

ΕΝΩΣΕΩΣ ΠΑΙΔΑΓΩΓΩΝ
& ΨΥΧΟΛΟΓΩΝ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ
&
ΨΥΧΟΛΟΓΙΚΗ
ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΙΣ

ΤΟΜΟΣ Β΄
1965 - 1966

ΕΚΔΟΤΗΣ
ΙΩ. ΚΑΜΠΑΝΑΣ

Ε.Υ.Δ. Π.Ε.Κ. Τ.Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2007

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΑΝ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΙΤΣΙΟΣ

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2007

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ ΚΑΙ ΨΥΧΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΙΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ Β' ΤΟΜΟΥ

Ἰανουάριος 1965-Δεκέμβριος 1966

Τεύχη 11 - 20

*Ἐπιστημονικὸν ὄργανον τοῦ Συλλόγου Παιδαγωγῶν - Ψυχολόγων
Πτυχιούχων Πανεπιστημίων Ἐξωτερικοῦ*



ΕΚΔΟΤΗΣ ΙΩ. ΚΑΜΠΑΝΑΣ ΑΘΗΝΑΙ

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2007

I. ΔΡΟΡΑ (Ληομονημένες σελίδες)

Μανόλη Τριανταφυλλίδη: Ἡ θέση τοῦ ἔθνους μας στὴν ὀρθογραφία τῆς γλώσσας του.	
Οἱ ἀγιάτρευτες δυσκολίες τοῦ σημερινοῦ τονισμοῦ	Σελ. 249
(ἐπιμέλεια Θ. Γέρου)	
» » Πρὶν καὶ ἡ διγλωσσία γεννᾷ πολλαπλές καὶ βαθιές βλάβες στὸ ἔθνος μας.	» 293
(ἐπιμέλεια Θ. Γέρου)	
Ἵπόμνημα Ἐκπαιδευτικοῦ Ὁμίλου. Μάιος 1912	» 325
(ἐπιμέλεια Θ. Γέρου)	
Μανόλη Τριανταφυλλίδη: Ἀπόσπασμα ἀπὸ τὸ βιβλίο: Ἡ γλώσσα μας στὰ σχολεῖα τῆς Μακεδονίας. Τεύχος 14	» 1
(ἐπιμέλεια Θ. Γέρου)	

II. ΜΕΛΕΤΕΣ

ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ · ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ · ΨΥΧΟΛΟΓΙΑ

ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ

Ἐλευθερίου Ἀθανασίου: Τὰ κυριώτερα χαρακτηριστικὰ τοῦ παιδικοῦ συναισθήματος.	» 592
Δεωνίδα Βελιαρούτη: Ἡ μελέτη τοῦ περιβάλλοντος.	» 523,590
Ἀριστείδου Βουγιούκα: Τὰ Δημοτικά μας τραγούδια	» 507
Θεοφράστου Γέρου: Θεωρία τῆς Γλώσσας	» 483
Σπύρου Κεχρή: Τὸ φιλοσοφικὸ ζήτημα ἀντίρροπο τῆς πνευματικῆς κρίσης τῆς ἐποχῆς μας	» 497
Ἀντωνίου Κρέτση: Ἐποπτεία καὶ ἔγνοια	» 26
Γ. Κυριαζοπούλου: Δύναται νὰ αὐξηθῆ ἡ εὐφυΐα	» 611
Κων. Λυκομήτρου: Ἡ ἐκπαίδευση καὶ ἡ ἐποχὴ μας	» 346
Leon Jeunehomme : Ἡ πρόδος τῆς Ψυχολογίας καὶ τὸ ἔργον τοῦ J. Piaget (Μεταφρ. Α. Κρέτση)	» 304,366
John Macmurray: Ἀνθρωπιστικὴ Ἀγωγή (Μετ. Ε. Κασιόλα)	» 267
Γ. Μαραγκοδάκη: Ἡ θεωρία τοῦ Skinner γιὰ τὴ μάθηση	» 514
Δημ. Παλυβοῦ: Οἱ ἀριστερόχειρες	» 25
Γ. Παπακωστούλα: Τὰ συνειδησιακὰ βιώματα τῶν Ἀρχαίων Ἑλλήνων	» 296,328
Ἀθανασίου Πόπορη: Τὸ περιβάλλον μέσα στὸ ὁποῖον ἀναπτύσσεται τὸ σύγχρονο παιδί	» 451,503
Γρ. Τριανταφύλλου: Μηχανισμοὶ ἄμυνας ἢ προσαρμογῆς	» 277
Γεωργίου Τσαμπῆ: Τὰ Παιδαγωγικὰ Κολλέγια τῆς Σκωτίας. Προτάσεις γιὰ τὴν καλύτερη ὀργάνωση τῶν Παιδαγωγικῶν μας Ἀκαδημιῶν	» 547,625
Ι. Χαλαμποπούλου: Παιδεία καὶ Τεχνικὸς Πολιτισμὸς	» 1

III. ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΗ ΨΥΧΟΛΟΓΙΑ - ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΣΜΟΙ

'Ελευθερίου 'Αθανασίου:	Γλώσσα και σχολικό πρόγραμμα	Σελ. 18
»	»	»
	'Η φυσική, πνευματική και κοινωνική εξέλιξη του παιδιού της σχολικής ηλικίας και η ανάγνωση	» 311
Θεοφράστου Γέρον:	Τὰ λάθη τονισμού και ἡ ποσοστιαία σχέση τους μετὰ τὸ σύνολο τῶν ὀρθογραφικῶν λαθῶν	» 253
'Εμμ. 'Εμμανουηλίδου:	'Ο ἐπαινος, ἡ ἐπίπληξη και ἡ ἀδιαφορία ὡς κίνητρα εἰς τὴν σχολ. ἐργασίαν	» 352
Εὐθ. Θεοδωροπούλου:	'Η τεχνολογία εἰς τὸ σχολεῖον	» 282
Κων. Κίτσου:	Οἱ δυσκολίες τῶν μαθητῶν στὴ λύση ἀριθμητικῶν προβλημάτων	» 3,10
Χριστ. Παπαδοπούλου:	Αἰσθητικὴ 'Αγωγή	» 29
Σπύρου Πολίτη:	Μερικὰ προβλήματα τοῦ σχολείου	» 500
'Αγγέλου Σαφαρίκα:	Τὰ Σχολικὰ προγράμματα	» 334
'Ελ. Σταματάκη:	Κατ' οἶκον ἐργασία τοῦ παιδιοῦ	» 480,41
»	Οἱ οἰκογενειακὲς καταστάσεις ἐπηρεάζουν τὴ σχολικὴ ζωὴ τοῦ σπιτιοῦ	» 323

IV. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΠΑΙΔΙΚΗΣ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑΣ

Χάρη Σεκελλαρίου:	Προβλήματα τῆς Παιδικῆς Λογοτεχνίας . .	» 461
-------------------	---	-------

V. ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΕΣ ΟΜΙΛΙΕΣ

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΣΥΝΕΔΡΙΩΝ - ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ

'Αντωνίου Μπενέκου:	'Η μείωση τοῦ ὅριου ἡλικίας στὴν πρώτη Δημοτικοῦ (Ραδ. ὁμιλία)	» 539
Samuel Roller :	'Η ἔνωση τῶν δυνάμεών μας (Μεταφ. Α.Σ.) . .	» 59
Γρ. Τριανταφύλλου:	'Επιστημονικὸ Συνέδριο	» 290
»	»	»
	'Η 'Επιμόρφωση ἐνηλίκων, συνέχεια και συμπλήρωση τῆς σχολ. ἐκπαιδεύσεως	» 520
»	»	»
	'Εκθεση α) πάνω στὴν σύσκεψη Ο.Ο.Σ.Α. ποὺ ἔγινε στὸ Παρίσι β) Πάνω στὶς ἐπισκέψεις σχολείων κ.λ.π. στὴν 'Αγγλία	» 31

VI. ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΟΝΟΜΙΑ - ΑΠΟΔΕΛΤΙΩΣΗ - ΒΙΒΛΙΟΚΡΙΣΙΑ

Σπ. Κοκκίνη:	Βάσεις ὀργανώσεως σχολ. βιβλιοθηκῶν	» 543,597
Π.Ι. Σχοινᾶ:	Μέθοδος ἐπιμελοῦς μελάτης ἐπιστημονικοῦ βιβλίου και ἀποδελτιώσεως	» 285
'Αντ. Λαμπρινίδη:	«Πυγολαμπίδες» 'Αρχαδίου Πηγαίου	» 506



ΟΙ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΗ ΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ (Πορίσματα από ειδική έρευνα)

ΚΩΝΣΤ. Ι. ΚΙΤΣΟΥ

Β'

Β' ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΑΠΟ ΕΡΕΥΝΕΣ ΣΕ ΑΛΛΑ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ ΚΑΙ ΣΕ ΑΛΛΕΣ ΧΩΡΕΣ

1. 'Αποτελέσματα από έρευνα, που έγινε στην 'Αθήνα (1)

Το 1930, ο κ. Ν. Καραχρίστος, Διευθυντής του τότε Μαρασλείου Διδασκαλείου, ζήτησε από τους μαθητές του προτύπου Δημοτ. Σχολείου να συντάξουν και να λύσουν προβλήματα επί των τεσσάρων αριθμητικών πράξεων. Έτσι, μπόρεσε να μελετήσει το περιεχόμενο των προβλημάτων, που συνέταξαν οι ίδιοι οι μαθητές:

Τα αποτελέσματα:

α) Προτιμώμενες πράξεις από τους μαθητές στα προβλήματά τους:

Τάξεις	Πρόσθεση	Αφαίρεση	Πολλαπ)σμός	Διαίρεση
1η	10%	3%	0%	0%
2α	13	7	3	0
3η	23	14	7	3
4η	93	83	69	59
5η	97	90	76	63
6η	100	97	93	73

Έτσι, στην 1η τάξη, οι 87% των μαθητών δε μπόρεσαν να έπινοήσουν και να συντάξουν κανένα πρόβλημα.

β) Το περιεχόμενο των προβλημάτων των μαθητών αναφέρεται σε πολλά θέματα) 1) στη διατροφή: 38%, 2) στα παιχνίδια (μπίλλες, εικόνες κλπ): 32%, 3) στα χρήματα: 23%, 4) στα ένδύματα: 7%.

2) 'Αποτελέσματα ερευνών στη Γαλλία:

α) Μια ομάδα σχολικων ψυχολόγων στο Παρίσι (2) είχε την πρό-

1. Ν. Καραχρίστου: «'Η διδακτική της αριθμητικής», 'Αθήναι 1951, σελ. 58.
2. Bulletin des psychologues scolaires, No 2/1953—54, σελ. 30.

