (ποσότητος, βάρους) ἡ πειραματική ομάδα δίνει ἀρκετὰ χαμηλὰ ἀποτελέσματα. Ἀντίθετα, ὅταν πρόκειται γιὰ ἀπαντήσεις ἐπὶ σχολικῶν γνώσεων καὶ μηχανισμῶν, ἡ ομάδα αὐτὴ ἐπιτυγχάνει πολὺ ἀνώτερα ἀποτελέσματα (έννοια διαιρέσεως, πολλαπλασιασμοῦ).

"Ἄρα, οἱ παιδαγωγικές μας συνήθειες μᾶς ὁδήγησαν νὰ μὴ διδάσκουμε στὰ παιδιά παρὰ μερικές μόνον έννοιες καὶ νὰ θεωροῦμε αὐτόνοητα ἀποκτημένες τὶς ἄλλες. Μερικές έννοιες φαίνονται τόσο οἰκειές, ὥστε νὰ μὴ σκεπτόμαστε καθόλου νὰ τὶς διδάξουμε. Ὁ πειραματισμὸς αὐτὸς ἀποδεικνύει, ὅτι τὸ ἐνδιαφέρον τοῦ παιδαγωγοῦ σὲ τέτοιες έννοιες μεταβάλλει σημαντικὰ τὶς ἀντιδράσεις τῶν παιδιῶν.

***Β' Ἐρευνα ἐπὶ τῆς μαθήσεως τῶν πράξεων καὶ ἐπὶ τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν σὲ προβλήματα (Γαλλία)***

Ὁ G. Mialaret τὸ 1951, εἶχε τὴν πρόθεση ν' ἀνακαλύψῃ τοὺς δεσμοὺς πού συνδέουν τὴ γνώση μιᾶς ἀριθμητικῆς πράξης καὶ τὴν χρησιμοποίησή της σ' ἓνα πρόβλημα. (1) Ἐδωσε στοὺς μαθητὲς τῶν 2ας, 3ης, 4ης καὶ 5ης τάξεων τοῦ Δημοτ. Σχολείου γραμμένα μικρὰ προβλήματα ἐπὶ τῶν ἑπτὰ ἀριθμητικῶν πράξεων. Οἱ μαθητὲς ἔπρεπε ν' ἀπαντοῦν ὀνομάζοντας καὶ ἐκτελώντας τὴν πράξη.

Περιληπτικὰ ἀποτελέσματα: Ὀλικοί μέσοι ὄροι τῶν ποσοστῶν (ἐπὶ ὀρθῶν ἀπαντήσεων) :

Τάξεις:	2α	3η	4η	5η
"Ἀρρ.	56,91	78,96	78,17	97
Θηλ.	47,87	86,22		

***Παρατηρήσεις τοῦ κ. G. Mialaret :***

α) Ἡ πρόοδος ἀπὸ τὴ 2α πρὸς τὴν 3η τάξη εἶναι σημαντική, ἀλλὰ δὲν ἀναφέρεται ἴσως ἐπὶ τῶν αὐτῶν σημείων.

β) Παρατηρεῖται ἐλάττωσις τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως μεταξὺ ἀγοριῶν καὶ κοριτσιῶν τῶν 2ας καὶ 3ης τάξεων.

γ) Ὡς πρὸς τὴ μάθησι καὶ τὴν πρόοδο τῶν παιδιῶν, πρέπει νὰ σημειώσωμε τὴν πενιχρότητα τῶν ἀποτελεσμάτων στὴ 2α τάξη, καθὼς καὶ τὴν ἀπότομη ἀνοδο τῶν ποσοστῶν στὴν 5η τάξη.

δ) Στὴν 4η τάξη, ἡ μάθησι, μὲ βάση τὸ κριτήριον τοῦ 90%, δὲν εἶναι ἱκανοποιητική, ἐνῶ πρόκειται γιὰ τὴν τάξη, ὅπου διδάσκονται σπουδαῖες μαθητικὲς γνώσεις: δεκαδικοὶ ἀριθμοί, ποσοστά, κλάσματα, συμμιγεῖς ἀριθμοί, ποικίλες μονάδες.

