§. 324. Καὶ ἡ Ταχυτὴς, ἣν ἔχει τὸ Σῶμα τὴν Διαγώνιον καταγράψαν, πρὸς τὴν Ταχυτῆτα ἣν ἔχει τὴν Πλευρὰν διελθὸν, λόγον ἕξει, ὃν ἡ Διαγώνιος, πρὸς τὴν Πλευράν.

Ἡ τοιαύτη γὰρ τοῦ Σώματος Κίνησις Ἰσομερὴς ἐστιν. ἐν δὲ τῇ Ἰσομερεῖ Κινήσει τῶν Χρόνων ἴσων ὄντων, τὰ Χωρία, ἢ τὰ Διαστήματα ἀνάλογόν εἰσι ταῖς Ταχυτῆσι §. 158. ἀλλὰ τὸ Σῶμα ἴσοις Χρόνοις διέρχεται τό, τε ΑΔ, καὶ τὸ ΑΒ Διάστημα §. 322. ἡ Ταχυτὴς ἄρα τοῦ Σώματος Α τοῦ τὴν Διαγώνιον ΑΔ καταγράψαντος, πρὸς τὴν Ταχυτῆτα αὐτοῦ διελθόντος τὴν Πλευρὰν ΑΒ λόγον ἔχει, ὃν ἡ Διαγώνιος ΑΔ, πρὸς τὴν Πλευρὰν ΑΒ.

§. 325. Δοθέντων τῶν Διαστημάτων τῶν καταγραφομένων παρὰ τοῦ Σώματος τοῦ κινουμένου ὑπὸ δύω διῃρημένων Δυνάμεων· ἢ τῶν Ταχυτήτων, ἃς ἔχει τὸ Σῶμα κινηθὲν ὑπ᾽ αὐτῶν, ἢ τῶν Μεγεθῶν τῶν Δυνάμεων καὶ τῆς Γωνίας, ἣν περιέξουσιν αἱ Φοραὶ αὐτῶν ἀλλήλαις συμπεσοῦσαι· ἡ Εὔθυνσις καθ᾽ ἣν τὸ Σῶμα φέρεται κινούμενον ὑπ᾽ αὐτῶν συλλήβδην, καὶ τὸ Διάστημα ὃ διέρχεται, ἢ ἡ Ταχυτὴς ἣν κτᾶται, ἢ ἡ Δύναμις ἣν λαμβάνει, εὑρεθήσεται.

Ἀπὸ γὰρ τῶν Φορῶν τῶν Δυνάμεων Β, Γ εἰλήφθωσαν αἱ ΑΒ, ΑΓ· ἡ μὲν ΑΒ ἐμφαίνουσα τὸ μέγεθος τῆς Δυνάμεως Β, ἢ τὸ Διάστημα ὃ κατέγραφεν, ἢ τὴν Ταχυτῆτα ἣν εἶχεν ἂν τὸ Σῶμα, εἰ ὑπὸ μόνης τῆς Δυνάμεως Β εἵλκετο· ἡ δὲ ΑΓ τὰ αὐτὰ δηλούτω τῆς Δυνάμεως Γ. καὶ πεπληρώσθω τὸ Παραλληλόγραμμον ΑΒΔΓ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ. ἡ Εὔθυνσις ἄρα τοῦ Σώματος Α κινουμένου ὑπὸ τῶν δύω Δυνάμεων Β, Γ τῶν ἐχουσῶν τὰς Φορὰς συμπιπτούσας κατὰ τὸ Α, ἡ ΑΔ ἐστί· §. 317. καὶ ἐπεὶ δεδομένη ἐστὶν ἐξ Ὑποθ. ἡ Γωνία ΓΑΒ, γνωστὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΒΔ. (ἡ γὰρ ΑΒΔ Παραπλήρωμα

τῆς

τῆς ΓΑΒ πρὸς δύω Ὀρθὰς) ἀλλὰ καὶ αἱ ΑΒ, ΒΔ δεδομέναι εἰσὶν ἐξ Ὑποθ. (ἔστι γὰρ ἡ ΒΔ = ΑΓ) τȣ̃ Τριγώνȣ ἄρα ΑΒΔ δύω Πλευραὶ αἱ ΑΒ, ΒΔ δεδομέναι εἰσὶ, γνωστὴ δὲ καὶ ἡ Γωνία ΑΒΔ, ταύτῃτοι διὰ τῆς Τριγωνομετρίας εὑρεθήσεται ἡ ΑΔ· ἐὰν δὲ αἱ ΑΒ, ΑΓ Διαστήματα ἐμφαίνωσι, καὶ ἡ εὑρεθησομένη ΑΔ Διάστημα ἐκδηλώσει· κἂν Ταχυτῆτας, Ταχυτῆτα· κἂν μεγέθη Δυνάμεων, μέγεθος Δυνάμεως.

§. 306. Δοθεισῶν τῶν Γωνιῶν τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν Φορῶν Πολλῶν Δυνάμεων, καὶ τῶν μεγεθῶν αὐτῶν· ἢ τῶν Ταχυτήτων ἃς ἐκτήσατο· ἢ τῶν Διαστημάτων, ἃ διήρχετο ἂν τὸ Σῶμα ὑφ' ἑκάστης αὐτῶν κινȣ́μενον, εὑρεθήσεται ἡ Εὔθυνσις καθ' ἣν τὸ Σῶμα φέρεται, ἢ ἡ Δύναμις ἣν λαμβάνει, ἢ ἡ Ταχυτὴς ἣν κτᾶται, ἢ τὸ Διάστημα ὃ διέρχεται, ὑπὸ πασῶν ἀθρόως ἑλκόμενον.

Κινήτωσαν γὰρ τὸ Σῶμα Α αἱ Δυνάμεις Ε, Δ, Γ, Μ ὁμȣ̃ συνελθȣ̃σαι· καὶ τῶν μὲν Ε καὶ Δ, Φοραὶ ἔστωσαν αἱ ΕΒ, ΔϹ, Γωνίαν περιέχȣσαι τὴν ὑπὸ ΒΑϹ· τῶν δὲ Γ, καὶ Μ, αἱ ΓΖ, ΜΚ· καὶ δεδομέναι ἔστωσαν αἱ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμεναι Γωνίαι ΒΑϹ, ϹΑΖ, ΖΑΚ· καὶ εἰλήφθωσαν ἀπὸ μὲν τῶν ΕΒ, ΔϹ αἱ ΑΒ, ΑϹ· ἀπὸ δὲ τῶν ΓΖ, ΜΚ αἱ ΑΖ, ΑΚ ἐμφαίνȣσαι τὰ Μεγέθη τῶν Δυνάμεων· ἢ τὰς Ταχυτῆτας ἃς ἐκτήσατο· ἢ τὰ Διαστήματα ἃ διήρχετ' ἂν τὸ Σῶμα, εἰ ὑφ' ἑκάστης τῶν Ε, Δ, Γ, Μ ἐκινεῖτο· καὶ πεπληρώσθω τὸ Παραλληλόγραμμον ΑΒΗϹ· εἶθ' ȣ̃τω τὸ ΑΗΙΖ, τὸ παρὰ τὴν Διαγώνιον ΑΗ τȣ̃ ἤδη παραβληθέντος, καὶ τὴν Φορὰν ΑΖ· εἶτα τὸ ΑΙΛΚ παρὰ τὴν Διαγώνιον ΑΙ, καὶ τὴν Φορὰν ΑΚ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Διαγώνιος τȣ̃ ἐσχάτȣ ΑΛ. τὸ Σῶμα ἐν Α ὑπὸ τῶν Ε, Δ, Γ, Μ Δυνάμεων κινȣ́μενον κατὰ τὴν ΑΛ φέρεται. εἰ γὰρ ὑπὸ τῶν Ε, καὶ Δ μόνον εἵλκετο διὰ τῶν Φορῶν ΑΒ, ΑϹ. Πιν. ιγ. Σχ. 3.

ΛΣ, ἐφέρετο ἂν κατὰ τὴν ΑΗ· ἀλλ᾽ ἕλκεται καὶ ὑπὸ τῆς Γ διὰ τῆς ΑΖ. ἄρα κατὰ τὴν ΑΙ φέρεται. καὶ ἐπεὶ ἕλκεται, καὶ ὑπὸ τῆς Μ διὰ τῆς ΑΚ· ἄρα κατὰ τὴν ΑΛ εὐθιώεται. καὶ ἐπεὶ γνωςή ἐςιν ἐξ Ὑποθ. ἡ Γωνία ΒΑϹ, καὶ αἱ Πλευραὶ ΑΒ, ΑϹ, εὑρεθήσεται ἄρα, ὡς καὶ ἐν τῷ §. 325. ἡ ΑΒ, προσέτι καὶ ἡ Γωνία ΗΑϹ· καὶ ἐπειδὴ γνωςή ἐςιν ἐξ Ὑποθ. καὶ ἡ ϹΑΖ· γνωςὴ ἄρα ὅλη ἡ ΗΑΖ· καὶ ἐπειδὴ γνωςαὶ καὶ αἱ Πλευραὶ ΑΗ, ΑΖ, διὰ τοῦτο εὑρεθήσεται ἡ ΑΙ· καὶ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ ἡ ΑΛ. ἐὰν οὖν αἱ ΑΒ, ΑϹ, ΑΖ, ΑΚ Μεγέθη Δυνάμεως ἐμφαίνωσι, καὶ ἡ ΑΛ Μέγεθος Δυνάμεως ἐκδηλώσει· κἂν Ταχυτῆτας, Ταχυτῆτα· κἂν Διαςήματα, Διάςημα.

