

ταῖς ἡμικυκλοειδέσι ΒΔ, ΒΕ ἀειλέμενον τε καὶ ἐξειλέμενον, Κυκλοειδῆ καταγράφει.

§. 377. Πρόβλημα περίπυρον παρὰ τοῖς Νεωτέροις τῶν Φιλοσόφων καὶ τὸ προσβεῖν τὸ Κέντρον τῆς περιαγωγῆς τῆ σιωθῆτος Ἐκκερεμῆς. εἶπεν τὸ προσδιορίσαι τὸ Μῆκος ἀπλῆ τινὸς ἰσοχρόνως τῶ σιωθῆτω περιαγομένῃ. πολλοὶ γὰρ τῶ ζητημῆϊ τὸν γὰρ ἐπισητήσαντες, διαφορὰς λύσεις ἐξεύρον, συμφῶνες τῇ ἐξῆς ῥηθισομένη.

Τῆ Βάρεσ ἐκάστῃ τῶν Σωμάτων πολλαπλασιάζαντος τὸ Τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆ Διαμήματος αὐτῆ ἀπὸ τῆ Κέντρος τῆς Κινήσεως, καὶ τῆ Ἀθροίσματος πάντων τῶν Γωμομένων διαμεθύντος εἰς τὸ Ἀθροίσμα τῶν Γωμομένων ἐκ τῆ Βάρεσ ἐκάστῃ Σώματος, καὶ τῆ ἑαυτῆ Διαμήματος ἀπὸ τῆ Κέντρος τῆς Κινήσεως, τὸ Πηλίκον δώσει τὸ Μῆκος τῆ ζητημῆς ἀπλῆ Ἐκκερεμῆς. οἷον εἰάν τὸ σιωθῆτον Ἐκκερεμῆς Γ Α, Κέντρον μὲν τῆς Κινήσεως ἔχη τὸ Γ, Πιν. 15. Βάση δὲ τὰ Β καὶ Α, τὸ Μῆκος τῆ ἀπλῆ Ἐκκερεμῆς τῆ ἰσοχρόνως αὐτῶ περιαγομένῃ ἴσον ἔσεται $\frac{A \cdot \overline{ΑΓ}^2 + B \cdot \overline{ΒΓ}^2}{A \cdot \overline{ΑΓ} + B \cdot \overline{ΒΓ}}$. τὴν δειξίν τῆ τοιῆτος ὡς μα-

προσκελῆ, καὶ ἐπίπονον κατελίπεμον ὄρα δ' αὐτῶ ἐν τῇ τῆ Οὐολφίε Μηχανικῇ. Σελ. 99. Θεωρ. 61.

Κ Ε Φ. Κ Δ'.

Περὶ τῆς τῶν

Ῥιπτόμενων Σωμάτων Κινήσεως.

§. 378. Πᾶν Σῶμα παραλλήλας, ἢ λοξῶς εἰς τὸν Ὄριζοντα ῥιπτόμενον, ὑπὸ δύο Δυνάμεων κινεῖται. ἂν ἢ μὲν ἢ ἴδια αὐτῆ Βαρύτης ἢ δὲ, ἢ ἐκ τῆ βαλλόντος ἔλαβε. καὶ ἢ μὲν Κάθετον, ἢ δὲ

ἢ δὲ Παραλλήλων, ἢ λοξῶν τῶ Ὄριζαντι τινὶ Φορᾶν ἔχει. καὶ ὅταν τὸ Σῶμα λοξῶς εἰς τὸν Ὄριζοντα ῥιπίηται, ἢ μὲν Εὐθεία $ΛΧ$ καὶ ἰὼ ῥιπίηται, Φορὰ Βολῆς ὀνομάζεται· ἢ δὲ Γωνία $ΧΑΜ$ ἢ περιχωμαίη ὑπὸ τῆς Φορᾶς τῆς Βολῆς $ΛΧ$, καὶ τῆς Ὄριζοντιᾶς $ΑΜ$ Γωνία Ὑψώσεως· τὸ δὲ μέρος τῆς Ὄριζοντιᾶς $ΑΜ$ τὸ ἀπελαμβανόμενον ὑπὸ τῆς παρὰ τῆ Σώματος καταγεγραμμένης Καμπύλης, Πλάτος Βολῆς.

§. 379. Πᾶν Σῶμα παραλλήλως, ἢ πλαγίως εἰς τὸν Ὄριζοντα ῥιπίόμενον, διὰ τῆς ἑαυτῆ Κινήσεως Καμπύλιον καταγεράψει.

Παράτ. ῥιπίεσθαι γὰρ τὸ Σῶμα Φορᾶ τῇ $ΑΓ$ Παραλλήλῳ τῶ Ὄριζαντι. καὶ τινὶ Φορᾶν τῆς ἑαυτῆ Βαρυτήτες ἐμφανέτω ἢ πρὸς Ὄρθῶς αὐτῇ $ΑΒ$. καὶ ἐπειδὴ τὸ Σῶμα μόνῳ τινὶ $ΑΓ$ Φερόμενον ἰσομερῶς κινεῖται, διὰ τῆτο αἱ ἴσαι $ΑΕ$, $ΕΖ$, $ΖΗ$ ἐμφανέτωσαν τὰς ἐν ταῖς ἴσαις Χρόνοις ἴσαις αὐτῆ Δυναμείς. πάλιν ἐπειδὴ Φερόμενον τινὶ $ΑΒ$ ἰσοταχῶς κινεῖται, ταύτητοι τὰς ἴσαις Χρόνοις ἀνίστα αὐτῆ Δυναμείς ἐπιδεικνύτωσαν αἱ ἀνίστοι $ΑΛ$, $ΛΝ$. ἐκὼν τὸ Σῶμα ὑπὸ δύο Δυναμῶν κινούμενον τῶν $ΑΕ$, $ΑΛ$ τινὶ Διαγώνιον $ΑΚ$ φέρεται· εἰς δὲ τὸ $Κ$ ἀφικόμενον, πάλιν ὑπὸ δύο κινεῖται τῶν $ΚΟ$, $ΚΞ$ · ὧν ἢ μὲν $ΚΟ$ ἴση ἔσται τῇ $ΕΖ$, ἢτοι τῇ $ΑΕ$, ἰσάκις αὐτῇ ἔλκει· ἢ δὲ $ΚΞ$ μείζων τῆς $ΑΛ$, μᾶλλον τὸ Σῶμα ἐφέλκει. διὸ ἢ διαγώνιος $ΚΙ$ ἰσῆσται εἰς τινὶ $ΚΞ$ μᾶλλον, ἢ ἢ $ΑΚ$ εἰς τινὶ $ΑΛ$, καὶ συνεχῶς ἔσται τῇ $ΑΚ$, ἐκ ἐπ' εὐθείας ἐστὶν αὐτῇ. συνεχῶς δὲ τέττα γνομαίη ἐν τῇ ταιούτῃ Κλήσει, καὶ τῶν Δυναμῶν τῆς Βαρυτήτες ἐνδελεχῶς ἐπαυξασάν, τὸ Σῶμα ἐν παντὶ βραχυτάτῳ Χρόνῳ διέρχεται διαγώνιος μικροτάτας μικροτάτων Παραλληλογράμμων, Καμπύλιον συνεχῶς τινὶ $ΑΔ$, ἢς τὸ μὲν Κῆλον ἐπὶ τινὶ $ΑΒ$, τὸ δὲ Κεῖρον ἐπὶ τινὶ $ΑΓ$ ἐπιβάλλεται.

ὁμοίως δὲ δευχθήσεται, ὅτι τὸ Σῶμα ῥιπτόμενον κατὰ τὰς Πλαγίας τῷ Ὁρίζοντι Φορᾶς ΑΠ, ΑΡ, Καμπύλας διαγράφει τὰς ΑΧ, ΑΤ.

§. 380. Ἡ Καμπύλη ἢ διαγραφομένη παρὰ τῶν Παραλλήλων, ἢ λοξῶς εἰς τὸν Ὁρίζοντα ῥιπτομένων Σωμάτων Παραβολὴ ἐστίν.

Ἐάν τὸ μὲν Σῶμα Α ἰσοταχῶς ἐπὶ τῆς ΑΒ Εὐθείας, ἢ δὲ ΑΒ ἰσομερῶς ἐπὶ τῆς ΑΓ κινήται, τὸ μὲν Σῶμα διελεύσεται Διαστήματα τὰ ΕΚ, ΖΙ, ΗΘ ἀνάλογα τοῖς ἀπὸ τῶν Χρέτων Τετραγώνοις, §. 164. ἢ δὲ Εὐθεία τὰ ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ ἀνάλογα τοῖς Χρέτοις. §. 157. διὸ $\overline{ΑΕ}^2 : \overline{ΑΖ}^2 :: ΕΚ : ΖΙ$, ἤτοι $\overline{ΑΚ}^2 : \overline{ΑΙ}^2 :: ΑΔ : ΑΝ$. τὰ Σημεῖα ἄρα Κ, καὶ Ι, δι' ὧν τὸ Σῶμα διέρχεται ἐν Παραβολῇ εἰσὶν. (τῆτο γὰρ πρῶτισον τῆς Παραβολῆς ἰδίωμα, τὸ εἶναι τὰ ἀπὸ τῶν Τεταγμένων Τετράγωνα ἀνάλογα τοῖς ἀποτετμηματικαῖς) ὁμοίως δὲ δευχθήσεται, ὅτι καὶ τὰ λοιπὰ Σημεῖα πάντα, δι' ἃ τὸ Σῶμα διέρχεται ἐν Παραβολῇ εἰσὶν. ἄρα ἡ Καμπύλη ΑΔ ἢ διαγραφομένη ὑπὸ τῆ ῥιπτομένου Σώματος Παραβολὴ ἐστίν.

§. 381. Σημειωτέον δὲ, ὅτι ἡ Φορὰ τῆς Βολῆς εἴτε Παραλλήλος, εἴτε Πλαγία τῷ Ὁρίζοντι ἢ, ἀπὸ τῆς τῆς Παραβολῆς, ὡς ἡ ΑΓ τῆς ΑΔ, ἢ ἡ ΑΠ τῆς ΑΧ, ἢ ἡ ΑΡ τῆς ΑΤ. ἀλλ' ἔτε μὲν Παραλλήλος, ὡς ἡ ΑΓ, τὸ Σημεῖον Α ἐξ ἑ τῆς Κινήσεως ἀρχεῖται, ἢ Κορυφῇ τῆς Παραβολῆς ἐστὶ, καὶ ἡ Φορὰ τῆς Βαρυτήτος ΑΒ, ὁ Ἄξων αὐτῆς, τὸ δὲ καταγράφον αὐτῷ Σῶμα αἰεὶ καταφέρεται· ἔτε δὲ Πλαγία, καὶ ὑπερθεῖν τῆς Παραλλήλου τῷ Ὁρίζοντι, ὡς ἡ ΑΠ, ἢ Κορυφῇ ὑπεράνω τῆς Ὁριζούσης ἐστίν, εἶεν ἐν τῷ Χ, καὶ ἡ ΑΒ, Παραλλήλος τῷ Ἄξονι, τὸ δὲ Σῶμα πρῶτον ἀνέρχεται ἄχρι τῆς Κορυφῆς Χ, εἶτα κατέρχεται· καίκα δὲ λοξῇ μὲν, ἀλλ' εἰσερθεῖν τῆς ΑΓ, οἷα ἡ ΑΡ, ἢ μὲν Κορυφῇ τῆς διαγραφομένης Παραβολῆς ἐπὶ τὰ ἄτερτα μέρη τῆς Φορᾶς ἐστίν, οἷον ἐν τῷ Φ, ἢ δὲ ΑΒ, παραλλ.

παράλληλος πάλιν τῷ Α'ζονι. καὶ τὸ Σῶμα κινέ-
 μωνον καταφέρεται, καὶ εἰς ὅλως διὰ τῆς Κορυ-
 φῆς Φ διέρχεται.