ε) Ὑπάρχει μεγάλη διαφορὰ μεταξὺ τῆς κατοχῆς τοῦ μηχανισμοῦ μιᾶς πράξης καὶ τῆς ἱκανότητος χρησιμοποιήσεώς της γιὰ τὴ λύσι ἐνὸς προβλήματος. Μερικοὶ ὑποστηρίζουν, ὅτι ἡ ἐκμάθησι τοῦ μηχανισμοῦ τῶν πράξεων πρέπει νὰ προηγῆται ἀπὸ τὴν χρησιμοποίησίν των, ἐνῶ ἄλλοι, ἀντίθετα, βλέπουν στὴν ἱκανότητα χρησιμοποιήσεως τῶν πράξεων τὸ βασικὸ κίνητρο γιὰ τὴν ἐκμάθησι τοῦ μηχανισμοῦ ἐκτελέ-

1. Ἐν. ἀνωτ., σελ. 2-12.

σεώς των. Γι' αυτό, στις διάφορες τάξεις, πρέπει να επαναλαμβάνονται οι άπλες πράξεις, που χρησιμοποιούνται σε ποικίλα κείμενα προβλημάτων.

στ) Παρατηρείται ότι τα περισσότερα προβλήματα, για τα οποία το ποσοστό επίτυχίας είναι ανώτερο του 50%, στη 2α τάξη, αντιστοιχούν σε μια συγκεκριμένη κατάσταση, την οποία το παιδί έχει ζήσει πραγματικά.

ζ) Οι έφτα πράξεις αντιστοιχούν σε κάποια διαβάθμιση δυσκολιών, άφου βρίσκομε κατά μέσον όρον τα εξής:

Πράξεις: Πρόσθεση Άφαιρ. — υπόλοιπ. Άφαιρ. — συμπλ. Άφαιρ. — διαφ. Πολ)σμός Διαίρ. μερ. Διαίρ. μερ. κ.ο.

Ποσοστά ακριβείας: 72,6 70,75 63,33 51 53 36,5 35

η) Η λύση ενός άριθμητ. προβλήματος είναι ενέργεια καθαρά λογική.

Ως σημαντικοί συντελεστές πρέπει ακόμη να υπολογίζονται: το λεξιλόγιο, οι λεκτικοί μηχανισμοί και ή κατανόηση του κειμένου από το ένα μέρος και από το άλλο ή συναισθηματική απήχηση και ή πείρα του μαθητή από την κοινωνική και οικονομική ζωή. Το συμπέρασμα αυτό προέρχεται από το γεγονός ότι βρίσκομε διαφορετικά ποσοστά αποτελεσμάτων από τα παιδιά που φοιτούν στην ίδια τάξη και που λύνουν προβλήματα, τα οποία απαιτούν την αυτή πράξη.

### 3. Παρίσματα έρευνών στη Γενεύη.

Το Σεπτέμβριο του 1954, το Έργαστήριο της Πειραματικής Παιδαγωγικής της Γενεύης ένήργησε γραπτή έρευνα επί της μαθήσεως των σχολικών γνώσεων (1). Παραθέτομε τα αποτελέσματα επί της κατοχής δυο άριθμητικών πράξεων (πρόσθεση — άφαίρεση) και επί της χρησιμοποιήσεως των στη λύση ενός προβλήματος από τους μαθητές της 3ης τάξης.

**Πρόσθεση:** Παρατηρήσεις: Διαπιστώνεται ότι 79 μαθητές στους 100 στην πόλη και 78 στους 100 στα χωριά άπαντούν κατά ικανοποιητικό τρόπο (άπό την άποψη του μαθηματικού συλλογισμού). Η έννοια «τόσο, όσο», που περιέχεται σ' ένα πρόβλημα, φαίνεται ότι βρίσκεται σε καλό δρόμο μαθήσεως της.

**Άφαίρεση (διαφορά):** Παρατηρήσεις. Ο μαθηματικός συλλογισμός για την άφαίρεση (λύση προβλήματος) φαίνεται ότι δέν αποτελεί κτήμα των παιδιών: όρθος συλλογισμός παιδιών στην πόλη: 33%, στην ύπαιθρο: 32%.