θεση, τὸ 1951, νὰ μελετήσῃ τὶς δυσκολίες, ποὺ συναντοῦν οἱ μαθητὲς στὴν κατανόηση τοῦ κειμένου κάθε ἀριθμητικοῦ προβλήματος καὶ ἐνήργησε σχετικὴ ἐξέταση στὴ 2α τάξη τοῦ Δημ. Σχολείου. Παρουσίασαν στὰ παιδιὰ μικρὰ προβλήματα, ποὺ περιείχαν λέξεις συνηθισμένου ἀριθμητικοῦ λεξιλογίου. Ὑπολόγισαν τὰ ποσοστὰ ἐπὶ τοῖς 100 τῶν μαθητῶν, ποὺ δίνουν ὀρθὲς ἀπαντήσεις καὶ μᾶς δίνουν τὸν ἐξῆς πίνακα:

Λέξεις	Μαθητὲς %: ὀρθὲς ἀπαντ.	Λέξεις	Μαθητ. %: ὀρθὲς ἀπαντ.
ἀνακατώνω	53	ἀποσύρω	70
χάνω	60	κόβω σὲ «χ» κομμάτ.	30
5 φορές περισσότ.	43	μοιράζω	46
βγάζω	63	ἀνταμώνω	70

Διαπίστωση: Τὸ ποσοστὸ τῶν ἀποτυχιῶν εἶναι ὑψωμένο.

β) Τὸ 1952, ὁ κ. G. Mialaret (1) εἶχεν ἐνδιαφερθῆ γιὰ τὸ ἴδιο πρόβλημα καὶ ὑπέβαλε τὰ παιδιὰ σὲ μιὰ ἐξέταση, ποὺ τοῦ ἐπέτρεπε νὰ μελετήσῃ τὴ στάση τοῦ παιδιοῦ, ποὺ δὲν κατεῖχε ἀπόλυτα τὶς λέξεις, ποὺ χρησιμοποιοῦνται συνήθως στὰ ἀριθμητικὰ προβλήματα. Ἡ ἐξέταση ἔγινε μὲ φράσεις, ποὺ περιείχαν λέξεις σημαντικὲς γιὰ τὴν κατανόηση τοῦ προβλήματος.

Στὸ πρῶτο μέρος τῆς μελέτης του, ὁ κ. G. Mialaret μᾶς παρουσιάζει τὰ ἀποτελέσματα ἀπὸ τὴ μεγάλη ἔρευνα ἐπὶ τοῦ διανοητικοῦ ἐπιπέδου τῶν παιδιῶν, ποὺ ἐνήργησε τὸ Ἐθνικὸ Ἰνστιτούτο Ψυχολογικῶν ἔρευνῶν, καὶ στὸ δεύτερο μέρος τὰ ἀποτελέσματα τοῦ δικοῦ του πειραματισμοῦ.

1. Δεδομένα ἀπὸ τὴ μεγάλη ἔρευνα τοῦ Ἐθν. Ἰνστιτούτου ἐπὶ τοῦ ἀριθμητικοῦ λεξιλογίου (Cahier No 13 I.N.D.E. P.U.F.)

Ποσοστὰ κατοχῆς τοῦ ἀριθμητ. λεξιλογίου

	ΑΡΡΕΝΕΣ %			ΘΗΛΕΙΣ %		
	6-7 ἐτῶν	7-8	8-9	6-7 ἐτῶν	7-8	8-9
Τὸ ἐλαφρότερο πρᾶγμα:	47,5	75	82	44,4	75	82
ἔξω ἀπὸ τὸ αὐτοκίνητο:	87,5	93	95	75	88	89
πίσω ἀπὸ τὸ αὐτοκίνητο:	71,2	83	90	66	79	86
τὸ πλατύτερο μπουκάλι:	80	90	94	69	88	98
τὸ ψηλότερο μπουκάλι:	91,25	97	98	89	98	97
ἐπάνω στὸ τραπέζι:	95	96	95	93	94	99
μπροστὰ στὸ τραπέζι:	83,75	82	91	75	86	95
τὸ κάτω παράθυρο:	91,25	92	96	90	96	95
τὸ παράθυρο ποὺ εἶναι:						
στὸ μέσον καὶ ἄνω:	63,75	59	65	58	69	74
τὸ περισσότερο μακρυνό:	37,50	63	73	39	59	66
κάτω ἀριστερά:	47,50	56	76	48	72	78
ἄνω δεξιά:	48,75	60	72	45	72	73

1. G. Mialaret : «Recherches préliminaires à la pédagogie du calcul...», Cahiers Delachaux et Niestlé, Suisse, No 9/1953, p.p. 2-12.

Οι όλικοι μέσοι όροι τών ποσοστών έχουν ως εξής:

6-7 έτων	"Αρρ.	70,41	Θηλ.	65,95
7-8 >	>	78,83	>	81,33
8-9 >	>	85,60		86

Διαπιστώσεις:

1. "Αν λάθωμε ύπ' όψη, ότι γνώσεις τόσο άπλές και στοιχειώδεις πρέπει ν' αποτελούν κτήμα τών 90% τουλάχιστον τών παιδιών, άντιλαμθανόμαστε ότι, στην παρούσα περίπτωση, είμαστε πολύ μακριά από τό αποτέλεσμα αυτό.

2. Τά αποτελέσματα τών κοριτσιών είναι κατώτερα από εκείνα τών άγοριών.

3. Παρατηρούνται πραγματικές δυσκολίες για την άπόκτηση του μαθηματικού λεξιλογίου σ' όλες τις ήλικίες.

2. Έκμάθηση του άπλου λεξιλογίου με ανάλογα παιδαγωγικά μέτρα

Πειραματισμός του κ. G. Mialaret: δύο ομάδες παιδιών Νηπιαγωγείων: μία ομάδα πειραματική, μία ομάδα για τη σύγκριση.

Ό έρευνητής ζήτησε από μία Νηπιαγωγό να καταβάλη ειδική προσπάθεια, για να μάθουν τά παιδιά τό βασικό λεξιλόγιο: εμπρός, πίσω, κάτω, άνω, επάνω, παραπλεύρως, δεξιά, άριστερά, μεταξύ, άνω-δεξιά, άνω-άριστερά. Πρόκειται για έννοιες, που περιέχονται στις έρωτήσεις του τέστ του Gille. Όμάδα για τη σύγκριση είχε ομάδα παιδιών της αύτης ήλικίας, που είχε ύποβληθῆ στη γενική μεγάλη εξέταση του Έθν. Ίνστιτούτου.

Τά επόμενα δεδομένα άποδεικνύουν τό ρόλο τῆς παιδαγωγικῆς προσπάθειας:

Λεξιλόγιο	Ποσοστά % τῆς όμ. συγκ. 6-7 έτων	Ποσοστά τῆς πειρ. όμ. 6-7 έτων
τό έλαφρότερο πράγμα	47,5	75
ξέω από τό αυτοκίνητο	87,5	100
πίσω από τό αυτοκίνητο	71,2	91,7
τό πλατύτερο μπουκάλι	80	83,3
τό ψηλότερο μπουκάλι	91,25	100
επάνω στο τραπέζι:	95	100
μπροστά στο τραπέζι:	83,75	75
τό κάτω παράθυρο:	91,25	100
τό παράθυρο στο μέσον και άνω:	63,75	75
τό περισσότερο μακρυνό:	37,50	60
κάτω-άριστερά:	47,50	66,7
άνω-δεξιά:	48,75	65,3

Όλικοι μέσοι όροι τών ποσοστών: ομάδα συγκρίσεως: 70,41
 ομάδα πειραματική: 81,91

Διαπιστώσεις: 1. Ό μελέτη τών αποτελεσμάτων και ή σύγκριση με την ομάδα συγκρίσεως μάς έπιτρέπουν να διαπιστώσωμε την επίδραση του παιδαγωγικού παράγοντα.

2. Συνηθισμένες έννοιες και σχολικές έννοιες, που χρησιμοποιούνται στα προβλήματα: Οί μαθητές της πειραματικής ομάδας είχαν υποβληθῆ σ' όλόκληρο τὸ τέστ τοῦ Gille. Παρατηρεῖται ὅτι γιὰ μερικές ἐρωτήσεις, πού ἀναφέρονται σὲ συνηθισμένες έννοιες (ποσότητος, βάρους) ἡ πειραματική ομάδα δίνει ἀρκετὰ χαμηλὰ ἀποτελέσματα. Ἀντίθετα, ὅταν πρόκειται γιὰ ἀπαντήσεις ἐπὶ σχολικῶν γνώσεων καὶ μηχανισμῶν, ἡ ομάδα αὐτὴ ἐπιτυγχάνει πολὺ ἀνώτερα ἀποτελέσματα (έννοια διαιρέσεως, πολλαπλασιασμοῦ).

"Ἄρα, οἱ παιδαγωγικές μας συνήθειες μᾶς ὁδήγησαν νὰ μὴ διδάσκουμε στὰ παιδιά παρὰ μερικές μόνον έννοιες καὶ νὰ θεωροῦμε αὐτόνοητα ἀποκτημένες τὶς ἄλλες. Μερικές έννοιες φαίνονται τόσο οἰκειές, ὥστε νὰ μὴ σκεπτόμαστε καθόλου νὰ τὶς διδάξουμε. Ὁ πειραματισμὸς αὐτὸς ἀποδεικνύει, ὅτι τὸ ἐνδιαφέρον τοῦ παιδαγωγοῦ σὲ τέτοιες έννοιες μεταβάλλει σημαντικὰ τὶς ἀντιδράσεις τῶν παιδιῶν.

Β' Ἐρευνα ἐπὶ τῆς μαθήσεως τῶν πράξεων καὶ ἐπὶ τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν σὲ προβλήματα (Γαλλία)

Ὁ G. Mialaret τὸ 1951, εἶχε τὴν πρόθεση ν' ἀνακαλύψῃ τοὺς δεσμοὺς πού συνδέουν τὴ γνώση μιᾶς ἀριθμητικῆς πράξης καὶ τὴν χρησιμοποίησή της σ' ἓνα πρόβλημα. (1) Ἐδωσε στοὺς μαθητὲς τῶν 2ας, 3ης, 4ης καὶ 5ης τάξεων τοῦ Δημοτ. Σχολείου γραμμένα μικρὰ προβλήματα ἐπὶ τῶν ἑπτὰ ἀριθμητικῶν πράξεων. Οἱ μαθητὲς ἔπρεπε ν' ἀπαντοῦν ὀνομάζοντας καὶ ἐκτελώντας τὴν πράξη.