Πιν. λζ. §. 382. Ἐμφανέτης τῆς ΑΣ τὸ ὕψος, εἰς ὃ τὸ
 χ. 1. ἀναρξιδιπλόμνον Σῶμα Ταχυτῆτά τινα ἔχον ἀναβή-
 σεται, (α) καὶ τῆ αὐτῆ Σώματος τιῶ αὐτῶ Τα-
 χυτῆτα ἔχοντος, καὶ ῥιπόμενῃ Φορᾷ τῇ ΑΧ λεξῆ
 μὲν τῷ Ὄριζοντι, ἀνωτέρα δὲ τῆς Ὄριζοντίος ΑΜ,
 καὶ ἡμικυκλίῃ ἀναγραφέντος ἐπὶ τῆς ΑΣ, ἢ ἀπο-
 λαμβανομένη ΑΓ ὑπὸ τῆς ΔΓ, τῆς ἀγθείτης ἀπὸ
 τῆ Σημεῖο Δ (καθ' ὃ ἡ Φορὰ τῆς Βολῆς ΑΧ τιῶ
 τῆ Κύκλε Περιφέρειαν τέμνει) πρὸς Ὄριζῶν τῇ ΑΣ,
 ἐκδηλώσει τὸ ὕψος εἰς ὃ τὸ Σῶμα ὑπερθεῖν τῆς
 Ὄριζοντίος ΑΜ ἐπαύεται ἐν τῷ τιῶ Παραβολῶ
 καταγράφειν.

Ἡ Ταχυτῆς ἢ τὸ Σῶμα τιῶ ΑΔ φέρεται εἰς
 δύο ἀναλύεται τὰς ΑΓ, ΑΒ. §. 328. ἢ Ταχυτῆς
 ἄρα ἢ τὸ Σῶμα τιῶ ΑΔ φέρεται, πρὸς τιῶ Ταχυ-
 τῆτα, ἢ φέρεται τιῶ ΑΓ λόγον ἔχει, ὅν ΑΔ:ΑΓ.
 §. 324. ἀλλ' ἢ Ταχυτῆς, ἡ ἔχει φερόμενον τιῶ
 ΑΔ ἴση εἶν ἐξ ὕψος τῆ ἢ ἀνέρχεται εἰς τιῶ ΑΣ.
 ἄρα ἢ Ταχυτῆς ἢ ἀνέρχεται εἰς τιῶ ΑΣ, πρὸς τιῶ
 Ταχυτῆτα ἢ ἀνέρχεται εἰς τιῶ ΑΓ :: ΑΔ:ΑΓ.
 ἀλλ' αἱ Ταχυτῆτες αἱ ὑποπλαστοὶ λόγῳ εἰσὶ τῶν
 Διασημάτων. §. 164. ἄρα ὀνομαζόμενῃ τῆ ζητε-
 μένῃ Διασημάτων, εἴπεν τῆ ὕψος, Χ, ἔσεται ΑΔ:
 ΑΓ :: ὩΑΣ:ὩΧ. ἀλλ' ΑΔ:ΑΓ :: ΑΣ:ΑΔ, (ἔστι
 γὰρ διὰ τὸ ἰσῶμα τῆ Κύκλε αἱ ΑΣ:ΑΔ :: ΑΔ:
 ΑΓ.) ἄρα ΑΣ:ΑΔ :: ὩΑΣ:ὩΧ. ἄρα καὶ ὩΑΣ:
 ὩΔ :: ΑΣ:Χ. ἀλλ' ὩΔ² = ΑΣ. ΑΓ. ἄρα ὩΑΣ:
 ΑΣ.

(x) Ταχυτῆτά τινα λέγονται, ἢ αἱ τὸ ὕψος ΑΣ τὸ Σῶ-
 μα ἀναβαίνει, τιῶ Ταχυτῆτα ῥῶμον, ἡ τὸ Σῶμα ἐκτίσται
 το ἐκ τῆ ΣΑ ὕψος πτόν. ὡσαύτως Ταχυτῆτα, ἢ εἰς τῆ
 ΑΓ ὕψος ἀνέρχεται, τιῶ Ταχυτῆτα, ἡ ἐκτίσται πτόν ἐκ
 τῆ ΑΓ ὕψος.

$AS. AG :: AS : X.$ ἀλλὰ $\overline{AS}^2 : AS. AG :: AS :$
 $AG.$ ἄρα $AS : AG :: AS : X.$ ἄρα $X = AG.$ ἐκέν
 τὸ Ὑψος εἰς τὸ Σῶμα ἀνέρχεται ἐν τῷ τριῶ
 Παραβολῶν διαγράφειν, τὸ AG ἐστίν. εἰάν ἔν ἐκ-
 βλήθῃ ἢ GD κατὰ τὸ συνεχές, ἢ παρὰ τῶ Σώμα-
 τος διαγραφομένη παραβολῆ AM ἔξει τριῶ Κερυ-
 φικῶ αὐτῆς ἐν τῷ Θ σημείῳ, καθ' ὃ ἢ $G\Theta$ ἐφάπτε-
 ται αὐτῆς.

§. 383. Τὸ Πλάτος τῆς Βολῆς AM τετραπλα-
 σιόν ἐστὶ τῆ Ὀρθῆς ἡμιτόνου AG , τῶ ὑπὸ τῆς Φορᾶς
 τῆς Βολῆς τετατομένῃ Τόξῃ AD .

Ἦχθῶ γὰρ ἀπὸ τῆ Θ ἢ ΘH πρὸς Ὀρθῆς τῆ
 AM , καὶ ἐκβεβλήθῶ ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη, καὶ
 συμβαλλέτω τῆ AX κατὰ τὸ X . καὶ ἀπὸ τῆ Δ
 Ἦχθῶ ἢ DB παράλληλος τῆ XK . ἄρα ἢ μὲν ΘK
 ἔσεται ὁ Ἄξων τῆς Παραβολῆς· ἢ δὲ ΘH ἢ ἀπο-
 τετμημένη. αἱ δὲ AH, HM αἱ ἡμιτεταγμέναι. ἢ
 δὲ XH ἢ Ὑφαπτομένη. καὶ ἐπειδὴ ἐν τῆ Παραβο-
 λῆ ἢ Ὑφαπτομένη διπλασία ἐστὶ τῆς ἀποτετμημένης,
 ἔσεται ἄρα ἢ XH διπλασία τῆς ΘH , καὶ ἐπιμένως
 καὶ τῆς $X\Theta$. ἀλλ' ὡς $XH : X\Theta :: HA : \Theta\Delta$. (διὰ
 τὴν ὁμοιότητα τῶν Τριγώνων $XHA, X\Theta\Delta$)
 ἄρα καὶ ἢ HA διπλασία τῆς $\Theta\Delta$, ἔτεν τῆς HB .
 διὸ διπλασία καὶ τῆς AB . ἀλλ' ἢ AM διπλασία
 τῆς AH . ἄρα τετραπλασία ἐστὶ τῆς AB , ἢ ται
 τῆς GD .

§. 384. Ἡμισείας ἔστις Ὀρθῆς τῆς Γωνίας τῆς
 Ὑψώσεως, τὸ Πλάτος τῆς Βολῆς μέγιστόν ἐστι πάν-
 των τῶν ἄλλων. καὶ δύο Γωνίαι τῆς Ὑψώσεως ἀνίστοι
 τὸ αὐτὸ Πλάτος τῆς Βολῆς ἔξουσιν.

Ἐπειδὴ ἢ Γωνία τῆς Ὑψώσεως XAM ἡμισείας
 Ὀρθῆς ἐστίν, ἄρα ἡμισείας Ὀρθῆς καὶ ἢ XAG . ἄρα
 ἢ SD Περιφέρειαι ἐφ' ἧς βέβηκε τεταρτημόριον Κῶ-
 κλε ἐστίν. ἄρα ἢ AG διὰ τῆ Κέντρον διελίσσεται.
 ἀλλ' ἢ διὰ τῆ Κέντρον μέγιστός ἐστι πασῶν τῶν ἄλλων.
 ἄρα

ἄρα τῆς Γωνίας τῆς Ὑψώσεως ἡμισείας Ὁρθῆς ἕσης, ἢ ΓΔ μέγιστος πασῶν τῶν ἄλλων. διὸ καὶ τὸ Πλάτος τῆς Βολῆς ΑΜ τετραπλάσιον ὂν τῆς ΓΔ, §. 383. μέγιστον ἔσεται πάντων τῶν λοιπῶν.

Ἐπειδὴ δὲ δύο μόνον Εὐθείαι ἴσαι ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη τῆς διὰ τῆς Κέντρου ΤΟ διυάνται προσπεσεῖν, εἰς αἱ ΓΔ, ΡΠ, δύο ἄρα Γωνίαι τῆς Ὑψώσεως ἀνίστοι αἱ ΠΑΜ, ΧΑΜ τὸ αὐτὸ Πλάτος τῆς Βολῆς ἔξουσιν ΑΜ, τετραπλάσιον τῶν ἴσων ΡΠ, ΓΔ.

§. 355. Δοθέντος τῆς Ὑψῆς ΑΣ, εἰς ὃ ἀνήλθε τὸ μετάπινος Διωάμεως ἀναρρίφθαι Σῶμα, καὶ τῆς Γωνίας τῆς Ὑψώσεως ΧΑΜ, ἔρεθίσεται τὸ Πλάτος τῆς Βολῆς, καὶ τὸ Ὑψος εἰς ὃ τὸ Σῶμα (τὸ τῇ αὐτῇ Διωάμει κατὰ τὴν Φεραν ΑΧ ριφθισόμενον) ἀναβήσεται ἐν τῷ τῆς Παραβολῆς καταγράφειν.

Ἀπὸ γὰρ τῆς Κέντρου τῆς Ἡμικυκλίου Τ, καὶ τῆς Σημεῖο Σ ἐπὶ τὸ Δ ἐπεξέχθωσαν αἱ ΤΔ, ΣΔ. καὶ ἐπειδὴ ἡ Γωνία ΔΤΑ ἢ πρὸς τῷ Κέντρῳ διπλασία ἐστὶ τῆς ΔΣΑ τῆς πρὸς τῇ Περιφερείᾳ, διπλασία ἔσεται καὶ τῆς ΧΑΜ. (ἴση γὰρ ἢ ΧΑΜ τῇ ἐν τῷ ἐναλλάξ τμήματι ΔΣΑ) αἰτ. ἢ ΧΑΜ γνωστὴ ἐστὶν ἐξ Ὑπερ. γνωστὴ ἄρα καὶ ἡ ΔΤΑ. ἐπεὶ δὲ γνωστὴ καὶ ἡ ΑΣ, γνωστὸν ἄρα καὶ τὸ ἡμισυ αὐτῆς ΤΔ. τριγώνῳ τῆς Ὁρθογωνίου Τριγώνου ΔΤΓ γνωρίμων ἔσῶν δύο Γωνιῶν τῶν ΔΤΓ, καὶ ΔΓΤ, καὶ μιᾶς τῶν Πλευρῶν τῆς ΔΤ, ἔρεθίσεται διὰ τῆς Τριγωνομετρίας ἡ ΔΓ, ἥς τὸ τετραπλάσιόν ἐστι τὸ Πλάτος τῆς Βολῆς ΑΜ. §. 383. ἔρεθίσεται δὲ καὶ ἡ ΤΓ, ἥτις εἰάν ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τῆς γνωρίμου ΤΑ, τὸ λοιπὸν ΓΑ ἔσεται τὸ ζητούμενον Ὑψος.

§. 386. Δοθείσης τῆς Βολῆς τῆς Πλάτους ΑΜ, καὶ τῆς Γωνίας τῆς Ὑψώσεως ΧΑΜ, ἔρεθίσεται τὸ Ὑψος εἰς ὃ ἀναβαίει τὸ Σῶμα ἐν τῷ τῆς Παραβολῆς

ραβολιῶ καταγράψεν, καὶ τὸ Ὑψος εἰς ὃ ἀνέρχεται ἀναρρίπτομενον τῇ αὐτῇ Δυνάμει.