**Πρόσθεση - άφαίρεση (συμπλήρωμα):** Δύο πράξεις: Παρατηρήσεις: Ο δείκτης άποδόσεως είναι πολύ χαμηλός. 13 μαθητές στους 100 στην πόλη και 14 στους 100 στην ύπαιθρο έπιτυγχάνουν το μέγιστο όριο βαθμών, δηλαδή το έβδομο σχεδόν των μαθητών. Οι μαθηματικοί συλλογισμοί είναι όρθοί άπό 17% μαθητές στην πόλη και άπό 20% στην ύπαιθρο. Πολλοί μαθητές δέν έκαμαν την άφαίρεση. "Ίσως δέν είχαν διαβάσει ως το τέλος το πρόβλημα.

#### 4. 'Αποτελέσματα έρευνών στο Βέλγιο.

##### A'. 'Η κατανόηση του περιεχομένου τών προβλημάτων (1)

Τò 1930, ó Η. Desmet είχε ένεργήσει έρευνα, γιά νά έξακριθώση τήν κατανόηση από τούς μαθητές του περιεχομένου μικρών αριθμητικών προβλημάτων.

Ο έρευνητής παρουσίασε πέντε προβλήματα παρόμοια μαθηματικώς, αλλά διατυπωμένα με δύο μορφές Α και Β με χαρακτηριστικό τήν άπουσία ή τήν παρουσία μερικών δεδομένων.

Τέστ: ΙΑ: εύκολη έποπτεία δεδομένων: δέντρα.

Τέστ: ΙΙΑ: δύσκολη έποπτεία δεδομένων: χιλιόμετρα.

1. Τά αποτελέσματα φανερώνουν, ότι ή δυσχέρεια στην έποπτική παράσταση τών δεδομένων του προβλήματος από τά παιδιά δημιουργεί σοβαρές δυσκολίες γιά τόν άπαραίτητο μαθηματικό συλλογισμό.

2. Όταν τό περιεχόμενο τών προβλημάτων παρουσιάζεται χωρίς άριθμούς, οί μαθητές δυσκολεύονται σημαντικά, πράγμα που φανερώνει, ότι δέν είναι συνηθισμένοι νά σκέπτονται με θάση γενικούς κανόνες. Τοῦτο αποδεικνύει, ότι τά παιδιά υποβάλλονται από τις σχολικές συνήθειες σ' ένα είδος μηχανικών άντανακλαστικών ένεργειών, οί οποίες χάνονται άμέσως, όταν παρουσιάζονται νέες, λιγότερο σχολικής ύφης, περιστάσεις. Έτσι, θά μπορούσε κανείς νά έρωτήσει: ή λύση άριθμητ. προβλημάτων καλλιεργεί άραγε τή νοημοσύνη τών παιδιών; Δυστυχώς τοῦτο δέ συμβαίνει πάντοτε. Τά προβλήματα, όπως διατυπώνονται στα σχολικά βιβλία αριθμητικής, δέν προκαλοῦν πάντοτε στο πνεῦμα τών μαθητῶν πραγματικούς λογικούς συλλογισμούς: τις περισσότερες φορές υποκινούν τήν εύρεση τυπικών λύσεων, τήν έφαρμογήν ένός τεχνάσματος.

Έπί του θέματος αὐτοῦ, ó Μοργου (1929) είχε τά εξής αποτελέσματα: επί 253 έσφαλμένων λύσεων, 28 μόνον μαρτυροῦν κάποια μερική κατανόηση του προβλήματος: οί υπόλοιπες 225, ήτοι 89%, δέν αφήνουν νά διαφανή ούτε τό μικρότερο ίχνος κατανόησης. Δύο «τυπικά προβλήματα», που δόθηκαν, προκαλοῦν στα παιδιά 78% και 58% λύσεις χωρίς πραγματική κατανόηση. Η μόρφωση του παιδιού επί του μαθηματικού συλλογισμού δέν έχει έπιτευχθή από τό σύγχρονο Δημοτικό Σχολείο.