Περιληπτικὰ ἀποτελέσματα: Ὀλικοί μέσοι ὄροι τῶν ποσοστῶν (ἐπὶ ὀρθῶν ἀπαντήσεων) :

Τάξεις:	2α	3η	4η	5η
"Ἀρρ.	56,91	78,96	78,17	97
Θηλ.	47,87	86,22		

Παρατηρήσεις τοῦ κ. G. Mialaret :

α) Ἡ πρόοδος ἀπὸ τὴ 2α πρὸς τὴν 3η τάξη εἶναι σημαντική, ἀλλὰ δὲν ἀναφέρεται ἴσως ἐπὶ τῶν αὐτῶν σημείων.

β) Παρατηρεῖται ἐλάττωσις τοῦ συντελεστοῦ συσχετίσεως μεταξὺ ἀγοριῶν καὶ κοριτσιῶν τῶν 2ας καὶ 3ης τάξεων.

γ) Ὡς πρὸς τὴ μάθηση καὶ τὴν πρόοδο τῶν παιδιῶν, πρέπει νὰ σημειώσωμε τὴν πενιχρότητα τῶν ἀποτελεσμάτων στὴ 2α τάξη, καθὼς καὶ τὴν ἀπότομη ἀνοδο τῶν ποσοστῶν στὴν 5η τάξη.

δ) Στὴν 4η τάξη, ἡ μάθηση, μὲ βάση τὸ κριτήριον τοῦ 90%, δὲν εἶναι ἱκανοποιητική, ἐνῶ πρόκειται γιὰ τὴν τάξη, ὅπου διδάσκονται σπουδαῖες μαθητικὲς γνώσεις: δεκαδικοί ἀριθμοί, ποσοστά, κλάσματα, συμμιγείς ἀριθμοί, ποικίλες μονάδες.

ε) Ὑπάρχει μεγάλη διαφορὰ μεταξὺ τῆς κατοχῆς τοῦ μηχανισμοῦ μιᾶς πράξης καὶ τῆς ἱκανότητος χρησιμοποιήσεώς της γιὰ τὴ λύση ἐνὸς προβλήματος. Μερικοὶ ὑποστηρίζουν, ὅτι ἡ ἐκμάθηση τοῦ μηχανισμοῦ τῶν πράξεων πρέπει νὰ προηγῆται ἀπὸ τὴν χρησιμοποίησίν των, ἐνῶ ἄλλοι, ἀντίθετα, βλέπουν στὴν ἱκανότητα χρησιμοποιήσεως τῶν πράξεων τὸ βασικὸ κίνητρο γιὰ τὴν ἐκμάθηση τοῦ μηχανισμοῦ ἐκτελέ-

1. Ἐν. ἀνωτ., σελ. 2-12.

σεώς των. Γι' αυτό, στις διάφορες τάξεις, πρέπει να επαναλαμβάνονται οι άπλες πράξεις, που χρησιμοποιούνται σε ποικίλα κείμενα προβλημάτων.

στ) Παρατηρείται ότι τα περισσότερα προβλήματα, για τα οποία το ποσοστό επίτυχίας είναι ανώτερο του 50%, στη 2α τάξη, αντιστοιχούν σε μια συγκεκριμένη κατάσταση, την οποία το παιδί έχει ζήσει πραγματικά.

ζ) Οι έφτα πράξεις αντιστοιχούν σε κάποια διαβάθμιση δυσκολιών, άφου βρίσκομε κατά μέσον όρον τα εξής:

Πράξεις: Πρόσθεση Άφαιρ. — υπόλοιπ. Άφαιρ. — συμπλ. Άφαιρ. — διαφ. Πολ)σμός Διαίρ. μερ. Διαίρ. μερ. κ.ο.
Ποσοστά ακριβείας: 72,6 70,75 63,33 51 53 36,5 35

η) Η λύση ενός άριθμητ. προβλήματος είναι ενέργεια καθαρά λογική.

Ός σημαντικοί συντελεστές πρέπει ακόμη να υπολογίζονται: το λεξιλόγιο, οι λεκτικοί μηχανισμοί και ή κατανόηση του κειμένου από το ένα μέρος και από το άλλο ή συναισθηματική απήχηση και ή πείρα του μαθητή από την κοινωνική και οικονομική ζωή. Το συμπέρασμα αυτό προέρχεται από το γεγονός ότι βρίσκομε διαφορετικά ποσοστά αποτελεσμάτων από τα παιδιά που φοιτούν στην ίδια τάξη και που λύνουν προβλήματα, τα οποία απαιτούν την αυτή πράξη.

3. Παρίσματα έρευνών στη Γενεύη.

Το Σεπτέμβριο του 1954, το Έργαστήριο της Πειραματικής Παιδαγωγικής της Γενεύης ένήργησε γραπτή έρευνα επί της μαθήσεως των σχολικών γνώσεων (1). Παραθέτομε τα αποτελέσματα επί της κατοχής δυο άριθμητικών πράξεων (πρόσθεση — άφαίρεση) και επί της χρησιμοποιήσεως των στη λύση ενός προβλήματος από τους μαθητές της 3ης τάξης.

Πρόσθεση: Παρατηρήσεις: Διαπιστώνεται ότι 79 μαθητές στους 100 στην πόλη και 78 στους 100 στα χωριά άπαντούν κατά ικανοποιητικό τρόπο (άπό την άποψη του μαθηματικού συλλογισμού). Η έννοια «τόσο, όσο», που περιέχεται σ' ένα πρόβλημα, φαίνεται ότι βρίσκεται σε καλό δρόμο μαθήσεως της.

Άφαίρεση (διαφορά): Παρατηρήσεις. Ο μαθηματικός συλλογισμός για την άφαίρεση (λύση προβλήματος) φαίνεται ότι δέν αποτελεί κτήμα των παιδιών: όρθος συλλογισμός παιδιών στην πόλη: 33%, στην ύπαιθρο: 32%.

Πρόσθεση - άφαίρεση (συμπλήρωμα): Δύο πράξεις: Παρατηρήσεις: Ο δείκτης άποδόσεως είναι πολύ χαμηλός. 13 μαθητές στους 100 στην πόλη και 14 στους 100 στην ύπαιθρο έπιτυγχάνουν το μέγιστο όριο βαθμών, δηλαδή το έβδομο σχεδόν των μαθητών. Οι μαθηματικοί συλλογισμοί είναι όρθοί άπό 17% μαθητές στην πόλη και άπό 20% στην ύπαιθρο. Πολλοί μαθητές δέν έκαμαν την άφαίρεση. "Ίσως δέν είχαν διαβάσει ως το τέλος το πρόβλημα.

4. 'Αποτελέσματα έρευνών στο Βέλγιο.

A'. 'Η κατανόηση του περιεχομένου τών προβλημάτων (1)

Τò 1930, ó Η. Desmet είχε ένεργήσει έρευνα, για να έξακριθώση τήν κατανόηση από τούς μαθητές του περιεχομένου μικρών αριθμητικών προβλημάτων.

Ο έρευνητής παρουσίασε πέντε προβλήματα παρόμοια μαθηματικώς, αλλά διατυπωμένα με δύο μορφές Α και Β με χαρακτηριστικό τήν άπουσία ή τήν παρουσία μερικών δεδομένων.

Τέστ: ΙΑ: εύκολη έποπτεία δεδομένων: δέντρα.

Τέστ: ΙΙΑ: δύσκολη έποπτεία δεδομένων: χιλιόμετρα.

1. Τά αποτελέσματα φανερώνουν, ότι ή δυσχέρεια στην έποπτική παράσταση τών δεδομένων του προβλήματος από τά παιδιά δημιουργεί σοβαρές δυσκολίες για τον άπαραίτητο μαθηματικό συλλογισμό.

2. Όταν τò περιεχόμενο τών προβλημάτων παρουσιάζεται χωρίς άριθμούς, οί μαθητές δυσκολεύονται σημαντικά, πράγμα που φανερώνει, ότι δέν είναι συνηθισμένοι να σκέπτονται με θάση γενικούς κανόνες. Τοῦτο αποδεικνύει, ότι τά παιδιά υποβάλλονται από τις σχολικές συνήθειες σ' ένα είδος μηχανικών άντανακλαστικών ένεργειών, οί οποίες χάνονται άμέσως, όταν παρουσιάζονται νέες, λιγότερο σχολικής ύφης, περιστάσεις. Έτσι, θά μπορούσε κανείς να έρωτηση: ή λύση άριθμητ. προβλημάτων καλλιεργεί άραγε τή νοημοσύνη τών παιδιών; Δυστυχώς τοῦτο δέ συμβαίνει πάντοτε. Τά προβλήματα, όπως διατυπώνονται στα σχολικά βιβλία αριθμητικής, δέν προκαλοῦν πάντοτε στο πνεῦμα τών μαθητῶν πραγματικούς λογικούς συλλογισμούς: τις περισσότερες φορές υποκινούν τήν εύρεση τυπικών λύσεων, τήν έφαρμογήν ένός τεχνάσματος.

Έπί του θέματος αῦτου, ó Μοργου (1929) είχε τά έξής αποτελέσματα: επί 253 έσφαλμένων λύσεων, 28 μόνον μαρτυροῦν κάποια μερική κατανόηση του προβλήματος: οί υπόλοιπες 225, ήτοι 89%, δέν αφήνουν να διαφανή ούτε τò μικρότερο ίχνος κατανόησης. Δύο «τυπικά προβλήματα», που δόθηκαν, προκαλοῦν στα παιδιά 78% και 58% λύσεις χωρίς πραγματική κατανόηση. Η μόρφωση του παιδιού επί του μαθηματικού συλλογισμού δέν έχει έπιτευχθή από τò σύγχρονο Δημοτικό Σχολείο.

B'. 'Η πορεία του παιδικού συλλογισμού κατά τή λύση τών προβλημάτων

Τò 1953, ή Anna Maria M. de Moraes είχε τήν πρόθεση να μελετήσει τά διάφορα θήματα του παιδικού συλλογισμού για τή λύση αριθμητικῶν προβλημάτων και ένήργησε είδική σχετική έρευνα χρησιμοποιώντας τή μέθοδο καταγραφής του «όμιλουμένου συλλογισμού». Οργάνωσε άτομική προφορική εξέταση παρουσιάζοντας στο παιδί μια σειρά προβλημάτων με πολλές πράξεις και κατέγραψε με ένα μαγνητόφωνο τις «όμιλούμενες σκέψεις». Πρόκειται για τήν ίδια μέθοδο, που χρησιμοποιήσαμε κι έμεϊς (βλ. τò πρώτο μέρος αῦτης τής μελέτης). Έστερα από τήν άνάλυση τών λύσεων τών παιδιών, ή Anna M. de Mo-

1. R. Dottrens : «L'amelioration des programmes scolaires» 1957, p. 223, 196.

raes έφθασε στις έξής παρατηρήσεις (1) επί έξ προβλημάτων αριθμητικής (οί 4 βασικές πράξεις επί άκεραίων), τά όποία προσπάθησαν να λύσουν μαθητές τών 3ης και 4ης τάξεων (29 μαθητές: 13 τής 3ης και 16 τής 4ης): «Γενικά, φαίνεται ότι οί μαθητές τών 3ης και 4ης τάξεων δέν έχουν κατανοήσει έπαρκώς τις διαδικασίες τών βασικών πράξεων τής αριθμητικής, κυρίως του πολλαπλασιασμού και τής διαιρέσεως, ώστε να μπορούν να τις χρησιμοποιούν σε συγκεκριμένες περιπτώσεις. Έπί πλέον, μη κατέχοντας ακόμη τους αυτόματισμούς τών πράξεων, δέν είχαν άρκετά έλεύθερο τό πνεύμα τους, για να έπιδροθούν στην άνακάλυψη τής πορείας, που έπρεπε ν' ακολουθήσουν για τή λύση τών προβλημάτων.