Ἐπειδὴ ἡ γνωστὴ AM τετραπλασία ἐστὶ τῆς $ΓΔ$, §. 383. γνωστὴ ἄρα καὶ ἡ $ΓΔ$. καὶ ἐπεὶ γνωστὴ ἡ Γωνία $ΧΑΜ$, γνωστὴ ἄρα καὶ ἡ διπλασία αὐτῆς $ΔΤΓ$. τῆ Ὀρθογωνίᾳ ἐν Τριγώνῳ $ΔΤΓ$ γνωστῶν ἐστῶν δύο Γωνιῶν, καὶ μιᾶς Πλευρᾶς, ὁρεθήσονται διὰ τῆς Τριγωνομετρίας αἱ δύο λοιπαὶ $ΤΔ$, $ΤΓ$. ἀλλὰ τὸ μὲν διπλασίον τῆς $ΤΔ$ ἐστὶ τὸ $ΑΣ$. ἡ δὲ διαφορὰ ἢ μεταξὺ τῶν $ΤΓ$, $ΤΑ$ ἐστὶν ἡ $ΓΑ$. γνώριμα ἄρα καὶ τὰ $ΑΓ$, $ΑΣ$ Ὑψη.

§. 387. Δοθέντος τῆ Πλάτης τῆς Βολῆς AM , καὶ τῆ Ὑψος $ΑΣ$, εἰς ὃ τὸ Σῶμα ἐπαίρεται ἀναρρίπτομενον, ὁρεθήσεται ἡ Γωνία τῆς Ὑψώσεως $ΧΑΜ$, καὶ τὸ Ὑψος $ΑΓ$, εἰς ὃ ἀνέρχεται ὡ τῷ τριῶ Παραβολιῶ καταγράψεν.

Ἐπειδὴ γὰρ δέδοται ἡ $ΑΣ$, δεδομένον ἂν εἴη καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς $ΤΔ$. πάλιν ἐπειδὴ ἔγνωται ἡ AM , γνωθήσεται καὶ ἡ ὑποτετραπλασία αὐτῆς $ΓΔ$. τῆ Ὀρθογωνίᾳ ἄρα Τριγώνῳ $ΤΓΔ$ γνωρίμαν ἐστῶν τῶν δύο Πλευρῶν $ΤΔ$, $ΔΓ$, καὶ τῆς Ὀρθῆς Γωνίας $ΤΓΔ$, διὰ τῆς Τριγωνομετρίας ὁρεθήσεται ἡ Γωνία $ΔΤΓ$, ἧς τὸ ἥμισυ ἐστὶν ἡ Γωνία τῆς Ὑψώσεως $ΧΑΜ$. ὁρεθήσεται δὲ καὶ ἡ $ΤΓ$, ἧτις ἀφαιρεθεῖσα ἀπὸ τῆς $ΤΑ$, δάσει τὸ ζητούμενον Ὑψος $ΓΑ$.

§. 388. Σημειωτέον δὲ, ὅτι τὰ Θεωρήματα ταῦτα τὰ Στοιχεῖα εἰσὶν ἕλης τῆς Πυροβόλης Τέχνης. αἱ γὰρ τοῖς Πολεμικοῖς Πυροβόλοις Ὀπλοῖς βαλλόμενα Σφαῖρα, ὑπὸ δύο Δυνάμεων κινέμενα, τῆς ἰσῆς δηλ. Βαρύτητος, καὶ τῆς τῆ Πυρός ὧν ἡ μὲν Ὀρθιῶ, ἡ δὲ Παράλληλον, ἢ λοξίῳ τῷ Ὀρίζοντι πικῶ Φορᾶν ἔχει, Παραβολιῶ διαγράφει. γνωστῆ ἔν ἵτερος τῆ Ὑψος εἰς ὃ ἡ Σφαῖρα ἀνῆλθε τῇ Δυνάμει τῆ Πυροβόλης Ὀπλοῦ ἀναρρίφθεῖσα, καὶ τῆς Γωνίας

Γωνίας τῆς Ὑψώσεως, ἢτοι τῆς Ὀξείας Γωνίας τῆς περιεχομένης ὑπὸτε τῆ πολυγωνικῆ Ὀπλε, καὶ τῆς Ὀριζοντίε, ἐρεθίσεται τὸ Ὑψος, εἰς ὃ ἡ Σφαῖρα ἀναβήσεται ἐν τῷ τλιῷ Παραβελῶ καταγράφειν, καὶ τὸ Πλάτος τῆς Βολῆς, εἴτεν τὸ Διάστημα, ὅπερ ἡ Σφαῖρα διελύσεια. ὡσαύτως γνωστῆ ἄντιος τῆ Διαστήματος ὃ ἡ Σφαῖρα μέλλει διέρχεσθαι, καὶ τῆ Ὑψος εἰς ὃ ἀνῆλθον ἀναρριφθεῖσα παρὰ τῆ Πυροβόλε Ὀπλε, ἐρεθίσομεν τλιῷ Γωνίαν τῆς Ὑψώσεως. καὶ τῆς Γωνίας τῆς ὑπὸ τῆ Πυροβόλε Ὀπλε, καὶ τῆς Ὀριζοντίε περιεχομένης, ἴσης τῆ ἐρεθείση Γωνία τῆς Ὑψώσεως γενομένης, ἡ βληθησομένη Σφαῖρα ἐν τῷ τλιῷ Παραβελῶ διαγράφειν ἐπαρθήσεται, καὶ τὸ εἰρημένον διάστημα διελύσεια, βαλεῖ τὸν σκοπὸν.

Πιν. 15. §. 389. Σημειωτέον ἔτι, ὅτι καὶ αἱ Εὐθείαι AB, κ. 6. ΕΞ, ΖΙ, ΗΡ, καὶ ὅς τὰ Σώματα φέρονται ὑπὸ τῆς ἰδίας Βαρύτητος κινέμενα, Παραδίδηλαι μὴ ὄσι, διὰ τὸ τὰς Φορὰς αὐτῶν πρὸς τὸ τῆς Γῆς Κέντρον μολεῖν· ὅταν ὁμως τὸ μεταξὺ τῶν Σωμάτων, καὶ τῆς Ἐπιφανείας τῆς Γῆς Διάστημα ἐλάχιστον μέρος ἢ τῆ ἀπὸ τῆ Κέντρε τῆς Γῆς Διαστήματος, αἱ εὐθεῖαι Εὐθείαι ἀπείκτως Παραδίδηλαι νομίζονται. Ἐνούτων δὲ (Βιβλ. 1. περὶ τῶν Μαθηματικῶν Ἀρχῶν προτ. 1.) ἔδειξε τῷ τρόπῳ διερίζεσθαι ἡ Καμπύλη, ἡ καταγραφομένη παρὰ τῶν ῥιπτιζόμενων Σωμάτων, παραδίδηλας τε, ἢ συμπίπτουσας πρὸς τι διαρισμένον σημεῖον τὰς Φορὰς αὐτῶν ἐχόντων, ἐπιμάσας αὐτὴν Καμπύλην Τριεκτόριαν, ἣν ἡμεῖς Διαπόρθημιον καλεῖντες ἐκ αὐτῶν ἀμάστοιμεν. διαφόρων δὲ τιθεμένων τῶν λόγων, ἔς πρὸς ἀλλήλας ἔχουσιν αἱ Δυνάμεις τῶν ὑπὸ τῆς ἰδίας Βαρύτητος κινεμένων Σωμάτων, (α) διάφορα γίνονται καὶ τῆς

(α) Τῆ Γαλιλαίῳ ἔδειξε τὰς Δυνάμεις τῶν κινεμένων Σωμάτων ὑποδιπλασίονα λόγῳ ἔχου τῶν Ὑψῶν ἐξ αὐτῶν πύκτων, ὅτι

τῆς Διαπορθμίας τὰ εἶδη. ὁ Ἑρμάγος γὰρ καὶ ὁ Βερνοέλιος ἐκλαβόντες τὰς τῆς Βαρύτητος Διωάμεις ἐν ἀντιπρόφω διπλασίονι λόγῳ τῶν Ὑψῶν, ἔδειξαν τὰς τοιαύτας Διαπορθμίας μηδὲν διαφέρειν τῶν Τομῶν τῆ Κώνε. ὁ καὶ ὁ Νεύτων εἶπεν. (ἐν τῇ 1. σιωπ. τῆς 13. περτ. τῆ 1. Βιβλ.) ὁ δὲ Οὐέλφοιος (Κεφ. 11. τῶν Στοιχείων τῆς Μηχαν. Προβλ. 102.) θεῖς κατὰ τὸν Γαλιλαῖον τὰς Διωάμεις τῆς Βαρύτητος ἐν ὑποδιπλασίονι λόγῳ εἶναι τῶν Ὑψῶν, ἔδειξε πῶς Καμπύλιον τῶν ὑπὸ τῆ ῥιπίσμενε Σώματος διαγγραφομένῳ, Παραβολῶν εἶναι.

§. 390. Σημειωτέον προσέτι, ὅτι καὶ ἡ τῆ Ἄερος ἀνθίσασις, καὶ ἀντάθησις, ἀλλοίωσιν προσεπιφέρει τῇ ὑπὸ τῶν ῥιπίσμενων Σωμάτων καταγγραφομένη Καμπύλῃ. ὅθεν Ἰωάννης ὁ Βερνοέλιος, καὶ ὁ Ἑρμάγος σὺν τῷ Ἐκλέρω τῇ ἐν τῆ Ἄερος ἀνθίσασι τὸν Νῆν ἐπισήσαντες, ἀναλυτικῶς ἐξεῦρεν τὸ εἶδος τῆς Διαπορθμίας τῆς διαγγραφομένης ὑπὸ τῆ ῥιπίσμενε Σώματος, τῆς Διωάμεως τῆ Ἄερος κατ' ὅποιον ἔν λόγον ἀνθισαμένης. εἰς δὲ τῶν πρακτικῶν ἐργασίαν, καὶ χρῆσιν τῶν Ὀπλῶν ἀρκεῖ, Παραβολῶν νομίζειν τῶν ὑπὸ τῆ ῥιπίσμενε Σώματος καταγγραφομένῳ Καμπύλῳ, καὶ κατὰ τὰς εἰρημένους τῆς Παραβολῆς κανόνας τὰ πολεμικὰ Ὀπλα διατάττειν. καὶ περὶ τούτων ὅρα τὸν Γαλιλαῖον διὰ λόγῳ 4. περὶ τῶν Καμπῶν Ἐπισημῶν, καὶ τὸν Κεῖλιον ἀναγνώσματι Φυσικ. 16.



Q 2

ΚΕΦ.

τοι τῶν Ταχυτήτων αὐτῶν, (τὴ γὰρ Ὑψη ἀνέλογον ταῖς Ταχυτήτων) ἄλλοις δὲ οἷον τῷ Ἑρμάγῳ, καὶ τῷ Βερνοελίῳ διπλασίονι λόγον ἀντιπρόφω, καὶ ἄλλοις τὸν ἀπλῶν τῶν Ὑψῶν, ὡς τῇ Βαλιανῶ.

ΚΕΦ. ΚΕ΄.

Περὶ Συγκρούσεως τῶν Σωμάτων.

§. 391. Τῆς συγκρούσεως εἰς Εὐθείαν, καὶ Λοξὴν διαιρεμένης, Εὐθεῖα λέγεται, ὅταν ἡ Φορὰ, ἢ τὰ Σώματα φέρονται πρὸς Ὄρθας ἢ ταῖς Ἐπιφανείαις αὐτῶν, καὶ διὰ τῶν Κέντρων τῆς Βαρύτητος αὐτῶν διερχήσῃ· πᾶσαι δὲ μὴ τοιαύτη, Λοξὴ ἀνομάζεται. Σφαιρῶν δ' ἐσῶν τῶν συγκρούοντων ἀλλήλοις, καὶ τῆς Εὐθείας τῆς Φορᾶς αὐτῶν διὰ τῶν Κέντρων διύσεως, ἐρθῆέναι ἢ σύγκρουσις. αἱ γὰρ διὰ τῶν Κέντρων τῶν Σφαιρῶν διερχόμεναι Εὐθεῖαι, πρὸς ὀρθὰς εἰσὶ ταῖς Ἐπιφανείαις αὐτῶν. καὶ τὰ Κέντρα τῶν Σφαιρῶν, Κέντρα εἰσὶ τῆς Βαρύτητος αὐτῶν. §. 205.