##### B'. 'Η πορεία του παιδικού συλλογισμού κατά τή λύση τών προβλημάτων

Τò 1953, ή Anna Maria M. de Moraes είχε τήν πρόθεση νά μελετήσει τά διάφορα θήματα του παιδικού συλλογισμού γιά τή λύση αριθμητικῶν προβλημάτων και ένήργησε είδική σχετική έρευνα χρησιμοποιώντας τή μέθοδο καταγραφής του «όμιλουμένου συλλογισμού». Οργάνωσε άτομική προφορική εξέταση παρουσιάζοντας στο παιδί μια σειρά προβλημάτων με πολλές πράξεις και κατέγραψε με ένα μαγνητόφωνο τις «όμιλούμενες σκέψεις». Πρόκειται γιά τήν ίδια μέθοδο, που χρησιμοποιήσαμε κι έμεις (βλ. τό πρώτο μέρος αυτής τής μελέτης). Έστερα από τήν άνάλυση τών λύσεων τών παιδιών, ή Anna M. de Mo-

1. R. Dottrens : «L'amelioration des programmes scolaires» 1957, p. 223, 196.

raes έφθασε στις έξής παρατηρήσεις (1) επί έξ προβλημάτων αριθμητικής (οί 4 βασικές πράξεις επί άκεραίων), τά όποία προσπάθησαν να λύσουν μαθητές τών 3ης και 4ης τάξεων (29 μαθητές: 13 τής 3ης και 16 τής 4ης): «Γενικά, φαίνεται ότι οί μαθητές τών 3ης και 4ης τάξεων δέν έχουν κατανοήσει έπαρκώς τις διαδικασίες τών βασικών πράξεων τής αριθμητικής, κυρίως του πολλαπλασιασμού και τής διαιρέσεως, ώστε να μπορούν να τις χρησιμοποιούν σε συγκεκριμένες περιπτώσεις. Έπί πλέον, μη κατέχοντας ακόμη τους αυτοματισμούς τών πράξεων, δέν είχαν άρκετά έλεύθερο τό πνεύμα τους, για να έπιδιοθούν στην άνακάλυψη τής πορείας, που έπρεπε ν' ακολουθήσουν για τή λύση τών προβλημάτων.

Οί έρωτήσεις, που δόθηκαν, έκτός από την τελευταία, δέν ξεπερνούσαν την ικανότητα νοημοσύνης παιδιών 8—10 έτών. Αν δέν ύπολογισθούν τά λάθη πράξεων, προκύπτει ότι σε κάθε ένα από τά πέντε προβλήματα δόθηκαν όρθές λύσεις τουλάχιστον από 6 μαθητές στους 29. Δύο μόνον παιδιά μπόρεσαν να δώσουν αντίστοιχως πέντε όρθές λύσεις. Κάθε παιδί έχει ιδιαίτερο τρόπο συλλογισμού, που έκδηλώνεται νοερά στη λύση τών προβλημάτων».

«Τά δεδομένα αυτά θα πρέπει να ληφθούν ύπ' όψη κατά την επεξεργασία μιας σοβαρής μεθοδολογίας για τή λύση τών αριθμητικών προβλημάτων».

## Γ' ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΔΙΑΠΙΣΤΩΣΕΙΣ

### 1. Σημεία συγκρίσεως

α) Τά αποτελέσματα τών διαφόρων έρευνών (Ίωάννινα, Άθήνα, Γαλλία, Γενεύη, Βέλγιο) άποδεικνύουν, ότι οί μαθητές τών Δημοτικών Σχολείων συναντούν σημαντικές δυσκολίες και, μερικές φορές, άνυπερβλητες, κατά τή λύση τών συγκεκριμένων προβλημάτων από τή ζωή επί τών έφτά βασικών αριθμητ. πράξεων. Οί δυσκολίες αυτές άναφέρονται:

1. Στην πράξη, που άπαιτείται για τή λύση του προβλήματος (πρόσθεση, άφαίρεση τριών ειδών, πολλαπλασιασμός, διαίρεση δύο ειδών).

2. Στόν αριθμό τών πράξεων, που άπαιτούνται σε κάθε πρόβλημα (προβλήματα με μία μόνον πράξη, προβλήματα με πολλές πράξεις).