Τοιγαροῦν αὕτη ἐςὶν ἡ Μέθοδος τοῦ εὑρίσκειν τὴν Εὔθιωσιν, ἢ τὴν Δύναμιν, ἢ τὴν Ταχυτῆτα, ἢ τὸ Διάςημα τοῦ ὑπὸ πολλῶν Δυνάμεων κινουμένου Σώματος. εὑρίσκεται πρῶτον ἡ Εὔθιωσις καθ᾽ ἣν τὸ Σῶμα ἐφέρετ᾽ ἂν, εἰ ὑπὸ δύω Δυνάμεων μόνον ἐκινεῖτο· ἐπὶ δὲ τῆς εὑρεθείσης Εὐθιώσεως, καὶ τῆς Φορᾶς τρίτης τινὸς Δυνάμεως Παραλληλόγραμμον συνίςαται· καὶ παρὰ τὴν Διαγώνιον αὐτοῦ, καὶ τὴν Φορὰν τετάρτης τινὸς Δυνάμεως ἄλλο παραβάλλεται· καὶ πάλιν τὰ αὐτὰ γίνονται ἄχρις οὗ ἐπὶ πασῶν τῶν Φορῶν τῶν Δυνάμεων Παραλληλόγραμμα συςαθῶσιν. ἡ γὰρ Διαγώνιος τοῦ ἐσχάτου Παραλληλογράμμου ἐςὶν ἡ Φορὰ τοῦ Σώματος· ἥτις Δύναμιν δηλώσει, ἐὰν μεγέθη Δυνάμεων αἱ Φοραὶ δηλῶσι· Ταχυτῆτα, ἐὰν Ταχυτῆτας· Διάςημα, ἐὰν Διαςήματα.

§. 327. Τὸ Διάςημα, ὃ τὸ Σῶμα διέρχεται, ἡ Εὔθιωσις, ἡ Ταχύτης, καὶ ἡ Δύναμις αὐτοῦ, δύνανται τὰ αὐτὰ εἶναι, κἂν ὑπ᾽ ἄλλων κινῆται Δυνάμεων διαφερουσῶν ἀλλήλων κατὰ τὸ Μέγεθος, τὴν Ταχυτῆτα, καὶ τὴν ὑπὸ τῶν Φορῶν αὐτῶν περιεχομένην Γωνίαν.

Τὸ

Τὸ γὰρ Α Σῶμα τὸ αὐτὸ Διάστημα ΑΒ δύναται διελθεῖν, καὶ τὴν αὐτὴν Εὔθυνσιν, Ταχυτῆτα, καὶ Δύναμιν ἔχειν· κἄν τε ὑπὸ τῶν Γ καὶ Δ· κἄν τε ὑπὸ τῶν Ζ, καὶ Ε· κἄν τε ὑπ' ἄλλων ὁποιωνοῦν Δυνάμεων κινῆται διαφερουσῶν ἀλλήλων μεγέθει, Ταχυτῆτι, καὶ Γωνίᾳ τῇ ὑπὸ τῶν Φορῶν αὐτῶν περιεχομένῃ. ἔστι γὰρ ἡ ΑΒ Διαγώνιος τοῦτε ΔΓ, καὶ τοῦ ΕΖ παραλληλογράμμου· καὶ ἄλλων τῶν παρ' αὐτὴν παραβαλλομένων. Πιν. ιγ. χ. 4.

§. 328. Ἐκ μιᾶς Δυνάμεως δυνατόν ἐστι τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα γίνεσθαι, ὃ καὶ ἐκ Πολλῶν· καὶ ἀνάπαλιν· ἐκ πολλῶν τὸ αὐτὸ, ὃ καὶ ἐκ μιᾶς.

Μία γὰρ μόνη Δύναμις ἡ Ν τὸ Σῶμα Α κινοῦσα, εὐθῦναι δύναται κατὰ τὴν Φορὰν ΑΛ, καθ' ἣν καὶ αἱ πολλαὶ Ε, Δ, Γ, Μ εὐθύνουσι· καὶ τὴν αὐτὴν Ταχυτῆτα, καὶ Δύναμιν τὸ Σῶμα Α ἕξει, καὶ τὸ αὐτὸ Διάστημα διελεύσεται ὑπὸ τῆς Ν, ὃ καὶ ὑπὸ τῶν πολλῶν κινούμενον. οἷον ἡ Δύναμις μόνη τοῦ Ἀνέμου ὠθεῖν δύναται τὴν Ναῦν τοσοῦτον, ὥστε ἐν Ὥρᾳ μιᾷ Μίλια 10 διέρχεσθαι· καὶ πάλιν δυνατὸν τὴν Δύναμιν τοῦ Ἀνέμου, τῶν Κυμάτων, καὶ τῶν ἐρεσσόντων ὁμοῦ οὕτως ὠθεῖν τὴν αὐτὴν Ναῦν, ὥστε κατὰ τὴν αὐτὴν Φορὰν εὐθύνεσθαι, καὶ Μίλια 10 ἐν Ὥρᾳ μιᾷ διανύειν. τὸ δ' ἀνάπαλιν Φανερόν. ἔξεστιν ἄρα ἀντὶ μιᾶς, πολλάς· καὶ ἀντὶ πολλῶν, μίαν νομίζειν τὴν κινοῦσαν Δύναμιν. καὶ τὸ μὲν πολλὰς ἐκλαμβάνειν ἀντὶ μιᾶς, Ἀνάλυσις· τὸ δὲ μίαν ἀντὶ πολλῶν, Σύνθεσις Κινήσεως λέγεται. Πιν. ιγ. χ. 3.

§. 329. Ἐὰν τρεῖς Δυνάμεις Φορὰς ἔχουσαι συμπιπτούσας ἀλλήλαις, Σῶμα τὸ ἐπὶ τῆς συνδέσμου τῶν Φορῶν αὐτῶν ἕλκωσι· καὶ ἡ Φορὰ τῆς ἐκ τῶν δύω συνθέτου Δυνάμεως ἐπ' εὐθείας ᾖ τῇ τῆς λοιπῆς, καὶ ἰσοδύναμος αὐτῇ, ἀκίνητον μενεῖ τὸ Σῶμα.

Πιν.ιγ. σχ.5. Τριῶν γὰρ Δυνάμεων τῶν Α, Β, Γ αἱ Φοραὶ ΑΔ, ΒΔ, ΓΔ συμβαλλέτωσαν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ, καὶ ἐν τῇ συμπτώσει αὐτῶν κείσθω τὸ Σῶμα Δ· ἐμφαινέτωσαν δὲ αἱ ΑΔ, ΔC, ΔΖ τὰ Μεγέθη τῶν Δυνάμεων Α, Β, Γ· καὶ πεπληρώσθω τὸ Παραλληλόγραμμον ΔΖΕC· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ Διαγώνιος. αὕτη οὖν ἐμφαίνει τὸ μέγεθος τῆς ἐκ τῶν δύω Β, καὶ Γ συνθέτου. §. 325. καὶ ἐπειδὴ ἡ ΕΔ ἐπ' εὐθείας, καὶ ἴση τῇ ΑΔ ἐξ Ὑποθ. τὸ Σῶμα ἄρα Δ ἀκίνητον μενεῖ. §. 313.

Τὸ αὐτὸ συμβαίνει, πολλῶν Δυνάμεων ἑλκουσῶν Σῶμα· καὶ τῆς ἐκ τῶν πολλῶν συνθέτου μιᾷ ἰσοδυναμούσης, καὶ τὴν Φορὰν αὐτῆς ἐπ' Εὐθείας ἐχούσης τῇ ἰσοδυνάμῳ αὐτῇ.

§. 330. Δοθεισῶν τῶν Γωνιῶν τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν Φορῶν τῶν εἰρημένων Δυνάμεων, καὶ τοῦ Μεγέθους τῆς μιᾶς, τὸ τῶν λοιπῶν Μέγεθος εὑρεθήσεται.

Ἐπειδὴ γνωστή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΔΒ Γωνία, γνωστὴ ἔσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΕ· (ἡ γὰρ ΒΔΕ παραπλήρωμα τῆς ΒΔΑ πρὸς δύω Ὀρθάς) καὶ διατὰ αὐτὰ ἐπειδὴ γνωστή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΔΓ, γνωστὴ ἔσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΕCΔ. τοῦ Τριγώνου οὖν ΕCΔ ἐπειδὴ γνωσταί εἰσι δύω Γωνίαι ἡ CΔΕ καὶ ΕCΔ, προσέτι καὶ μία τῶν Πλευρῶν, οἷον ἡ ΔC ἐξ Ὑποθ. διὰ τῆς Τριγωνομετρίας εὑρεθήσονται αἱ δύω λοιπαὶ ΔΕ, ΕC, αἱ ἐμφαίνουσαι τὰ Μεγέθη τῶν Α καὶ Γ Δυνάμεων. ἴση γὰρ ἡ ΕC τῇ ΔΖ.

§. 331. Ἐὰν ἐκβληθῇ κατὰ τὸ συνεχὲς μία τῶν Φορῶν τῶν εἰρημένων Δυνάμεων, καὶ ληφθῇ ἐπ' αὐτῆς τυχὸν Σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ Παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς λοιπαῖς τῶν Δυνάμεων Φοραῖς· τὰ ὑπὸ τῶν Παραλλήλων καὶ τοῦ Σημείου τῆς συνδρομῆς ἀπολαμβανόμενα μέρη τῶν Φορῶν, ἀνάλογον ἔσονται τοῖς τῶν ἰσορροπουσῶν Δυνάμεων Μεγέθεσιν.