Οί έρωτήσεις, που δόθηκαν, έκτός από την τελευταία, δέν ξεπερνούσαν την ικανότητα νοημοσύνης παιδιών 8—10 έτών. Αν δέν υπολογισθούν τά λάθη πράξεων, προκύπτει ότι σε κάθε ένα από τά πέντε προβλήματα δόθηκαν όρθές λύσεις τουλάχιστον από 6 μαθητές στους 29. Δύο μόνον παιδιά μπόρεσαν να δώσουν αντίστοιχως πέντε όρθές λύσεις. Κάθε παιδί έχει ιδιαίτερο τρόπο συλλογισμού, που έκδηλώνεται νοερά στη λύση τών προβλημάτων».

«Τά δεδομένα αυτά θα πρέπει να ληφθούν υπ' όψη κατά την επεξεργασία μιας σοβαρής μεθοδολογίας για τή λύση τών αριθμητικών προβλημάτων».

Γ' ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΔΙΑΠΙΣΤΩΣΕΙΣ

1. Σημεία συγκρίσεως

α) Τά άποτελέσματα τών διαφόρων έρευνών (Ίωάννινα, Άθήνα, Γαλλία, Γενεύη, Βέλγιο) άποδεικνύουν, ότι οί μαθητές τών Δημοτικών Σχολείων συναντούν σημαντικές δυσκολίες και, μερικές φορές, άνυπέριθτες, κατά τή λύση τών συγκεκριμένων προβλημάτων από τή ζωή επί τών έφτά βασικών αριθμητ. πράξεων. Οί δυσκολίες αυτές άναφέρονται:

1. Στην πράξη, που άπαιτείται για τή λύση του προβλήματος (πρόσθεση, άφαίρεση τριών ειδών, πολλαπλασιασμός, διαίρεση δύο ειδών).

2. Στόν αριθμό τών πράξεων, που άπαιτούνται σε κάθε πρόβλημα (προβλήματα με μία μόνον πράξη, προβλήματα με πολλές πράξεις).

3. Στό λεξιλόγιο, που χρησιμοποιείται στη σύνταξη του κειμένου του προβλήματος.

4. Στό είδος τής καταστάσεως, στην όποία αντίστοιχεί τό πρόβλημα (συγκεκριμένη κατάσταση που μπορεί να ζηη πραγματικά τό παιδί, άφηρημένη και όχι γνωστή στο παιδί κατάσταση, εύκολη ή δύσκολη στην έποπτική της παράσταση).

5. Στόν αυτόματισμό τών πράξεων (άν δέν είναι κτήμα τών παιδιών, δέν ύπάρχει άρκετή έλευθερία στο πνεύμα τους για ν' άνακαλύψουν τή λύση του προβλήματος).

6) Άπό τις παρατηρήσεις όλων τών έρευνητών διαπιστώνεται, ότι κάθε παιδί έχει, σχεδόν πάντοτε, τόν ιδιαίτερο δικό του τρόπο πνευμα-

1. «Recherche psychopédagogue sur la solution des probl. arithmet». E. Nauwelaerts, Louvain, 1954, p. 45, 112.

τικής ενέργειας, ό όποιος διαμορφώνεται από ποικίλους παράγοντες (ένέργεια τής λογικής, προσωπική πείρα, συναισθηματικές άπηχήσεις, σχολική μόρφωση).

2. Σημεία έκτός συγκρίσεως:

Άπό τήν έρευνά μας: Καταχωρούνται δεδομένα από τούς αυτούς μαθητές τόσον επί τής ποσοτικής άποδοτικότητός των (γραπτή όμαδική εξέταση) όσο κι επί τών έσωτερικών συλλογισμών τής παιδικής σκέψης (άνάλυση λύσεων — άτομική προφορική εξέταση). Έτσι, παρέχεται ή δυνατότητα νά διατυπώθουν διαπιστώσεις για όλα τά ζητήματα τών άριθμητικών προβλημάτων (συλλογισμοί και τεχνική τών πράξεών των).

Άπό τήν έρευνα στην Άθήνα: Παρέχονται δεδομένα για τό περιεχόμενο τών προβλημάτων, πού συντάσσουν τά ίδια τά παιδιά: προσωπικές προτιμήσεις, δυνατότητες ή διαφέροντα.

Άπό τήν έρευνα στη Γαλλία: Προσφέρονται δεδομένα για τις δυσκολίες τών μαθητών στο λεξιλόγιο τών προβλημάτων.

Άπό τήν έρευνα στο Βέλγιο: Καταχωρούνται δεδομένα για τήν κατανόηση του περιεχομένου τών προβλημάτων και για τά μερικότερα βήματα, πού κάνει ή παιδική σκέψη στη λύση προβλημάτων με πολλές πράξεις.

3. Διαπιστώσεις:

1. Τά προβλήματα, πού δόθηκαν στους μαθητές από κάθε έρευνητή, ανταποκρίνονται στις έννοιες, πού διδάσκονται στο σχολείο κατά τό αναλυτικό πρόγραμμα διδασκτέας ύλης κάθε χώρας. Τά αποτελέσματα όμως δέν είναι καθόλου ίκανοποιητικά. Ίσως, μερικές γνώσεις θα διδάσκωνται πρόωρα σε όρισμένες τάξεις. Θα πρέπει επίσης ν' αναλυθούν και άλλοι παράγοντες τής σχολικής άποδοτικότητος (ή μέθοδος διδασκαλίας, ό δάσκαλος κλπ.) και νά λαμβάνεται ύπόψη ή ψυχολογία τών παιδικών συλλογισμών.

2. Μπορούμε άραγε νά δεχτούμε, με βάση τά σχετικά δεδομένα, ότι ή διδασκαλία τής άριθμητικής στο Δημοτ. Σχολείο επέτυχε τόν ένα σκοπό της, πού συνίσταται στην καλλιέργεια τής νοημοσύνης τών παιδιών; Τά δεδομένα μάς δυσκολεύουν ν' άπαντήσωμε θετικά.

3. Η έρευνα, πού έγινε στην Άθήνα (προβλήματα, πού συντάσσουν έλεύθερα τά παιδιά) και οί διαπιστώσεις του κ. G. Mialaret άποδεικνύουν τή σημασία τών έσωτερικών κινήτρων του παιδιού για τή λύση τών προβλημάτων. Η έρευνα επίσης του Η. Desmet (Βέλγιο) μαρτυρεί πόσον είναι αναγκαίο νά συγκεκριμενοποιούνται τά δεδομένα του προβλήματος (δυνατότητα έποπτικής παραστάσεώς του).

4) Όλα τά δεδομένα φαίνεται ότι καταδεικνύουν, ότι τά άριθμητικά προβλήματα μπορούν νά ταξινομηθούν κατά διάταξη αύξανόμενης δυσκολίας. Η κατοχή ενός άριθμητικού λεξιλογίου παίζει τό ρόλο της στην κατανόηση τών προβλημάτων. Σε άλλο κεφάλαιο τής μελέτης αυτής, τό όποίο δέ δημοσιεύεται έδώ, καταβάλλεται προσπάθεια νά διαπιστωθῆ κατά πόσον τά προγράμματα διδασκτέας ύλης, τά σχολικά βιβλία και ή διδακτική μέθοδος έχουν υπολογίσει τά δεδομένα αυτών τών παρατηρήσεων.

5. Τέλος, τό γεγονός, ότι κάθε παιδί λύει τά προβλήματα κατά

προσωπικό δικό του τρόπο, μᾶς ὑποχρεώνει νὰ συστήσωμε, στὸ κεφάλαιο τῶν παιδαγωγικῶν συνεπειῶν, τὴν ἐφαρμογὴ τῆς ἀτομικευμένης ἐργασίας τῶν μαθητῶν.

Δ' ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΕΣ ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ

α'. Ἀπὸ τὰ δεδομένα τῆς ἀποδοτικότητος τῶν μαθητῶν

1. Εἶναι ἀνάγκη νὰ ἐφαρμόζονται ἰδιαίτερες ἀσκήσεις ἐπὶ τοῦ ἀπλοῦ ἀριθμητικοῦ λεξιλογίου στοὺς μαθητὲς τοῦ Νηπιαγωγείου καὶ τῶν τριῶν πρώτων τάξεων (Α, Β, Γ) τοῦ Δημοτ. Σχολείου. Ἡ ἐκμάθηση τοῦ λεξιλογίου μπορεῖ νὰ εὐκολύνῃ τὴν κατανόησιν τοῦ περιεχομένου (νοήματος) τῶν προβλημάτων ἀπὸ τὴ ζωὴ (βλ. ἐρευνες στὴ Γαλλία).

Στὶς τάξεις τοῦ Νηπιαγωγείου καὶ στὴν πρώτη τάξη τοῦ Δημοτ. Σχολείου (5, 6, 7 ἐτῶν): Ὁδηγοῦμε τὰ παιδιὰ σὲ πραγματικὰ συγκεκριμένους πράξεις, ποὺ ἐπιτρέπουν τὴν καλλιέργειαν τῆς δεξιότητος τῶν χειρῶν, τὴν παρατηρητικότητά καὶ τὴν ἔκφρασιν. Οἱ πράξεις αὐτὲς ἀναφέρονται στὶς ἐξῆς ἔννοιες - λέξεις: ἀπ' ἔξω, ἀπὸ μέσα, τὸ ψηλότερον, ἐπάνω, ἀπὸ κάτω, πίσω, τὸ πλατύτερον, μπροστά.

Στὴ δευτέρα τάξη (7-8): Παρόμοιες συγκεκριμένους πράξεις, ποὺ ἀναφέρονται στὶς ἐξῆς ἔννοιες - λέξεις: τὸ πλατύτερον, τὸ ἐλαφρότερον, στὸ μέσον καὶ ἄνω, ἀνταμώνω, σηκώνω, τραβῶ, χάνω.