§. 392. Τριχῶς τῶν Σωμάτων φερομένων, ἢ τριῶ αὐτῶ καὶ ἐπὶ τὰ ἐναντία, ἢ τριῶ αὐτῶ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη Φορᾶν, ἢ τῶ μὲν ἠρεμῶντες, τῶ δὲ κινημένῃ καὶ τῶ ἠρεμῶντι προσβάλλοντες, ἢ σύγκρουσις γίνεται. ὅταν δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ τριῶ αὐτῶ κινήται Φορᾶν, καὶ συγκρούσῃ ἀλλήλοις, φανερόν, ὅτι τὸ μὲν ταχύτερον, τὸ δὲ βραδύτερον φέρεται. ἄλλως μὲν γὰρ ἀμήχανόν ἐστιν ἀλλήλοις συγκρούσασθαι.

§. 393. Σχετικὴ μὲν Ταχυτῆς λέγεται, ἢ ἀλλήλοις προσπελάζουσι, καὶ ἀλλήλων ἀφίστανται τὰ κινούμενα Σώματα· Ἀπόλυτος δὲ αὐτῆ ἢ Ταχυτῆς, ἢ κινῶνται. καὶ τῶν μὲν τριῶ ἐπὶ τὰ ἐναντία μέρη Φορᾶν κινημένων, καὶ ἀλλήλοις προσπελάζοντων ἢ σχετικὴ Ταχυτῆς τὸ ἄθροισμά ἐστι τῶν ἀπολύτων αὐτῶν Ταχυτήτων. (προσπελάζουσι γὰρ ἀλλήλοις Ταχυτῆτι ἴσῃ τῷ ἄθροισματι τῶν ἀπολύτων αὐτῶν Ταχυτήτων) εἰς ἂν τὸ μὲν τῶν

τῶν Σωμάτων Ταχυτήτα ἔχη ἀπόλυτον ὡς 10, τὸ δὲ ὡς 6, ἢ Σχετικὴ αὐτῶν Ταχυτής ἔσεται ὡς 16. τῶν δὲ κινεμένων τινὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη Φορὰν, καὶ ἀλλήλοις προσπελάζοντων ἢ σχετικὴ Ταχυτής ἐσιν ἢ διαφορὰ ἢ μεταξύ τῶν ἀπολύτων Ταχυτήτων. (τῆ διαφορᾷ γὰρ τῶν ἑαυτῶν Ταχυτήτων προσπελάζουσιν ἀλλήλοις) εἴον εἰάν τὸ μὲν ἔχη Ταχυτήτα ἀπόλυτον ὡς 20, τὸ δὲ ὡς 15, ἢ σχετικὴ αὐτῶν Ταχυτής ἐσιν ὡς 5. τινὲ αὐτίκω δὲ σχετικῶς Ταχυτήτα ἔχουσι καὶ τὰ ἀπὸ ἀλλήλων ἀφιστάμενα, εἴτεν ἴστω τῆ διαφορᾷ τῶν ἀπολύτων αὐτῶν Ταχυτήτων, καὶν ἐποιαῦν ἢ ἢ Φορὰ αὐτῶν. ὅταν δὲ τὸ μὲν ἠρεμῇ, τὸ δὲ κινεόμενον προσβάλλῃ τῷ ἠρεμῆντι, ἢ ἀπόλυτος Ταχυτής τῆ κινεόμενος, σχετικὴ Ταχυτής ἐσιν ἀμφοτέρων (τότε γὰρ προσπελάζουσιν ἀλλήλοις Ταχυτήτι ἴση τῆ τῆ κινεόμενος) εἴον εἰάν τὸ κινεόμενον Ταχυτήτα ἔχη ἀπόλυτον ὡς 10, καὶ ἢ σχετικὴ Ταχυτής ἀμφοτέρων ἔσεται ὡς 10.

§. 394. Σῶμα Ἀπυλόν ἐσιν, ὅπερ θλιβόμενον εὐδίδωσι, καὶ ἀλλοιόμενον τὸ Σχήμα, ἠλλοιωμένον μένει καὶ μετὰ τινὲ κατάθλιψιν, οἷον ὁ Κηρός, ἢ Ἄργιλος, τὸ Στέαρ, τὸ Βέτυρον, τὸ Μέλι, καὶ ἄλλα.

§. 395. Σῶμα Ἐλασικόν λέγεται, ὃ θλιβόμενον εὐδίδωσι μὲν, καὶ μεταβολικῶς πάχει τὸ Σχήμα, ἀφάλλεται δὲ μετὰ τινὲ κατάθλιψιν, καὶ ἐπαναλαμβάνει τὸ πρότερον Σχήμα. ποικίλα δὲ ταιαῦτα ὑπάρχει, οἷον Μέταλλα, Φυτὰ, Ξύλα, Λίθοι, Ὄσᾶ, Ὑελοι, καὶ ἄλλα ὧν τινὰ μὲν μᾶλλον, τινὰ δὲ ἥτιον ἐλασικά.

§. 396. Σῶμα Σκληρὸν ἐστὶ τὸ ὑπὲρ ἐδενὸς διαειρέμενον, ἀνένδοτόν τε μένον, καὶ ἀναλλοιώτου διατηρεῖν τὸ ἑαυτῶ Σχήμα ἄντε τῷ καταθλίβεσθαι, καὶ μετὰ τὸ καταθλιβῆναι. τὰ Ἄτομα δὲ μόνον

τοιαῦτα. πάντα γὰρ τὰ ἄλλα διακετάεῖσι, καὶ μεταβλητὸν ἔχει τὸ Σχήμα.

§. 397. Τὸ μὲν τῆς ἀπαλότητος Αἴτιον δοκεῖ εἶναι ἡ ὀλίγη Ἐλαστικὴ Δυνάμις τῶν μεριδίων, ἐξ ὧν τὸ Σῶμα σύγκειται· τὸ δὲ τῆ Ἐλαστικῆ ἔπω γνωστὸν ἀχρὶ τῆ δε, καὶ διαφέρει παρα πολλῶν ὄρισαι. σημειωτέον δὲ, ὅτι εἰ τὰς ἐξῆς Σῶμα λέγοντες, καὶ μὲν ἕτερον προσιδόντες, τὸ Ἀπαλὸν Σῶμα νοῶμεν ὡσαύτως συγκροσιν, τὴν Εὐθείαν.

§. 398. Ἐὰν τὸ Σῶμα Α κινέμενον τῷ ἡρεμῶντι Σώματι Β προσβάλλῃ, ἢ μετὰ τὴν σύγκροσιν ἐκατέρωθεν Ταχυτῆς, πρὸς τὴν τῆ κινεμένη Α, τὴν πρὸ τῆς συγκροσεως λόγον ἔξει, ὅν τὸ Βάρος τῆ κινεμένη Α, πρὸς τὸ Ἄθροισμα τῆ Βάρους ἀμφοτέρων.

Ἐπο α τὸ Βάρος τῆ Α, καὶ τ ἡ Ταχυτῆς αὐτῆ· β δὲ, τὸ Βάρος τῆ Β. ταιγαρῶν τὸ ποσὸν τῆς Κινήσεως τῆ Α = α. τ. §. 145. καὶ ἐπειδὴ τῆ Α προσβάλλαντος τῷ Β, τὰ δύο ὡς εἰ συνεχῆς Σῶμα γίνονται. διὰ τῆτο ἡ Ποσότης τῆς Κινήσεως ἀμφοτέρων ἴση α. τ. ἀλλ' ἡ Ποσότης τῆς Κινήσεως ἐκ τῆ Βάρους, καὶ τῆς Ταχυτῆτος γίνεται §. 145. εἰάν ἄρα α. τ διακεταῖ εἰς τὸ Ἄθροισμα τῆ Βάρους ἀμφοτέρων, τὸ Πηλίκον $\frac{\alpha \cdot \tau}{\alpha + \beta}$ ἔσεται ἡ Ταχυτῆς, ἢ ἔξει ἐκάτερον τῶν Σωμάτων μετὰ τὴν σύγκροσιν. ἀλλ. $\frac{\alpha \cdot \tau}{\alpha + \beta} : \tau :: \alpha : \alpha + \beta$. ἄρα ἡ Ταχυτῆς ἐκατέρωθεν μετὰ τὴν σύγκροσιν, πρὸς τὴν τῆ κινεμένη Α τὴν πρὸ τῆς συγκροσεως λόγον ἔχει, ὅν τὸ Βάρος τῆ Α, πρὸς τὸ Ἄθροισμα τῆ Βάρους τῆτε Α καὶ τῆ Β.

§. 399. Τὸ κινέμενον Σῶμα Α μετὰ τὴν σύγκροσιν τοσαύτης ποσότητος Κινήσεως ἐξέρχεται, ὥσπερ τὸ ἡρεμῶν Β μετέδωκεν.

Ἐπει-

Ἐπειδὴ ἡ Ταχυτῆς τῆς Α μετὰ τιῶ σύγκρη-
σιν ἐστὶν $\frac{α. τ}{α + β}$, §. 398. ἄρα τὸ μεία τιῶ σύγκρη-

σιν πρὸς τῆς Κινήσεως αὐτῆ ἴσον $\frac{α. α. τ}{α + β}$. §. 145.

ἀλλὰ τὸ πρὸ τῆς συγκρήσεως ἴσῳ α. τ. εἰάν ἄρα τῆ

α. τ ἀφαιρῆσθῆ τὸ $\frac{α. α. τ}{α + β}$; τὸ λοιπὸν ἔσεται ἡ

ἀπελειθεῖσα ποσότης τῆς Κινήσεως. τριγάρων α. τ. —

$$\frac{α. α. τ}{α + β} = \frac{α. α. τ + α. β. τ - α. α. τ}{α + β} = \frac{α. β. τ}{α + β} \text{ ἐστὶν ἡ}$$

ποσότης τῆς Κινήσεως, ἢ τὸ Α ἀπώλεσε. πάλιν

ἐπειδὴ ἡ Ταχυτῆς τῆς Β μετὰ τιῶ σύγκρησιν ἐστὶν

$\frac{α. τ}{α + β}$, §. 398. ἄρα ἡ ποσότης τῆς Κινήσεως αὐ-

τῆ ἔσεται $\frac{β. α. τ}{α + β}$. §. 145. ἐκὲν τὸ Α τριταύτης

ποσότητος Κινήσεως ἐφέρεται, ὅσῳ τῶ Β μετέ-

§. 400. Ἐάν τὰ Βάρη α, β τῶν εἰρημένων Σω-
μάτων ἴσα ᾖσι, μετὰ τιῶ σύγκρησιν ἐκάτερον αὐ-
τῶν ἴσῳ ἔξει τιῶ ποσότητα τῆς Κινήσεως, καὶ τιῶ
Ταχυτῆτα, ἢ τις ἡμίσεια ἔσεται τῆς ἢ εἴχε τὸ Α
πρὸ τῆς συγκρήσεως.

Ἐπειδὴ γάρ ἡ μὲν ποσότης τῆς Κινήσεως τῆς Α
μετὰ τιῶ σύγκρησιν ἐστὶν $\frac{α. α. τ}{α + β}$, ἡ δὲ τῆς Β $\frac{α. β. τ}{α + β}$,

§. 399. ἐστὶ δὲ ἐξ Ὑποθ. α = β, ἄρα $\frac{α. α. τ}{α + β} =$

$\frac{α. β. τ}{α + β}$, ἢτοι αἱ μετὰ τιῶ σύγκρησιν ποσότητες τῆς

Κινήσεως ἐκατέρων ἴσαι ἀλλήλαις. πάλιν ἐπειδὴ ἡ

Ταχυτῆς ἐκατέρων μετὰ τιῶ σύγκρησιν ἐστὶ $\frac{α. τ}{α + β}$,

§. 398. καὶ $a = \beta$, ἄρα $\frac{a\tau}{a+\beta} = \frac{a\tau}{a+a} = \frac{a\tau}{2a} = \frac{\tau}{2}$
 ἢ Ταχυτῆς ἄρα ἑκατέρη μετὰ τὴν σύγκρισιν ἴση
 $\frac{\tau}{2}$, ἥτις τὸ ἥμισυ ἐστὶ τῆς $\iota\omega$ εἶχε τὸ κινέμενον Λ
 πρὸ τῆς συγκρούσεως.

Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τῶν αἰὸς Βάρης διπλασίη ὄντες
 τῆ ἑτέρη, ἑκατέρη τῶν Σωμάτων μετὰ τὴν σύγ-
 κρισιν ὑποτριπλασίαν Ταχυτῆτα ἔξει, τῆς $\iota\omega$ εἶχε
 τὸ κινέμενον πρὸ τῆς συγκρούσεως· τριπλασίη δὲ,
 ὑποτετραπλασίαν, καὶ ἔτω καθ' ἑξῆς.

§. 401. Τῶν εἰρημένων Σωμάτων ἴσαι ἔχόντων
 τὰ Βάρη, τὸ κινέμενον Λ ἀπολέσει τὸ ἥμισυ τῆς
 Δυνάμεως αὐτῆ διὰ τὴν σύγκρισιν.

Ἐπειδὴ γὰρ ἡ Ταχυτῆς τῆ Λ μετὰ τὴν σύγ-
 κρισιν ἐστὶ $\frac{\tau}{2}$, ἄρα ἡ Δυνάμις αὐτῆ ἔσεται $\frac{a \cdot \tau^2}{4}$.

§. 177. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ ἡ μετὰ τὴν σύγκρισιν
 Δυνάμις τῆ B ἐστὶ $\frac{\beta \tau^2}{4}$, διὸ αἱ Δυνάμεις ἀμφο-

τέρων ἔσονται $\frac{a \cdot \tau^2}{4} + \frac{\beta \tau^2}{4} = \frac{2a \cdot \tau^2}{4} = \frac{a \cdot \tau^2}{2}$.

(τὸ γὰρ $a = \beta$ ἐξ Ὑποθ.) ἀλλ' ἡ Δυνάμις τῆ Λ
 πρὸ τῆς συγκρούσεως $\iota\omega$ $a \cdot \tau^2$. §. 177. ἀπώλετο
 ἄρα τὸ ἥμισυ τῆς Δυνάμεως αὐτῆ διὰ τὴν σύγκρι-
 σιν. τὰ αὐτὰ δὴ τρέπων εἰρεθήσεται καὶ τὸ πο-
 σὸν τῆς ἀπολεθείσης Δυνάμεως τῆ Λ , εἰάν θύτε-
 ρον Βάρη διπλασίον, ἢ τριπλασίον ἢ τῆ ἑτέρη.

§. 402. Ταγαρῶν Φθιστὰ Δυνάμεων αὐ τῆ
 τοιαύτη συγκρούσει γίνεται, ποσότητες δὲ τῆς Κινή-
 σεως ἕδαμῶς.

Ἴση γὰρ ὄντος τῆ τῶν Σωμάτων Βάρης, τὸ Λ
 τῆς μὲν Δυνάμεως αὐτῆ τὸ ἥμισυ ἀπώλεσε μετὰ
 τὴν

τιῶ σύγκρισιν, §. 401. (ἔχει γὰρ ἑκάτερον μετὰ
τιῶ σύγκρισιν Διῶαμιν $\frac{\alpha\tau^2}{4}$, εἴτεν τεταρτημέριον,
τῆς ἰὼ εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρέσεως) τῆς δὲ πο-
σότητος τῆς Κινήσεως αὐτῆ, ἔδῶν. ὅσης γὰρ ἐπέ-
ρηται, τῶ Β μετέδωκε. §. 399.

Γίνεται δὲ Φθορὰ Διαάμεων ἐν ταῖς τῶν ἀπα-
λῶν Σωμάτων συγκρέσει διατὸ ἀλλοιῆσαι τὸ Σχῆ-
μα αὐτῶν, καὶ μετέτι εἰς τὴν πρότερον πάλιν ἀπο-
καθίστασθαι. ἰὼ γὰρ Διῶαμιν τὸ Σῶμα κατακλι-
σκει τὰ μερίδια τῆ προσβαλλομένη ἐκ Τόπου εἰς Τό-
πον μεταφέρειν, καὶ τὸ Σχῆμα αὐτῆ μεταβάλλειν,
ἐκ ἐτι αὐτῶ ἐπαναλαμβάνει, καθότι μετὰ τιῶ
σύγκρισιν τὰ κινήσιμα μερίδια ἠρεμῶσιν. ἐξ ἧ καὶ
τὸ Σχῆμα ἠλλοιωμένον μένει.

§. 403. Ἡ μετὰ τιῶ σύγκρισιν Ταχυτῆς ἑκα- Πιν. 13.
τέρη τῶν Σωμάτων Α καὶ Β τῶν τιῶ αὐτῶ Φορῶν % 2.
Φορομάων ΕΔ ἴση ἐστὶ τῶ Πηλίκῳ, τῶ ἐκ τῆ Α-
θροίσματος τῆς ποσότητος τῶν Κινήσεων, καὶ τῆ
Βάρη αὐτῶν.

Ἐσῶ μὲν γὰρ α τὸ Βάρη τῆ Α, β δὲ, τὸ τῆ
Β· καὶ Τ ἡ Ταχυτῆ τῆ Α, τ δὲ, ἡ τῆ Β. ἄρα
ἡ μὲν ποσότης τῆς Κινήσεως τῆ Α ἴση α. Τ, ἡ δὲ τῆ
Β ἴση β. τ. §. 145. ἀλλ' ἐπειδὴν συγκρέωσιν ἀλ-
ληλα ὡς ἐν γίνονται. ἄρα τὸ ποσὸν τῆς Κινήσεως
ἀμφοτέρων ἴσον α. Τ + β. τ. διὸ ἡ Ταχυτῆς ἑκα-
τέρη $\frac{\alpha. Τ + \beta. \tau}{\alpha + \beta}$.

§. 404. Τῶν δύο εἰρημένων Σωμάτων τὸ Ταχύ-
τερον Α τσαύτης ποσότητος Κινήσεως ἐπερήθη διὰ
τιῶ σύγκρισιν, ὅση τῶ βραδυτέρῳ Β προστετέθη.

Ἐπειδὴ γὰρ μετὰ τιῶ σύγκρισιν ἡ Ταχυτῆς
ἑκατέρη ἐστὶν $\frac{\alpha Τ + \beta τ}{\alpha + \beta}$ §. 403. ἄρα τῆ μὲν Α

ἡ ποσότης τῆς Κινήσεως ἔσεται $\frac{\alpha \cdot \alpha \tau + \beta \tau}{\alpha + \beta}$, τὲ δὲ

B, β. $\frac{\alpha \tau + \beta \tau}{\alpha + \beta}$. §. 145. ἀλλὰ τὸ A πρὸ τῆς

συγκρούσεως εἶχε ποσότητα Κινήσεως α. τ. ἄρα
ἡς ἐξέρχεται ἴση ἐσὶ $\alpha \tau - \frac{\alpha \alpha \tau - \alpha \beta \tau}{\alpha + \beta} =$

$\frac{\alpha \alpha \tau + \alpha \beta \tau - \alpha \alpha \tau - \alpha \beta \tau}{\alpha + \beta} = \frac{\alpha \beta \tau - \alpha \beta \tau}{\alpha + \beta}$. ἥτις

εἰάν προσεθῇ τῇ β. τ ποσότητι τῆς Κινήσεως
τὲ B, ἔσεται β. τ + $\frac{\alpha \beta \tau - \alpha \beta \tau}{\alpha + \beta} =$

$\frac{\alpha \beta \tau + \beta \beta \tau + \alpha \beta \tau - \alpha \beta \tau}{\alpha + \beta} = \frac{\beta \beta \tau + \alpha \beta \tau}{\alpha + \beta} = \beta.$

$\frac{\beta \tau + \alpha \tau}{\alpha + \beta}$ ἢ μετὰ τὴν σύγκρισιν ποσότης τῆς Κινή-

σεως τὲ B. ἀλλὰ δεδεικται ὅτι τὸ πρὸν τῆς Κινή-

σεως τὲ B μετὰ τὴν σύγκρισιν ἐσὶ β. $\frac{\beta \tau + \alpha \tau}{\alpha + \beta}$
ἄρα μετὰ τὴν σύγκρισιν τὸ ταχύτερον A τσαύ-

της ποσότητος Κινήσεως ἐξερήθη, ὅση τῷ βραδυτέ-

ρω B προσενέθη.
§. 405. Ἴση ὄντος τὲ Βάρες τῶν τὴν αὐτὴν
Φορὰν κινεμένων Σωμάτων, (ἦτοι $\alpha = \beta$) ἡ Ταχυ-

της ἐκατέρη μετὰ τὴν σύγκρισιν ἴση ἔσεται τῷ ἡμί-

σει τῷ Ἀθροίσματι τῶν πρὸ τῆς συγκρούσεως Τα-

χυτήτων αὐτῶν.
Ἡ γὰρ Ταχυτής ἐκατέρη μετὰ τὴν σύγκρισιν
ἴση $\frac{\alpha \tau + \beta \tau}{\alpha + \beta}$. §. 403. ἀλλὰ $\alpha = \beta$ ἐξ ὕποθ. ἄρα
 $\frac{\alpha \tau + \beta \tau}{\alpha + \beta} = \frac{\alpha \tau + \alpha \tau}{\alpha + \alpha} = \alpha \cdot \frac{\tau + \tau}{2 \alpha} = \frac{\tau + \tau}{2}$.

§. 406. Πάλιν ἴση ὄντος τῆ Βάρους τῶν τριέ-
των Σωμάτων, ἢ διὰ τὴν σύγκρισιν ἀπολεθμένη Δύ-
ναμις ἀμφοτέρων ἐλάσσων ἐστὶ τῆ ἡμίσεως τῶν πρὸ
τῆς συγκρέσεως Δυνάμεων αὐτῶν τῷ Γνωμένῳ ἐκ
τῶν πρὸ τῆς συγκρέσεως Ταχυτήτων.

Ἐπειδὴ γὰρ τὰ Βάρη ἴσα, αἱ Δυνάμεις αὐτῶν
ἀνάλογον εἰσὶ τῆς ἀπὸ τῶν Ταχυτήτων Τετραγώ-
νους. §. 184. ἀλλ' ἡ Ταχυτῆς ἐκατέρη μετὰ τὴν
σύγκρισιν ἐστὶ $\frac{T + \tau}{2}$. §. 405. ἄρα ἡ Δύναμις ἐκα-

τέρη ἴση $\frac{T + \tau^2}{4}$. διὸ αἱ Δυνάμεις ἀμφοτέρων ἴσαι 2.

$\frac{T + \tau^2}{4} = \frac{T + \tau^2}{2}$. ἀλλὰ πρὸ τῆς συγκρέσεως ἡ μὲν

Δύναμις τῆ Α ἰσὺ T^2 . ἡ δὲ τῆ Β, τ^2 . καὶ ἀμφο-
τέρων $T^2 + \tau^2$. ἡ ἀπολεθθεῖσα ἄρα ἴση $T^2 +$
 $\tau^2 - \frac{T + \tau^2}{2} = T^2 + \tau^2 - \frac{T^2 - 2\tau T - \tau^2}{2} =$

$\frac{T^2 - 2\tau T + \tau^2}{2} = \frac{T^2 + \tau^2}{2} - \tau T$. καὶ ἐπειδὴ

$\frac{T^2 + \tau^2}{2}$ ἐστὶ τὸ ἡμισυ τῶν πρὸ τῆς συγκρέσεως

Δυνάμεων αὐτῶν καὶ τT τὸ Γνωμένον ἐκ τῶν
πρὸ τῆς συγκρέσεως Ταχυτήτων, δῆλον ἄρα τὸ
πρὸκείμενον.

§. 407. Ἡ μετὰ τὴν σύγκρισιν Ταχυτῆς ἐκα- Πιν. 13.
τέρη τῶν Α καὶ Β Σωμάτων, τῶν Φοραῖς ἐναντίας §. 2.
κινημάτων ταῖς ΓΔ, ΔΓ ἴση ἔσεται τῷ Πηλίκῳ τῷ
ἐκ τῆς διαφορᾶς τῶν μετὰ τὴν σύγκρισιν ποσο-
τήτων τῆς Κινήσεως, καὶ τῆ Ἀθροίσματος τῆ Βά-
ρουσ αὐτῶν.