Ἐκβε-

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ Φορὰ τῆς Δυνάμεως Α, καὶ εἰλήφθω ἐπ' αὐτῆς τυχὸν Σημεῖον τὸ Ε, καὶ ἤχθωσαν αἱ ΕΖ, ΕϹ Παράλληλοι ταῖς Φοραῖς ΔΒ, ΔΓ τῶν Δυνάμεων Β, Γ. καὶ αἱ Δυνάμεις Β, Γ ἀνάλογον ἔσονται τοῖς ΔϹ, ΔΖ μέρεσι τῶν Φορῶν, τοῖς ἀπολαμβανομένοις ὑπὸ τῶν Παραλλήλων ΕϹ, ΕΖ, καὶ τοῦ Σημείου τῆς συνδρομῆς Δ· ἤτοι ἔσεται Β:Γ::ΔϹ:ΔΖ. εἰ γὰρ μή· ἔσω Β:Γ::Δσ:ΔΖ· καὶ πεπληρώσθω τὸ Παραλληλόγραμμον ΔΖεσ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Διαγώνιος Δε. ἡ Εὔθυνσις οὖν τοῦ Σώματος ἑλκομένου ὑπὸ τῶν Β, καὶ Γ Δυνάμεων ἔσεται ἡ Δε. §. 317. καὶ ἐπειδὴ ἐξ Ὑποθ. ἰσοῤῥοποῦσι τῇ Α αἱ Δυνάμεις Β, Γ ἡ ΑΔ ἄρα ἐπ' Εὐθείας ἐστὶ τῇ Δε (αἱ ἴσαι γὰρ Δυνάμεις τότε ἰσόῤῥοποι, ὅτε ἐπ' Εὐθείας τὰς Φορὰς ἔχουσιν, ὡς ἀπὸ τοῦ §. 313. ῥαδίως περαίνεται.) ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΕ ἐπ' Εὐθείας ἐστὶ τῇ ΑΔ ἐξ Ὑποθ. δύω ἄρα αἱ ΔΕ, Δε ἐπ' Εὐθείας εἰσὶ τῇ αὐτῇ ΑΔ. ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα Β:Γ::Δσ:ΔΖ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΔϹ πρὸς τὴν ΔΖ ἔχει λόγον, ὃν Β:Γ. ἄρα Β:Γ::ΔϹ:ΔΖ. Πιν. ιγ. χ. 6.

§. 332. Τῶν αὐτῶν κειμένων, ἡ Α Δύναμις, πρὸς τὴν Β λόγον ἕξει, ὃν ΔΕ:ΔϹ· καὶ ἡ Α, πρὸς τὴν Γ, ὃν ΔΕ:ΔΖ.

Αἱ μὲν γὰρ ΔϹ, ΔΖ ἐμφαίνουσι τὰς Β καὶ Γ Δυνάμεις, ἡ δὲ ΔΕ, τὴν Α. καὶ ἐκ τούτου φανερὸν, ὅτι αἱ Πλευραὶ τοῦ Τριγώνου ΕΖΔ ἀνάλογόν εἰσι τοῖς Μεγέθεσι τῶν Δυνάμεων. τοιγαροῦν διερευνηθήσεται ὁ λόγος, ὃν ἔχουσι πρὸς ἄλληλα τὰ τῶν Δυνάμεων Μεγέθη, ἐκβληθείσης τῆς ΑΔ Φορᾶς, καὶ ἀπὸ τοῦ τυχόντος αὐτῆς Σημείου Ε, ἀχθείσης τῆς ΕΖ παραλλήλου τῇ μιᾷ τῶν Φορῶν.

§. 333. Τὰ τῶν εἰρημένων Δυνάμεων Μεγέθη ἀνάλογά εἰσι καὶ ταῖς ἀγομέναις Καθέτοις ταῖς Φοραῖς τῶν Δυνάμεων, ταῖς καὶ Τρίγωνον τῇ συνδρομῇ αὐτῶν συνιστώσαις.

Ἰσόῤ-

Πιν. ιϛ. σχ. α. Ἰσόῤῥοποι γὰρ ἔςωσαν αἱ τρεῖς Δυνάμεις Α, Β, Γ, Φορὰς ἔχουσαι τὰς ΑΔ, ΒΔ, ΓΔ, συμβαλλούσας ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ, ὅπου τὸ παρ' αὐτῶν ἑλκόμενον Σῶμα κεῖται· καὶ ἤχθωσαν αἱ ΕϚ, ΕΖ, ΖϚ πρὸς Ὀρθὰς ταῖς Φοραῖς ΑΔ, ΒΔ, ΓΔ, καὶ συμβαλλέτωσαν ἀλλήλαις ὡς ἔτυχε κατὰ τὰ Ε, Ζ, Ϛ Σημεῖα, καὶ συνιςάτωσαν Τρίγωνον τὸ ΖΕϚ· καὶ ἔσονται αἱ Πλευραὶ τοῦ Τριγώνου ΖΕϚ ἀνάλογον ταῖς Α, Β, Γ Δυνάμεσιν. ἤτοι Α:Β::ΕϚ:ΕΖ. καὶ Α:Γ::ΕϚ:ϚΖ· καὶ Β:Γ::ΕΖ:ΖϚ. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ Φοραὶ, καὶ συμβαλλέτωσαν ταῖς Πλευραῖς τοῦ Τριγώνου κατὰ τὰ Ν, Μ, Ο Σημεῖα, καὶ εἰλήφθω ἀπὸ τῆς Ἐκβληθείσης ΑΔ τυχὸν Σημεῖον τὸ Ρ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ρ ἡ ΡΨ Παράλληλος τῇ ΒΔ. καὶ ἐπειδὴ τῶν Τριγώνων ΔΚΜ, ΗΕΜ αἱ Γωνίαι ΔΚΜ, ΜΗΕ ἴσαι, ὡς ὀρθαὶ, καὶ ἡ πρὸς τὸ Μ κοινή· ἄρα καὶ ἡ λοιπὴ ΚΔΜ ἴση τῇ λοιπῇ τῇ πρὸς τὸ Ε. ἀλλὰ ΚΔΜ = ΒΔΡ, καὶ ΒΔΡ = ΔΡΨ. ἄρα καὶ ΔΡΨ = ΖΕϚ. πάλιν τῶν Τριγώνων ΝΔΚ, ΝΛϚ αἱ πρὸς τὸ Κ, καὶ Λ Γωνίαι ἴσαι, ὡς Ὀρθαὶ, καὶ ἡ πρὸς τὸ Ν κοινὴ, διὸ καὶ ΝΔΚ = ΝϚΛ. ἀλλὰ ΝΔΚ = ΡΔΨ. ἄρα ΡΔΨ = ΖϚΕ. ἀλλὰ δέδεικται, καὶ ἡ πρὸς τὸ Ε ἴση τῇ πρὸς τὸ Ρ. ἄρα καὶ λοιπὴ ἡ ΕΖϚ ἴση τῇ λοιπῇ ΡΨΔ. τὰ Τρίγωνα ἄρα ΡΨΔ, ΕΖϚ ὅμοιά εἰσιν. ἄρα ΕϚ:ΕΖ::ΔΡ:ΡΨ. ἀλλὰ Α:Β::ΔΡ:ΡΨ. §. 332. ἄρα καὶ Α:Β::ΕϚ:ΕΖ. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ Α:Γ::ΕϚ:ϚΖ· καὶ Β:Γ::ΕΖ:ϚΖ.

Πιν. ιϛ. σχ. β. §. 334. Ἐὰν δὲ Δύο Ἐπίπεδα, οἷον τὰ ΑΒ, ΒΔ τυχοῦσαν Γωνίαν περιέχοντα, τὴν ὑπὸ ΑΒΔ, καὶ πρὸς τὸν Ὁρίζοντα ὡς ἔτυχε κεκλιμένα, ἠρεμοῦν Σῶμα τὸ Γ ἐμπεριέχωσιν, καὶ ἀχθῇ Εὐθεῖά τις ἡ ΕΖ Παράλληλος τῇ Ὁριζοντίῳ ΟΠ ἀμφότερα τὰ Ἐπίπεδα τέμνουσα, αἱ Πλευραὶ τοῦ Τριγώνου ΕΒΖ τοῦ συνιςαμένου ἀπὸ τῆς εἰρημένης ἀχθείσης Εὐθείας, καὶ τῶν μερῶν τῶν Ἐπιπέδων ΕΒ, ΒΖ τῶν ἀπο-

λαμβα-

λαμβανομένων ὑπό τε αὐτῆς, καὶ τȣ̃ Σημείȣ τῆς συμφορῆς τῶν Ἐπιπέδων Β, ἀνάλογον ἔσονται ταῖς ἐν τῷ Σώματι ἐνεργέσαις Δυνάμεσιν.

Ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τȣ̃ ἐν τῷ Σώματι τυχόντος Σημείȣ Γ ἡ μὲν ΓΒ πρὸς Ὀρθὰς τῇ Ὁριζοντίῳ ΟΠ, αἱ δὲ ΓΚ, ΓΗ πρὸς Ὀρθὰς τοῖς Ἐπιπέδοις ΒΔ, ΒΑ· καὶ ἐπειδὴ τρεῖς εἰσὶν αἱ Δυνάμεις αἱ ἐν τῷ Σώματι Γ ἐνεργȣ̃σαι, μία μὲν τȣ̃ Σώματος ἡ Βαρύτης, ἧς ἡ Φορὰ Κάθετος τῷ Ὁρίζοντι· δύω δὲ αἱ τῶν Ἐπιπέδων αἱ κατέχȣσαι τὸ Σῶμα· ἄρα ἡ μὲν ΓΒ τὴν Φορὰν τῆς Βαρύτητος τȣ̃ Σώματος ἐμφαίνει, αἱ δὲ ΓΚ, ΓΗ τὰς Φορὰς τῶν Δυνάμεων τῶν Ἐπιπέδων. εἰλήφθω ȣ̃ν ἐπὶ τῆς ΓΒ Φορᾶς τυχὸν Σημεῖον τὸ Ι, καὶ ἀπὸ τȣ̃ Ι ἤχθωσαν αἱ ΙΗ, ΙΚ Παράλληλοι ταῖς ΓΚ, ΓΗ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΓ, καὶ συμβαλλέτω τῇ ΕΖ κατὰ τὸ Λ· καὶ ἐπειδὴ αἱ Γωνίαι τȣ̃ Τετραπλεύρȣ ΓΗΕΛ ἴσαι τέσσαρσιν Ὀρθαῖς· ἔτι δὲ ἑκατέρα τῶν ΕΗΓ, ΕΛΓ Ὀρθή· ἄρα καὶ αἱ δύω ΛΕΗ, ΛΓΗ ἴσαι δυσὶν Ὀρθαῖς· ἀλλὰ καὶ ΛΓΗ σὺν ΗΓΙ ἴσαι εἰσὶ δυσὶν Ὀρθαῖς. ἄρα ἡ ΗΓΙ = ΗΕΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΙΓΚ = ΕΖΒ. ἀλλὰ ΙΓΚ = ΓΙΗ. ἄρα ΓΙΗ ἴση ΕΖΒ. τὰ Τρίγωνα ἄρα ΙΗΓ, ΕΒΖ ὅμοια ἀλλήλοις εἰσίν. ἄρα ΙΓ : ΓΗ :: ΕΖ : ΕΒ. ἀλλὰ ΙΓ : ΓΗ λόγον ἔχει, ὃν ἡ Δύναμις τῆς Βαρύτητος ἡ Φορὰν ἔχȣσα τὴν ΓΒ, πρὸς τὴν Δύναμιν τȣ̃ Ἐπιπέδȣ ΑΒ, ἧς Φορὰ ἡ ΓΗ. §. 331. ἄρα ΕΖ : ΕΒ λόγον ἔχει, ὃν ἡ Βαρύτης τȣ̃ Σώματος πρὸς τὴν Δύναμιν τȣ̃ Ἐπιπέδȣ ΑΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ΕΖ : ΖΒ ὡς ἡ Δύναμις τῆς Βαρύτητος, πρὸς τὴν Δύναμιν τȣ̃ Ἐπιπέδȣ ΔΒ, ἧς ἡ Φορὰ ἡ ΓΚ· καὶ ΕΒ : ΒΖ ὡς ἡ Δύναμις τȣ̃ Ἐπιπέδȣ ΑΒ, πρὸς τὴν Δύναμιν τȣ̃ Ἐπιπέδȣ ΒΔ.