Στὴν τρίτη τάξη (8-9 ἐτῶν): Παρόμοιες συγκεκριμένους πράξεις, ποὺ ἀναφέρονται στὶς ἐξῆς ἔννοιες - πράξεις: τὸ ἐλαφρότερον, τὸ πιὸ μακρυνό, κάτω καὶ ἀριστερά, ἄνω καὶ δεξιά, ἀνακατώνω, μοιράζω, κόβω σὲ «Χ» κομμάτια, 5 φορές περισσότερον, ὑπόλοιπον, συμπλήρωμα, διαφορά.

2. Τὰ συγκεκριμένα προβλήματα ἀπὸ τὴ ζωὴ μποροῦν, ὡς πρὸς τὴν διδασκαλίαν τους, ν' ἀκολουθοῦν μιὰ διάταξιν, ποὺ καθορίζεται μὲ θάσιν τίς ἀξαναόμιενες δυσκολίες τοῦ ἀπαιτουμένου μαθηματικοῦ συλλογισμοῦ (γιὰ τὴν κατάλληλη ἀριθμητ. πράξιν): προβλήματα, ποὺ περιέχουν μιὰ μόνον πράξιν: α) πρόσθεσιν, β) ἀφαίρεσιν - ὑπόλοιπον, γ) ἀφαίρεσιν - συμπλήρωμα, δ) πολλαπλασιασμόν, ε) ἀφαίρεσιν - διαφορά, στ) διαίρεσιν μερισμοῦ, ζ) διαίρεσιν μετρήσεως (βλ. δεδομένα ἀπὸ τίς ἐρευνες στὰ Ἰωάννινα, στὴ Γαλλίαν τοῦ κ. G. Mialaret).

3. Μιὰ προσπάθεια κατανομῆς τῆς διδακτέας ὕλης, μὲ θάσιν τὰ πειραματικὰ δεδομένα, μᾶς δίνει τὰ ἐξῆς:

Στὴν Τρίτη τάξη (8-9 ἐτῶν): Προβλήματα μὲ μιὰ μόνον πράξιν: α) πρόσθεσιν (ἐρευνα στὴ Γενεύη).

Στὴν Τετάρτη τάξη (9-10 ἐτῶν): προβλήματα μὲ μιὰ μόνον πράξιν: α) ἀφαίρεσιν - ὑπόλοιπον, β) πολλαπλασιασμός.

Στὴν Πέμπτη τάξη (10-11 ἐτῶν): προβλήματα μὲ μιὰ μόνον πράξιν: α) ἀφαίρεσιν - συμπλήρωμα, β) ἀφαίρεσιν - διαφορά, γ) διαίρεσιν μερισμοῦ.

Στὴν Ἑκτὴ τάξη (11-12 ἐτῶν): α) προβλήματα μὲ μιὰ μόνον πράξιν: διαίρεσιν μετρήσεως, β) προβλήματα μὲ δύο ἢ τρεῖς πράξεις (πρόσθεσιν, ἀφαίρεσιν, πολλαπλασιασμός) (βλ. δεδομένα ἐρευνῶν στὰ Ἰωάννινα, στὴν Ἀθήναν, στὸ Παρίσι, στὸ Βέλγιον).

Οἱ ἀνωτέρω συνέπειες ὑπαγορεύονται ἀπὸ τὰ ἀποτελέσματα διαφόρων μετρήσεων, ποὺ εἶχαμε ἀπὸ δικές μας ἐφαρμογὰς ἢ ποὺ γνωρίσαμε ἀπὸ ἐρευνες ἄλλων. Πρόκειται ἐδῶ γιὰ τὴν ἀντανάκλασιν μιᾶς δι-

δασκαλίας, ή όποία, κατά ένα γενικό τρόπο, δέν έχει ύποστή την εύεργετική επίδραση από τά δεδομένα τών ψυχολογικών έρευνών. Τολμούμε νά πιστεύουμε ότι, όταν κατορθωθή και πραγματοποιηθή αύτή ή επίδραση, τά προγράμματα θά μπορούν νά είναι ούσιαστικότερα και δέ θά διακρίνονται από μειονεκτήματα σέ θάρος τών μαθητών.

4. Ός πρός τό περιεχόμενο τών προβλημάτων, πρέπει νά λαμβάνονται ύπόψη τά διδακτικά αξιώματα τής διεγέρσεως τών έσωτερικών κινήτρων για τή μάθηση και τής συγκεκριμενοποιήσεως τών δεδομένων του προβλήματος: έτσι, πρέπει νά διδάσκονται α) προβλήματα, πού αναφέρονται στή διατροφή, στα παιδικά παιχνίδια, στήν ένδυμασία, β) προβλήματα, πού ανταποκρίνονται σέ μιá συγκεκριμένη κατάσταση, την όποία μπορεί νά ζήση πραγματικά τó παιδί, γ) προβλήματα, τά όποία μπορούν νά πάρουν ύπόσταση στον παραστατικό κύκλο τών παιδιών (μέ δέντρα, μέ καρπούς, μέ σπίτια κλπ.) (βλ. έρευνες στήν Άθήνα, στό Παρίσι, στό Βέλγιο).

5. Οί μαθητές πρέπει ν' άσκώνται και σέ προβλήματα, τών όποιών τó περιεχόμενο δέν έχει άριθμούς και τά όποία άποτελούν ένα πραγματικό «πνευματικό πρόβλημα». Δέν πρέπει νά είμαστε ίκανοποιημένοι μέ την άσκηση τών μαθητών στή λύση μόνον προβλημάτων μέ ένα τέχνασμα ή έναν τύπο (λύση ενός ύποδειγματικού προβλήματος) (βλ. έρευνες στό Βέλγιο, στό Παρίσι).

6. Έπειδή οί μαθητές τών 3ης, 4ης και 5ης τάξεων άποδεικνύονται όλίγον ίκανοί για λογικό-μαθηματικούς συλλογισμούς (αίτιολόγηση τών πράξεων για κάθε πρόβλημα, κατανόηση του συνδυασμού τών πράξεων: έρευνες στα Ίωάννινα, Παρίσι, Γενεύη, Βέλγιο), όφείλομε νά έγκύψωμε, μέ ιδιαίτερη φροντίδα, στό πρόβλημα τής μεθόδους, μέ την όποία θά διδάσκεται στους μαθητές ó κατάλληλος μαθηματικός συλλογισμός για κάθε πρόβλημα. Πρέπει ν' αναζητηθή λύση μέ θάση τά ψυχολογικά δεδομένα.

7. Έπειδή οί μαθητές τών 5ης και 6ης τάξεων δυσκολεύονται και «σκοντάφτουν» σέ εύκολα προβλήματα (διατυπώνοντας έσφαλμένους συλλογισμούς), πρέπει νά έπαναλαμβάνωμε, σέ διάφορα μαθήματα, τις άπλές πράξεις, πού χρησιμοποιούνται σέ ποικίλα προβλήματα, και νά έπιμένωμε επί τών έννοιών αυτών, όσον άπλές κι' άν είναι (βλ. μετρήσεις προφορικής άποδοτικότητας μαθητών στα Ίωάννινα, στό Βέλγιο, γραπτές μετρήσεις στό Παρίσι).

8. Η άτομικευμένη εργασία τών μαθητών πρέπει νά εφαρμόζεται μέ ιδιαίτερη έπιμέλεια: σύνταξη προβλημάτων σέ δελτία (καρτέλλες) τριών κατηγοριών: α) για άδύνατους μαθητές, β) για μέσης άποδοτικότητας μαθητές, γ) για μεγάλης άποδοτικότητας μαθητές (=θεραπεία τής μεγάλης διασποράς τών αποτελεσμάτων άποδοτικότητας τών μαθητών).

9. Ο άριθμός τών μαθητών σέ κάθε τάξη πρέπει νά είναι, όσο τó δυνατόν, μικρότερος (25 μαθητές, τó άνώτερον, σέ κάθε τάξη).

10. Οί φροντίδες και ή βοήθεια τών γονέων, κατά τις κατ' οίκον εργασίες τών μαθητών, πρέπει νά ένεργούνται μέ παιδαγωγικό τρόπο (νά λαμβάνονται ύπόψη οί παιδαγωγικές συνέπειες, πού αναφέραμε, και τά ψυχολογικά δεδομένα, νά οργανώνονται από τους δασκάλους τακτικές συγκεντρώσεις τών γονέων, όπου θά συζητούνται τά σχετικά προβλήματα).

1. Τὸ γεγονός, πὸ ἔχει διαπιστωθῆ στὴν ἔρευνα τοῦ κ. G. Mialaret κατὰ τὸ ὁποῖο θρίσκομε διαφορετικὰ ποσοστὰ % στὰ ἀποτελέσματα, πὸ δίνουν τὰ παιδιὰ ἐπὶ τῶν προβλημάτων, πὸ ἀπαιτοῦν τὴν ἴδια πράξη ἀπὸ τοὺς ἴδιους μαθητὲς (στὴν ἴδια τάξη), μᾶς ὑποχρεώνει νὰ σκεφτοῦμε, ὅτι ἡ λύση ἑνὸς προβλήματος δὲν εἶναι καθαρὰ λογικὴ δραστηριότητα καὶ δὲν ἐξαρτᾶται παρὰ ἀπὸ ποικίλες σχολικὲς συνήθειες· ὑπάρχουν δηλαδὴ ἀκόμη καὶ ἄλλοι παράγοντες (συναισθήματα, ἐμπειρία τοῦ παιδιοῦ ἀπὸ τὴ ζωὴ, μηχανισμοὶ τῆς γλώσσας κλπ.), τοὺς ὁποίους ἐξετάσαμε σὲ ἄλλο κεφάλαιο (δὲν δημοσιεύεται ἐδῶ) καὶ ἀπὸ τοὺς ὁποίους οἱ παιδαγωγικὲς συνέπειες πρόκειται ἀμέσως νὰ μᾶς ἀπασχολήσουν.

β' Παιδαγωγικὲς συνέπειες ἀπὸ τὰ ψυχολογικὰ δεδομένα

Κατὰ τὴ γενικὴ ἔρευνά μας ἐπὶ τῶν δυσκολιῶν τῶν μαθητῶν στὴν ἀριθμητικὴ μελετήσαμε τὰ δεδομένα ἀπὸ τὴν ψυχολογία τοῦ παιδιοῦ. Δημοσιεύομε ἐδῶ μόνον τὶς παιδαγωγικὲς συνέπειες γιὰ τὴ διδακτικὴ τῶν ἀριθμητικῶν προβλημάτων, πὸ προκύπτουν ἀπὸ τὰ ψυχολογικὰ δεδομένα.