3. Στό λεξιλόγιο, που χρησιμοποιείται στη σύνταξη του κειμένου του προβλήματος.

4. Στό είδος τής καταστάσεως, στην όποία αντίστοιχεί τό πρόβλημα (συγκεκριμένη κατάσταση που μπορεί να ζηη πραγματικά τό παιδί, άφηρημένη και όχι γνωστή στο παιδί κατάσταση, εύκολη ή δύσκολη στην έποπτική της παράσταση).

5. Στόν αυτοματισμό τών πράξεων (άν δέν είναι κτήμα τών παιδιών, δέν ύπάρχει άρκετή έλευθερία στο πνεύμα τους για ν' άνακαλύψουν τή λύση του προβλήματος).

6) Άπό τις παρατηρήσεις όλων τών έρευνητών διαπιστώνεται, ότι κάθε παιδί έχει, σχεδόν πάντοτε, τόν ιδιαίτερο δικό του τρόπο πνευμα-

1. «Recherche psychopédagogue sur la solution des probl. arithmet». E. Nauwelaerts, Louvain, 1954, p. 45, 112.

τικής ενέργειας, ό οποίος διαμορφώνεται από ποικίλους παράγοντες (ένέργεια τής λογικής, προσωπική πείρα, συναισθηματικές άπηχήσεις, σχολική μόρφωση).

## 2. Σημεία έκτός συγκρίσεως:

*'Από τήν έρευνά μας:* Καταχωρούνται δεδομένα από τούς αυτούς μαθητές τόσον επί τής ποσοτικής άποδοτικότητός των (γραπτή όμαδική εξέταση) όσο κι επί τών έσωτερικών συλλογισμών τής παιδικής σκέψης (άνάλυση λύσεων — άτομική προφορική εξέταση). Έτσι, παρέχεται ή δυνατότητα νά διατυπώθουν διαπιστώσεις για όλα τά ζητήματα τών άριθμητικών προβλημάτων (συλλογισμοί και τεχνική τών πράξεων των).

*'Από τήν έρευνα στην Άθήνα:* Παρέχονται δεδομένα για τό περιεχόμενο τών προβλημάτων, πού συντάσσουν τά ίδια τά παιδιά: προσωπικές προτιμήσεις, δυνατότητες ή διαφέροντα.

*'Από τήν έρευνα στη Γαλλία:* Προσφέρονται δεδομένα για τις δυσκολίες τών μαθητών στό λεξιλόγιο τών προβλημάτων.

*'Από τήν έρευνα στό Βέλγιο:* Καταχωρούνται δεδομένα για τήν κατανόηση τού περιεχομένου τών προβλημάτων και για τά μερικότερα βήματα, πού κάνει ή παιδική σκέψη στη λύση προβλημάτων με πολλές πράξεις.

## 3. Διαπιστώσεις:

1. Τά προβλήματα, πού δόθηκαν στους μαθητές από κάθε έρευνητή, ανταποκρίνονται στις έννοιες, πού διδάσκονται στό σχολείο κατά τό αναλυτικό πρόγραμμα διδασκτέας ύλης κάθε χώρας. Τά αποτελέσματα όμως δέν είναι καθόλου ικανοποιητικά. Ίσως, μερικές γνώσεις θα διδάσκωνται πρόωρα σε όρισμένες τάξεις. Θα πρέπει επίσης ν' αναλυθούν και άλλοι παράγοντες τής σχολικής άποδοτικότητος (ή μέθοδος διδασκαλίας, ό δάσκαλος κλπ.) και νά λαμβάνεται ύπόψη ή ψυχολογία τών παιδικών συλλογισμών.

2. Μπορούμε άραγε νά δεχτούμε, με βάση τά σχετικά δεδομένα, ότι ή διδασκαλία τής άριθμητικής στό Δημοτ. Σχολείο επέτυχε τόν ένα σκοπό της, πού συνίσταται στην καλλιέργεια τής νοημοσύνης τών παιδιών; Τά δεδομένα μάς δυσκολεύουν ν' απαντήσωμε θετικά.