Ἐὰν τὰ Βάρη, καὶ αἱ Ταχυτήτες τῶν Σωμά-
των ὁμοιωθῶσιν α, β, Τ, τ, ὡς καὶ ἀνωτέρω, ἔσε-
ται ἡ μὲν Ποσότης τῆς Κινήσεως τῆ Α ἴση α. Τ ἢ
δε

δὲ τῆ Β, ἴση β. τ. ἐπειδὴ δὲ ἐναντίας ἔχουσι τὰς Φο-
 ράς, καὶ ὡς εἰ Σῶμα γίνονται ἀλλήλοις συγκρέον-
 τα, διὰ τῆτο τὰ δύο ὡς εἰ Σῶμα ἐπὶ ὑπὸ δύο Δυ-
 νάμεων ἐναντίων ἀθέμενον. διὸ καὶ ἡ εἰ αὐτῶ ἐγκα-
 ταλειφθεῖσα ἢ ἀθετα Διώαμις ἴτη ἔσεται τῆ δια-
 φορᾶ τῶν ἀθετῶν Διώαμεων, ὡς ἀπὸ τῆ §. 314.
 ῥαδίως περιάεται. καὶ ἐπεὶ τὰς τε ἀθετας Διώα-
 μεις, καὶ τὰς ποσότητας τῆς Κινήσεως δηλοῖ τὸ γε-
 νόμενον ἐκ τῆ Βάρους, καὶ τῆς Ταχυτήτος τῶν Σω-
 μάτων §. 173. 145. ταύτηται τὸ μετὰ πλὴ σύγ-
 κρεσιν ποσὸν τῆς Κινήσεως ἑκατέρω ἴσον α. Γ - β. τ.
 (εἰάν δηλοῖ α. Γ μείζον ἢ β. τ.) διὸ ἡ Ταχυτῆς
 ἑκατέρω ἔσεται $\frac{\alpha\Gamma - \beta\tau}{\alpha + \beta}$.

Ἐκ τῶν εἰρημένων ἐν Φανερον, ὅτι τὸ ἔχον μεί-
 ζονα Ποσότητα Κινήσεως ἀπόλλυσιν ἐξ αὐτῆς ἐν τῆ
 ταιαύτη συγκρέσει μέρος ἴσον τῆ τῆ εἰλάσσονος.
 ἀφαιρεῖται γὰρ τῆς α. Γ ἢ β. τ διὰ τὸ ἐναντίας
 εἶναι τὰς τῶν Σωμάτων Φοράς.

§. 408. Τὸ Σῶμα Α τὸ ἔχον μείζονα πλὴ τῆς Κι-
 νήσεως ποσότητα τῆς τῆ Β μετὰ πλὴ ταιάν δε σύγ-
 κρεσιν, ταιαύτης ἐξ αὐτῆς ἐξέρηται, ὅστω τε ἐπὶ τῆς
 συγκρέσεως ἀπόλεσε, καὶ ὅστω τῆ Β μετέδωκεν.

Ἐπειδὴ γὰρ ἡ Ταχυτῆς τῆ Α μετὰ πλὴ σύγ-
 κρεσιν ἐστὶν $\frac{\alpha\Gamma - \beta\tau}{\alpha + \beta}$. διὰ τῆτο τὸ ποσὸν τῆς Κι-
 νήσεως αὐτῆ ἴσον α. $\frac{\alpha\Gamma - \beta\tau}{\alpha + \beta}$. ἀλλὰ τὸ πρὸ τῆς
 συγκρέσεως ἐστὶ α. Γ. ἄρα τὸ ἀπολεθὸν ἴσον $\alpha\Gamma -$
 $\frac{\alpha\alpha\Gamma + \alpha\beta\tau}{\alpha + \beta} = \frac{\alpha\alpha\Gamma + \alpha\beta\tau - \alpha\alpha\Gamma - \alpha\beta\tau}{\alpha + \beta} =$
 $\frac{\alpha\beta\tau + \alpha\beta\tau}{\alpha + \beta}$. ἀλλὰ τὸ ποσὸν τῆτο τὸ Α' θροισμα
 ἐπὶ τῆ ποσῆ τῆς Κινήσεως τῆ ἀπολεθόντος ἐπὶ τῆς
 συγκρέσεως.

συγκρέσεως, καὶ τῆ μεταδόχουτος τῷ Β. (τὸ μὲν γὰρ ἀπολεθὲν ἐπὶ τῆς συγκρέσεως ἐστὶ τὸ βτ δ.

407. τὸ δὲ προσεθὲν τῷ Β τὸ $\frac{\alpha\beta\tau - \beta\beta\tau}{\alpha + \beta}$. ἐπεὶ

γὰρ ἡ Ταχυτῆς τῆ Β μετὰ τινὶ σύγκρυσιν ἐστὶν $\frac{\alpha\tau - \beta\tau}{\alpha + \beta}$ δ. 407. τὸ πρῶτον τῆς Κινήσεως αὐτῆ

ἔσεται $\frac{\alpha\beta\tau - \beta\beta\tau}{\alpha + \beta}$ δ. 145.) τὸ Σῶμα ἄρα Α

μετὰ τινὶ σύγκρυσιν τοσαύτης ποσότητος Κινήσεως ἐξέρχεται, ὅσῳ τε ἐπὶ τῆς συγκρέσεως ἀπώλεσε, καὶ ὅσῳ τῷ Β μετέδωκε.

δ. 409. Ἐὰν τὰ Βάρη, καὶ αἱ Ταχυτῆτες τῶν Σωμάτων ἴσα, ἢ ἀντιπεπενηθότα ὡσι, τὰ Σώματα μετὰ τινὶ τριαύτῳ σύγκρυσιν ἡρεμήσουσι.

Ἐπειδὴ $\alpha = \beta$, καὶ $\tau = \tau$ ἐξ Ὑποθ. ἔσεται ἄρα $\alpha\tau = \beta\tau$. διὸ $\alpha\tau - \beta\tau = 0$. πάλιν ἐπειδὴ $\alpha : \beta :: \tau : \tau$ ἐξ Ὑποθ. ἄρα $\alpha\tau = \beta\tau$. διὸ $\alpha\tau - \beta\tau = 0$. ἔκθ' ἐδεμίσε ἔσεται ἡ ποσότης τῆς Κινήσεως αὐτῶν μετὰ τινὶ σύγκρυσιν, καὶ ἐπομένως ἐδὲ Ταχυτῆς, ἐδὲ Δυνάμεις ἐν αὐτοῖς.

δ. 410. Ἐὰν τὸ Ἐλαστικὸν Σῶμα Α τῷ Ἐλαστι- Πιν. 13.
κῶ καὶ κρέμα Β προσβάλλῃ, ἢ μετὰ τινὶ σύγκρυσιν % 2.
Ταχυτῆς αὐτῆ, πρὸς τινὶ πρὸ τῆς συγκρέσεως λό-
γον ἔχῃ, ὃν ἡ διαφορὰ, πρὸς τὸ Ἄθροισμα τῆ Βάρ-
εος αὐτῶν. ἢ δὲ μετὰ τινὶ σύγκρυσιν Ταχυτῆς τῆ Β,
πρὸς τινὶ τῆ Α τινὶ πρὸ τῆς συγκρέσεως λόγον
ἔχῃ, ὃν τὸ διπλάσιον Βάρους τῆ Α, πρὸς τὸ Ἄ-
θροισμα τῆ Βάρους ἀμφοτέρων.

Ἐξωσαν γὰρ πάλιν τὰ Βάρη, καὶ αἱ Ταχυτῆ-
τες τῶν Σωμάτων τὰ α, β, τ, τ. κείθω δὲ πρῶ-
τον τὰ Σώματα Α, καὶ Β μὴ εἶναι ἔλαστικά. τὸ Α
ἄρα προσβάλλον τῷ Β ποσότητα Κινήσεως αὐτῶ με-
ταδόσωσι

καὶ ἐπειδὴ $\frac{\alpha T - \beta T}{\alpha + \beta} : T :: \alpha - \beta : \alpha + \beta$, καὶ

$\frac{2\alpha T}{\alpha + \beta} : T :: 2\alpha : \alpha + \beta$, ἄρα ἡ Ταχυτῆς τῆς Α

μετὰ τὴν σύγκρισιν, πρὸς τὴν πρὸ τῆς συγκρίσεως αὐτῆς Ταχυτῆτα λόγον ἔχει, ἢ ἡ διαφορὰ τῆς Βάρους τῶν Σωμάτων, πρὸς τὸ Ἄθροισμα. καὶ ἢ μετὰ τὴν σύγκρισιν Ταχυτῆς τῆς Β, πρὸς τὴν πρὸ τῆς συγκρίσεως Ταχυτῆτα τῆς Α λόγον ἔχει, ἢ τὸ διπλάσιον Βάρος τῆς Α, πρὸς τὸ Ἄθροισμα τῆς Βάρους ἀμφοτέρων.

§. 411. Ἐάν μὲν τὸ Α Βάρος ἔχη μείζον τῆς Β, μετὰ τὴν σύγκρισιν τὴν πρῶτην Φορὰν ΕΔ φέρεται· ἐάν δ' ἔλαττιον, τὴν ἐναντίαν ΕΓ· ἐάν δ' ἴσον, αὐτὸ μὲν ἠρεμήσει, τὸ δὲ Β κινήσεται Ταχυτῆτι ἴσῃ τῇ ἢ ἔχον αὐτὸ τὸ Α πρὸ τῆς συγκρίσεως.

Ὅταν μὲν γὰρ $\alpha > \beta$, τότε καὶ $\alpha T > \beta T$. ἐπεὶ ἢ Ταχυτῆς τῆς Α ἐστὶ ποσότης θετικῆ, (ἢ γὰρ μετὰ τὴν σύγκρισιν Ταχυτῆς τῆς Α ἴση $\frac{\alpha T - \beta T}{\alpha + \beta}$. §. 410.) διὰ τῆτο φέρεται τὴν πρῶτην

αὐτῆς Φορὰν ΕΔ. ὅταν δὲ $\alpha < \beta$, ἢ Ταχυτῆς αὐτῆς ποσότης ἀποφατικῆ γίνεται. διὸ φέρεται τὴν ἐναντίαν Φορὰν ΕΓ. πάντων ὅταν $\alpha = \beta$, τότε $\alpha T - \beta T = 0$. διὸ ἐδεδείχθη Ταχυτῆτα ἔχον, ἠρεμήσει. ἐπειδὴ δὲ ἢ Ταχυτῆς τῆς Β ἐστὶν $\frac{2\alpha T}{\alpha + \beta}$

§. 410, διὰ τῆτο ὅταν $\alpha = \beta$, ἢ Ταχυτῆς αὐτῆς ἴσεται $\frac{2\alpha T}{\alpha + \alpha} = \frac{2\alpha T}{2\alpha} = T$.

Φαίνεται δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων, ὅτι τὰ Σώματα Α καὶ Β ἢ ἔχοντα τὰ Βάρη, μετὰ τὴν σύγκρισιν κινήσονται τῆς ταύτης Ταχυτῆτας, καὶ τὰς Διαστάσεις

μεις αὐτῶν. πρὸ γὰρ τῆς συγκρούσεως τὸ μὲν Β Ταχυτῆτα εἶχεν = 0, τὸ δὲ Α = Τ. μετὰ δὲ τῆς σύγκρουσι, τὸ μὲν Β Ταχυτῆτα ἔχει = Τ, τὸ δὲ Α = 0. δῆλον δὲ, ὅτι καὶ τὰς Δυνάμεις ἀνταλλάττεται, διὰ τὸ εἶναι ἀναλόγως τοῖς ἀπὸ τῶν Ταχυτῆτων Τετραγώνοις. §. 184.

§. 412. Τὰ Σώματα Α, καὶ Β μετὰ τῆς σύγκρουσι ἀφίστανται ἀλλήλων τῇ αὐτῇ σχετικῇ Ταχυτῆτι, ἢ πρὸ τῆς συγκρούσεως προσεπέλαζον ἀλλήλοισι.