1. *Τὸ περιεχόμενο τῶν προβλημάτων:* Κατὰ τὴ σύνταξη τῶν ἀριθμητικῶν προβλημάτων ἀπὸ τὴ ζωὴ, πρέπει νὰ λαμβάνεται ὑπόψη ἡ ἡλικία τοῦ παιδιοῦ, κατὰ τὴν ὁποία ἀποκτᾶ τὴν ἐννοια τῆς διατηρήσεως τοῦ βάρους τοῦ ὄγκου, τοῦ χρόνου καὶ τῆς ταχύτητος. Διότι ἡ χρησιμοποίηση π.χ. βαρῶν στὸ περιεχόμενο ἑνὸς προβλήματος θέτει ἕνα πρόβλημα: τὸ παιδί τῶν 7 ἐτῶν δὲν παραδέχεται τὴ διατήρηση τοῦ βάρους ἑνὸς σώματος στὶς διάφορες μεταβολές τῆς μορφῆς τοῦ σώματος, ὅποτε ἕνα βᾶρος π.χ. 60 γρμ. δὲν εἶναι ἀναγκαστικὰ ἰσοδύναμο γι' αὐτὸ μὲ 6 βάρη τῶν 10 γρμ. (ἀξίωμα μαθήσεως: προσαρμογὴ τῶν παιδευτικῶν ἐνεργειῶν στὸ ἐπίπεδο ὠριμάσεως τοῦ παιδιοῦ).

Ἡ ἀπόκτηση τῶν ἐννοιῶν τοῦ βάρους καὶ τοῦ ὄγκου, κατὰ τὴν ἐξελικτικὴν ψυχολογία τοῦ κ. J. P. Piaget (1) πραγματοποιεῖται κατὰ τὰ ἑξῆς στάδια:

Πείραμα: Παρουσιάζομε στὰ παιδιὰ μιὰ σφαῖρα ἀπὸ πλαστιλίνη καὶ ζητοῦμε νὰ κατασκευάσουν μὲ πλαστιλίνη μιὰ ἄλλη ἐντελῶς ὁμοία, «τὸ ἴδιο χοντρὴ καὶ τὸ ἴδιο βαρειά». Ἀφοῦ διαπιστωθῆ ὅτι οἱ δύο σφαῖρες εἶναι ὅμοιες, ἐπιμηκύνομε τὴ μιὰ ἀπ' αὐτὲς καί, ἀφοῦ τὴν κάνομε «ψωμί — μπαστούνι», τὴν κόβομε σὲ κομματάκια, τὰ ὁποῖα ἀραιώνομε ἢ τὴν μεταβάλλομε σὲ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια σὰν γαλέττα. Ἐρωτοῦμε τὰ παιδιὰ: «Ἐχουν ἀκόμη τὴν ἴδια ποσότητα πλαστιλίνης, τὸ ἴδιο βᾶρος ἢ τὸν ἴδιο ὄγκο οἱ δύο ἐκεῖνες σφαῖρες ἔτσι, ὅπως ἔχει μεταβληθῆ ἢ μιὰ ἀπ' αὐτὲς;».

Τὰ παιδιὰ μέχρις ἡλικίας 7 ἐτῶν νομίζουν ὅτι, μ' αὐτὴ τὴν τριπλὴ σχέση, ἡ σφαῖρα ἔχει ἀλλάξει, γιὰτὶ ἔχει μεταβληθῆ ἢ ἐμφάνισή της. Μετὰ τὸ 7ο ἔτος, τὸ ἀξίωμα τῆς «διατηρήσεως τῆς οὐσίας τῶν πραγμάτων» ἔχει ἤδη κατακτηθῆ. Ἡ διατήρηση τοῦ βάρους γίνεται δεκτὴ ἀπὸ τὸ παιδί, κατὰ μέσον ὄρον, πέραν τοῦ 10ου ἔτους, καὶ τοῦ ὄγκου κατὰ

1. J. Piaget - B. Inhelder : «Le developpement des quantités chez l' enfant», Paris 1941, p. 7, 83,

τὸ 11–12 ἔτος. Διαπιστώνομε τὰ ἴδια στάδια σὲ ἓνα ἄλλο πείραμα, ποῦ ἀναφέρεται στὴ διατήρηση τῆς οὐσίας, τοῦ βάρους καὶ τοῦ ὄγκου ἑνὸς τεμαχίου ἀπὸ ζάχαρη, τὸ ὁποῖο διαλύομε μέσα στὸ νερό.

Ἡ ἀπόκτηση τῆς ἐννοίας τοῦ χρόνου (1)

Πείραμα ἐπὶ τῆς ἐννοίας τῆς χρονολογικῆς σειρᾶς γεγονότων: Ἀπὸ ἓνα μπουκάλι ἀφήνομε νὰ τρέχη χρωματισμένο νερὸ σὲ ἓνα ἄλλο μπουκάλι διακόπτοντας τὴ ροὴ μὲ μιὰ θρύση (προσαρμοσμένη κοντὰ στὸν πυθμένα) κατὰ κανονικὰ χρονικὰ διαστήματα. Τὸ παιδί, ποῦ παρατηρεῖ, πρέπει, σὲ ἔτοιμα σχέδια (μπουκαλιῶν), νὰ δείχνη μὲ μιὰ γραμμὴ σὲ κάθε στάση τῆς ροῆς, τὸ ἐπίπεδο τοῦ νεροῦ στὸ ψηλότερο μπουκάλι καὶ στὸ χαμηλότερο. Κατόπιν, ἀνακατώνομε τὰ σχέδια αὐτὰ καὶ ζητοῦμε ἀπὸ τὸ παιδί νὰ τὰ ταξινομήσῃ κατὰ χρονολογικὴ σειρά, δηλαδή ν' ἀναπαραστήσῃ μὲ τὰ σχέδια τὴ ροὴ τοῦ νεροῦ στὰ διαδοχικὰ τοῦ στάδια.

Τὸ παιδί τῶν 9 ἐτῶν μπορεῖ ν' ἀντιληφθῇ τὴν ἀντιστοιχία στὴ σειρά τῶν σχεδίων καὶ κατὰ συνέπεια τὶς σχέσεις τῆς διαδοχῆς καὶ τοῦ συγχρονισμοῦ.

Πείραμα ἐπὶ τῆς ἐννοίας τῆς χρονικῆς διάρκειας: Παρουσιάζομε στὸ παιδί δύο ἀνθρώπους ἀπὸ χαρτόνι καὶ θέτομε σὲ κίνηση καὶ τοὺς δύο ἀπὸ τὸ ἴδιο σημεῖο καὶ μὲ τὴν ἴδια ταχύτητα. Σὲ κάποια στιγμή, ὁ ἄνθρωπος Β σταματᾷ, ἐνῶ ὁ Α συνεχίζει λιγάκι ἀκόμη τὴν πορεία του. Ζητοῦμε ἀπὸ τὸ παιδί νὰ μᾶς εἰπῇ: «ποῖος ἐθάδισε περισσότερο χρόνο;». Τὸ παιδί 9 ἐτῶν μπορεῖ νὰ διανοηθῇ ἐσωτερικὰ καὶ νὰ κατανοήσῃ τὶς ποιοτικὲς διάρκειες καὶ τὴ μέτρηση τοῦ χρόνου.

Πείραμα ἐπὶ τῆς ἐννοίας τῶν ἡλικιῶν: Ζητοῦμε ἀπὸ τὸ παιδί νὰ συγκρίνῃ τὴν ἡλικία του μὲ ἐκείνη τῶν ἀδελφῶν του (ἀρρένων ἢ θηλέων), τῶν γονέων του ἢ ἄλλων προσώπων, στὸ παρὸν καὶ στὸ μέλλον (ποῖος εἶναι νεώτερος τώρα, ὕστερα ἀπὸ μερικὰ χρόνια, ὅταν θὰ μεγαλώσῃ κλπ.) καὶ νὰ δικαιολογήσῃ τὶς ἀπαντήσεις του. Κατὰ τὴ διάρκεια τοῦ πρώτου σταδίου (4-6 ἐτῶν), οἱ ἡλικίες γιὰ τὸ παιδί εἶναι ἀνεξάρτητες ἀπὸ τὴ σειρά τῶν γεννήσεων καὶ οἱ διαφορὲς ἡλικίας μποροῦν νὰ μεταβάλλωνται μὲ τὸ χρόνο. Κατὰ τὸ δεύτερο στάδιο (7-8 ἐτῶν) ἢ οἱ ἡλικίες ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὴ σειρά γεννήσεων, ἀλλὰ οἱ διαφορὲς ἡλικίας δὲ διατηροῦνται κατὰ τὴν πορεία τῆς ἀνθρώπινης ὑπάρξεως, ἢ οἱ διαφορὲς διατηροῦνται, ἀλλὰ δὲν ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὴ σειρά τῶν γεννήσεων. Κατὰ τὸ τρίτο στάδιο (8-9 ἐτῶν), οἱ διάρκειες καὶ οἱ διαδοχὲς συντονίζονται ὡς ἐννοίες στὸ πνεῦμα τοῦ παιδιοῦ καὶ οἱ σχετικὲς μερικότερες ἐννοίες διατηροῦνται χάρις σ' αὐτὸν τὸν ἴδιο τὸ συντονισμό!

Ἡ κατάκτηση τῆς ἐννοίας τῆς ταχύτητος (2) ..