3. Η έρευνα, πού έγινε στην Άθήνα (προβλήματα, πού συντάσσουν έλεύθερα τά παιδιά) και οί διαπιστώσεις τού κ. G. Mialaret άποδεικνύουν τή σημασία τών έσωτερικών κινήτρων τού παιδιού για τή λύση τών προβλημάτων. Η έρευνα επίσης τού H. Desmet (Βέλγιο) μαρτυρεί πόσον είναι αναγκαίο νά συγκεκριμενοποιούνται τά δεδομένα τού προβλήματος (δυνατότητα έποπτικής παραστάσεώς του).

4) Όλα τά δεδομένα φαίνεται ότι καταδεικνύουν, ότι τά άριθμητικά προβλήματα μπορούν νά ταξινομηθούν κατά διάταξη αύξανόμενης δυσκολίας. Η κατοχή ένός άριθμητικού λεξιλογίου παίζει τό ρόλο της στην κατανόηση τών προβλημάτων. Σε άλλο κεφάλαιο τής μελέτης αυτής, τό όποίο δέ δημοσιεύεται έδώ, καταβάλλεται προσπάθεια νά διαπιστωθῆ κατά πόσον τά προγράμματα διδασκτέας ύλης, τά σχολικά βιβλία και ή διδακτική μέθοδος έχουν υπολογίσει τά δεδομένα αυτών τών παρατηρήσεων.

5. Τέλος, τό γεγονός, ότι κάθε παιδί λύει τά προβλήματα κατά

προσωπικό δικό του τρόπο, μᾶς ὑποχρεώνει νὰ συστήσωμε, στὸ κεφάλαιο τῶν παιδαγωγικῶν συνεπειῶν, τὴν ἐφαρμογὴ τῆς ἀτομικευμένης ἐργασίας τῶν μαθητῶν.

#### Δ' ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΕΣ ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ

α'. *'Απὸ τὰ δεδομένα τῆς ἀποδοτικότητος τῶν μαθητῶν*

1. Εἶναι ἀνάγκη νὰ ἐφαρμόζονται ἰδιαίτερες ἀσκήσεις ἐπὶ τοῦ ἀπλοῦ ἀριθμητικοῦ λεξιλογίου στοὺς μαθητὲς τοῦ Νηπιαγωγείου καὶ τῶν τριῶν πρώτων τάξεων (Α, Β, Γ) τοῦ Δημοτ. Σχολείου. Ἡ ἐκμάθηση τοῦ λεξιλογίου μπορεῖ νὰ εὐκολύνῃ τὴν κατανόησιν τοῦ περιεχομένου (νοήματος) τῶν προβλημάτων ἀπὸ τὴ ζωὴ (βλ. ἐρευνες στὴ Γαλλία).

*Στὶς τάξεις τοῦ Νηπιαγωγείου καὶ στὴν πρώτη τάξη τοῦ Δημοτ. Σχολείου (5, 6, 7 ἐτῶν):* Ὁδηγοῦμε τὰ παιδιὰ σὲ πραγματικὰ συγκεκριμένους πράξεις, ποὺ ἐπιτρέπουν τὴν καλλιέργειαν τῆς δεξιότητος τῶν χειρῶν, τὴν παρατηρητικότητά καὶ τὴν ἔκφρασιν. Οἱ πράξεις αὐτὲς ἀναφέρονται στὶς ἐξῆς ἔννοιες - λέξεις: ἀπ' ἔξω, ἀπὸ μέσα, τὸ ψηλότερον, ἐπάνω, ἀπὸ κάτω, πίσω, τὸ πλατύτερον, μπροστά.

*Στὴ δευτέρα τάξη (7-8):* Παρόμοιες συγκεκριμένους πράξεις, ποὺ ἀναφέρονται στὶς ἐξῆς ἔννοιες - λέξεις: τὸ πλατύτερον, τὸ ἐλαφρότερον, στὸ μέσον καὶ ἄνω, ἀνταμώνω, σηκώνω, τραβῶ, χάνω.

*Στὴν τρίτη τάξη (8-9 ἐτῶν):* Παρόμοιες συγκεκριμένους πράξεις, ποὺ ἀναφέρονται στὶς ἐξῆς ἔννοιες - πράξεις: τὸ ἐλαφρότερον, τὸ πιὸ μακρυνό, κάτω καὶ ἀριστερά, ἄνω καὶ δεξιά, ἀνακατώνω, μοιράζω, κόβω σὲ «Χ» κομμάτια, 5 φορές περισσότερον, ὑπόλοιπον, συμπλήρωμα, διαφορά.