§. 335. Αἱ δύω τῶν Ἐπιπέδων Δυνάμεις, αἱ κατέχȣσαι τὸ Σῶμα Γ μείζονες εἰσὶ τῆς Βαρύτητος τȣ̃ Σώματος.

Τὰς

Τὰς γὰρ τῶν Ἐπιπέδων Δυνάμεις ἐμφαίνουσιν αἱ ΕΒ, ΒΖ· τὴν δὲ τῆς Βαρύτητος ἡ ΕΖ. ἀλλὰ ἡ ΕΒ + ΒΖ > ΕΖ. ἄρα αἱ δύο τῶν Ἐπιπέδων Δυνάμεις μείζονες τῆς Δυνάμεως τῆς Βαρύτητος.

§. 336. Ὅσῳ μείζονες αἱ τῶν Ἐπιπέδων Κλίσεις, τοσούτῳ μείζονες αἱ Δυνάμεις αὐτῶν.

Κλίσεις γὰρ τῶν Ἐπιπέδων εἰσὶν αἱ Γωνίαι ΔΒΠ, ΑΒΟ §. 274. ὅσῳ δὲ μείζονες αἱ ΔΒΠ, ΑΒΟ, τοσούτῳ ἐλάσσων ἡ ΑΒΔ· καὶ ὅσον ἐλάσσων ἡ ΑΒΔ ἤτοι ἡ ΕΒΖ, τοσοῦτον μείζονες αἱ Γωνίαι Ε καὶ Ζ. καὶ ἑπομένως μείζονες αἱ ΕΒ, ΒΖ αἱ ἐμφαίνουσαι τὰς τῶν Ἐπιπέδων Δυνάμεις. δῆλον οὖν τὸ προκείμενον.

§. 337. Ἐὰν δύο Ἐπίπεδα ἴσας τὰς Κλίσεις ἔχωσιν, ἡ δὲ ὑπ' αὐτῶν περιεχομένη Γωνία ΑΒΔ ἴση ᾖ Βαθμοῖς 60. αἱ μὲν δύο Δυνάμεις τῶν Ἐπιπέδων διπλάσιαι ἔσονται τῆς Δυνάμεως τῆς Βαρύτητος τοῦ ὑπ' αὐτῶν κατεχομένου Σώματος, ἑκατέρα δ' αὐτῶν ἴση αὐτῇ.

Ἐπειδὴ γὰρ αἱ ΔΒΠ, ΑΒΟ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν ἐξ Ὑποθ. ἔτι δὲ καὶ ἡ ΑΒΔ ἴση 60 Βαθμοῖς. ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ΔΒΠ, ΑΒΟ ἴση Βαθμοῖς 60. ἀλλὰ ἡ ΔΒΠ = ΕΖΒ, καὶ ΑΒΟ = ΒΕΖ (ἐναλλὰξ γάρ εἰσιν εἰς τὰς αὐτὰς Παραλλήλους ΟΠ, ΕΖ) ἄρα ἑκατέρα τῶν ΕΖΒ, ΒΕΖ ἴση 60. Βαθμοῖς. Ἰσογώνιον ἄρα τὸ Τρίγωνον ΕΒΖ. ἄρα καὶ Ἰσόπλευρον. αἱ δύο ἄρα Πλευραὶ ΕΒ + ΒΖ διπλάσιαι τῆς ΕΖ, καὶ ἑκατέρα αὐτῶν ἴση τῇ ΕΖ. ἀλλ' αἱ μὲν ΕΒ, ΒΖ τὰς τῶν Ἐπιπέδων Δυνάμεις ἐμφαίνουσιν· ἡ δὲ ΕΖ τὴν τῆς Βαρύτητος· ἄρα αἱ μὲν δύο τῶν Ἐπιπέδων Δυνάμεις διπλάσιαι τῆς τῆς Βαρύτητος, ἑκατέρα δ' αὐτῶν ἴση αὐτῇ.

§. 338. Ὁ λόγος ὃν πρὸς ἀλλήλας ἔχουσι πλείονες, ἢ τρεῖς Ἰσόῤῥοποι Δυνάμεις Σῶμα ἕλκουσαι, ἢ ὠθοῦσαι, ἀθῦσαι, ἢ κατέχυσαι διοριθήσεται, ἀχθείσης Εὐθείας ἀπὸ τῦ Σημείυ, καθ᾽ ὃ αἱ Φοραὶ αὐτῶν συμβάλλυσιν ἀλλήλαις ἔνδον τῶν Γωνιῶν τῶν ὑπὸ τῶν Φορῶν περιεχομένων· καὶ ληφθέντων ἀπ᾽ αὐτῆς ἴσων μερῶν ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς συνδρομῆς· καὶ ἀχθεισῶν ἀπὸ τῶν περάτων τῶν εἰρημένων ἴσων μερῶν Εὐθειῶν Παραλλήλων ταῖς Φοραῖς.

Τέσσαρες γὰρ Δυνάμεις αἱ Θ, Β, Ζ, Ε ἑλκέτωσαν Σῶμα τὸ Γ διὰ τῶν Φορῶν ΓΔ, ΓΒ, ΓΖ, ΓΕ τῶν συμβαλλυσῶν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Γ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τῦ Γ ἡ ΑΓα ἔνδον τῶν περὶ τὸ Γ Σημεῖον Γωνιῶν· καὶ εἰλήφθωσαν ἀπ᾽ αὐτῆς μέρη ἴσα τὰ ΓΑ, Γα, καὶ ἀπὸ τῶν περάτων αὐτῶν Α, α ἤχθωσαν αἱ ΑΟ, ΑΔ, αΕ, αΖ Παράλληλοι ταῖς Φοραῖς ΘΓ, ΒΓ, ΓΖ, ΓΕ· καὶ αἱ ἀπολαμβανόμεναι ὑπὸ τῶν Παραλλήλων, καὶ τῦ Σημείυ τῆς συνδρομῆς ΓΟ, ΓΔ, ΓΕ, ΓΖ ἀνάλογον ἔσονται ταῖς δυνάμεσι Β, Θ, Ε, Ζ. ϗ ἐπειδὴ αἱ ΓΑ, Γα ἴσαι, καὶ ἐπ᾽ εὐθείας· τὸ Σῶμα ἄρα Γ ἑλκόμενον ὑπὸ δύο Δυνάμεων ἐμφαινομένων ὑπὸ τῶν ΓΑ, Γα ἀκίνητον μένει. §. 313. ἀλλ᾽ ἀκίνητον μένει ἑλκόμενον καὶ ὑπὸ τῶν τεσσάρων Θ, Β, Ζ, Ε· ἐξ Ὑποθ. ἰσοδυναμῦσιν ἄρα αἱ ΓΑ, Γα ταῖς τέσσαρσιν. ἀλλ᾽ ἡ μὲν ΓΑ γίνεται ἐκ τῶν ΓΟ, ΓΔ· ἡ δὲ Γα ἐκ τῶν ΓΕ, ΓΖ. §. 317. ἄρα αἱ ΓΟ, ΓΔ, ΓΕ, ΓΖ ἀνάλογοι ταῖς δυνάμεσι Θ, Β, Ε, Ζ. Πιν. ιδ. Σχ. 3.

§. 339. Πάλιν εὑρεθεῖτος τῦ λόγυ, ὃν πρὸς ἀλλήλας ἔχυσι πλείονες, ἢ τρεῖς Δυνάμεις, οἷον αἱ Δ, Ε, Ζ, Ϲ αἱ Ἰσορροπῦσαι μιᾷ μόνῃ τῇ Β, καὶ τὸ Σῶμα Α ἕλκυσαι, διοριθήσεται τὸ Μέγεθος τῆς Ἰσοδυναμύσης τῇ μιᾷ Β. Πιν. ιδ. Σχ. 4.

Ἤχθωσαν γὰρ αἱ ΑΓ, ΑΚ τέμνυσαι ὡς ἔτυχε τὰς γωνίας ΕΑΔ, ΖΑϹ καὶ εἰλήφθωσαν ἐπ᾽ αὐταῖς τυχόντα Σημεῖα τὰ Γ, Κ ἐξ ὧν ἤχθωσαν αἱ

ΓΔ,

ΓΔ, ΓΕ, καὶ ΚΖ, ΚC παράλληλοι ταῖς ΑΕ, ΑΔ, καὶ ΑC, ΑΖ· καὶ αἱ ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑC ἀνάλογοι ἔσονται ταῖς δυνάμεσι Δ, Ε, Ζ, C: §. 338. συνεστάτω οὖν τὸ παραλληλόγραμμον ΑΓβΚ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Αβ, ἥτις ἰσοδυναμήσει τῇ Δυνάμει Β. ἐκ γὰρ τῶν Δ καὶ Ε γίνεται ἡ ΑΓ, ἐκ δὲ τῶν Ζ, καὶ C ἡ ΑΚ. ἀλλ' αἱ ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑC Ἰσοδυναμοῦσιν ἐξ Ὑποθέσεως τῇ Β. ἄρα ἰσοδυναμοῦσιν αὐτῇ καὶ αἱ ΑΓ, ΑΚ· ἀλλ' ἐκ τῶν ΑΓ, ΑΚ γίνεται ἡ Αβ. ἄρα ἡ Αβ ἰσοδυναμήσει τῇ Β. ὅθεν ἡ Αβ ἐμφαίνει τὸ μέγεθος τῆς Δυνάμεως τῆς Ἰσοδυναμούσης τῇ Β.