Πείραμα: Παρουσιάζομε στὰ παιδιὰ δύο εὐθεῖες παράλληλες σὲ ἓνα φύλλο — χαρτί. Στὴν πρώτη γραμμὴ προχωρεῖ ἓνα αὐτοκίνητο, τὸ ὁποῖο, ἀπὸ τὸ πρῶτο πρῶινὸ ἕως τὸ πρῶτο βραδυνό, ἔχει διανύσει κάποια ἀπόσταση, π.χ. 2 ἐκμ. Κατὰ τὸ χρόνο αὐτόν, ἓνας ἄνθρωπος (ἀπὸ

1. J. Piaget, «Le développement de la notion du temps chez l' enfant», P.U.F. 1946 p.p. 5, 37, 87, 211.

2. J. Piaget, «Les notions du mouvement et de la vitesse chez l' enfant», P.U.F. 1946 p. 210.

πλαστιλίνη, χαρτόνι), που αναχωρεί από το ίδιο σημείο και την ίδια ώρα διανύει με μοντοσυκλέττα μια μικρότερη διαδρομή (δέν λέγεται, φυσικά, αυτή ή λέξη και περιορίζεται κανείς να σημειώσει τις στάσεις του αυτοκινήτου στα 2 έκμ. και του ανθρώπου στο 1 έκμ.). Θέτομε στα παιδιά τις εξής ερωτήσεις: Εισαγωγική ερώτηση επί του συγχρονισμού των εκκινήσεων, των αφίξεων και επί της ισότητας των συγχρόνων διαρκειών της πορείας. *Ερώτηση I:* Πόσο θα βαδίσει το αυτοκίνητο τη δεύτερη, την τρίτη ημέρα, αν αναχωρή και φθάνη τις ίδιες ώρες και βαδίζει με την ίδια ταχύτητα; "Αρα, σε ίσες ταχύτητες και χρόνους εύρεση της ισότητας των αποστάσεων. *Ερωτήσεις II:* Ποία διαδρομή θα διανύσει ο άνθρωπος, αν συνεχίσει να τρέχει σε ίσους χρόνους με τη δική του ταχύτητα; (διατήρηση της διαφοράς των ταχυτήτων). *Ερώτηση III.* Την τελευταία ημέρα, το αυτοκίνητο δεν τρέχει παρά το ήμισυ της ημέρας. Πού φθάνει; *Ερώτηση IV:* Η ίδια ερώτηση, όπως και προηγουμένως, άλλ' αυτή τη φορά για τον άνθρωπο. *Ερώτηση V:* "Όταν μάς δοθή μια θέση του αυτοκινήτου (π.χ. έβδομη ημέρα) και μια θέση του ανθρώπου (π.χ. την ίδια ημέρα ή την 3η ημέρα), πόσες ημέρες θα χρειασθή ο άνθρωπος, για να φθάσει το αυτοκίνητο, έφ' όσον εκείνο θα μένη ακίνητο; *Ερώτηση VI:* Η απόσταση (ή απόλυτη) μεταξύ των σημείων αφίξεως του αυτοκινήτου και του ανθρώπου, στο τέλος κάθε ημέρας, παραμένει ή ίδια ή μεγαλώνει κανονικά; Το παιδί, κατά το 10ο-11ο έτος μπορεί να λύση τα προβλήματα αυτά νοερά με αφηρημένο συλλογισμό.

Συμπέρασμα: Σε ό,τι αφορά στο περιεχόμενο των συγκεκριμένων προβλημάτων από τη ζωή, παρατηρούμε ότι ο δάσκαλος μπορεί να θέτη προβλήματα στα παιδιά, που αναφέρονται:

- α) Στην έννοια του θάρους από το 10 έτος.
- β) Στην έννοια του όγκου από το 11-12 έτος.
- γ) Στην έννοια του χρόνου (χρονική σειρά γεγονότων, διάρκεια, ηλικίες) από το 9ο έτος.
- δ) Στην έννοια της ταχύτητας από το 10-11 έτος.

2. Το αξίωμα των έσωτερικων κινήτρων.

Η μάθηση είναι αποτελεσματικότερη όταν το άτομο διαπνέεται από έσωτερικά κίνητρα προς το αντικείμενο μαθήσεως. Τα κίνητρα αυτά παρουσιάζονται, όταν το αντικείμενο μαθήσεως σχετίζεται με τις βασικές ανάγκες του ανθρώπου — παιδιού (βιολογικές και πνευματικές).

Γι' αυτό, τα προβλήματα, που παρουσιάζονται στα παιδιά, πρέπει ν' αναφέρονται στα έξοδα και στα προϊόντα του σχολικού κήπου, στις δραστηριότητες του σχολικού συνεταιρισμού, στα έξοδα των γονέων και των αδελφών, που εργάζονται, στα έξοδα μιας ημέρας, μιας έβδομάδος κλπ. στην οικογένεια, στα έξοδα των γονέων για τη διατροφή και την ένδυμασία του παιδιού, στα έξοδα του Κράτους για κάθε μαθητή σε ένα σχολικό έτος, στο οικονομικό συμφέρον αυτής ή εκείνης της εργασίας, που γίνεται στο περιβάλλον του παιδιού ή σε άλλα μακρυνά περιβάλλοντα κλπ.

Επειδή είναι δύσκολο, μερικές φορές, να θρεθούν ψυχολογικά κίνητρα, μπορούμε να καταφεύγωμε στο «παντοπωλείο της τάξης», που οργανώνουν οί μαθητές σε μια γωνία της αίθουσας. Σ' αυτό το παντο-

πωλείο βρίσκει κανείς δείγματα από διάφορα έμπορεύματα με έτικέτες, στις οποίες αναγράφονται οί τιμές τους, τὸ βάρος τους, τὸ περιεχόμενό τους, τὸ μήκος τους κλπ. Τὰ παιδιὰ παίζουν τὸν «παντοπώλη» καὶ ἔτσι ἐξασφαλίζονται εὐνοϊκὰ γιὰ τὰ ἀριθμητικὰ προβλήματα ψυχολογικὰ κίνητρα.

3. Τὸ ἀξίωμα τῶν συγκεκριμένων πράξεων τοῦ παιδιοῦ:

Κατὰ τὴ λύση τῶν προβλημάτων, ὁ δάσκαλος ὀφείλει νὰ καθοδηγῇ τοὺς μαθητές: α) στὴν ἐκτέλεση συγκεκριμένων πράξεων μὲ πραγματικὰ ἀντικείμενα, β) στὴ γραφικὴ παράσταση τῶν πράξεων καὶ γ) στὴ νοερὴ ἐπανάληψη τῆς πραγματικῆς πράξης (ἐσωτερικὴ ἀνασύνθεση τῶν πράξεων, ἐσωτερικοποίηση τῶν πράξεων) (1).

Παράδειγμα: "Έχετε ἓνα οἰκόπεδο τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευρᾶς 50 μ. Ένας δρόμος μὲ ὁμοίωμα πλάτος τὸ διασχίζει κατ' εὐθείαν καὶ λοξὰ ἀπὸ τὴν πλευρὰ ΑΔ πρὸς τὴν πλευρὰ ΒΓ. Δὲν εἶναι γνωστὸ σὲ ποιά ἀπόσταση ἀπὸ τὸ Α εἰσέρχεται στὸ οἰκόπεδο οὔτε σὲ ποιά ἀπόσταση ἀπὸ τὸ Β εἰσέρχεται στὸ οἰκόπεδο οὔτε σὲ ποιά ἀπόσταση ἀπὸ τὸ Β ἐξέρχεται. Ἐκεῖνο, ποὺ γνωρίζομε, εἶναι ὅτι ὁ δρόμος διακόπτει ἐπὶ 6 μέτρα τὴ γραμμὴ ΑΔ καὶ τὴ γραμμὴ ΒΓ. Πόση εἶναι ἡ ἐπιφάνεια ἡ κατάλληλη ἀκόμη γιὰ καλλιέργεια;»: Ὁ μαθητὴς ἐκτελώντας τὴν πραγματικὴ πράξη, μπορεῖ νὰ κάμῃ τὰ ἑξῆς: «Νά, τὸ οἰκόπεδό μου (ἓνα φύλλο = χαρτί). Διπλώνω τὸ φύλλο ἔτσι, ὥστε νὰ φέρω τὴ γραμμὴ γδ ἐπὶ τῆς γραμμῆς αβ. Κόβω καὶ καταργῶ τὸ δρόμο, ὁπότε τὸ ἀρχικὸ τετράγωνό μου γίνεται παραλληλόγραμμο μήκους 50 μ. καὶ πλάτους $50 - 6 = 44$) μ. Ἡ καλλιεργήσιμη ἐπιφάνεια εἶναι τότε 50×44 μ., ἢτοι 2.200 τ.μ.». β) Ὁ μαθητὴς παριστάνει γραφικὰ τὶς πράξεις αὐτές. γ) Σκέπτεται νοερὰ τὴν πραγματικὴν πράξη ἀνασυνθέτοντάς τὴν ἐσωτερικὰ.

4. Οἱ «σχολικοὶ συλλογισμοί», ποὺ διδάσκονται ἀπὸ τοὺς δασκάλους, δὲν εἶναι πάντοτε ἐφαρμόσιμοι, ὅπως ἔχουν, στὴ λύση τῶν συγκεκριμένων προβλημάτων ἐπὶ τοῦ πρακτικοῦ πεδίου.

1ο Παράδειγμα: Πρόβλημα: «Μιὰ κουζίνα ἔχει πλευρὲς 315 ἑκμ. \times 400 ἑκμ. Στρώνομε τὸ πάτωμα μὲ μικρὲς τετράγωνες σανίδες πλευρᾶς 20 ἑκμ. Πόσες θὰ χρειαστοῦμε;» Στὸ πρόβλημα αὐτό, ἡ συνηθισμένη «σχολικὴ λύση» δίνει τὰ ἑξῆς ἀποτελέσματα: $315 \times 400 = 126000$ τ. ἑκμ. (= ἐπιφάνεια τοῦ δαπέδου) $20 \times 20 = 400$ τ. ἑκμ. (= ἐπιφάνεια μιᾶς μικρῆς σανίδας), λύση: $126000 : 400 = 315$ σανίδες. Στὴν πράξη ὅμως διαπιστώνομε, ὅτι 315 σανίδες δὲν εἶναι ἀρκετές. Πράγματι, ἂς παρατηρήσωμε τὴν 1η σειρά κατὰ μήκος τῆς πλευρᾶς, ποὺ ἔχει μήκος 315 ἑκμ. Ἄν ἐκτελέσωμε τὴν τοποθέτηση, βλέπομε, ἀμέσως, ὅτι δὲ θγαίνει ἀκέραιος ἀριθμὸς σανίδων: $315 : 20 = 15,75$ σανίδες. Στὴν πράξη, παρατηροῦμε, ὅτι εἴμαστε ὑποχρεωμένοι νὰ κόψωμε μιὰ σανίδα σὲ 0,75, πράγμα ποὺ δὲν προβλέπει ἡ θεωρία, ἀλλὰ μπορεῖ νὰ γίνῃ φανερὸ μὲ τὴν πραγματικὴν πράξη τοῦ παιδιοῦ (σχέδιασμα σὲ χαρτί, διπλωμα κλπ.).

1. H. Aebli, «Didactique psychologique», Neuchâtel, Paris, 1951, p. 104.
E. Michaud, «Action et pensée enfantines», Paris 1953, p. 22.

2ο Παράδειγμα: Προσφέρουμε στο παιδί 20 κουτάκια με σπέρτα και του ζητούμε να κάμη ένα πακέτο με τα κουτάκια αυτά. Το παιδί μπορεί, θεωρητικά σκεπτόμενο, να λύση το πρόβλημα λέγοντας, ότι θα τοποθετήσει τα κουτάκια σε ευθεία γραμμή το ένα επάνω στο άλλο και θα τα δέση. Όμως, στη συγκεκριμένη πράξη, θα διαπιστώσει, ότι είναι προτιμότερο, ύστερα από προσωπική έρευνα, να ταξινομήσει κατά τετράδες τα κουτάκια (τη μιά επάνω στην άλλη, ήτοι 5 φορές τα $4=20$).