Πρὸ γὰρ τῆς συγκρούσεως ἡ σχετικὴ αὐτῶν Ταχυτῆς ἢ Τ. μετὰ δὲ τῆς σύγκρουσι $\frac{2\alpha T}{\alpha + \beta}$

$$\frac{\alpha T + \beta T}{\alpha + \beta} = \frac{\alpha + \beta \cdot T}{\alpha + \beta} = T. \quad \text{§. 393.}$$

Πα. 15. §. 413. Τῶν ἐπ' Εὐθείας κειμένων Ἐλαστικῶν ἴσων Σωμάτων Α, Β, Γ, Δ, Ε, ὃν ἕκαστον ἑκάστῃ ἀπλεται, εἰάν τῶν δύο ἄκρων τὸ Α προσβάλλῃ τῷ πλησίον Β, πάντα τὰ μεταξύ τῶν ἄκρων Α καὶ Ε ἡρεμῆσται μετὰ τῆς σύγκρουσι, μόνον τὸ ἔχρατον Ε κινηθήσεται Ταχυτῆτι, καὶ Δυνάμει ἴσῃ τῇ τῆ Α.

Τὸ μὲν γὰρ Α μετὰ τὸ προσβαλεῖν τῷ Β ἡρεμῆσται τὸ δὲ Β λαμβάνει Ταχυτῆτα, καὶ Δυνάμει ἴσῃ τῇ τῆ Α. §. 411. πάλιν τὸ Β προσβάλλει τῷ Γ, καὶ τὸ Γ τῷ Δ, καὶ τὸ Δ τῷ Ε. ἄρα τὰ μὲν Β, Γ, Δ ἡρεμῆσται μετὰ τῆς προσβολῆς τὸ δὲ Ε ἐρεμῆσται προσβάλλων κινηθήσεται Ταχυτῆτι, καὶ Δυνάμει ἴσῃ τῇ τῆ Α.

§. 414. Ἐάν δύο Ἐλαστικά Σώματα Α καὶ Β κινήται τῆς αὐτῆς Φορᾶς ΕΔ, ἀφίσταται μετὰ τῆς σύγκρουσι Ταχυτῆτα τῆ ταχύτερα Α, ἀφελόντες ἀπὸ τῆ Ἀφρείσματος τῆ συγκεκριμένης ἐκ τῆ προσῆ τῆς Κινήσεως αὐτῆ, καὶ τῆ διπλαστικῆς προσῆ τῆς Κινήσεως τῆ Β τὸ Γενόμενον ἐκ τῆς αὐτῆς Ταχυτῆτος

τῆτος, καὶ τῆ Βάρους τῆ Β, καὶ τὸ λοιπὸν διελόντες εἰς τὸ Ἀΐθροισμα τῆ Βάρους αὐτῶν. εἴτεν ἔσεται ἡ Ταχυτῆς τῆ Α ἴση $\frac{\alpha\Gamma + 2\beta\tau - \Gamma\beta}{\alpha + \beta}$

ἄρῆσμεν δὲ τιῶ μετὰ τιῶ σύγκρυσιν Ταχυτῆτα τῆ Βραδυτέρου Β, ἀφελόντες ἐκ τῆ Ἀΐθροισματος τῆ συγκεριμένε ἐκ τῆ ποσῆ τῆς Κινήσεως αὐτῆ, καὶ τῆ διπλασίῃ ποσῆ τῆς Κινήσεως τῆ Α, τὸ Γαίμενον ἐκ τῆς Ταχυτῆτος αὐτῆ τε καὶ τῆ Βάρους τῆ Α, καὶ τὸ λοιπὸν διελόντες εἰς τὸ Ἀΐθροισμα τῆ Βάρους ἀμφοτέρων, τετέσι ἔσεται ἡ μετὰ τιῶ σύγκρυσιν Ταχυτῆς αὐτῆ ἴση $\frac{\beta\tau + 2\alpha\Gamma - \alpha\tau}{\alpha + \beta}$.

Τὸ γὰρ Α πρὸςβάλλειν τῶ Β, ἀπέλλυσι ποσότητα Κινήσεως ἴση $\frac{\alpha\beta\Gamma - \alpha\beta\tau}{\alpha + \beta}$, ἢ τῶ Β μεταδίδοσι

§. 404: καὶ ἐπεὶ Ἐλαστικά εἰσι τὰ Σώματα, καὶ μετὰ τιῶ σύγκρυσιν εἰς τὸ πρότερον Σχῆμα ἀποκαθίζονται, διὰ τῆτο τὸ Α ἀπέλλυσι πάλιν ποσότητα Κινήσεως τιῶ $\frac{\alpha\beta\Gamma - \alpha\beta\tau}{\alpha + \beta}$, ἢ τῶ Β με-

ταδίδοσι. διὸ τῶ Α μετὰ τιῶ σύγκρυσιν ἐγκάλελείφθη ποσότης Κινήσεως ἡ $\alpha\Gamma - \frac{2\alpha\beta\Gamma + 2\alpha\beta\tau}{\alpha + \beta} =$

$\frac{\alpha\alpha\Gamma + \alpha\beta\Gamma - 2\alpha\beta\Gamma + 2\alpha\beta\tau}{\alpha + \beta} = \frac{\alpha(\alpha\Gamma + 2\beta\tau - \beta\Gamma)}{\alpha + \beta}$,

ἢ μερίσαντες εἰς τὸ Βάρους αὐτῆ α, ἄρῆσμεν τιῶ Ταχυτῆτα αὐτῆ ἴση $\frac{\alpha\Gamma + 2\beta\tau - \beta\Gamma}{\alpha + \beta}$. τὸ δὲ

Β, ἐπειδὴ ἐκτίσαστο διὰ τιῶ σύγκρυσιν ποσότητος Κινήσεως $\frac{2\alpha\beta\Gamma - 2\alpha\beta\tau}{\alpha + \beta}$, καὶ εἶχε πρὸ τῆς σύγκ-

κρέσεως τιῶ βτ, ἄρα μετὰ τιῶ σύγκρυσιν ἔχει ποσότητα Κινήσεως τιῶ $\frac{\beta\beta\tau + 2\alpha\beta\Gamma - \alpha\beta\tau}{\alpha + \beta}$

κὼ διελόντες εἰς τὸ ἑαυτῶ Βάρος β , ἔξομεν
τιῶ μετὰ τιῶ σύγκρουσιν Ταχυτῆτα αὐτῶ ἴσην
$$\frac{\beta\tau + 2\alpha\Gamma - \alpha\tau}{\alpha + \beta}$$
.

§. 415. Ἐάν μὲν τὸ Βάρος τῶ Α ἴσον ἢ τῶ τῶ Β,
τὰ Σώματα μετὰ τιῶ σύγκρουσιν ἀνταλλάξουσι
τὰς ἑαυτῶν Ταχυτῆτας· ἐάν δὲ μείζον, τὸ Α κί-
νηθῆσεται τιῶ αὐτῶ Φορᾶν ΕΔ· εἰ δ' ἔλαττον,
καὶ λόγον ἔχη πρὸς τὸ Βάρος τῶ Β, ὃν ἢ ὑπερ-
χῆ, (ἢ ἢ Ταχυτῆς αὐτῶ ὑπερέχει τῶ διπλασί-
της Ταχυτῆτος τῶ Β) πρὸς τιῶ Ταχυτῆτα αὐ-
τῶ, ἡρεμήσει.

Ὅταν γὰρ $\alpha = \beta$, ἢ μὲν Ταχυτῆς τῶ Α δηλ. ἢ
$$\frac{\alpha\Gamma + 2\beta\tau - \beta\tau}{\alpha + \beta}$$
 ἴση ἔστιν $\frac{\alpha\Gamma + 2\alpha\tau - \alpha\Gamma}{\alpha + \alpha} = \tau$.

ἢ δὲ τῶ Β, ἢτοι ἢ $\frac{\beta\tau + 2\alpha\Gamma - \alpha\tau}{\alpha + \beta}$ ἴση γίνεται

$$\frac{\beta\tau + 2\beta\Gamma - \beta\tau}{2\beta} = \Gamma$$
. ὅταν δὲ $\alpha > \beta$, ἢ Τα-

χυτῆς τῶ Α ποσότης ἐστὶ Θετικῆ. διὸ τιῶ αὐτῶ
Φορᾶν ΕΔ φέρεται. ἔταν δὲ $\alpha < \beta$, καὶ $\alpha : \beta ::$
 $\Gamma - 2\tau : \Gamma$, ἔσεται καὶ $\alpha\Gamma = \beta\Gamma - 2\beta\tau$. εἰ
 $\alpha\Gamma - \beta\Gamma + 2\beta\tau = 0$. ταυταρῶν ἡρεμήσει μὲν
μικρὸν ἔχον Ταχυτῆτα.

§. 416. Τὰ Σώματα Α, Β μετὰ τιῶ σύγκρου-
σιν ἀφίστανται ἀλλήλων σχετικῶ Ταχυτῆτι ἴση τῶ τ
προσπελάζον ἀλλήλοις πρὸ τῆς συγκρούσεως.

Ἡ γὰρ πρὸ τῆς συγκρούσεως σχετικῆ αὐτῶν Τα-
χυτῆς κὼ $\Gamma - \tau$ §. 393. ἢ δὲ μετὰ τιῶ σύγκρου-
σιν

$$\frac{\beta\tau + 2\alpha\Gamma - \alpha\tau}{\alpha + \beta} - \frac{\alpha\Gamma - 2\beta\tau + \beta\Gamma}{\alpha + \beta} =$$

$$\frac{\alpha\Gamma - \beta\tau - \alpha\tau + \beta\Gamma}{\alpha + \beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta} \cdot \frac{\Gamma - \tau}{\Gamma - \tau} = \Gamma - \tau$$

§. 414. 393.

§. 417. Ἐάν δύο Ἐλαστικά Σώματα Α, Β, ὧν τὸ Α μείζονα ἔχει ποσότητα Κινήσεως, Φορὰς ἐναντίας κινῆται τὰς ΓΕ, ΔΖ, ἀρῆσομεν τιῶ μετὰ τιῶ σύγκρισιν Ταχυτήτα τῆ Α, ἀφελόντες ἀπὸ τῆ προσῆ τῆς Κινήσεως αὐτῆ τὸ Γονόμενον ἐκ τῆς Ταχυτήτος αὐτῆ, καὶ τῆ Βάρους τῆ Β, καὶ ἔτι τὸ διπλάσιον τῆ προσῆ τῆς Κινήσεως τῆ Β, καὶ τὸ λοιπὸν διελόντες εἰς τὸ Ἄθροισμα τῆ Βάρους τῶν Σωμάτων. ἦται ἔσεται, ἢ μετὰ τιῶ σύγκρισιν Ταχυτῆς αὐτῆ ἴση $\frac{\alpha\Gamma - \beta\Gamma - 2\beta\tau}{\alpha + \beta}$. ἀρῆσομεν δὲ καὶ τιῶ

Ταχυτήτα τῆ Β, ἀφελόντες τὸ προσῆ τῆς Κινήσεως αὐτῆ ἀπὸ τῆ Ἄθροίσματος τῆ συγκεκριμένῃ ἔκτε τῆ ἀπλάσιον τῆ προσῆ τῆς Κινήσεως τῆ Α, καὶ ἐκ τῆ Γονόμενῃ ἐκ τῆς Ταχυτήτος αὐτῆ τῆ Β, καὶ τῆ Βάρους τῆ Α, καὶ τὸ λοιπὸν διελόντες εἰς τὸ Ἄθροισμα τῆ Βάρους αὐτῶν. τῆτῆσιν ἔσεται ἢ μετὰ τιῶ σύγκρισιν Ταχυτῆς τῆ Β ἴση $\frac{2\alpha\Gamma + \alpha\tau - \beta\tau}{\alpha + \beta}$.