ΚΕΦ. ΚΒ'.

Περὶ Καταβάσεως τῶν Σωμάτων δι' Ἐπιπέδων Κεκλιμένων.

§. 340. Πᾶν Σῶμα δι' Ἐπιπέδου κεκλιμένου κατερχόμενον ἰσοταχῶς κινεῖται.

Κατερχέσθω γὰρ Σῶμα τὸ Α διὰ τοῦ Ἐπιπέ-
Πιν. ιδ. δου ΑΕ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Πέρατος αὐτοῦ Α ἡ
σχ. 5. ΑΓ πρὸς Ὀρθὰς τῇ Ὁριζοντίῳ ΓΕ· καὶ πεπληρώσθω τὸ Παραλληλόγραμμον ΑΓΕΒ· καὶ ἐπειδὴ τοῦ κατερχομένου Σώματος Α ἡ Φορά ἐστιν ἡ ΑΕ· ἔξεστιν ἄρα νοῆσαι τὸ Σῶμα, κινούμενον ὑπὸ δύο Δυνάμεων τῶν Β, καὶ Γ Μεγέθη, καὶ Φορὰς ἐχουσῶν τὰς ΑΒ, ΑΓ. §. 328. ἡ Β οὖν Δύναμις Φορᾷ τῇ ΑΒ Παραλλήλῳ τῷ Ὁρίζοντι τὸ Σῶμα Α ἕλκουσα, οὐδεμίαν αὐτῷ παρέχει Δύναμιν πρὸς τὸ καταβῆναι· κωλύουσα δὲ αὐτὸ ἵνα μὴ εἰς τὴν Φορὰν ΑΓ φέρηται, ἀφαιρεῖ ἀπ' αὐτοῦ μέρος τῆς Δυνάμεως ἣν παρὰ τῆς Γ λαμβάνει. τὸ Σῶμα ἄρα Α μόνῃ τῇ Δυνάμει τῆς Γ κατέρχεται, τὴν ΑΕ φερόμενον. ἀλλ' ἡ Γ Δύναμις ἐμφαίνει Βαρύτητος Δύναμιν. §. 100.

τὸ

τὸ Σῶμα ἄρα Α διὰ τῦ Ἐπιπέδυ ΑΕ κατέρχεται τῇ δυνάμει τῆς ἑαυτῦ Βαρύτητος. ἀλλὰ τὰ Σώματα τὰ ὑπὸ τῆς Βαρύτητος κινέμενα ἰσοταχῶς κινεῖται §. 163; ἄρα ἰσοταχὴς ἡ Κίνησις τῦ δι' Ἐπιπέδυ κατερχομένυ Σώματος.

§. 341. Πᾶν Σῶμα δι' Ἐπιπέδυ κεκλιμένυ κατερχόμενον τὸ Πέρας τῦ Ἐπιπέδυ τὸ ἐπὶ τῦ Ὁρίζοντος φθάσαν, τοσαύτην ἕξει Ταχυτῆτα, ὅσην εἶχεν ἂν, εἰ ἐκ τῦ μετεώρυ Πέρατος τῦ Ἐπιπέδυ ἐπὶ τὸν Ὁρίζοντα ἔπιπτε.

Κατερχόμενον δῆθεν τὸ Σῶμα Α δι' Ἐπιπέδυ κεκλιμένυ τῦ ΑΒ, καὶ φθάσαν τὸ Πέρας τῦ Ἐπιπέδυ Β, τοσαύτην ἕξει ταχυτῆτα, ὅσην ἔχεν ἂν πεσὸν καὶ ἐκ τῦ μετεώρυ Πέρατος Α ἐπὶ τὸ Γ. ἤχθω γὰρ ἡ ΑΓ Κάθετος τῇ ΓΒ, καὶ ἀπὸ τῦ Γ ἡ ΓΔ πρὸς Ὀρθὰς τῷ Ἐπιπέδῳ ΑΒ· καὶ ἐπειδὴ ἡ μὲν ΑΓ, πρὸς Ὀρθάς ἐστι τῇ ΓΒ, ἡ δὲ ΑΔ, τῇ ΓΔ, διὰ τῦτο ἡ μὲν ΑΓ, τὴν Δύναμιν τῆς Βαρύτητος τῦ Σώματος ἐμφαίνει φερομένυ ἐπὶ τὸν Ὁρίζοντα ΓΒ· ἡ δὲ ΑΔ, τὴν Δύναμιν αὐτῦ φερομένυ ἐπὶ τὸν ΓΔ. §. 100. ἔστω ἂν ἡ Δύναμις τῦ Σώματος Α διελθόντος τὴν ΑΓ, Ω· καὶ γεγονέτω ὡς ΑΓ : ΑΔ :: Ω πρὸς τὴν τετάρτην $\frac{\Omega \cdot \mathrm{A}\Delta}{\mathrm{A}\Gamma}$. ἥτις δηλοῖ τὴν Δύναμιν τῦ Σώματος διελθόντος τὴν ΑΔ· §. 187: καὶ ἐπειδὴ τὸ Σῶμα Α δι' Ἐπιπέδυ κατερχόμενον ἰσοταχῶς κινεῖται, §. 340. διὰ τῦτο αἱ Ἐξισώσεις $\Delta\upsilon.\ \Delta = \mathrm{B}.\ \mathrm{T}^2$, καὶ $\delta\upsilon.\ \delta = \beta.\ \tau^2$ αἱ ἐν τῷ §. 188. πάντα τὰ ἰδιώματα τῆς Κινήσεως αὐτῦ ἐμφαίνυσι. τοιγαρῦν ἡ μὲν, ἐμφαινέτω τὰ ἰδιώματα τῦ Σώματος φερομένυ τὴν ΑΓ· ἡ δὲ, τὰ ἰδιώματα αὐτῦ κατερχομένυ διὰ τῦ Ἐπιπέδυ ΑΒ· καὶ τεθήτωσαν ἐν ταῖς Ἐξισώσεσιν ἀντὶ τῶν Δυ; δυ αἱ Δυνάμεις τῦ Σώματος; ἤτοι Ω, καὶ $\frac{\Omega \cdot \mathrm{A}\Delta}{\mathrm{A}\Gamma}$ καὶ ἀν- Πιν. ιδ. σχ. 6.

Θ τὶ

τὶ τῶν Δ καὶ δ, τὰ Διαστήματα, ἢ τὰ Χωρία ΑΓ, ΑΒ. καὶ ἔσεται $\Omega .\ A\Gamma = B.\ T^2$, καὶ $\dfrac{\Omega \cdot A\Delta.}{A\Gamma}$ $AB = \beta.\ \tau^2$. διὸ $\Omega .: A\Gamma : \dfrac{\Omega \cdot A\Delta}{A\Gamma}.\ AB :: B.\ T^2 : \beta.\ \tau^2$. καὶ ἐπειδὴ $\Omega = \Omega$, καὶ $B = \beta$. (τὸ αὐτὸ γὰρ Βάρος ἔχει τὸ κινέμενον Σῶμα) ἔσεται $A\Gamma : \dfrac{A\Delta}{A\Gamma}.\ AB :: T^2 : \tau^2$. ἤτοι $\overline{A\Gamma}^2 : A\Delta.\ AB :: T^2 : \tau^2$. ἀλλὰ $\overline{A\Gamma}^2 = A\Delta.\ AB$ (ἐστι γὰρ $AB : A\Gamma :: A\Gamma : A\Delta$ διὰ τὸ Ὀρθογώνιον Τρίγωνον ΑΓΒ, καὶ τὴν Κάθετον ΓΔ) ἄρα καὶ $T^2 = \tau^2$. διὸ καὶ $T = \tau$. ἤτοι ἡ Ταχυτὴς ἣν ἐκτήσατο τὸ Σῶμα Α, διελθὸν τὴν ΑΓ, ἴση τῇ ἣν ἐκτήσατο διελθὸν τὸ Ἐπίπεδον ΑΒ.

§. 342. Πᾶν Σῶμα, εἶον τὸ Α ἴσων δεῖται Χρόνων ἵνα διέλθῃ τὴν ἀπὸ τῦ μετεώρυ Πέρατος τῦ Ἐπιπέδυ ἀχθεῖσαν τῷ Ὁρίζοντι Κάθετον ΑΓ, καὶ τὸ μέρος τῦ Ἐπιπέδυ ΑΔ τὸ περατέμενον ὑπὸ τῦ εἰρημένυ μετεώρυ Πέρατος τῦ Ἐπιπέδυ, καὶ τῆς ΓΔ τῆς ἀχθείσης Καθέτυ τῷ Ἐπιπέδῳ ἀπὸ τῦ Σημείυ Γ, καθ᾽ ὃ ἡ προειρημένη Κάθετος ΑΓ τῷ Ὁρίζοντι συμβάλλει.