2. Τὰ συγκεκριμένα προβλήματα ἀπὸ τὴ ζωὴ μποροῦν, ὡς πρὸς τὴν διδασκαλίαν τους, ν' ἀκολουθοῦν μιὰ διάταξιν, ποὺ καθορίζεται μὲ θάσιν τίς ἀξαναόμιενες δυσκολίες τοῦ ἀπαιτουμένου μαθηματικοῦ συλλογισμοῦ (γιὰ τὴν κατάλληλη ἀριθμητ. πράξιν): προβλήματα, ποὺ περιέχουν μιὰ μόνον πράξιν: α) πρόσθεσιν, β) ἀφαίρεσιν - ὑπόλοιπον, γ) ἀφαίρεσιν - συμπλήρωμα, δ) πολλαπλασιασμός, ε) ἀφαίρεσιν - διαφορά, στ) διαίρεσιν μερισμοῦ, ζ) διαίρεσιν μετρήσεως (βλ. δεδομένα ἀπὸ τίς ἐρευνες στὰ Ἰωάννινα, στὴ Γαλλίαν τοῦ κ. G. Mialaret).

3. Μιὰ προσπάθεια κατανομῆς τῆς διδακτέας ὕλης, μὲ θάσιν τὰ πειραματικὰ δεδομένα, μᾶς δίνει τὰ ἐξῆς:

*Στὴν Τρίτη τάξη (8-9 ἐτῶν):* Προβλήματα μὲ μιὰ μόνον πράξιν: α) πρόσθεσιν (ἐρευνα στὴ Γενεύη).

*Στὴν Τετάρτη τάξη (9-10 ἐτῶν):* προβλήματα μὲ μιὰ μόνον πράξιν: α) ἀφαίρεσιν - ὑπόλοιπον, β) πολλαπλασιασμός.

*Στὴν Πέμπτη τάξη (10-11 ἐτῶν):* προβλήματα μὲ μιὰ μόνον πράξιν: α) ἀφαίρεσιν - συμπλήρωμα, β) ἀφαίρεσιν - διαφορά, γ) διαίρεσιν μερισμοῦ.

*Στὴν Ἑκτη τάξη (11-12 ἐτῶν):* α) προβλήματα μὲ μιὰ μόνον πράξιν: διαίρεσιν μετρήσεως, β) προβλήματα μὲ δύο ἢ τρεῖς πράξεις (πρόσθεσιν, ἀφαίρεσιν, πολλαπλασιασμός) (βλ. δεδομένα ἐρευνῶν στὰ Ἰωάννινα, στὴν Ἀθήναν, στὸ Παρίσι, στὸ Βέλγιον).

Οἱ ἄνωτέρω συνέπειες ὑπαγορεύονται ἀπὸ τὰ ἀποτελέσματα διαφόρων μετρήσεων, ποὺ εἶχαμε ἀπὸ δικές μας ἐφαρμογὰς ἢ ποὺ γνωρίσαμε ἀπὸ ἐρευνες ἄλλων. Πρόκειται ἐδῶ γιὰ τὴν ἀντανάκλασιν μιᾶς δι-

δασκαλίας, ή όποία, κατά ένα γενικό τρόπο, δέν έχει ύποστή τήν εύεργετική επίδραση από τά δεδομένα τών ψυχολογικών έρευνών. Τολμούμε νά πιστεύουμε ότι, όταν κατορθωθή και πραγματοποιηθή αύτή ή επίδραση, τά προγράμματα θά μπορούν νά είναι ούσιαστικότερα και δέ θά διακρίνονται από μειονεκτήματα σέ θάρος τών μαθητών.