Ἐπειδὴ τὰ Σώματα προσβάλλουσιν ἀλλήλοις Φορὰς ἀντικαίς, τὸ Α τσαύτη ποσότητι Κινήσεως, ἢ ὠθήσει προσβάλλει τῶ Β, ἔση προσέβαλλεν ἐν αὐτῶ ἀπασαῶ ἐντι. ἦται καὶ ὅλη τῶ Β μεταδίδοται. (Ἐπειδὴ γὰρ τῶν Ἐλαστικῶν Σωμάτων ἢ μεταβολῆ τῆ Σχήματος γίνεται, καὶ ἀπογίνεται, διὸ τῆτο ἐκὸ μέρος τῆς ποσότητος τῆς Κινήσεως ἐλοχέρως ἀπολεῖται, ἀλλ' ὅλη ἐκ τῆ αἰς εἰς τὸ ἕτερον μεταβαίνει) εἴτην προσβάλλει ποσότητι Κινήσεως ἴση $\frac{\alpha\beta\Gamma + \alpha\beta\tau}{\alpha + \beta}$. §. 408. ἐκ αὐτῶ μεταδίδοσιν. ἔάν

ἐν Σῶμα, ὅτι τὸ Β ἐδεύειαν ἔχει ποσότητα Κινήσεως, κτήσεται τιῶ $\frac{\alpha\beta\Gamma + \alpha\beta\tau}{\alpha + \beta}$. καὶ πάλιν δια

τιῶ ἐπανάκαμψιν τῶν Σχημάτων τὸ Β λήψεται ἐκ τῆ Α τιῶ αὐτῆ ποσότητα τῆς Κινήσεως.

σεως. τριγάρῃν μετὰ τὴν σύγκρουσιν ἡ ποσότης τῆς
Κινήσεως τῆς Α ἔσεται $\alpha T = \frac{2\alpha\beta T - 2\alpha\beta\tau}{\alpha + \beta} =$

$\frac{\alpha\alpha T - \alpha\beta T - 2\alpha\beta\tau}{\alpha + \beta}$, (ἀφαιρεμένης γὰρ τῆς πο-

σότητος τῆς Κινήσεως, ἐν τῷ Β μετέδωκεν ἀπὸ τῆς
ποσότητος τῆς Κινήσεως, ἐν πρὸς τῆς συγκρούσεως
εἶχεν, ὁρίζεται ἡ μετὰ τὴν σύγκρουσιν ποσότης
τῆς Κινήσεως αὐτῆς.) ἐν εἰς τὸ Βάρος αὐτῆς α διε-

λῶν, ὁρίζεται τὴν μετὰ τὴν σύγκρουσιν Ταχυτῆτα
αὐτῆς ἴσην $\frac{\alpha T - \beta T - 2\beta\tau}{\alpha + \beta}$. ἐπειδὴ δὲ ἐτέθη τὸ

Β μὲν μίαν ἔχειν ποσότητα Κινήσεως, διὰ τῆτο ἀ-

φαιρέσει τῆς πρὸς τῆς συγκρούσεως ποσότητος τῆς
Κινήσεως αὐτῆς βT ἀπὸ τῆς, ἐκλήσατε, τὸ λοιπὸν
 $\frac{2\alpha\beta T + 2\alpha\beta\tau}{\alpha + \beta} - \beta T = \frac{2\alpha\beta T + \alpha\beta\tau - \beta\beta\tau}{\alpha + \beta}$

ἔσεται ἡ μετὰ τὴν σύγκρουσιν ποσότης τῆς Κινή-
σεως αὐτῆς, ἐν διελῶν εἰς τὸ Βάρος αὐτῆς β , ἔξει
τὴν μετὰ τὴν σύγκρουσιν Ταχυτῆτα αὐτῆς ἴσην
 $\frac{2\alpha T + \alpha\tau - \beta\tau}{\alpha + \beta}$.

§. 418. Ἐὰν μὲν τὸ Βάρος τῆς Α ἴσον ἢ τῶ τῆς
Β, τὰ Σώματα μετὰ τὴν σύγκρουσιν ἀνταλλάξουσι
τὰς ἑαυτῶν Ταχυτῆτας· ἐὰν δὲ μείζον, καὶ λόγον
ἔχη πρὸς τὸ Βάρος τῆς Β, ὅν ἡ Ταχυτῆς αὐτῆς αὐτῆ
τῶ διπλασίως τῆς Ταχυτῆτος τῆς Β, πρὸς τὴν Τα-
χυτῆτα αὐτῆς, τὸ Α ἠρεμήσει· ἐὰν δ' ἔλαττον εἴ-
τῆπις ἐπανακάμψαι.

Ὅταν μὲν γὰρ $\alpha = \beta$, ἡ Ταχυτῆς τῆς Α ἴση
ἔσεται $\frac{\alpha T - \alpha T - 2\alpha\tau}{2\alpha} = -\tau$ · ἡ δὲ τῆς Β ἴση

$\frac{2\beta T + \beta\tau - \beta\tau}{2\beta} = T$. ὅταν δὲ $\alpha > \beta$, καὶ
 $\alpha : \beta :$

$\alpha : \beta :: T + 2\tau : T$, ἔσεται καὶ $\alpha T = \beta T + 2\beta\tau$.
 διὸ $\alpha T - \beta T - 2\beta\tau = 0$. ἤρεμίσει ἐν τῷ Λ , ἐδε-
 μίαν ἔχον Ταχυτήτα. πάλιν ὅταν $\alpha < \beta$, τὸ Λ
 εἰς τὴν ἐπίστω ἐπανακάμψει, διὰ τὸ εἶναι τὴν Ταχυ-
 τῆτα αὐτῆ ἀποφατικῶς.

§. 419. Τὰ Σώματα Λ, B μετὰ τὴν σύγκρισιν
 ἀφίστανται ἀπ' ἀλλήλων τῇ αὐτῇ σχετικῇ Ταχυτήτι,
 ἢ πρὸ τῆς συγκρίσεως ἀλλήλοις προστεπέλαζον.

Ἡ μὲν γὰρ πρὸ τῆς συγκρίσεως σχετικῇ αὐτῶν
 Ταχυτῆς ἔστι $T + \tau$ §. 293. ἢ δὲ μετὰ τὴν σύγ-
 κρισιν ἔστιν $\frac{2\alpha T + \alpha\tau - \beta\tau}{\alpha + \beta} - \frac{\alpha T + \beta T + 2\beta\tau}{\alpha + \beta} =$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta} \cdot T + \tau = T + \tau. \text{ §. 393. 417.}$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta} \cdot T + \tau = T + \tau. \text{ §. 393. 417.}$$

§. 420. Σημείωσις, ὅτι Σφαιρῶν κατασκευα-
 θεισῶν ἐξ ἴλης ἀπαλῆς, ἢ ἐλαστικῆς, πάντα τὰ
 εἰρημνία Ἰδιώματα τῶν συγκροσῶν ἀλλήλοις Σωμά-
 των Πείρα ἀποδειχθήσονται, ἢ καὶ ὁ Νολέτος αὐ-
 τῷ 1. Τρι. τῆς Φυσικ. αὐτῆ ἐχρήσατο.

§. 421. Δοθεσῶν τῶν Ταχυτήτων, καὶ τῶν Πιν. 13.
 Φερῶν οἷα ἐπιων ἐν Σωμάτων Λ, B λοξῶς ἀλλήλοις $\chi. 4$
 συγκροσῶν, εὐρεθήσεται ἢ μετὰ τὴν σύγκρισιν
 Ταχυτῆς, καὶ Φερὰ ἐκατέρῃ αὐτῶν.

Ἐμφανέτω γὰρ ἢ μὲν $\Lambda\Gamma$ τὴν Φερῶν, καὶ Τα-
 χυτῆτα τῆ Λ . ἢ δὲ $B\Gamma$, τὴν τῆ B . καὶ ἔσωσαν περὶ
 τὰς $\Lambda\Gamma, B\Gamma$ ὀρθογώνια τὰ $\Delta E, Z\Phi$. καὶ ἢ μὲν
 $\Lambda\Gamma$ εἰς τὰς $\Lambda E, \Lambda\Delta$, ἢ $\Lambda E, E\Gamma$ ἀναλυθήσεται· ἢ
 δὲ $B\Gamma$ εἰς τὰς $BZ, B\Phi$, ἢ $\Phi\Gamma, \Gamma Z$. §. 328. διὸ ἢ
 σύγκ. εἰς γίνεται διὰ τὰς $E\Gamma, \Gamma Z$. (αὐ γὰρ $\Lambda E,$
 $\Phi\Gamma$ παράλληλοι ἔσονται ἐδὲν εἰς τὴν σύγκρισιν σω-
 τελῆσι) ταυκαρῶν τὰ Σώματα συγκροσῶν ἀν ἀλ-
 λήλοις, ὡς Φερόμενα Φερὰς ἐναντίας, Ταχυτῆσι
 διλημνίαις ὑπὸ τῶν $E\Gamma, \Gamma Z$. ἐάν ἐν Ἐλαστικῶ
 ὡσιν εὐρεθῆτω ἢ μετὰ τὴν σύγκρισιν Ταχυτῆς, καὶ

Φορὰ ἑκατέρω. §. 417. 418. εἰάν δ' ἀπαλά εἰρεθί-
 τω §. 407. καὶ εἰλήφθωσαν αἱ ΓΗ, ΓΛ, ὧν ἡ μὲν
 ΓΗ τιῶ μετὰ τιῶ σύγκρυσιν Ταχυτήτα, καὶ Φο-
 ρὰν τῆ Α δηλέτω· ἡ δὲ ΓΛ, τιῶ τῆ Β. καὶ ἐκ-
 βεβλήθω ἡ ΔΓ, καὶ ἀπὸ τῆ Α ἤχθω ἡ ΛΜ πα-
 ράλληλος τῆ ΔΓ, καὶ εἰλήφθω ἡ μὲν ΓΚ ἴση τῆ
 ΛΕ, ἡ δὲ ΛΜ ἴση τῆ ΦΓ. καὶ ἐπειδὴ αἱ ΛΕ, ΦΓ
 μετὰ τιῶ σύγκρυσιν ἔ μεταβάλλονται, διὰ τῆτο
 πληρωτέων τῶν Παραλληλογράμμων ΗΚ, ΝΛ,
 τὸ μὲν Α, τιῶ ΓΙ διελύσεται, Ταχυτήτι ὡς ΓΙ·
 τὸ δὲ Β, τιῶ ΓΜ, Ταχυτήτι, ὡς ΓΜ. δεθεῖσῶν
 δὲ τῶν μετὰ τιῶ σύγκρυσιν Ταχυτήτων, εἰρήσομεν
 (διὰ τὰ εἰρημένα ἐν τοῖς ἀνωτέρω Παραγ.) ἔ μένον
 τὰς μετὰ τιῶ σύγκρυσιν Διωάμεις τῶν τοιούτων Σω-
 μάτων, ἀλλὰ καὶ τὰς ἐπὶ τῆς συγκρέσεως ἀπο-
 λεθεῖτας Διωάμεις τε καὶ Ταχυτήτας. σημειωτέον
 δὲ, ὅτι ἡνίκα ἂν τὰ Σώματα μετὰ τιῶ σύγκρυσιν τιῶ
 αὐτιῶ Φορὰν φέρωνται, ὅσον τιῶ ΓΕ, τότε παρὰ
 τιῶ αὐτιῶ Εὐθείαν ΓΕ, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δεῖ
 παραβαλλεῖν τὰ Παραλληλόγραμμα ΗΚ, ΝΛ, ἵνα
 ἡ μετὰ τὴν σύγκρυσιν Ταχυτής, καὶ Φορὰ τῶν Σω-
 μάτων εἰρεθῆ.

Κ Ε Φ. Κς'.

Περὶ Κεντρικῶν Διωάμεων.

§. 422. Αἱ Διωάμεις αἱ περὶ τι Σημεῖον τὰ Σώ-
 ματα περιάγουσαι Κεντρικαὶ λέγονται. καὶ τὸ
 μὲν Σημεῖον, περὶ ὃ τὰ Σώματα περιεφερόμενα Καμ-
 πύλην καταγράφουσι, Κέντρον Περιαγωγῆς ὀνο-
 μάζεται· ὃ δὲ Χρόνος, ἔ δεῖται τὸ Σῶμα, ἵνα εἴη
 εἰς περιδικικὴ αὐτῆ Κίνησιν διανύση, καὶ τιῶ Καμ-
 πύλην διέλθῃ, Χρόνος Περιδικικός. καὶ ἡ μὲν
 Διωάμεις ἡ ἐπέγουσα, ἡ ἐφέλκαστα τὸ Σῶμα περὶ
 τῆ