Εἰλήφθωσαν πάλιν αἱ Ἐξισώσεις $\Delta\upsilon.\ \Delta = B.\ T^2$, καὶ $\delta\upsilon.\ \delta = \beta.\ \tau^2$. καὶ ἐπειδὴ ἐν τῇ Ὑποθέσει ταύτῃ τὰ Διαστήματα ἃ διέρχεται τὸ Σῶμα Α εἰσὶν τὰ ΑΓ, ΑΔ, καὶ ἡ μὲν Δύναμις ἣν ἔχει διελθὸν τὴν ΑΓ, ἐστὶν ἡ Ω, ἡ δὲ ἣν ἔχει διελθὸν τὴν ΑΔ, ἐστὶν ἡ $\dfrac{\Omega \cdot A\Delta,}{A\Gamma}$ ὡς καὶ ἀνωτέρω, Βάρος δὲ τῦ Σώματος πάλιν ἐστὶ τὸ αὐτὸ, διὰ τῦτο ἔσεται $\Omega .\ A\Gamma = T^2$, καὶ $\dfrac{\Omega \cdot A\Delta}{A\Gamma}.\ A\Delta = \tau^2$. διὸ $\Omega .\ A\Gamma : \dfrac{\Omega \cdot \overline{A\Delta}^2}{A\Gamma} :: T^2 : \tau^2$. ἀλλὰ $\Omega = \Omega$. ἄρα καὶ $\overline{A\Gamma}^2 : \overline{A\Delta}^2 :: T^2 : \tau^2$. διὸ καὶ $A\Gamma : A\Delta :: T : \tau$. καὶ ἐπεὶ $\Delta\upsilon : \delta\upsilon :: B : \beta$. §. 185, καὶ $X : \chi :: T : \tau$ §. 164, ἔσεται ἄρα καὶ

Δυ. Χ : δυ. χ :: Β. Τ : β. τ. ἀλλὰ τὸ Βάρος τοῦ Σώματος Α τὸ αὐτό ἐστι, καὶ αἱ Δυνάμεις αὐτοῦ εἰσὶν Ω, καὶ $\frac{\Omega \cdot \mathrm{A}\Delta.}{\mathrm{A}\Gamma}$ ὡς εἴρηται. ἄρα ἔσεται Ω. Χ : $\frac{\Omega \cdot \mathrm{A}\Delta}{\mathrm{A}\Gamma}$. χ :: Τ : τ. ἤτοι ΑΓ. Χ : ΑΔ. χ :: Τ : τ. ἀλλ' ἀνωτέρω δέδεικται ΑΓ : ΑΔ :: Τ : τ. ἄρα καὶ ΑΓ. Χ : ΑΔ. χ :: ΑΓ : ΑΔ. ἄρα ΑΔ. ΑΓ. Χ = ΑΓ. ΑΔ. Χ. διὸ Χ = χ. ἤτοι ὁ Χρόνος καθ' ὃν τὸ Σῶμα Α διῆλθε τὴν ΑΓ ἴσος τῷ καθ' ὃν τὴν ΑΔ. ἐκ τούτου οὖν φανερὸν ὅτι τὸ Σῶμα πλείονος δεῖται Χρόνου ἵνα ὅλον τὸ Ἐπίπεδον ΑΒ διέλθῃ, ἢ ἵνα διανύσῃ τὴν τῷ Ὁρίζοντι Κάθετον ΑΓ.

§. 343. Πᾶν Σῶμα δι' Ἐπιπέδων κατερχόμενον τῶν ΑΒ, ΑΕ τὸ αὐτὸ μὲν Ὕψος ἐχόντων ΑΓ, διαφόρους δὲ τὰς Κλίσεις ΑΒΓ, ΑΕΓ, ἴσοις Χρόνοις διέρχεται τὰ μέρη τῶν Ἐπιπέδων ΑΔ, ΑΖ, τὰ περατέμενα ὑπό τε τοῦ κοινοῦ μετεώρου Πέρατος Α τῶν Ἐπιπέδων, καὶ τῶν ΓΔ, ΓΖ ἀχθεισῶν Καθέτων τοῖς Ἐπιπέδοις ἀπὸ τοῦ Σημείου Γ, καθ' ὃ τὸ Ὕψος αὐτῶν ΑΓ τὴν Ὁριζόντιον ΓΕ τέμνει.

Τὸ γὰρ Σῶμα Α ἴσοις Χρόνοις διέρχεται τὸ ΑΓ Ὕψος, καὶ τὸ ΑΔ μέρος τοῦ Ἐπιπέδου. ἀλλὰ ἴσοις Χρόνοις διέρχεται τὸ αὐτὸ ΑΓ, καὶ τὸ μέρος τοῦ Ἐπιπέδου ΑΖ. §. 342. ἄρα ἴσοις Χρόνοις διέρχεται τὰ μέρη τῶν Ἐπιπέδων ΑΔ, ΑΖ.

§. 344. Πᾶν Σῶμα διελθὸν Ἐπίπεδα, τὸ αὐτὸ μὲν Ὕψος, διαφόρους δὲ τὰς Κλίσεις ἔχοντα, Χρόνους δαπανήσει ἀναλόγους τοῖς τῶν Ἐπιπέδων Μήκεσι.

Τῶν Δύω δηλ: Ἐπιπέδων ΑΒ, ΑΕ τὸ αὐτὸ μὲν Ὕψος ἐχόντων τὸ ΑΓ· διαφόρους δὲ Κλίσεις τὰς ΑΒΓ, ΑΕΓ· ὁ Χρόνος, ὃν δαπανήσει τὸ Σῶμα Α εἰς τὴν διέλευσιν τοῦ ΑΒ, πρὸς ὃν δαπανήσει εἰς τὴν τȣ̃ ΑΕ λόγον ἕξει, ὃν τὸ Μῆκος τȣ̃ Ἐπιπέδȣ ΑΒ, πρὸς τὸ τȣ̃ ΑΕ. ὁ Χρόνος γὰρ ὁ δαπανώμενος παρὰ τȣ̃ Σώματος εἰς τὴν διέλευσιν τȣ̃ ΑΒ, πρὸς τὸν δαπανώμενον εἰς τὴν τȣ̃ ΑΔ ἐν ὑποδιπλασίονι λόγῳ ἐστι, τȣ̃ ὃν ἔχει ΑΒ : ΑΔ. §. 164. (ἰσοταχῶς γὰρ κινεῖται τὸ Σῶμα διὰ τȣ̃ Ἐπιπέδȣ κατερχόμενον §. 340.) ἀλλὰ ΑΒ : ΑΓ :: ΑΓ : ΑΔ. ἄρα ΑΒ : ΑΓ ὑποδιπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ ΑΒ : ΑΔ. ἄρα καὶ ὁ Χρόνος ὁ δαπανώμενος παρὰ τȣ̃ Σώματος εἰς τὴν διέλευσιν τȣ̃ ΑΒ, πρὸς τὸν δαπανώμενον εἰς τὴν τȣ̃ ΑΔ λόγον ἔχει, ὃν ΑΒ : ΑΓ. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ Χρόνος ὁ δαπανώμενος διὰ τὴν διέλευσιν τȣ̃ ΑΕ, πρὸς τὸν δαπανώμενον διὰ τὴν τȣ̃ ΑΖ λόγον ἔχει, ὃν ΑΕ : ΑΓ. ἀλλὰ τὸ Σῶμα ἐν ἴσοις Χρόνοις διέρχεται τὰ ΑΔ, ΑΖ §. 343. καὶ τὸ ΑΓ μέγεθος ἴσον τῷ ΑΓ. ἄρα καὶ ὁ Χρόνος, ὃν δαπανήσει διελθὸν τὸ ΑΒ, πρὸς ὃν δαπανήσει διελθὸν τὸ ΑΕ λόγον ἕξει, ὃν ΑΒ : ΑΕ.

§. 345. Πᾶν Σῶμα διελθὸν Ἐπίπεδα ὁμοίας μὲν Κλίσεις, ἄνισα δὲ Ὕψη ἔχοντα, διανύσει Χρόνους ὑποδιπλασίονα λόγον ἔχοντας τῶν Μηκῶν τῶν Ἐπιπέδων.

Πιν. ιβ. Σχ. 7. Τȣτέστι δύω Ἐπιπέδων τῶν ΑΒ, ΒΓ ὁμοίας μὲν Κλίσεις ἐχόντων τὰς ΑΒΕ, ΒΓΔ, ἄνισα δὲ τὰ Ὕψη ΑΕ, ΒΔ, ὁ Χρόνος, καθ' ὃν ἂν τὸ Σῶμα διέλθοι τὸ ΑΒ, πρὸς τὸν Χρόνον, καθ' ὃν τὸ ΒΓ, λόγον ἕξει, ὃν √ΑΒ : √ΒΓ. κείσθωσαν γὰρ ἐπ' Εὐθείας τὰ Ἐπίπεδα ΑΒ, ΒΓ· καὶ ἐπειδὴ αἱ Γωνίαι ΑΒΕ, ΒΓΔ ἴσαι εἰσὶν ἐξ Ὑποθ. ἔσεται ἄρα ἡ ΓΔ παράλληλος τῇ ΒΕ. τοιγαροῦν ἡ ΓΔ ἡ Ὁριζοντία ἐστὶ τȣ̃ Ἐπιπέδȣ ΑΒΓ. ἐὰν οὖν ὁ μὲν Χρόνος, καθ' ὃν τὸ Σῶμα διῆλθε τὸ Ἐπίπεδον ΑΓ κληθῇ, Χ, ὁ δὲ καθ' ὃν τὸ ΒΓ, χ, ἔσεται Χ : χ :: √ΑΓ : √ΒΓ. §. 164. ἄρα καὶ διαιρέσει Χ − χ : χ :: √ΑΓ − √ΒΓ : √ΒΓ. ἀλλὰ Χ − χ ἐστὶν ὁ Χρόνος, ὃν ἐδαπάνησε τὸ Σῶμα, ὅπως διέλθῃ τὸ ΑΒ, καὶ √ΑΓ −

√ΒΓ

$\sqrt{}$ΒΓ = $\sqrt{}$ΑΒ. ἄρα ὁ Χρόνος, ὃν διήνυσε τὸ Σῶμα ἵνα διέλθῃ τὸ ΑΒ, πρὸς ὃν ἵνα τὸ ΒΓ :: $\sqrt{}$ΑΒ : $\sqrt{}$ΒΓ.

§. 346. Πᾶν Σῶμα ἴσοις Χρόνοις διέρχεται ἑκάστην τῶν Χορδῶν, καὶ τὴν Διάμετρον τοῦ Κύκλου.