5. 'Απαραίτητη πάντοτε είναι η εκτέλεση, κατά τη λύση τῶν προβλημάτων:

α) Πράξεων κατ' ευθεία φορά, β) κατ' αντίστροφη φορά, και γ) συνδυαστικῶν πράξεων (ψυχολογία του κ. J. Piaget ἀξίωμα τῆς ὀργάνωσης συνόλων).

Παράδειγμα: «Ἡ Μαρία παίρνει ἀπὸ τὴ μητέρα της 4 νομίσματα τῶν 5 δραχμῶν, γιὰ ν' ἀγοράσει ἕνα βιβλίο μὲ ἱστορίες 6 δρχ. καὶ ἕνα βιβλίο μὲ ὠραία τοπία 11 δρχ. Λογαριάζει, ἂν εἶναι ἀρκετὰ τὰ χρήματά της καὶ πόσα τῆς λείπουν ἢ τῆς μένουν ὑπόλοιπα, γιὰ νὰ ἐπιστρέψει στὴ μητέρα της»

α) Πράξη κατ' ευθεία φορά: $5 \deltaρχ. \times 4 = 20 \deltaρχ.$ (= σύνολο πού πήρε), $6 \deltaρχ. + 11 \deltaρχ. = 17 \deltaρχ.$ (= σύνολο ἐξόδων), $20 \deltaρχ. - 17 \deltaρχ. = 3 \deltaρχ.$ (= ὑπόλοιπο).

β) Πράξη κατ' αντίστροφη φορά: «Ἡ Μαρία παίρνει ἀπὸ τὴ μητέρα της μερικὰ νομίσματα τῶν 5 δρχ., γιὰ ν' ἀγοράσει ἕνα βιβλίο μὲ ἱστορίες 6 δρχ. καὶ ἕνα βιβλίο μὲ ὠραία τοπία 11 δρχ. Ἐπιστρέφει στὴ μητέρα της 3 δρχ. Πόσα νομίσματα τῶν 5 δρχ. πήρε ἀπὸ τὴ μητέρα της;»: $3 + 6 + 11 = 20 \deltaρχ.$, $20 : 5 = 4$ νομίσματα τῶν 5 δρχ.

γ) Συνδυαστικὴ πράξη: (ἕνας ἄλλος συλλογισμὸς, πού ὀδηγεῖ στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα): σύνολο χρημάτων, πού ἔλαβε: $5 \times 4 = 20 \deltaρχ.$, ὑπόλοιπο, ὕστερα ἀπὸ τὴν πρώτη δαπάνη: $20 - 6 = 14 \deltaρχ.$, ὑπόλοιπο, μετὰ τὴ δεύτερη δαπάνη: $14 - 11 = 3 \deltaρχ.$

Ἡ πράξη κατ' αντίστροφη φορά προσθέτει σπουδαῖο στοιχεῖο στὴν κατανόηση τοῦ μαθηματικοῦ συλλογισμοῦ. Μὲ τὴ συνδυαστικὴ πράξη, ὁ μαθητὴς κατανοεῖ τὶς ἀριθμητικὲς σχέσεις καὶ ἔτσι οἱ ἐπὶ μέρους ἐνέργειες δὲν γίνονται πάγιες συνήθειες, τῶν ὁποίων δὲ θὰ γνωρίσει πλέον τὴ σημασία. Τὸ παιδί θέτει σὲ ἐνέργεια τὴν ἐπινόησή του καὶ τὴν προσωπική του ἔρευνα.

6. Θέτουμε προβλήματα στὰ παιδιά, πού παρέχουν δυνατότητα ἐκλογῆς ἐκ μέρους των:

Παράδειγμα: «Ἡ μητέρα τοῦ συμμαθητοῦ σας Π. ἐργάζεται ὡς πωλήτρια σὲ ἕνα ἀρτοποιεῖο καὶ παίρνει 150 δρχ. κάθε ἐβδομάδα καὶ 5 κιλά ψωμί γιὰ τὴν οἰκογένειά της. Σὲ μιὰ ἐφημερίδα διαβάσει, ὅτι ζητεῖται πωλήτρια σὲ ἕνα παντοπωλεῖο μὲ ἀμοιβὴ 36 δρχ. τὴν ἡμέρα. Μήπως ἔχει οἰκονομικὸ συμφέρον ν' ἀλλάξει ἐργασία;»

Παρόμοια προβλήματα, πού παρέχουν τὴ δυνατότητα ἐκλογῆς ἀπὸ τὸ παιδί, ἀποτελοῦν καλὴ ἄσκηση μαθηματικοῦ συλλογισμοῦ καὶ ὑποκινοῦν τὴν προσωπική του ἔρευνα. Μπορεῖ νὰ συναντήσει κανεὶς τέτοια προβλήματα μὲ τὴ δυνατότητα ἐκλογῆς ὑλικοῦ γιὰ τὴν κατασκευὴ μιᾶς κατοικίας, γιὰ τὸ χρωμάτισμα ἐνὸς τοίχου ἢ ἐκλογῆς τῶν μέσων καλλιέργειας τοῦ σχολικοῦ κήπου ἢ τῶν ἀγροκτημάτων τῆς οἰκογενείας ἢ

έκλογής τῶν προτιμητέων ἐμπορευμάτων κλπ. Αὐτά, ἄλλωστε, εἶναι πραγματικά προβλήματα ἀπὸ τὴ ζωή.

7. Τὸ ἀξίωμα ποὺ ἀπαιτεῖ τὴν ἔρευνα καὶ τὴν ἐπινόηση τοῦ μαθητοῦ

Σπάνια εἶναι τὰ προβλήματα, ποὺ ἐπικαλοῦνται πραγματικά τὴν ἔρευνα τοῦ παιδιοῦ. Ἄς δώσωμε ἓνα παράδειγμα: Συναντοῦμε συχνὰ προβλήματα τοῦ ἐξῆς τύπου: τὸ μῆκος ἑνὸς ὀρθογωνίου εἶναι 10 ἐκμ. καὶ ἡ ἐπιφάνειά του 50 τ. ἐκμ. Ποία εἶναι ἡ περίμετρος του; Τὸ πρόβλημα αὐτὸ δὲν προσφέρει καμμιά ἔρευνα γιὰ τὸ παιδί. Ἀντίθετα, ἂν ἀντικαταστήσωμε τὴ λέξη «ὀρθογώνιο» μὲ τὴ λέξη παραλληλόγραμμο καὶ «μῆκος» μὲ τὴ λέξη «βάση», ὑπάρχει μιὰ ἀπειρία ἀπαντήσεων, π.χ. τὸ παιδί μπορεῖ ν' ἀνακαλύψῃ, ὅτι ἡ περίμετρος εἶναι δυνατὸν νὰ περᾶσῃ τὸ 1 μ. ἢ τὸ 1 χιλμ. ἢ ἀκόμη ὅτι ἡ μικρότερη περίμετρος εἶναι ἐκείνη τοῦ ὀρθογωνίου μὲ μῆκος 10 καὶ πλάτος 5.

8. Ἡ πορεία τῆς ἐργασίας γιὰ τὴ λύση ἑνὸς προβλήματος

α) Θέτομε τὸ πρόβλημα στοὺς μαθητὲς καὶ ὑποκινοῦμε μιὰ συζήτηση, ἕως ὅτου γίνῃ σαφὲς καὶ ζωντανὸ στὸ πνεῦμα τους. β) Κατόπιν, οἱ μαθητὲς ὀδηγοῦνται κατάλληλα στὴν ἀτομικὴ ἢ κοινὴ ἢ ὁμαδικὴ ἔρευνα. γ) Ἐκτελοῦν πραγματικὲς πράξεις μὲ συγκεκριμένα ἀντικείμενα (πράξεις κατ' εὐθεία φορά, κατ' ἀντίστροφη φορά, συνδυαστικές). δ) Παριστάνουν γραφικὰ τὶς πράξεις αὐτές. ε) Ξανασκέπτονται τὶς πράξεις, ποὺ ἔχουν ἐκτελέσει καὶ ἐκφράζουν μὲ ἀριθμητικὰ σύμβολα ὅ,τι ἔχουν κάμει ἐκτελώντας τὶς ἀντίστοιχες ἀριθμητικὲς πράξεις (μὲ σημεία). Οἱ ἐπεμβάσεις τοῦ δασκάλου περιορίζονται στὸ ἐλάχιστο: ὅταν κατανοηθῇ τὸ πρόβλημα ἀπὸ τὸ παιδί καὶ ὅταν καταστρωθῇ τὸ σχέδιο γιὰ τὴν ἔρευνα, τότε ὁ μαθητὴς θεωρεῖ τὴ συμβολὴ τοῦ δασκάλου σὰν μιὰ ἀπλή βοήθεια, ἀφοῦ ἡ ἐπέμβασή του δὲν εἶναι μιὰ ἐνέργεια μηχανικῆς μεταφορᾶς τῆς σκέψης τοῦ μαθητοῦ σὲ ἓνα σκοπὸ γνωστὸ μόνον ἀπὸ τὸ δάσκαλο. Τὰ ἀποτελέσματα, ὕστερα ἀπὸ τὴν περίοδο τῆς ἐλεύθερης ἔρευνας, πρέπει ν' ἀνακοινῶνται πάντοτε ἀπὸ τὶς ὁμάδες ἢ ἀπὸ τὰ ἄτομα· τότε ἔχει τὴν εὐκαιρία ὁ δάσκαλος νὰ ἐπεμβαίῃ διορθώνοντας καὶ συμπληρώνοντας τὰ δεδομένα τῶν παιδιῶν. Οἱ ἐσφαλμένες λύσεις τῶν μαθητῶν πρέπει νὰ μελετῶνται μὲ προσοχὴ στὴν τάξη, ὥστε ν' ἀντιληφθοῦν τὰ παιδιὰ τοὺς λόγους, γιὰ τοὺς ὁποίους μιὰ ἐνέργεια δὲν εἶναι ὀρθὴ καὶ νὰ συλλάβουν τὶς διαφορὲς καὶ τὶς σχέσεις μεταξὺ τῆς ὀρθῆς καὶ ἐσφαλμένης ἐνεργείας.

9. Ὁ ἐπιστημονικὸς ἔλεγχος τῶν ἀνωτέρω προτάσεών μας στὶς παιδαγωγικὲς συνέπειες ἀπαιτεῖ τὴν πειραματικὴ ἐφαρμογὴ τους στὶς σχολικὲς τάξεις καὶ τὴ μέτρηση τῆς ἀποδοτικότητος τῶν μαθητῶν. Αὐτὰ εἶναι ἔργο τοῦ μέλλοντος.