4. Ός πρός τό περιεχόμενο τών προβλημάτων, πρέπει νά λαμβάνονται υπόψη τά διδακτικά αξιώματα τής διεγέρσεως τών έσωτερικών κινήτρων για τή μάθηση και τής συγκεκριμενοποιήσεως τών δεδομένων του προβλήματος: έτσι, πρέπει νά διδάσκονται α) προβλήματα, πού αναφέρονται στή διατροφή, στά παιδικά παιχνίδια, στήν ένδυμασία, β) προβλήματα, πού ανταποκρίνονται σέ μιá συγκεκριμένη κατάσταση, τήν όποία μπορεί νά ζήση πραγματικά τό παιδί, γ) προβλήματα, τά όποία μπορούν νά πάρουν ύπόσταση στον παραστατικό κύκλο τών παιδιών (μέ δέντρα, μέ καρπούς, μέ σπίτια κλπ.) (βλ. έρευνες στήν Άθήνα, στό Παρίσι, στό Βέλγιο).

5. Οί μαθητές πρέπει ν' άσκώνται και σέ προβλήματα, τών όποιών τό περιεχόμενο δέν έχει άριθμούς και τά όποία άποτελούν ένα πραγματικό «πνευματικό πρόβλημα». Δέν πρέπει νά είμαστε ίκανοποιημένοι μέ τήν άσκηση τών μαθητών στή λύση μόνον προβλημάτων μέ ένα τέχνασμα ή έναν τύπο (λύση ενός ύποδειγματικού προβλήματος) (βλ. έρευνες στό Βέλγιο, στό Παρίσι).

6. Έπειδή οί μαθητές τών 3ης, 4ης και 5ης τάξεων άποδεικνύονται όλίγον ίκανοί για λογικό-μαθηματικούς συλλογισμούς (αίτιολόγηση τών πράξεων για κάθε πρόβλημα, κατανόηση του συνδυασμού τών πράξεων: έρευνες στα Ιωάννινα, Παρίσι, Γενεύη, Βέλγιο), όφείλομε νά έγκύψωμε, μέ ιδιαίτερη φροντίδα, στό πρόβλημα τής μεθόδους, μέ τήν όποία θά διδάσκεται στους μαθητές ό κατάλληλος μαθηματικός συλλογισμός για κάθε πρόβλημα. Πρέπει ν' αναζητηθή λύση μέ βάση τά ψυχολογικά δεδομένα.

7. Έπειδή οί μαθητές τών 5ης και 6ης τάξεων δυσκολεύονται και «σκοντάφτουν» σέ εύκολα προβλήματα (διατυπώνοντας έσφαλμένους συλλογισμούς), πρέπει νά έπαναλαμβάνωμε, σέ διάφορα μαθήματα, τίς άπλές πράξεις, πού χρησιμοποιούνται σέ ποικίλα προβλήματα, και νά έπιμένωμε επί τών έννοιών αυτών, όσον άπλές κι' άν είναι (βλ. μετρήσεις προφορικής άποδοτικότητας μαθητών στα Ιωάννινα, στό Βέλγιο, γραπτές μετρήσεις στό Παρίσι).

8. Η άτομικευμένη εργασία τών μαθητών πρέπει νά εφαρμόζεται μέ ιδιαίτερη έπιμέλεια: σύνταξη προβλημάτων σέ δελτία (καρτέλλες) τριών κατηγοριών: α) για άδύνατους μαθητές, β) για μέσης άποδοτικότητας μαθητές, γ) για μεγάλης άποδοτικότητας μαθητές (=θεραπεία τής μεγάλης διασποράς τών αποτελεσμάτων άποδοτικότητας τών μαθητών).

9. Ο άριθμός τών μαθητών σέ κάθε τάξη πρέπει νά είναι, όσο τό δυνατόν, μικρότερος (25 μαθητές, τό άνώτερον, σέ κάθε τάξη).

10. Οί φροντίδες και ή βοήθεια τών γονέων, κατά τίς κατ' οίκον εργασίες τών μαθητών, πρέπει νά ενεργούνται μέ παιδαγωγικό τρόπο (νά λαμβάνονται υπόψη οί παιδαγωγικές συνέπειες, πού αναφέραμε, και τά ψυχολογικά δεδομένα, νά οργανώνονται από τους δασκάλους τακτικές συγκεντρώσεις τών γονέων, όπου θά συζητούνται τά σχετικά προβλήματα).