Ἔστω γὰρ ὁ ΑΓ Κύκλος πρὸς Ὀρθὰς τῷ Ὁρίζοντι ΒΕ, καὶ ἐνηρμοσμέναι εἰς αὐτὸν ἔστωσαν αἱ Χορδαὶ ΑΔ, ΑΖ, ΑΛ, ΑΜ, καὶ ἄλλαι ὁποιαιοῦν. λέγω δὴ ὅτι τὸ Σῶμα Α Φερόμενον κατὰ τὰς ΑΔ, ΑΖ, ΑΛ, ΑΜ Χορδὰς, καὶ κατὰ τὴν ΑΓ Διάμετρον, ἴσοις Χρόνοις διέρχεται ἑκάστην αὐτῶν. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΑΔ, ΑΖ, καὶ συμβαλλέτωσαν τῷ Ὁρίζοντι ΒΕ κατὰ τὰ Η, καὶ Ε Σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΔ, ΓΖ· τὰ οὖν ΑΗ, ΑΕ, Ἐπίπεδά εἰσι τὸ αὐτὸ Ὕψος ἔχοντα ΑΓ, καὶ διαφόρους Κλίσεις τὰς ΑΗΓ, ΑΕΓ. καὶ ἐπεὶ αἱ ΓΔΑ, ΓΖΑ Γωνίαι Ὀρθαὶ εἰσίν. ἄρα αἱ ΓΔ, ΓΖ πρὸς Ὀρθάς εἰσι τοῖς ΑΗ, ΑΕ Ἐπιπέδοις. ἄρα τὸ Σῶμα Α ἴσοις Χρόνοις διέρχεται τὰς ΑΔ, ΑΖ, §. 343. ὡσαύτως καὶ τὴν Διάμετρον ΑΓ, §. 342. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ, ἴσοις Χρόνοις διέρχεται τὰς ΑΛ, ΑΜ, καὶ τὴν Διάμετρον ΑΓ. διὸ ἴσοις Χρόνοις διέρχεται ἑκάστην τῶν ΑΔ, ΑΖ, ΑΛ, ΑΜ, καὶ ἄλλην ἡντιναοῦν χορδὴν, καὶ τὴν Διάμετρον.

Πιν. ιδ. χ. 8.

§. 347. Αἱ Ταχυτῆτες, ἃς ἕξει τὸ Σῶμα διελθὸν τὰς τοῦ Κύκλου Χορδὰς, ἀνάλογον ἔσονται τοῖς Μήκεσιν αὐτῶν.

Ἤτοι ἡ Ταχυτὴς ἣν ἕξει τὸ Σῶμα, διελθὸν τὴν ΑΖ, πρὸς ἣν ἕξει, διελθὸν τὴν ΑΔ, ἔσεται ὡς τὸ Μῆκος τῆς ΑΖ, πρὸς τὸ τῆς ΑΔ. ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Ζ, καὶ Δ Σημείων αἱ ΖΟ, ΔΡ πρὸς Ὀρθὰς τῇ Διαμέτρῳ ΑΓ· καὶ ἡ μὲν Ταχύτης, ἣν κτήσεται τὸ Σῶμα μετὰ τὸ διελθεῖν τὴν ΑΓ ὀνομασθήτω Τ· ἡ δὲ ἣν κτήσεται, διελθὸν τὴν ΑΟ, τ·

 ἔσεται

ἔσεται ἐν $T^2 : \tau^2 ::$ ΑΓ : ΑΟ. §. 164. ἀλλ' ὡς ΑΓ : ΑΟ :: $\overline{ΑΓ}^2 : \overline{ΑΖ}^2$. (ἔστι γὰρ ΑΓ : ΑΖ :: ΑΖ : ΑΟ) ἄρα $T^2 : \tau^2 :: \overline{ΑΓ}^2 : \overline{ΑΖ}^2$. διὸ καὶ Τ : τ :: ΑΓ : ΑΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ Ταχυτὴς, ἣν ἕξει τὸ Σῶμα μετὰ τὸ διανύσαι τὴν ΑΓ, πρὸς ἣν ἕξει, διελθὸν τὴν ΑΡ λόγον ἔχει, ὃν ΑΓ : ΑΔ. ἀλλ' αἱ Ταχυτῆτες, ἃς ἕξει τὸ Σῶμα μετὰ τὴν διέλευσιν τῶν ΑΟ, καὶ ΑΡ ἶσαι εἰσὶ ταῖς Ταχυτῆσιν, ἃς ἕξει μετὰ τὴν τῶν ΑΖ καὶ ΑΔ. §. 341. ἄρα ἡ Ταχύτης, ἣν τὸ Σῶμα ἕξει, διελθὸν τὴν ΑΓ, πρὸς ἣν ἕξει, διελθὸν τὴν ΑΖ λόγον ἔχει, ὃν ΑΓ : ΑΖ· καὶ ἡ Ταχύτης αὐτοῦ μετὰ τὸ διανῦσαι τὴν ΑΓ, πρὸς τὴν Ταχυτῆτα αὐτοῦ μετὰ τὸ διελθεῖν τὴν ΑΔ :: ΑΓ : ΑΔ. διὸ καὶ ἡ Ταχύτης, ἣν ἕξει, διελθὸν τὴν ΑΖ, πρὸς ἣν ἕξει, διελθὸν τὴν ΑΔ :: ΑΖ : ΑΔ. τὸ Σῶμα ἄρα τὰς τοῦ Κύκλου Χορδὰς διελθὸν, Ταχυτῆτας κτήσεται ἀναλόγους τοῖς Μήκεσι τῶν Χορδῶν.

§. 348. Δοθείσης τῆς Ταχυτῆτος, ἣν ἐκτήσατο τὸ Σῶμα διελθὸν τὸ ἀνώτερον τῶν λοιπῶν Ἐπιπέδων, ὧν τὸ ἓν ἐπὶ τοῦ ἑτέρου ὡς ἔτυχε κεκλιμένον ἐστὶν, εὑρεθήσεται ἡ Ταχυτὴς ἣν ἕξει διελθὸν πάντα τὰ λοιπά.

Πιν. ιϛ. Σχ. α. Ἐπίπεδα ὡς ἔτυχε κεκλιμένα ἔστωσαν τὰ ΑΒ, ΑΓ, καὶ ἐμφαινέτω ἡ ΑΒ τὴν Ταχυτῆτα, ἣν ἐκτήσατο τὸ Σῶμα, διελθὸν τὸ ἀνώτερον τῶν Ἐπιπέδων ΑΒ. Φημὶ δὴ, ὅτι εὑρεθήσεται ἡ Ταχυτὴς, ἣν ἕξει μετὰ τὴν διέλευσιν τῶν ΑΒ, ΒΓ. ἐκβεβλήσθω γὰρ τὸ ΓΒ Ἐπίπεδον κατὰ τὸ συνεχὲς, καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ Α, ὅ ἐστι Πέρας τοῦ ΑΒ ἤχθω ἡ ΑΔ πρὸς Ὀρθὰς τῷ ἐκβληθέντι ΓΒ, ἀπὸ δὲ τοῦ Δ, ἡ ΔΖ πρὸς Ὀρθὰς τῷ ΑΒ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἡ ΖΛ Παράλληλος τῷ Ὁριζοντίῳ ΕΓ, καὶ συμβαλλέτω τῷ ἐκβληθέντι ΓΒ κατὰ τὸ Λ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἤχθω ἡ ΛΕ πρὸς Ὀρθὰς τῷ Ὁριζοντίῳ ΕΓ. τὸ Σῶμα ἐν Α διελθὸν τὰ Ἐπίπε-

Ἐπίπεδα ΑΒ, ΒΓ, τοσαύτην Ταχυτῆτα ἕξει, ὅσην ἔχοι ἄν, διελθὸν τὸ ΛΕ Ὕψος. ἐπειδὴ γὰρ ἡ ΑΒ ἐμφαίνει τὴν Ταχυτῆτα ἣν ἔχει τὸ Σῶμα, διελθὸν τὸ Ἐπίπεδον ΑΒ, ἥτις ΑΒ καὶ ἀναλύεται εἰς τὰς ΑΔ, ΔΒ, §. 328. διὰ τοῦτο τὸ Σῶμα Α ἀρχόμενον κινεῖσθαι ἐπὶ τοῦ ΒΓ Ἐπιπέδου, Ταχυτῆτα ἔχει ὡς ΒΔ (καταναλίσκεται γὰρ ὅλη ἡ ΑΔ διὰ τὴν ἀντώθησιν, τὴν γινομένην ἐν τῷ Σώματι Α παρὰ τοῦ Ἐπιπέδου ΑΒ) ἡ Ταχυτὴς ἄρα ἣν ἕξει, διελθὸν τὸ ΛΒ, πρὸς τὴν Ταχυτῆτα, ἣν ἔχει ἀρχόμενον κινεῖσθαι ἐπὶ τοῦ ΒΓ λόγον ἔχει ὃν ΑΒ : ΒΔ. ἀλλ' ὡς ΑΒ : ΒΔ :: √ΑΒ : √ΒΖ. (ἔστι γὰρ ΑΒ : ΒΔ :: ΒΔ : ΒΖ) προσέτι καὶ ἡ Ταχυτὴς, ἣν ἕξει τὸ Σῶμα μετὰ τὸ διελθεῖν τὸ ΑΒ, πρὸς ἣν ἕξει μετὰ τὴν διέλευσιν τοῦ ΒΖ, ὡς √ΑΒ : √ΒΖ, §. 164. ἄρα ἡ Ταχυτὴς ἣν τὸ Σῶμα ἔχει ἀρχόμενον κινεῖσθαι ἐπὶ τοῦ ΒΓ, ἴση ἐστὶ τῇ ἣν ἐκτήσατο ἄν, διελθὸν τὸ ΖΒ Ἐπίπεδον. ἀλλ' ἣν κτήσεται, διελθὸν τὸ ΖΒ, ἴση τῇ ἣν ἐκτήσατο ἄν, διελθὸν τὸ ΛΒ. §. 341. τὸ Σῶμα ἄρα Α ἀφικόμενον ἐπὶ τοῦ Γ, Ταχυτῆτα ἕξει, ὅσην ἔχοι ἄν, διελθὸν τὸ ΛΓ. ἀλλὰ μετὰ τὸ διανύσαι τὸ ΛΓ Ταχυτῆτα ἕξει ἴσην, τῇ ἣν ἐκτήσατο ἄν, διελθὸν τὸ ΛΕ Ὕψος. §. 341. τὸ Σῶμα ἄρα Α διελθὸν τὰ Ἐπίπεδα ΑΒ, ΒΓ, ἕξει Ταχυτῆτα ἴσην, τῇ ἣν ἐκτήσατο ἂν διελθὸν τὸ ΛΕ.

§. 349. Σημειωτέον δὲ, ὅτι ἄλλη ἐστὶν ἡ Ταχυτὴς, ἣν τὸ Σῶμα ἐκτήσατο, διελθὸν τὸ Ἐπίπεδον ΑΒ, καὶ ἄλλη, ἣν ἔχει, ἀρχόμενον κινεῖσθαι ἐπὶ τοῦ ΒΓ. εἰς τὸ Β γὰρ ἀφικόμενον διὰ τὴν πληγὴν τὴν ἐν τῷ Β γινομένην, μέρος τῆς ἑαυτοῦ Δυνάμεως, καὶ ἑπομένως καὶ τῆς ἑαυτοῦ Ταχυτῆτος ἀπόλλυσι. πολλοὶ οὖν τοῦτο μὴ λογισάμενοι, ἐν οἷς πρῶτος ὁ Γαλιλαῖος, εἶπον ὅτι τὸ Σῶμα διελθὸν Ἐπίπεδα, ὡς ἔτυχεν ἐπ' ἀλλήλοις κεκλιμένα, καὶ ἀφικόμενον εἰς τὸ Πέρας τοῦ ἐσχάτου, Ταχυτῆτα ἕξει ἴσην τῇ ἣν

 ἕξειν

ἕξειεν ἂν, πεσὸν ἐξ Ὕψους ἀγομένου ἀπὸ τοῦ Πέρατος τοῦ μετεωροτέρου, οἷον τοῦ Α.

§. 350. Ὅσῳ μείζων ἡ Γωνία ΑΒΔ, τοσούτῳ ἐλάσσων ἡ Ταχύτης, ἣν ἔχει τὸ Σῶμα ἀρχόμενον κινεῖσθαι ἐπὶ τοῦ ΒΓ. Ὀρθῆς δὲ γενομένης τῆς ΑΒΔ, τὸ Σῶμα οὐδεμίαν ἕξει Δύναμιν ὠθοῦσαν αὐτὸ πρὸς τὸ ΒΓ. ἀλλ' εἰ μὲν ἁπαλὸν, ἠρεμήσει· εἰ δ' ἐλαστικὸν, ἐπανακάμψει ἐπὶ τὴν ΒΑ. πάλιν ὅσον ἡ Γωνία ΑΒΔ ἐλαττοῦται, τοσοῦτον ἡ Ταχυτὴς, ἣν ἔχει τὸ Σῶμα ἀρχόμενον κινεῖσθαι ἐπὶ τοῦ ΒΓ, αὔξει· ἐλαχίστης δὲ γενομένης τῆς ΑΒΔ, ἐλαχίστη ἔσεται καὶ ἡ διαφορὰ τῶν Ταχυτήτων, τῆς τε ἣν ἕξει τὸ Σῶμα, διελθὸν τὸ ΑΒ, καὶ τῆς ἣν ἔχει ἀρχόμενον
Πιν. ιι. κινεῖσθαι ἐπὶ τοῦ ΒΓ. ἐὰν οὖν αἱ Κλίσεις ΑΒΕ, ΒΓΖ
Σχ. 2. τῶν Ἐπιπέδων ΑΒ, ΒΓ ἐλάχισται ὦσι, τὸ δι' αὐτῶν διελθὸν Σῶμα τοσαύτην ἕξει Ταχυτῆτα, ὅσην καὶ πεσὸν ἐκ τοῦ Ὕψους ΑΝ τοῦ πέρατος Α τοῦ μετεωροτέρου Ἐπιπέδου ΑΒ. ἀληθεύει οὖν καὶ τὸ τοῦ Γαλιλαίου· οὐχ ὅμως ἐν τοῖς ὡς ἔτυχε κεκλιμένοις Ἐπιπέδοις, ἀλλ' ἐν τοῖς ἐλαχίστας μόνον τὰς Κλίσεις ἔχουσι.

§. 351. Πᾶν Σῶμα δι' ὁποιασοῦν Καμπύλης διελθὸν, καὶ εἰς τὸ Πέρας αὐτῆς ἀφικόμενον, τοσαύτην ἕξει Ταχυτῆτα, ὅσην ἐκτήσατο ἂν, διελθὸν τὸ Ὕψος τοῦ μετεώρου τῆς Καμπύλης Πέρατος.

Πᾶσα μὲν γὰρ Καμπύλη συγκειμένη νοεῖται ἐξ ἐλαχίστων Ἐπιπέδων κεκλιμένων τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, καὶ ἐλαχίστας Κλίσεις ἐχόντων τὰς ΑΒΕ, ΒΓΖ, ΓΔΝ. καὶ ἐπειδὴ τὸ Σῶμα διελθὸν τὰ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ Ἐπίπεδα, τοσαύτην Ταχυτῆτα ἕξει, ὅσην καὶ τὸ Ὕψος διελθὸν ΑΝ τοῦ μετεώρου Πέρατος Α. §. 350. φανερὸν ἄρα τὸ προκείμενον.

§. 352. Οἱ Χρόνοι, καθ' οὓς τὸ Σῶμα διέρχεται Ἐπίπεδα ὁμοίως κεκλιμένα, καὶ ἀνάλογον ἔχοντα

ἀλλή-

ἀλλήλοις τὰ Μήκη αὐτῶν, ἐν ὑποδιπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν εἰρημένων Μηκῶν.

Ἔϛω γὰρ Ἐπίπεδα ὁμοίως κεκλιμένα τὰ ΑΒ, ΒΓ, ΔΕ, ΕΖ, ἀνάλογον ἔχοντα τὰ Μήκη αὐτῶν, ἤτοι ὡς $AB : B\Gamma :: \Delta E : EZ$. καὶ ὀνομασθείτος ΧΑΒ τοῦ Χρόνου, καθ᾽ ὃν τὸ Σῶμα διέρχεται τὸ ΑΒ, καὶ ΧΒΓ, ΧΔΕ, ΧΕΖ τῶν Χρόνων, καθ᾽ οὓς διέρχεται τὰ ΒΓ, ΔΕ, ΕΖ, λέγω, ὅτι ἔσεται $XAB + XB\Gamma : X\Delta E + XEZ :: \sqrt{AB} + \sqrt{B\Gamma} : \sqrt{\Delta E} + \sqrt{EZ}$. ἐπειδὴ γὰρ ἐξ Ὑποθ. $AB : B\Gamma :: \Delta E : EZ$. ἄρα καὶ $\sqrt{AB} : \sqrt{B\Gamma} :: \sqrt{\Delta E} : \sqrt{EZ}$. καὶ συνθέσει $\sqrt{AB} : \sqrt{AB} + \sqrt{B\Gamma} :: \sqrt{\Delta E} : \sqrt{\Delta E} + \sqrt{EZ}$. καὶ ἐναλλὰξ $\sqrt{AB} : \sqrt{\Delta E} :: \sqrt{AB} + \sqrt{B\Gamma} : \sqrt{\Delta E} + \sqrt{EZ}$. καὶ ἐπειδὴ τὰ Ἐπίπεδα ὁμοίως κεκλιμένα εἰσὶν, ἄρα $XAB : X\Delta E :: \sqrt{AB} : \sqrt{\Delta E}$, καὶ $XB\Gamma : XEZ :: \sqrt{B\Gamma} : \sqrt{EZ}$. §. 345. ἀλλ᾽ ἀνωτέρω δέδεικται $\sqrt{AB} : \sqrt{\Delta E} :: \sqrt{B\Gamma} : \sqrt{EZ}$. ἄρα καὶ $XAB : X\Delta E :: XB\Gamma : XEZ$. καὶ ἐναλλὰξ, καὶ συνθέσει $XAB : XAB + XB\Gamma :: X\Delta E : X\Delta E + XEZ$. καὶ πάλιν ἐναλλὰξ $XAB : X\Delta E :: XAB + XB\Gamma : X\Delta E + XEZ$. ἀλλὰ $XAB : X\Delta E :: \sqrt{AB} : \sqrt{\Delta E}$· καὶ $\sqrt{AB} : \sqrt{\Delta E} :: \sqrt{AB} + \sqrt{B\Gamma} : \sqrt{\Delta E} + \sqrt{EZ}$. ἄρα καὶ $XAB + XB\Gamma : X\Delta E + XEZ :: \sqrt{AB} + \sqrt{B\Gamma} : \sqrt{\Delta E} + \sqrt{EZ}$. Πιν. ιέ. Σχ. 3.

§. 353. Οἱ Χρόνοι, ὧν δεῖται τὸ Σῶμα εἰς τὸ διελθεῖν Καμπύλας ὁμοίας τε, καὶ ὁμοίως κειμένας ἐν ὑποδιπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν Μηκῶν τῶν Καμπύλων. ἔϛω ὁ Χρόνος οὗ δεῖται τὸ Σῶμα εἰς τὸ διελθεῖν τὴν ΛΕ, πρὸς τὸν, οὗ δεῖται εἰς τὸ διελθεῖν τὴν ΑΒ :: $\sqrt{\Lambda E} : \sqrt{AB}$. αἱ γὰρ τοιαῦται Καμπύλαι οὐδὲν διαφέρουσιν Ἐπιπέδων ὁμοίων, ὁμοίως τε κεκλιμένων, καὶ ἐλαχίϛας τὰς Κλίσεις ἐχόντων. Πιν. ιέ. Σχ. 4.